山东大学 计算机 学院

数值计算 课程实验报告

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 学号：201300140122 | 姓名： 于仲源 | | 班级： 2013级2班 |
| 实验题目： 最小二乘法 | | | |
| 实验学时：4 | | 实验日期： 2017/3/15 | |
| 实验目的：  用正规方程组、QR分解方法求解线性最小二乘问题，分析病态性 | | | |
| 硬件环境：  Thinkpad 笔记本 | | | |
| 软件环境：  Matlab 2015 | | | |
| 实验步骤与内容：   1. 用正规方程组法求解：     Matlab代码：  A=[0.16,0.10;0.17,0.11;2.02,1.29];  b=[0.26;0.28;3.31];  AT=A.';  a=AT\*A;  bt=AT\*b;  ar=inv(a);  x=ar\*bt    实验结果：    b)当右端向量带有轻微扰动    matlab代码：  A=[0.16,0.10;0.17,0.11;2.02,1.29];  b=[0.26;0.28;3.31];  b1=[0.27;0.25;3.33];  AT=A.';  a=AT\*A;  bt=AT\*b;  ar=inv(a);  x=ar\*bt    b1t=AT\*b1;  x1=ar\*b1t  实验结果：    c)对（a）、（b）的结果进行对比，对差异做出解释。  可以看出，结果波动很大。因为正规方程组的条件数是A的平方，条件数比较大，方程组是病态的。   1. 用 QR 正交分解方法（用 Householder 变换实现）求解上述问题，与 1 中 的结果进行比较。   Matlab代码：  a=[0.16,0.10;0.17,0.11;2.02,1.29];  b=[0.26;0.28;3.31];  a\_t=a;  b\_t=b;  [m,n]=size(a);    for k=1:n %¶ÔÁÐÑ­»·  sum1=0;  sum2=0;  for i=k:m %¼ÆËã¸ÃÁÐµÄ¶þ·¶Êý  sum1 = sum1+(a(i,k)^2);  end  sum2 = sqrt(sum1);  ak = -sign(a(k,k))\*sum2;    %¼ÆËãhouseholder±ä»»µÄÏòÁ¿vk  v=zeros(m,1);  for i=k:m  if i>=k  v(i,1)=a(i,k);  end  end  %¼ÆËãek  ek=zeros(m,1);  for i=1:m  if i==k  ek(i,1)=ek(i)+ak;  end  end    v=v-ek;  vt=v.';  ck=vt\*v;  for j=k:n %¶ÔÊ£ÓàµÄ×Ó¾ØÕó×ö±ä»»  y=vt\*a(:,j);  a(:,j)=a(:,j)-(2\*y/ck)\*v;  end  b=b-(2\*vt\*b/ck)\*v;  end    %È¡aµÄÉÏÈý½Ç¾ØÕó  c=zeros(n,n);  for i=1:n  for j=1:n  c(i,j)=a(i,j);  end  end        %È¡bµÄÇ°nÐÐ¸öÔªËØ  c1=zeros(n,1);  for i=1:n  c1(i,1)=b(i,1);  end      %È¡bµÄºóm-n¸öÔªËØ  c2=zeros(m-n,1);  for i=n+1:m  c2(i-n,1)=b(i,1);  end    %Çó½âÉÏÈý½Ç·½³Ì×éRx=c1;    rt=inv(c);  x=rt\*c1  实验结果：    3、你认为应该用什么方法求解这个最小二乘问题比较合适？怎么求解？  理论上，householder的求解效果会更好一些，消除了二范数平方效应。实际上用的也比较多。   1. 用以上两种方法求解：     Matlab代码：  正规方程组方法求解的代码：  a=[];  for i=1:11  for j=2:8  a(i,j)=(2+(i-1)\*0.2).^(j-1);  end  end  for i=1:11  a(i,1)=1;  end  a    b=[];  for i=1:11  b(i,1)=y(2+(i-1)\*0.2);  end  b      AT=a.';  A=AT\*a;  bt=AT\*b;  ar=inv(A);  x=ar\*bt      Hausholder方法代码：  a=[];  for i=1:11  for j=2:8  a(i,j)=(2+(i-1)\*0.2).^(j-1);  end  end  for i=1:11  a(i,1)=1;  end  a    b=[];  for i=1:11  b(i,1)=y(2+(i-1)\*0.2);  end  b  a\_t=a;  b\_t=b;  [m,n]=size(a);    for k=1:n %????????  sum1=0;  sum2=0;  for i=k:m %????????????????  sum1 = sum1+(a(i,k)^2);  end  sum2 = sqrt(sum1);  ak = -sign(a(k,k))\*sum2;    %????householder¡À??????¨°??vk  v=zeros(m,1);  for i=k:m  if i>=k  v(i,1)=a(i,k);  end  end  %????ek  ek=zeros(m,1);  for i=1:m  if i==k  ek(i,1)=ek(i)+ak;  end  end    v=v-ek;  vt=v.';  ck=vt\*v;  for j=k:n %?????¨¤??¡Á????¨®¡Á?¡À???  y=vt\*a(:,j);  a(:,j)=a(:,j)-(2\*y/ck)\*v;  end  b=b-(2\*vt\*b/ck)\*v;  end    %??a???????????¨®  c=zeros(n,n);  for i=1:n  for j=1:n  c(i,j)=a(i,j);  end  end        %??b???¡ãn????????  c1=zeros(n,1);  for i=1:n  c1(i,1)=b(i,1);  end      %??b???¨®m-n??????  c2=zeros(m-n,1);  for i=n+1:m  c2(i-n,1)=b(i,1);  end    %?¨®????????????¡Á¨¦Rx=c1;    rt=inv(c);  x=rt\*c1    其中y函数：  function [ n ] = y( m )  %Y ´Ë´¦ÏÔÊ¾ÓÐ¹Ø´Ëº¯ÊýµÄÕªÒª  % ´Ë´¦ÏÔÊ¾ÏêÏ¸ËµÃ÷  n=1+m+m.^2+m.^3+m.^4+m.^5+m.^6+m.^7;    end  用来计算右边b数组  实验结果：  正规方程组方法求解的结果截图：      Householder方法求解的结果截图： | | | |
| 结论分析与体会：  分析了不同方法求解最小二乘的优势以及缺点，对最小二乘求解的细节有了更深层次的理解。 | | | |