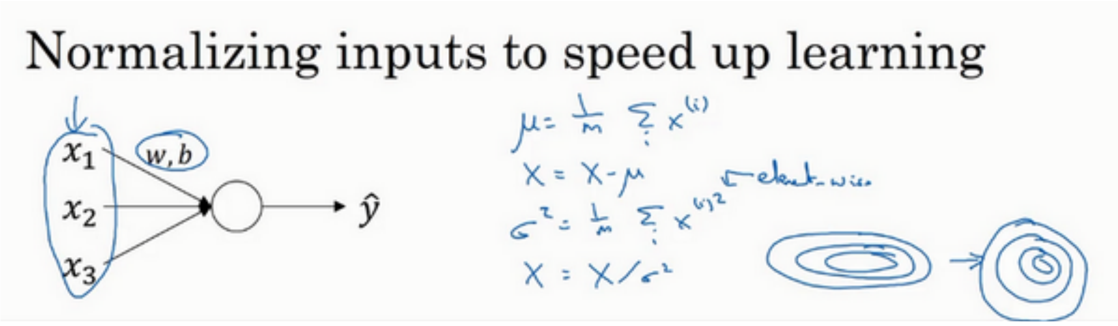
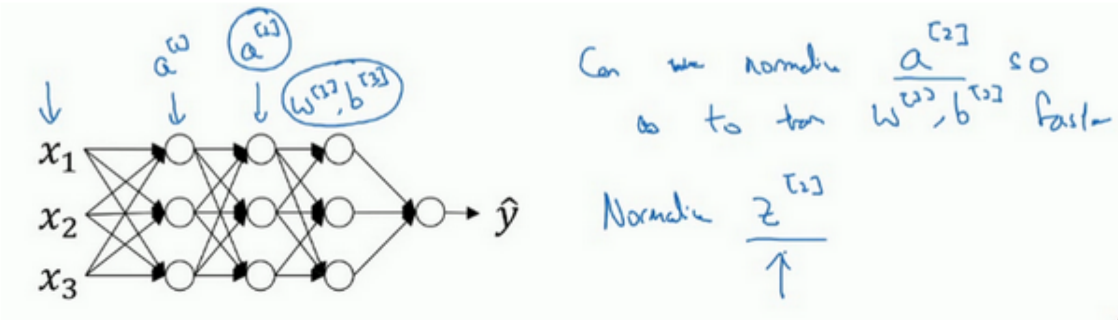
3.4 归一化网络的激活函数（Normalizing activations in a network）

在深度学习兴起后，最重要的一个思想是它的一种算法，叫做 **Batch** 归一化，由 **Sergey Ioffe** 和 **Christian Szegedy** 两位研究者创造。**Batch** 归一化会使你的参数搜索问题变得很容易，使神经网络对超参数的选择更加稳定，超参数的范围会更加庞大，工作效果也很好，也会是你的训练更加容易，甚至是深层网络。让我们来看看 **Batch** 归一化是怎么起作用的吧。



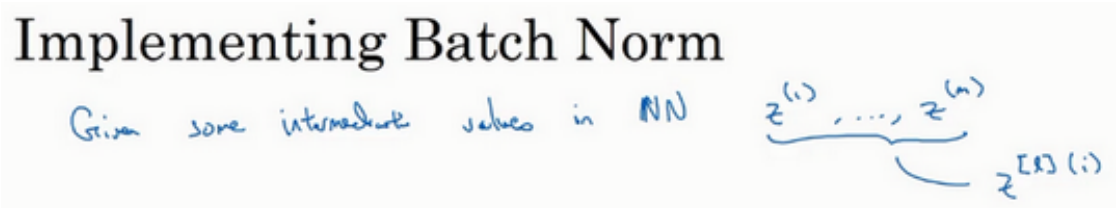
当训练一个模型，比如 **logistic** 回归时，你也许会记得，归一化输入特征可以加快学习过程。你计算了平均值，从训练集中减去平均值，计算了方差，接着根据方差归一化你的数据集，在之前的视频中我们看到，这是如何把学习问题的轮廓，从很长的东西，变成更圆的东西，更易于算法优化。所以这是有效的，对 **logistic** 回归和神经网络的归一化输入特征值而言。



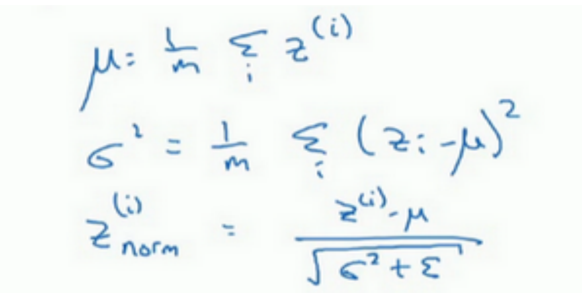
那么更深的模型呢？你不仅输入了特征值x，而且这层有激活值$a^{[1]}$，这层有激活值$a^{[2]}$等等。如果你想训练这些参数，比如$w^{[3]}$，$b^{[3]}$，那归一化$a^{[2]}$的平均值和方差岂不是很好？以便使$w^{[3]}$，$b^{[3]}$的训练更有效率。在 **logistic** 回归的例子中，我们看到了如何归一化x_1，x_2，x_3，会帮助你更有效的训练w和b。

所以问题来了，对任何一个隐藏层而言，我们能否归一化a值，在此例中，比如说$a^{[2]}$的值，但可以是任何隐藏层的，以更快的速度训练$w^{[3]}$，$b^{[3]}$，因为$a^{[2]}$是下一层的输入值，所

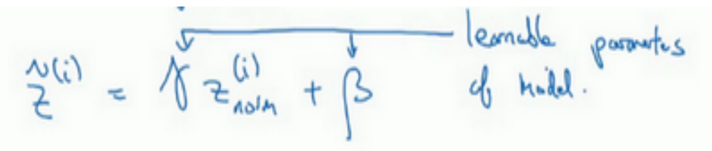
以就会影响$w^{[3]}$，$b^{[3]}$的训练。简单来说，这就是 **Batch** 归一化的作用。尽管严格来说，我们真正归一化的不是$a^{[2]}$，而是$z^{[2]}$，深度学习文献中有一些争论，关于在激活函数之前是否应该将值$z^{[2]}$归一化，或是否应该在应用激活函数$a^{[2]}$后再规范值。**实践中，经常做的是归一化$z^{[2]}$，所以这就是我介绍的版本，我推荐其为默认选择，那下面就是 Batch 归一化的使用方法。**



在神经网络中，已知一些中间值，假设你有一些隐藏单元值，从$z^{(1)}$到$z^{(m)}$，这些来源于隐藏层，所以这样写会更准确，即$z^{[l](i)}$为隐藏层，i从 1 到m，但这样书写，我要省略l及方括号，以便简化这一行的符号。所以已知这些值，如下，你要计算平均值，强调一下，所有这些都是针对l层，但我省略l及方括号，然后用正如你常用的那个公式计算方差，接着，你会取每个$z^{(i)}$值，使其规范化，方法如下，减去均值再除以标准偏差，为了使数值稳定，通常将ε作为分母，以防$\sigma = 0$的情况。



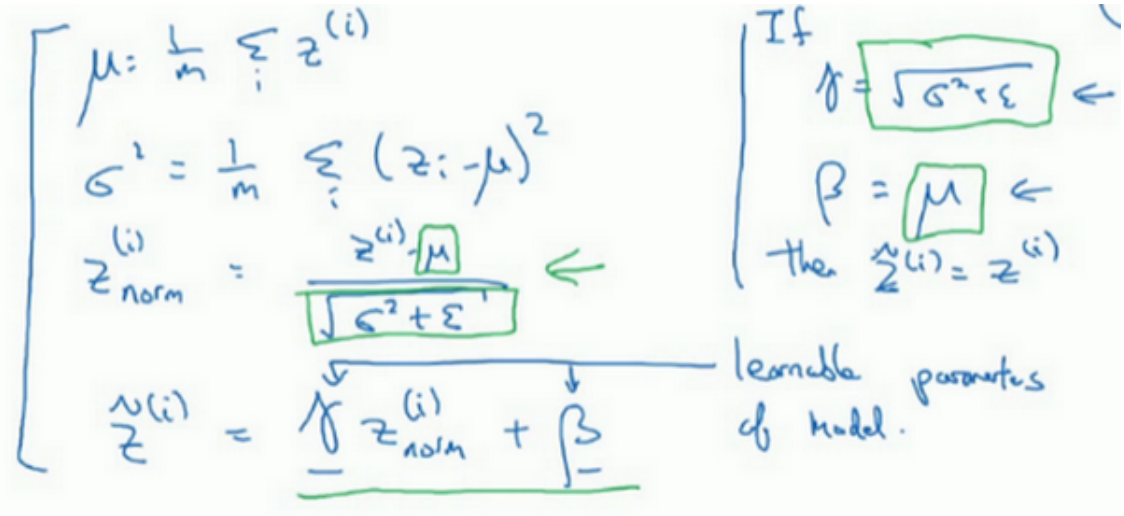
所以现在我们已把这些z值标准化，化为含平均值 0 和标准单位方差，所以z的每一个分量都含有平均值 0 和方差 1，但我们不想让隐藏单元总是含有平均值 0 和方差 1，也许隐藏单元有了不同的分布会有意义，所以我们所要做的就是计算，**我们称之为$\tilde{z}^{(i)}$，$\tilde{z}^{(i)} = \gamma z_{\text{norm}}^{(i)} + \beta$，这里$\gamma$和$\beta$是你模型的学习参数**，所以我们使用梯度下降或一些其它类似梯度下降的算法，比如 **Momentum** 或者 **Nesterov**，**Adam**，你会更新γ和β，正如更新神经网络的权重一样。



请注意γ和β的作用是，你可以随意设置$\tilde{z}^{(i)}$的平均值，事实上，如果$\gamma = \sqrt{\sigma^2 + \varepsilon}$，如果

γ等于这个分母项（$z_{\text{norm}}^{(i)} = \frac{z^{(i)}-\mu}{\sqrt{\sigma^2+\varepsilon}}$中的分母），$\beta$等于$\mu$，这里的这个值是$z_{\text{norm}}^{(i)} = \frac{z^{(i)}-\mu}{\sqrt{\sigma^2+\varepsilon}}$中的$\mu$，那么$\gamma z_{\text{norm}}^{(i)} + \beta$的作用在于，它会精确转化这个方程，如果这些成立（$\gamma = \sqrt{\sigma^2+\varepsilon}, \beta = \mu$），那么$\tilde{z}^{(i)} = z^{(i)}$。

通过对γ和β合理设定，规范化过程，即这四个等式，从根本来说，只是计算恒等函数，通过赋予γ和β其它值，可以使你构造含其它平均值和方差的隐藏单元值。



所以，在网络匹配这个单元的方式，之前可能是用$z^{(1)}$，$z^{(2)}$等等，现在则会用$\tilde{z}^{(i)}$取代$z^{(i)}$，方便神经网络中的后续计算。如果你想放回$[l]$，以清楚的表明它位于哪层，你可以把它放这。

所以我希望你学到的是，归一化输入特征X是怎样有助于神经网络中的学习，Batch 归一化的作用是它适用的归一化过程，不只是输入层，甚至同样适用于神经网络中的深度隐藏层。你应用 Batch 归一化了一些隐藏单元值中的平均值和方差，不过训练输入和这些隐藏单元值的一个区别是，你也许不想隐藏单元值必须是平均值 0 和方差 1。

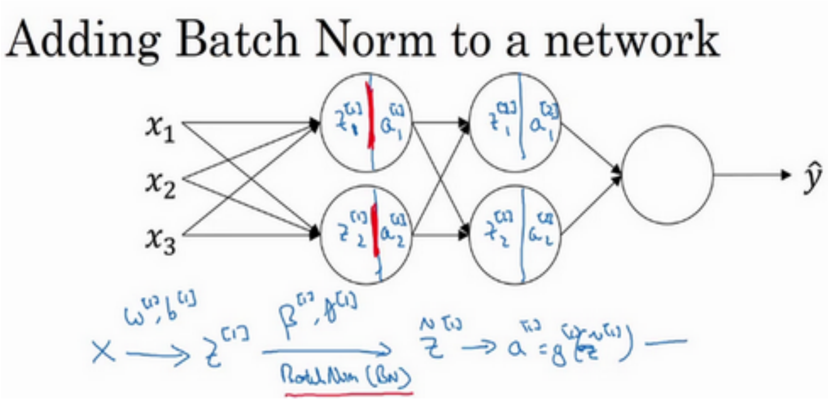
比如，如果你有 **sigmoid** 激活函数，你不想让你的值总是全部集中在这里，你想使它们有更大的方差，或不是 0 的平均值，以便更好的利用非线性的 **sigmoid** 函数，而不是使所有的值都集中于这个线性版本中，这就是为什么有了γ和β两个参数后，你可以确保所有的$z^{(i)}$值可以是你想赋予的任意值，或者它的作用是保证隐藏的单元已使均值和方差标准化。那里，

均值和方差由两参数控制，即γ和β，学习算法可以设置为任何值，所以它真正的作用是，使隐藏单元值的均值和方差标准化，即$z^{(i)}$有固定的均值和方差，均值和方差可以是 0 和 1，也可以是其它值，它是由γ和β两参数控制的。

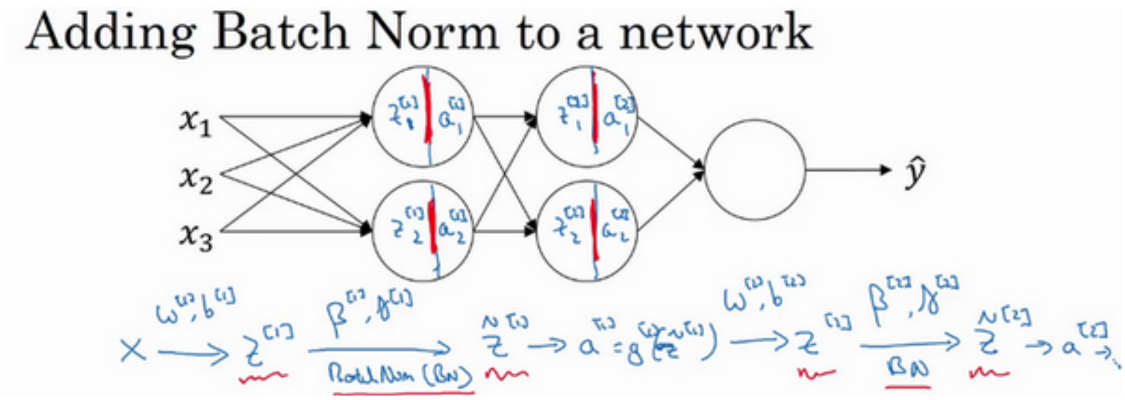
我希望你能学会怎样使用 **Batch** 归一化，至少就神经网络的单一层而言，在下一个视频中，我会教你如何将 **Batch** 归一化与神经网络甚至是深度神经网络相匹配。对于神经网络许多不同层而言，又该如何使它适用，之后，我会告诉你，**Batch** 归一化有助于训练神经网络的原因。所以如果觉得 **Batch** 归一化起作用的原因还显得有点神秘，那跟着我走，在接下来的两个视频中，我们会弄清楚。

3.5 将 Batch Norm 拟合进神经网络（Fitting Batch Norm into a neural network）

你已经看到那些等式，它可以在单一隐藏层进行 **Batch** 归一化，接下来，让我们看看它是怎样在深度网络训练中拟合的吧。

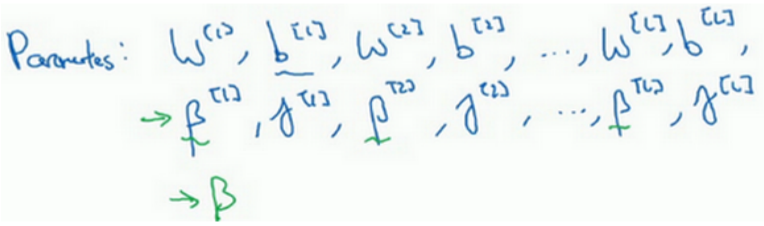


假设你有一个这样的神经网络，我之前说过，你可以认为每个单元负责计算两件事。第一，它先计算z，然后应用其到激活函数中再计算a，所以我可以认为，每个圆圈代表着两步的计算过程。同样的，对于下一层而言，那就是$z_1^{[2]}$和$a_1^{[2]}$等。所以如果你没有应用 **Batch** 归一化，你会把输入X拟合到第一隐藏层，然后首先计算$z^{[1]}$，这是由$w^{[1]}$和$b^{[1]}$两个参数控制的。接着，通常而言，你会把$z^{[1]}$拟合到激活函数以计算$a^{[1]}$。**但 Batch 归一化的做法是将$z^{[1]}$值进行 Batch 归一化，简称 BN，此过程将由$\beta^{[1]}$和$\gamma^{[1]}$两参数控制，这一操作会给你一个新的规范化的$z^{[1]}$值（$\tilde{z}^{[1]}$），然后将其输入激活函数中得到$a^{[1]}$，即$a^{[1]} = g^{[1]}(\tilde{z}^{[l]})$。**



现在，你已在第一层进行了计算，此时 **Batch** 归一化发生在z的计算和a之间，接下来，你需要应用$a^{[1]}$值来计算$z^{[2]}$，此过程是由$w^{[2]}$和$b^{[2]}$控制的。与你在第一层所做的类似，你**会将$z^{[2]}$进行 Batch 归一化，现在我们简称 BN，这是由下一层的 Batch 归一化参数所管制的，即$\beta^{[2]}$和$\gamma^{[2]}$，现在你得到$\tilde{z}^{[2]}$，再通过激活函数计算出$a^{[2]}$等等。**

所以需要强调的是 **Batch** 归一化是发生在计算z和a之间的。直觉就是，与其应用没有归一化的z值，不如用归一过的$\tilde{z}$，这是第一层（$\tilde{z}^{[1]}$）。第二层同理，与其应用没有规范过的$z^{[2]}$值，不如用经过方差和均值归一后的$\tilde{z}^{[2]}$。所以，你网络的参数就会是$w^{[1]}$，$b^{[1]}$，$w^{[2]}$和$b^{[2]}$等等，我们将要去掉这些参数。但现在，想象参数$w^{[1]}$，$b^{[1]}$到$w^{[l]}$，$b^{[l]}$，我们将另一些参数加入到此新网络中$\beta^{[1]}$，$\beta^{[2]}$，$\gamma^{[1]}$，$\gamma^{[2]}$等等。对于应用 **Batch** 归一化的每一层而言。需要澄清的是，请注意，这里的这些β（$\beta^{[1]}$，$\beta^{[2]}$等等）和超参数β没有任何关系，下一张幻灯片中会解释原因，后者是用于 **Momentum** 或计算各个指数的加权平均值。**Adam** 论文的作者，在论文里用β代表超参数。**Batch** 归一化论文的作者，则使用β代表此参数（$\beta^{[1]}$，$\beta^{[2]}$等等），但这是两个完全不同的β。我在两种情况下都决定使用β，以便你阅读那些原创的论文，但 **Batch** 归一化学习参数$\beta^{[1]}$，$\beta^{[2]}$等等和用于 **Momentum**、**Adam**、**RMSprop** 算法中的β不同。

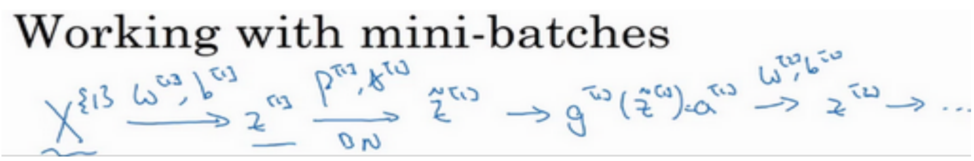


所以现在，这是你算法的新参数，接下来你可以使用想用的任何一种优化算法，比如使用梯度下降法来执行它。

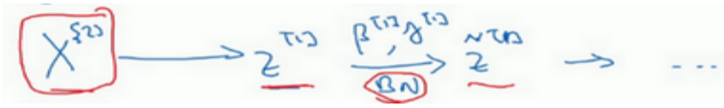
举个例子，对于给定层，你会计算$d\beta^{[l]}$，接着更新参数β为$\beta^{[l]} = \beta^{[l]} - \alpha d\beta^{[l]}$。你也可以使用 **Adam** 或 **RMSprop** 或 **Momentum**，以更新参数β和γ，并不是只应用梯度下降法。

即使在之前的视频中，我已经解释过 **Batch** 归一化是怎么操作的，计算均值和方差，减去均值，再除以方差，如果它们使用的是深度学习编程框架，通常你不必自己把 **Batch** 归一化步骤应用于 **Batch** 归一化层。因此，探究框架，可写成一行代码，比如说，在 **TensorFlow** 框架中，你可以用这个函数（`tf.nn.batch_normalization`）来实现 **Batch** 归一化，我们稍后讲解，但实践中，你不必自己操作所有这些具体的细节，但知道它是如何作用的，你可以更好的理解代码的作用。但在深度学习框架中，**Batch** 归一化的过程，经常是类似一行代码的东西。

所以，到目前为止，我们已经讲了 **Batch** 归一化，就像你在整个训练站点上训练一样，或就像你正在使用 **Batch** 梯度下降法。



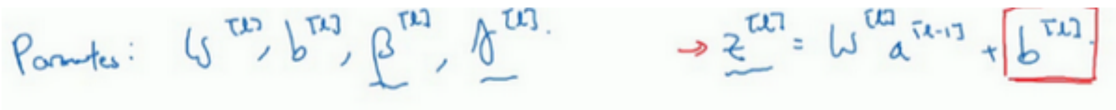
实践中，Batch 归一化通常和训练集的 mini-batch 一起使用。你应用 **Batch** 归一化的方式就是，你用第一个 **mini-batch**($X^{\{1\}}$)，然后计算$z^{[1]}$，这和上张幻灯片上我们所做的一样，应用参数$w^{[1]}$和$b^{[1]}$，使用这个 **mini-batch**($X^{\{1\}}$)。接着，继续第二个 **mini-batch**($X^{\{2\}}$)，接着 **Batch** 归一化会减去均值，除以标准差，由$\beta^{[1]}$和$\gamma^{[1]}$重新缩放，这样就得到了$\tilde{z}^{[1]}$，而所有的这些都是在第一个 **mini-batch** 的基础上，你再应用激活函数得到$a^{[1]}$。然后用$w^{[2]}$和$b^{[2]}$计算$z^{[2]}$，等等，所以你做的这一切都是为了在第一个 mini-batch($X^{\{1\}}$)上进行一步梯度下降法。



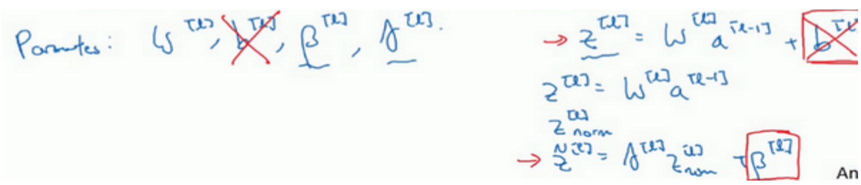
类似的工作，你会在第二个 **mini-batch**（$X^{\{2\}}$）上计算$z^{[1]}$，然后用 **Batch** 归一化来计算$\tilde{z}^{[1]}$，所以 **Batch** 归一化的此步中，你用第二个 **mini-batch**（$X^{\{2\}}$）中的数据使$\tilde{z}^{[1]}$归一化，这里的 **Batch** 归一化步骤也是如此，让我们来看看在第二个 **mini-batch**（$X^{\{2\}}$）中的例子，在 **mini-batch** 上计算$z^{[1]}$的均值和方差，重新缩放的β和γ得到$z^{[1]}$，等等。

然后在第三个 **mini-batch**（$X^{\{3\}}$）上同样这样做，继续训练。

现在，我想澄清此参数的一个细节。先前我说过每层的参数是$w^{[l]}$和$b^{[l]}$，还有$\beta^{[l]}$和$\gamma^{[l]}$，请注意计算z的方式如下，$z^{[l]} = w^{[l]}a^{[l-1]} + b^{[l]}$，但 Batch 归一化做的是，它要看这个 mini-batch，先将$z^{[l]}$归一化，结果为均值 0 和标准方差，再由β和γ重缩放，但这意味着，无论$b^{[l]}$的值是多少，都是要被减去的，因为在 Batch 归一化的过程中，你要计算$z^{[l]}$的均值，再减去平均值，在此例中的 mini-batch 中增加任何常数，数值都不会改变，因为加上的任何常数都将会被均值减去所抵消。

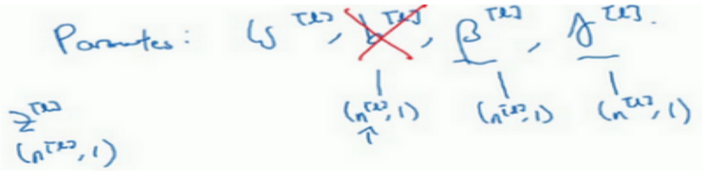


所以，如果你在使用 **Batch** 归一化，其实你可以消除这个参数（$b^{[l]}$），或者你也可以，暂时把它设置为 0，那么，参数变成$z^{[l]} = w^{[l]}a^{[l-1]}$，然后你计算归一化的$z^{[l]}$，$\tilde{z}^{[l]} = \gamma^{[l]}z^{[l]} + \beta^{[l]}$，你最后会用参数$\beta^{[l]}$，以便决定$\tilde{z}^{[l]}$的取值，这就是原因。



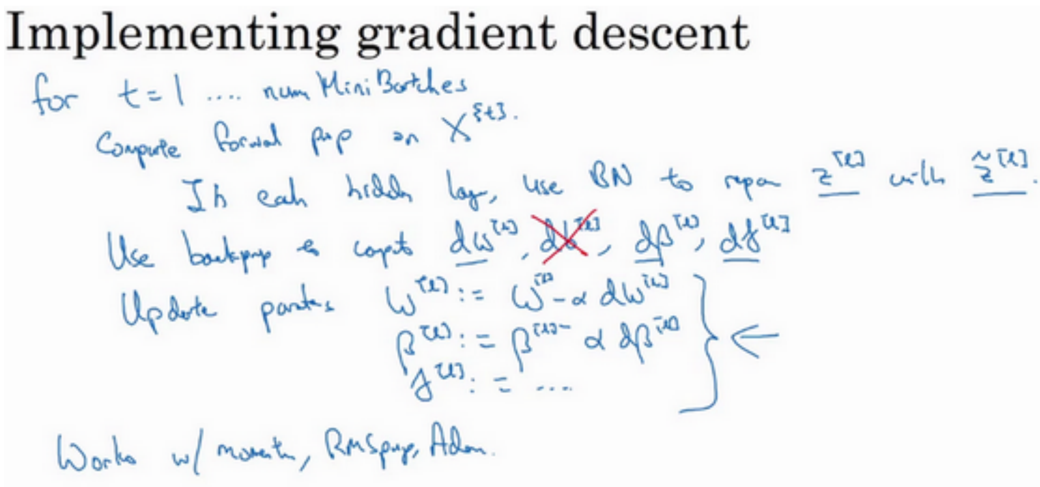
所以总结一下，因为 **Batch** 归一化超过了此层$z^{[l]}$的均值，$b^{[l]}$这个参数没有意义，所以，你必须去掉它，由$\beta^{[l]}$代替，这是个控制参数，会影响转移或偏置条件。

最后，请记住$z^{[l]}$**的维数，因为在这个例子中，维数会是**$(n^{[l]},1)$，$b^{[l]}$**的尺寸为**$(n^{[l]},1)$，如果是 l 层隐藏单元的数量，**那**$\beta^{[l]}$**和**$\gamma^{[l]}$**的维度也是**$(n^{[l]},1)$，因为这是你隐藏层的数量，你有$n^{[l]}$隐藏单元，所以$\beta^{[l]}$和$\gamma^{[l]}$用来将每个隐藏层的均值和方差缩放为网络想要的值。



让我们总结一下关于如何用 **Batch** 归一化来应用梯度下降法，假设你在使用 **mini-batch** 梯度下降法，你运行$t=1$到 **batch** 数量的 **for** 循环，你会在 **mini-batch** $X^{\{t\}}$上应用正向 **prop**，每个隐藏层都应用正向 **prop**，用 **Batch** 归一化代替$z^{[l]}$为$\tilde{z}^{[l]}$。接下来，它确保在这个 **mini-batch** 中，z值有归一化的均值和方差，归一化均值和方差后是$\tilde{z}^{[l]}$，然后，你用反向 **prop** 计算$dw^{[l]}$和$db^{[l]}$，及所有 l 层所有的参数，$d\beta^{[l]}$和$d\gamma^{[l]}$。尽管严格来说，因为你要去掉b，这部分其实已经去掉了。最后，你更新这些参数：$w^{[l]}=w^{[l]}-\alpha dw^{[l]}$，和以前一样，$\beta^{[l]}=\beta^{[l]}-\alpha d\beta^{[l]}$，对于$\gamma$也是如此$\gamma^{[l]}=\gamma^{[l]}-\alpha d\gamma^{[l]}$。

如果你已将梯度计算如下，你就可以使用梯度下降法了，这就是我写到这里的，但也适用于有 **Momentum**、**RMSprop**、**Adam** 的梯度下降法。与其使用梯度下降法更新 **mini-batch**，你可以使用这些其它算法来更新，我们在之前几个星期中的视频中讨论过的，也可以应用其它的一些优化算法来更新由 **Batch** 归一化添加到算法中的β 和γ 参数。

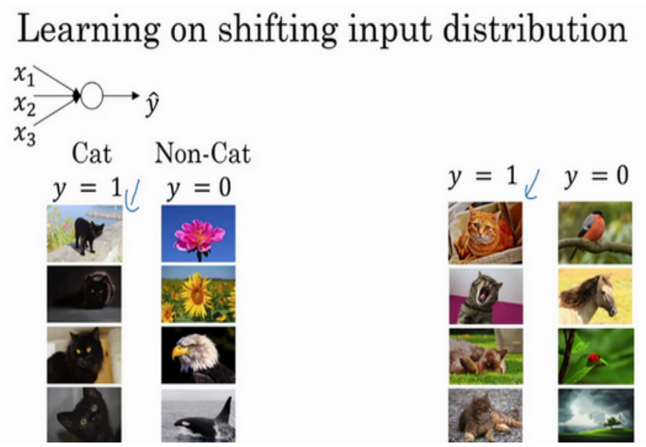


3.6 Batch Norm 为什么奏效？（Why does Batch Norm work?）

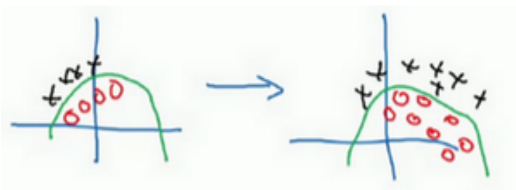
为什么 **Batch** 归一化会起作用呢？

一个原因是，你已经看到如何归一化输入特征值x，使其均值为 0，方差 1，它又是怎样加速学习的，有一些从 0 到 1 而不是从 1 到 1000 的特征值，通过归一化所有的输入特征值x，以获得类似范围的值，可以加速学习。所以 **Batch** 归一化起的作用的原因，直观的一点就是，它在做类似的工作，但不仅仅对于这里的输入值，还有隐藏单元的值，这只是 **Batch** 归一化作用的冰山一角，还有些深层的原理，它会有助于你对 **Batch** 归一化的作用有更深的理解，让我们一起来看看吧。

Batch 归一化有效的第二个原因是，它可以使权重比你的网络更滞后或更深层，比如，第 10 层的权重更能经受得住变化，相比于神经网络中前层的权重，比如第 1 层，为了解释我的意思，让我们来看看这个最生动形象的例子。

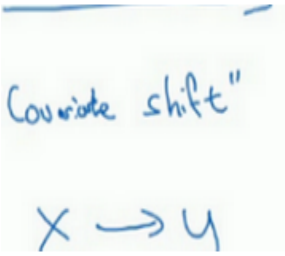


这是一个网络的训练，也许是个浅层网络，比如 **logistic** 回归或是一个神经网络，也许是个浅层网络，像这个回归函数。或一个深层网络，建立在我们著名的猫脸识别检测上，但假设你已经在所有黑猫的图像上训练了数据集，如果现在你要把此网络应用于有色猫，这种情况下，正面的例子不只是左边的黑猫，还有右边其它颜色的猫，那么你的 **cosfa** 可能适用的不会很好。

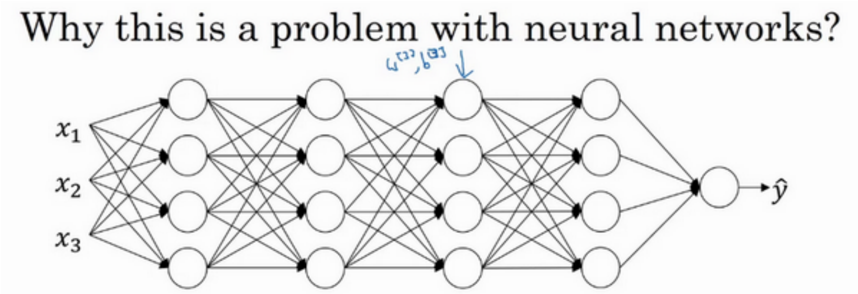


如果图像中，你的训练集是这个样子的，你的正面例子在这儿，反面例子在那儿（左图），但你试图把它们都统一于一个数据集，也许正面例子在这，反面例子在那儿（右图）。你也

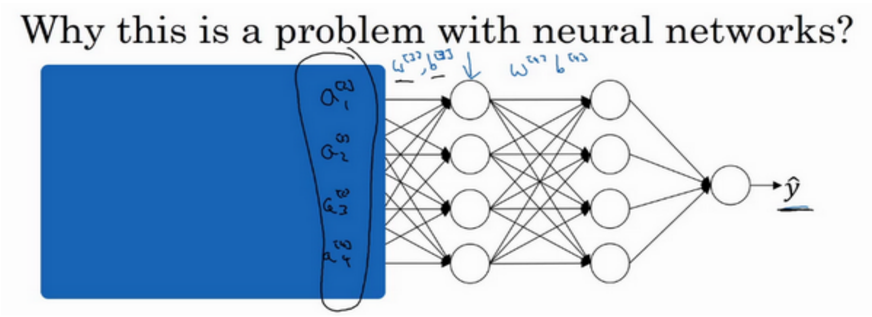
许无法期待，在左边训练得很好的模块，同样在右边也运行得很好，即使存在运行都很好的同一个函数，但你不会希望你的学习算法去发现绿色的决策边界，如果只看左边数据的话。



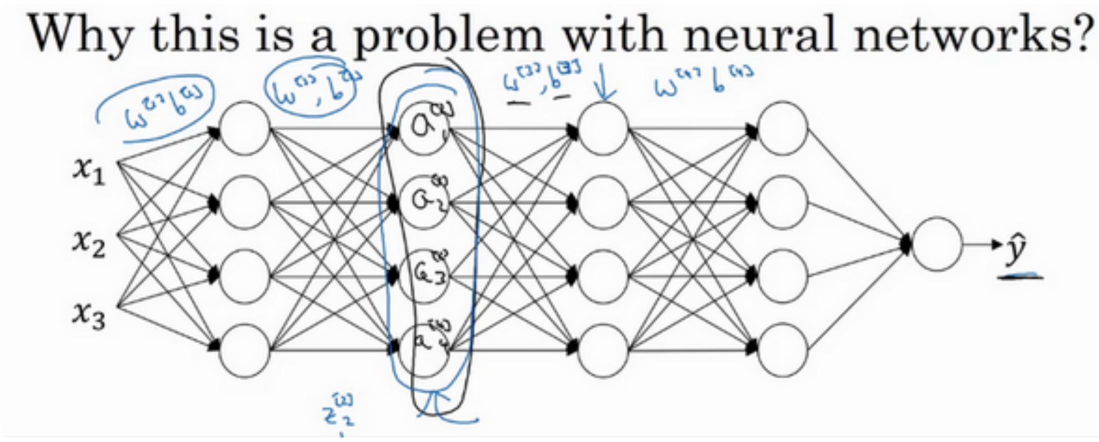
所以使你数据改变分布的这个想法，有个有点怪的名字“**Covariate shift**”，想法是这样的，如果你已经学习了x到y 的映射，如果x的分布改变了，那么你可能需要重新训练你的学习算法。这种做法同样适用于，如果真实函数由x到y 映射保持不变，正如此例中，因为真实函数是此图片是否是一只猫，训练你的函数的需要变得更加迫切，如果真实函数也改变，情况就更糟了。



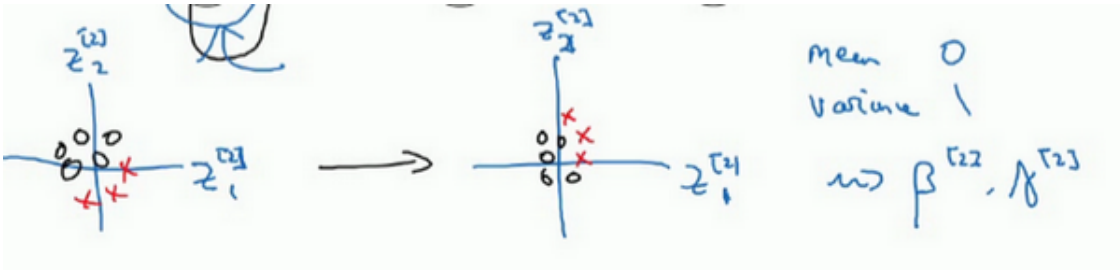
“**Covariate shift**”的问题怎么应用于神经网络呢？试想一个像这样的深度网络，让我们从这层（第三层）来看看学习过程。此网络已经学习了参数$w^{[3]}$和$b^{[3]}$，从第三隐藏层的角度来看，它从前层中取得一些值，接着它需要做些什么，使希望输出值$\hat{y}$接近真实值y。



让我先遮住左边的部分，从第三隐藏层的角度来看，它得到一些值，称为$a_1^{[2]}$，$a_2^{[2]}$，$a_3^{[2]}$，$a_4^{[2]}$，但这些值也可以是特征值x_1，x_2，x_3，x_4，第三层隐藏层的工作是找到一种方式，使这些值映射到$\hat{y}$，你可以想象做一些截断，所以这些参数$w^{[3]}$和$b^{[3]}$或$w^{[4]}$和$b^{[4]}$或$w^{[5]}$和$b^{[5]}$，也许是学习这些参数，所以网络做的不错，从左边我用黑色笔写的映射到输出值$\hat{y}$。

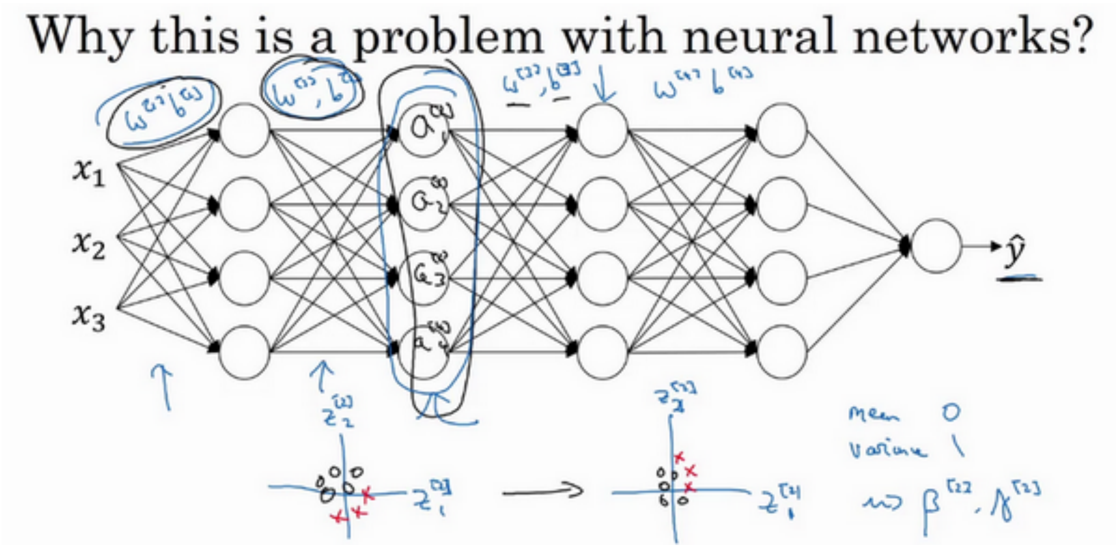


现在我们把网络的左边揭开，这个网络还有参数$w^{[2]}$，$b^{[2]}$和$w^{[1]}$，$b^{[1]}$，如果这些参数改变，这些$a^{[2]}$的值也会改变。所以从第三层隐藏层的角度来看，这些隐藏单元的值在不断地改变，所以它就有了“**Covariate shift**”的问题，上张幻灯片中我们讲过的。



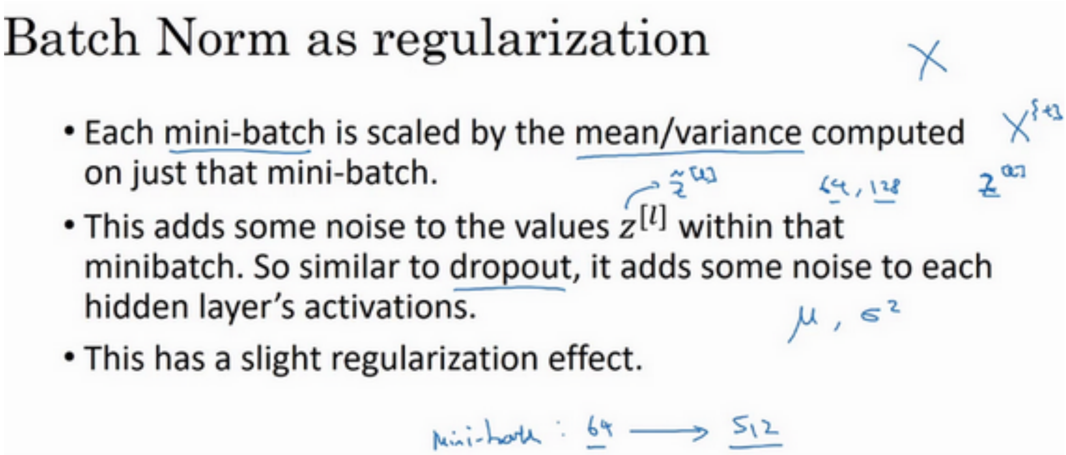
Batch 归一化做的，是它减少了这些隐藏值分布变化的数量。如果是绘制这些隐藏的单元值的分布，也许这是重整值z，这其实是$z_1^{[2]}$，$z_2^{[2]}$，我要绘制两个值而不是四个值，以便我们设想为 **2D**，**Batch** 归一化讲的是$z_1^{[2]}$，$z_2^{[2]}$的值可以改变，它们的确会改变，当神经网络在之前层中更新参数，**Batch** 归一化可以确保无论其怎样变化$z_1^{[2]}$，$z_2^{[2]}$的均值和方差保持不变，所以即使$z_1^{[2]}$，$z_2^{[2]}$的值改变，至少他们的均值和方差也会是均值 0，方差 1，或不一定必须是均值 0，方差 1，而是由$\beta^{[2]}$和$\gamma^{[2]}$决定的值。如果神经网络选择的话，可强制其为均值 0，方差 1，或其他任何均值和方差。但它做的是，**它限制了在前层的参数更新，会影响数值分布的程度，第三层看到的这种情况，因此得到学习。**

Batch 归一化减少了输入值改变的问题，它的确使这些值变得更稳定，神经网络的之后层就会有更坚实的基础。即使使输入分布改变了一些，它会改变得更少。它做的是当前层保持学习，当改变时，迫使后层适应的程度减小了，你可以这样想，它减弱了前层参数的作用与后层参数的作用之间的联系，它使得网络每层都可以自己学习，稍稍独立于其它层，这有助于加速整个网络的学习。



所以，希望这能带给你更好的直觉，重点是 **Batch** 归一化的意思是，尤其从神经网络后层之一的角度而言，前层不会左右移动的那么多，因为它们被同样的均值和方差所限制，所以，这会使得后层的学习工作变得更容易些。

Batch 归一化还有一个作用，它有轻微的正则化效果，**Batch** 归一化中非直观的一件事是，每个 **mini-batch**，我会说 **mini-batch**$X^{\{t\}}$的值为$z^{[t]}$，$z^{[l]}$，在 **mini-batch** 计算中，由均值和方差缩放的，因为在 **mini-batch** 上计算的均值和方差，而不是在整个数据集上，均值和方差有一些小的噪声，因为它只在你的 **mini-batch** 上计算，比如 64 或 128 或 256 或更大的训练例子。因为均值和方差有一点小噪音，因为它只是由一小部分数据估计得出的。缩放过程从$z^{[l]}$到$\tilde{z}^{[l]}$，过程也有一些噪音，因为它是用有些噪音的均值和方差计算得出的。



所以和 **dropout** 相似，它往每个隐藏层的激活值上增加了噪音，**dropout** 有增加噪音的方式，它使一个隐藏的单元，以一定的概率乘以 0，以一定的概率乘以 1，所以你的 **dropout** 含几重噪音，因为它乘以 0 或 1。

对比而言，**Batch** 归一化含几重噪音，因为标准偏差的缩放和减去均值带来的额外噪音。

这里的均值和标准差的估计值也是有噪音的，所以类似于 **dropout**，**Batch** 归一化有轻微的正则化效果，因为给隐藏单元添加了噪音，这迫使后部单元不过分依赖任何一个隐藏单元，类似于 **dropout**，它给隐藏层增加了噪音，因此有轻微的正则化效果。因为添加的噪音很微小，所以并不是巨大的正则化效果，你可以将 **Batch** 归一化和 **dropout** 一起使用，如果你想得到 **dropout** 更强大的正则化效果。

也许另一个轻微非直观的效果是，如果你应用了较大的 **mini-batch**，对，比如说，你用了 512 而不是 64，通过应用较大的 **min-batch**，你减少了噪音，因此减少了正则化效果，这是 **dropout** 的一个奇怪的性质，就是应用较大的 **mini-batch** 可以减少正则化效果。

说到这儿，我会把 **Batch** 归一化当成一种正则化，这确实不是其目的，但有时它会对你的算法有额外的期望效应或非期望效应。但是不要把 **Batch** 归一化当作正则化，把它当作将你归一化隐藏单元激活值并加速学习的方式，我认为正则化几乎是一个意想不到的副作用。

所以希望这能让你更理解 **Batch** 归一化的工作，在我们结束 **Batch** 归一化的讨论之前，我想确保你还知道一个细节。**Batch** 归一化一次只能处理一个 **mini-batch** 数据，它在 **mini-batch** 上计算均值和方差。所以测试时，你试图做出预测，试着评估神经网络，你也许没有 **mini-batch** 的例子，你也许一次只能进行一个简单的例子，所以测试时，你需要做一些不同的东西以确保你的预测有意义。

在下一个也就是最后一个 **Batch** 归一化视频中，让我们详细谈谈你需要注意的一些细节，来让你的神经网络应用 **Batch** 归一化来做出预测。

3.7 测试时的 Batch Norm（Batch Norm at test time）

Batch 归一化将你的数据以 **mini-batch** 的形式逐一处理，但在测试时，你可能需要对每个样本逐一处理，我们来看一下怎样调整你的网络来做到这一点。

$$\mu = \frac{1}{m}\sum_i z^{(i)}$$

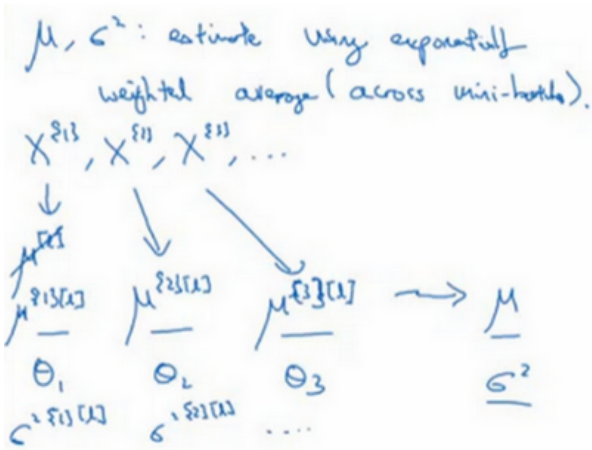
$$\sigma^2 = \frac{1}{m}\sum_i (z^{(i)}-\mu)^2$$

$$z_{\text{norm}}^{(i)} = \frac{z^{(i)}-\mu}{\sqrt{\sigma^2+\varepsilon}}$$

$$\tilde{z}^{(i)} = \gamma z_{\text{norm}}^{(i)} + \beta$$

回想一下，在训练时，这些就是用来执行 **Batch** 归一化的等式。在一个 **mini-batch** 中，你将 **mini-batch** 的$z^{(i)}$值求和，计算均值，所以这里你只把一个 **mini-batch** 中的样本都加起来，我用 m 来表示这个 **mini-batch** 中的样本数量，而不是整个训练集。然后计算方差，再算$z_{\text{norm}}^{(i)}$，即用均值和标准差来调整，加上ε是为了数值稳定性。$\tilde{z}$是用γ和β再次调整z_{norm}得到的。

请注意用于调节计算的μ和σ^2是在整个 **mini-batch** 上进行计算，但是在测试时，你可能不能将一个 **mini-batch** 中的 6428 或 2056 个样本同时处理，因此你需要用其它方式来得到μ和σ^2，而且如果你只有一个样本，一个样本的均值和方差没有意义。那么实际上，为了将你的神经网络运用于测试，就需要单独估算μ和σ^2，在典型的 **Batch** 归一化运用中，你需要用一个指数加权平均来估算，这个平均数涵盖了所有 **mini-batch**，接下来我会具体解释。



我们选择l层，假设我们有 **mini-batch**，$X^{[1]}$，$X^{[2]}$，$X^{[3]}$……以及对应的y值等等，那么在

为l层训练$X^{\{1\}}$时，你就得到了$\mu^{[l]}$，我还是把它写做第一个 **mini-batch** 和这一层的μ吧，（$\mu^{[l]} \rightarrow \mu^{\{1\}[l]}$）。当你训练第二个 **mini-batch**，在这一层和这个 **mini-batch** 中，你就会得到第二个μ（$\mu^{\{2\}[l]}$）值。然后在这一隐藏层的第三个 **mini-batch**，你得到了第三个μ（$\mu^{\{3\}[l]}$）值。正如我们之前用的指数加权平均来计算θ_1，θ_2，θ_3的均值，当时是试着计算当前气温的指数加权平均，你会这样来追踪你看到的这个均值向量的最新平均值，于是这个指数加权平均就成了你对这一隐藏层的z均值的估值。同样的，你可以用指数加权平均来追踪你在这一层的第一个 **mini-batch** 中所见的σ^2的值，以及第二个 **mini-batch** 中所见的σ^2的值等等。因此在用不同的 **mini-batch** 训练神经网络的同时，能够得到你所查看的每一层的μ和σ^2的平均数的实时数值。

$$z_{norm} = \frac{z-\mu}{\sqrt{\sigma^2+\varepsilon}} \qquad \tilde{z} = \gamma z_{norm} + \beta$$

最后在测试时，对应这个等式（$z_{\text{norm}}^{(i)} = \frac{z^{(i)}-\mu}{\sqrt{\sigma^2+\varepsilon}}$），你只需要用你的$z$值来计算$z_{\text{norm}}^{(i)}$，用$\mu$和$\sigma^2$的指数加权平均，用你手头的最新数值来做调整，然后你可以用左边我们刚算出来的z_{norm}和你在神经网络训练过程中得到的β和γ参数来计算你那个测试样本的$\tilde{z}$值。

总结一下就是，在训练时，μ和σ^2是在整个 **mini-batch** 上计算出来的包含了像是 64 或 28 或其它一定数量的样本，但在测试时，你可能需要逐一处理样本，方法是根据你的训练集估算μ和σ^2，估算的方式有很多种，理论上你可以在最终的网络中运行整个训练集来得到μ和σ^2，但在实际操作中，我们通常运用指数加权平均来追踪在训练过程中你看到的μ和σ^2的值。还可以用指数加权平均，有时也叫做流动平均来粗略估算μ和σ^2，然后在测试中使用μ和σ^2的值来进行你所需要的隐藏单元z值的调整。在实践中，不管你用什么方式估算μ和σ^2，这套过程都是比较稳健的，因此我不太会担心你具体的操作方式，而且如果你使用的是某种深度学习框架，通常会有默认的估算μ和σ^2的方式，应该一样会起到比较好的效果。但在实践中，任何合理的估算你的隐藏单元z值的均值和方差的方式，在测试中应该都会有效。

Batch 归一化就讲到这里，使用 **Batch** 归一化，你能够训练更深的网络，让你的学习算法运行速度更快，在结束这周的课程之前，我还想和你们分享一些关于深度学习框架的想法，让我们在下一段视频中一起讨论这个话题。