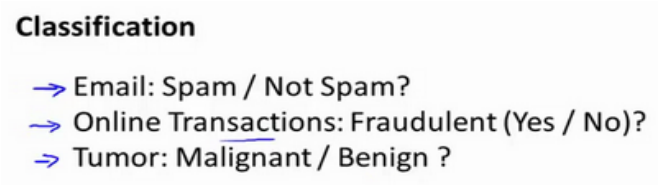
6.1 分类问题

参考文档: 6 - 1 - Classification (8 min).mkv

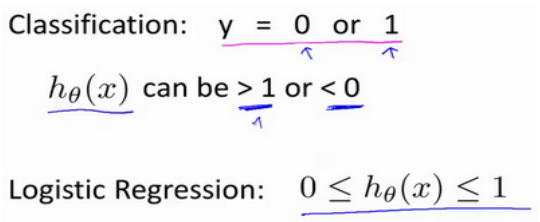
在分类问题中，你要预测的变量 y 是离散的值，我们将学习一种叫做逻辑回归 (**Logistic Regression**) 的算法，这是目前最流行使用最广泛的一种学习算法。

在分类问题中，我们尝试预测的是结果是否属于某一个类（例如正确或错误）。分类问题的例子有：判断一封电子邮件是否是垃圾邮件；判断一次金融交易是否是欺诈；之前我们也谈到了肿瘤分类问题的例子，区别一个肿瘤是恶性的还是良性的。



我们从二元的分类问题开始讨论。

我们将因变量(**dependent variable**)可能属于的两个类分别称为负向类（**negative class**）和正向类（**positive class**），则因变量 $y \in 0,1$ ，其中 0 表示负向类，1 表示正向类。



如果我们要用线性回归算法来解决一个分类问题，对于分类， y 取值为 0 或者 1，但如果你使用的是线性回归，那么假设函数的输出值可能远大于 1，或者远小于 0，即使所有训练样本的标签 y 都等于 0 或 1。尽管我们知道标签应该取值 0 或者 1，但是如果算法得到的值远大于 1 或者远小于 0 的话，就会感觉很奇怪。所以我们在接下来的要研究的算法就叫做逻辑回归算法，这个算法的性质是：它的输出值永远在 0 到 1 之间。

顺便说一下，逻辑回归算法是分类算法，我们将它作为分类算法使用。有时候可能因为这个算法的名字中出现了“回归”使你感到困惑，但逻辑回归算法实际上是一种分类算法，它适用于标签 y 取值离散的情况，如：1 0 0 1。

6.2 假说表示

参考视频: 6 - 2 - Hypothesis Representation (7 min).mkv

此前我们说过，希望我们的分类器的输出值在 0 和 1 之间，因此，我们希望想出一个满足某个性质的假设函数，这个性质是它的预测值要在 0 和 1 之间。

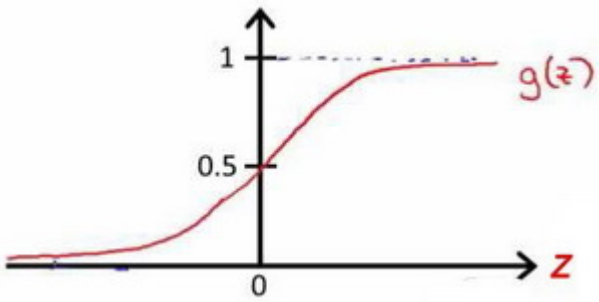
我们引入一个新的模型，逻辑回归，该模型的输出变量范围始终在 0 和 1 之间。 逻辑回归模型的假设是： $h_\theta(x) = g(\theta^T X)$

其中： X 代表特征向量 g 代表逻辑函数（**logistic function**)是一个常用的逻辑函数为 **S** 形函数（**Sigmoid function**），公式为： $g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$。

python 代码实现：

```
import numpy as np
def sigmoid(z):
   return 1 / (1 + np.exp(-z))
```

该函数的图像为：



合起来，我们得到逻辑回归模型的假设：

对模型的理解： $g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$。

$h_\theta(x)$的作用是，对于给定的输入变量，根据选择的参数计算输出变量=1 的可能性（**estimated probablity**）即$h_\theta(x) = P(y = 1|x; \theta)$

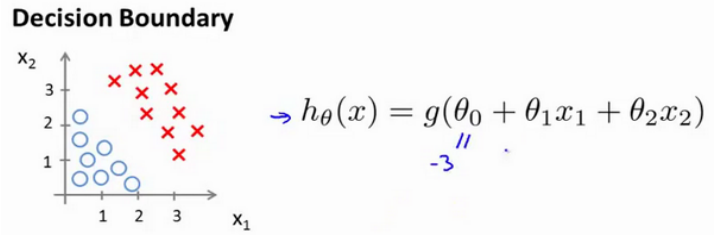
例如，如果对于给定的x，通过已经确定的参数计算得出$h_\theta(x) = 0.7$，则表示有 70%的几率y为正向类，相应地y为负向类的几率为 1-0.7=0.3。

6.3 判定边界

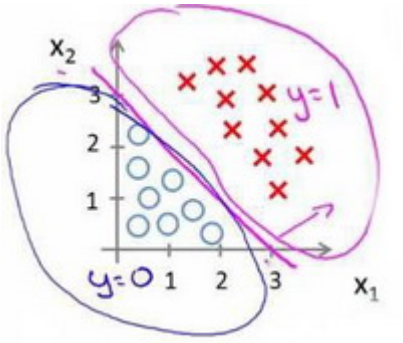
参考视频: 6 - 3 - Decision Boundary (15 min).mkv

现在讲下决策边界(**decision boundary**)的概念。这个概念能更好地帮助我们理解逻辑回归的假设函数在计算什么。

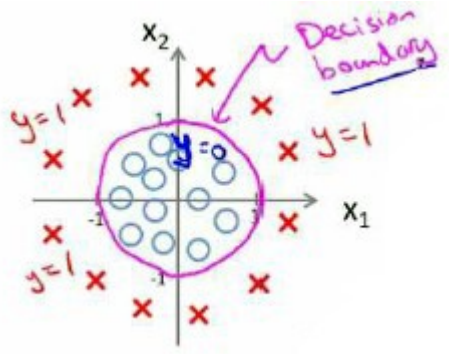
现在假设我们有一个模型：



并且参数θ 是向量[-3 1 1]。 则当$-3 + x_1 + x_2 \geq 0$，即$x_1 + x_2 \geq 3$时，模型将预测 $y = 1$。 我们可以绘制直线$x_1 + x_2 = 3$，这条线便是我们模型的分界线，将预测为 1 的区域和预测为 0 的区域分隔开。



假使我们的数据呈现这样的分布情况，怎样的模型才能适合呢？



因为需要用曲线才能分隔 $y=0$ 的区域和 $y=1$ 的区域，我们需要二次方特征：$h_\theta(x)=g(\theta_0+\theta_1x_1+\theta_2x_2+\theta_3x_1^2+\theta_4x_2^2)$是[-1 0 0 1 1]，则我们得到的判定边界恰好是圆点在原点且半径为 1 的圆形。

我们可以用非常复杂的模型来适应非常复杂形状的判定边界。