

**注意：在每题下面用蓝色写出求解及推导过程，不能只写答案，否则不得分**

1、分析以下程序段的时间复杂度（给出推导公式）

```
int s=0, i, j, k;
for(i=0; i<=n; i++)
    for(j=0; j<=i; j++)
        for(k=0; k<j; k++)
            s++;
```

$i \in (0, n) \quad j \in (0, i) \quad k \in (0, j)$

$$f(n) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{i-1} p = \frac{1}{6} * n^3 + \frac{1}{2} * n^2 + \frac{1}{3}n$$

$$T(n) = O(f(n)) = n^3$$

2、分析以下程序段的时间复杂度（给出推导公式）

```
void func(int n)
{
    int i=0, s=0;
    while(s<n) {
        i++;
        s=s+i;
    }
}
```

$$\text{当 } i=k \text{ 时, } s = \sum_{i=1}^k m = \frac{(k+1)*k}{2} = \frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{2}k$$

$$\text{当 } s \geq n \text{ 时, } \frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{2}k \geq n \quad \text{即 } k \geq \sqrt{2n + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$$

$$f(n) = \left\lceil \sqrt{2n + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \right\rceil$$

$$T(n) = O(f(n)) = \sqrt{n}$$

3、以下是 4 个算法所有语句频度之和的表达式，其中时间复杂度相同的是 A 和 B（说明理由）

A  $T_1(n) = 2n^3 + 3n^2 + 1000$

B  $T_2(n) = n^3 - n^2 \log_2 n - 1000$

C  $T_3(n) = n^2 \log_2 n + n^2$

D  $T_4(n) = n^2 + 1000$

$$O_1(n) = n^3 \quad O_2(n) = n^3 \quad O_3(n) = n^2 * \log_2 n \quad O_4(n) = n^2$$

$$\text{可见 } O_1(n) = O_2(n)$$

4、下列函数中渐进时间复杂度最小的是 D（单选，说明理由）

A  $T_1(n) = n \log_2 n + 5000n$

B  $T_2(n) = n^2 - 8000n$

C  $T_3(n) = n^{\log_2 n} - 6000n$

$$D \quad T_4(n) = 2n \log_2 n - 7000 \log_2 n$$

对四个式子分别求导：

$$f_1(n) = \log_2 n + 1/\ln(2) + 5000$$

$$f_2 = 2n - 8000$$

$$f_3(n) = \frac{\ln(2) * \log_2 n * x^{\log_2 n} + \ln(n) * n^{\log_2 n}}{n * \ln(2)}$$

$$f_4(n) = 2 \log_2 n + 2/\ln(2) - 7000/(x * \ln(2))$$

随着  $n$  的取值逐渐增大，当  $n$  足够大（如取  $1 * 10^6$ ）时， $f_4(n)$  的值成为四个式子中的最小值，因此  $T_4(n)$  增长最慢

### 【作业要求：】

- 1、**4月17日前**网上提交本次作业（直接在本文件中作答，转换为PDF后提交即可）
- 2、每题所占平时成绩的具体分值见网页
- 3、超过截止时间提交作业会自动扣除相应的分数，具体见网页上的说明