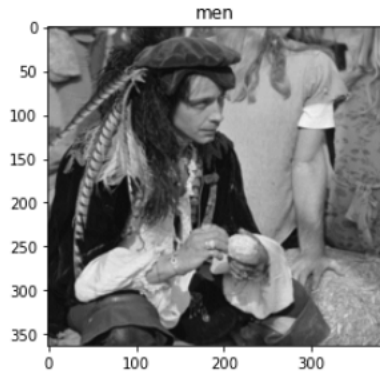


## Part 1 – 模糊边界提取

### 1. 读取 men.txt

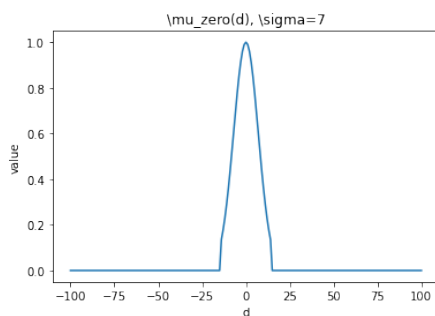
按行扫描读取即可，尺寸正确，显示如下：

(363, 381)



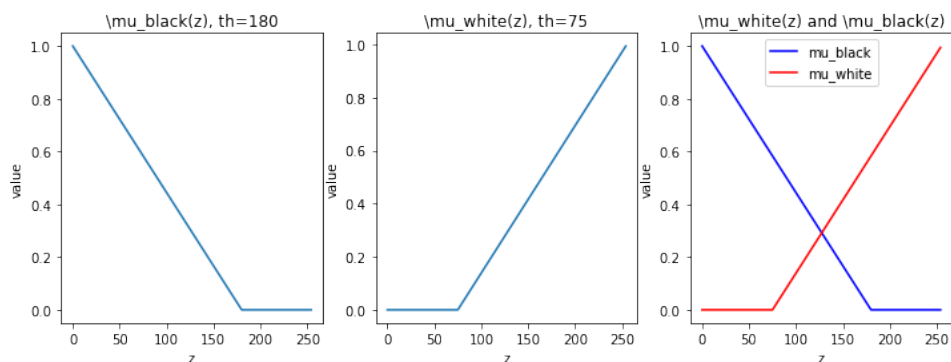
### 2. $\mu_{zero}(d)$ 的定义

按照所给公式计算即可，得到曲线：



### 3. $\mu_{black}(z)$ 、 $\mu_{white}(z)$ 的定义

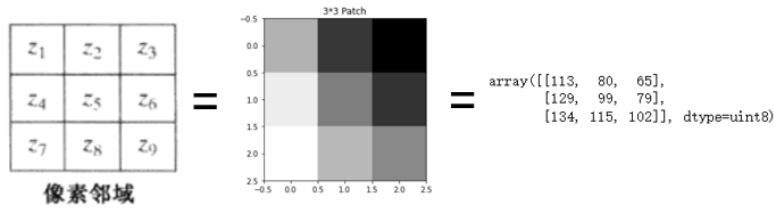
同样按照所给公式计算即可，得到曲线：



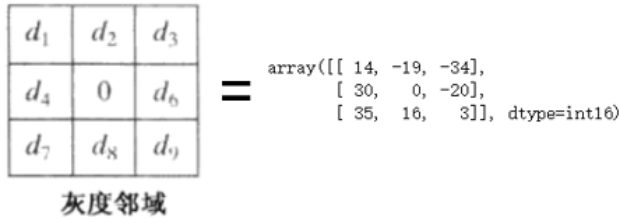
第三子图是将两条隶属度曲线画在一起的结果，可以看到中间部分形成了类似于软阈值的效果。

### 4. 模糊集操作

a) 考察第一个  $3 \times 3$  邻域如下：

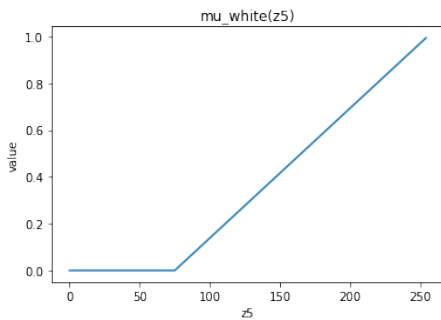


b) 考察像素差如下：

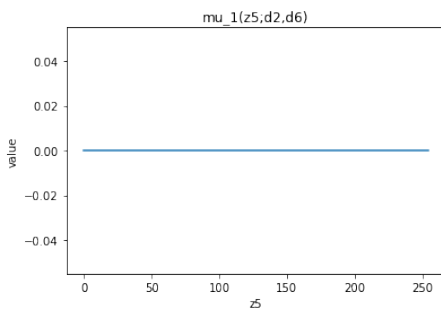


c) 程序求得  $\mu_{zero}(d_2) = 0$ 、 $\mu_{zero}(d_6) = 0$ ，验证正确，因为-19 和-20 的绝对值均超出  $2\sigma = 14$ 。

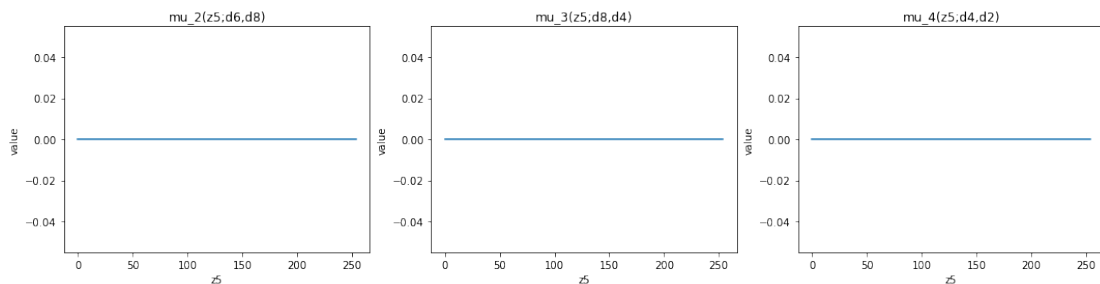
进一步，计算  $\mu_{white}(z_5)$ ，得到变化曲线如下：



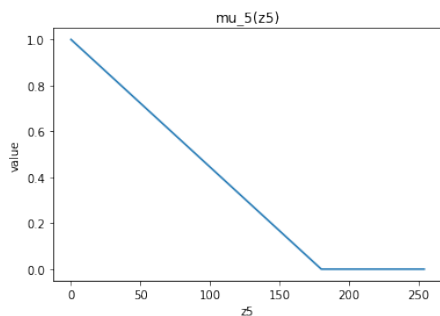
进一步求  $\mu_1(z_5; d_2, d_6) = \min(\mu_{zero}(d_2), \mu_{zero}(d_6), \mu_{white}(z_5))$  得到曲线如下：



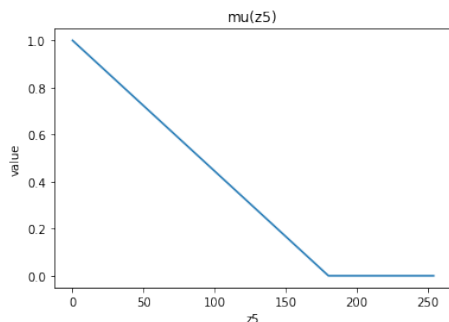
d) 同理得到  $\mu_2(z_5; d_6, d_8)$ ,  $\mu_3(z_5; d_8, d_4)$ ,  $\mu_4(z_5; d_4, d_2)$ :



e) 第五条规则曲线如下，与前文 3.步骤的结果相同



f) 总的隶属度函数  $\mu(z_5) = \max(\mu_1(z_5), \mu_2(z_5), \mu_3(z_5), \mu_4(z_5), \mu_5(z_5))$  曲线如下:



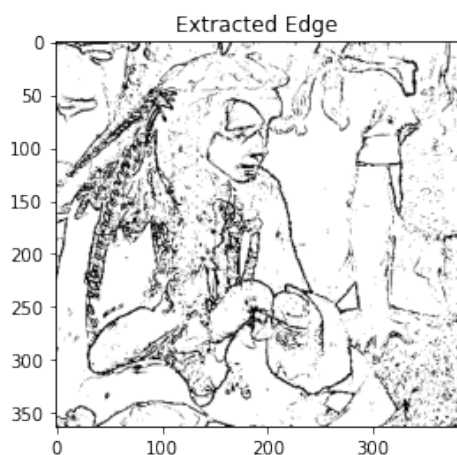
g) 使用重心规则来 defuzzify, 求  $z_5 = \frac{\sum_{z_5=0}^{255} z_5 \mu(z_5)}{\sum_{z_5=0}^{255} \mu(z_5)}$  后得到 59.67, 考虑到隶属度类似于概率分布的含义, 使用四舍五入来取整更合适, 得到 60。普遍地, 最终结果应四舍五入后裁剪到  $[0, 255]$  并转回 uint8 型。

## 5. 全图提取边界

将上述步骤整理为一个函数, 删去无用的中间输出部分, 从而可对每个像素(每个邻域)进行处理, 函数在 helper.py 的 fuzzyEdgeExtract3x3Py。

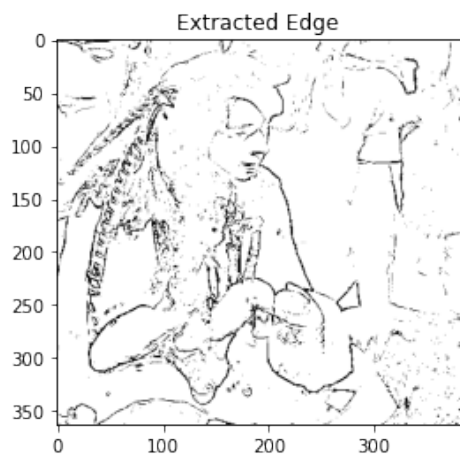
考虑到并行计算的可能性, 使用 CUDA 编写了 GPU 并行加速版的相应函数, 在 cuFuzzy.cu, 调用接口在 cuFuzzy.py 的 fuzzyEdgeExtract3x3。未加速版本运行时间 3 分 20 秒, CUDA 版本运行时间 0.03 秒, 加速约 6666 倍。

最终的边界提取结果如下:

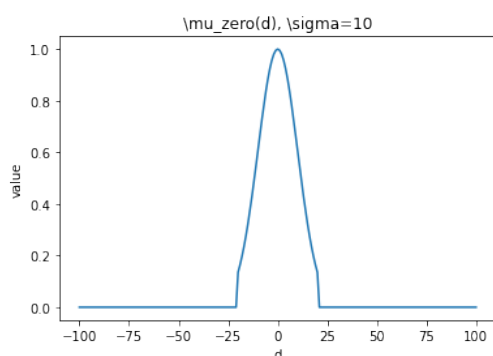


## 6. 调整 $\sigma = 10$ 后重复

前文使用  $\sigma = 7$ , 本节调整  $\sigma = 10$ , 其余步骤保持一致, 得到边界提取结果如下:



简要解释如下。此时关于“是不是 0”的隶属度函数 $\mu_{zero}(d)$ 曲线变为：



相比前文的曲线，钟形放宽了。这意味着专家知识中，“ $d_i$ 是 0 AND  $d_j$ 是 0”的四条规则更容易满足了，那么 $z_5$ 是白色的情况就变多了，反映到提取的边界中时就是黑色像素变少了。更进一步地解释，是“像素属于边界”的条件变得更严格了，即需要更大的差异 $d_i$ 才能满足 $2\sigma$ 的限定，所以提取到的边界更少了，留下的更多属于“很明显、很强”的边界。

```

IF  $d_2$  是 0 AND  $d_6$  是 0 THEN  $z_5$  是白色
IF  $d_6$  是 0 AND  $d_8$  是 0 THEN  $z_5$  是白色
IF  $d_8$  是 0 AND  $d_4$  是 0 THEN  $z_5$  是白色
IF  $d_4$  是 0 AND  $d_2$  是 0 THEN  $z_5$  是白色
ELSE  $z_5$  是黑色

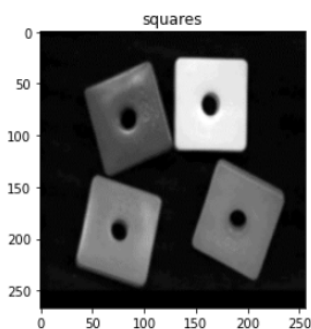
```

## Part 2 – 模糊阈值分割

### 1. 读取 squares.txt

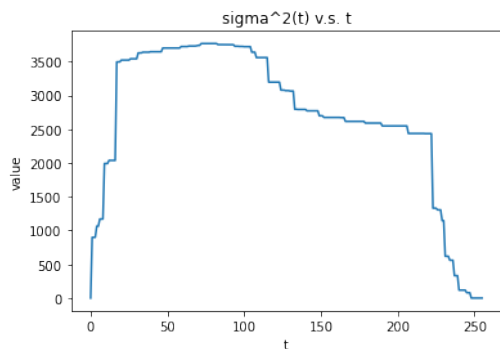
按行扫描读取即可，尺寸正确，显示如下：

(267, 256)

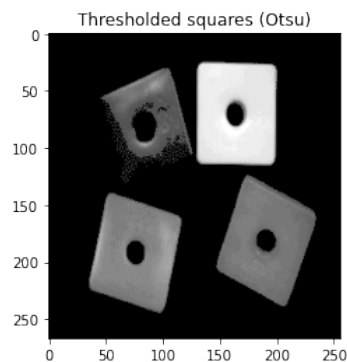


## 2. 直接 Otsu 阈值分割

按描述步骤实现 Otsu 阈值分割算法，求取 $\sigma^2(t)$ 的函数为 calcOtsuSigma2t，试验 0~255 阈值得到变化曲线如下：



取  $\arg\max$  位置对应灰度作为阈值，为 78。将 squares 小于阈值的像素全部置 0（黑），得到分割后结果图如下：

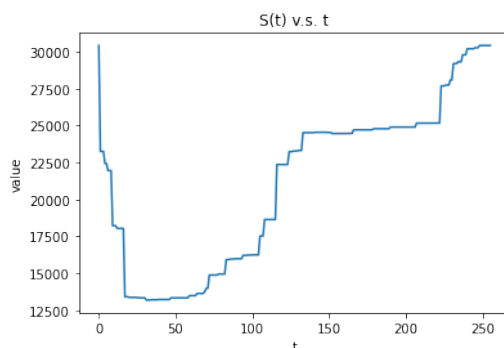


可以看到左上角的方块分割效果不好，出现残缺。

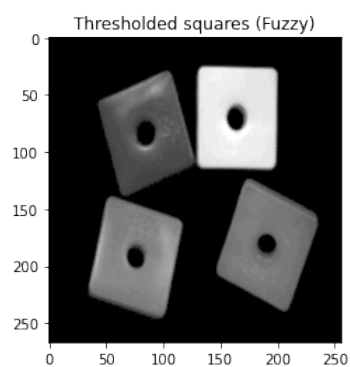
## 3. 模糊阈值分割

同样按描述步骤实现模糊阈值分割算法，求取全体像素熵和的函数为 calcFuzzyEntropy。注意到熵的公式 $S(X) = -\mu_X(X) \ln \mu_X(X) - (1 - \mu_X(X)) \ln(1 - \mu_X(X))$ 可能在数值上出现  $0 \log 0$  导致计算报错，由于  $0 \log 0 = 0$ ，只需让结果受前项支配，可在  $\log$  的操作数中加一小量解决问题。

得到熵和随阈值变化曲线如下：



按最小熵原则取  $\arg\min$  对应  $t$  为 31。同样将 squares 小于阈值的像素全部置 0（黑），得到分割后结果图如下：



可以看到左上角的方块分割效果变好了，没有残缺。