(1.)

Vremenska složenost: $O((n+b) \cdot \log_b k)$

n - broj elemenata koje treba sortirati

b - ~~[illegible]~~ broj elemenata baze

$\log_b k$ - broj iteracija (broj znamenki najvećeg broja)

Prostorna složenost $O(n+b)$

n - broj elemenata koje treba sortirati

b - broj elemenata baze

Radix Sort je spor u slučajevima kada treba sortirati veliki skup podataka i kada su elementi iz nekog velikog raspona.

pr.: 1 153 10007607 100958

(2.)

Vremenska složenost: $O(n+k)$

n - broj elemenata koje treba sortirati

k - max element + 1

Prostorna složenost $O(k)$

k - max element + 1

Counting Sort algoritam je spor, ako je k velik broj.

③

a) $T(n) = T(n-1) + n$ $\quad\quad O(n^2)$

pretpostavka:

$T(m) \leq c \cdot m^2$ za $m < n$

korak indukcije:

$T(n) = O(n^2) \Rightarrow \exists c > 0$ t.d. $T(n) \leq c \cdot n^2, \forall n \geq n_0$

$T(n) = T(n-1) + n \leq c \cdot (n-1)^2 + n$

$\leq c \cdot (n^2 - 2n + 1) + n$

$\leq cn^2 - 2cn + c + n \leq c \cdot n^2$

$-2cn + c + n \leq 0$ vrijedi $\forall c > 0; \forall n \geq 1$

$\Rightarrow T(n) = O(n^2)$

b) $T(n) = T(n-1) + T(n-2) + c$ $\quad\quad O(2^n)$

PI:

$T(m) \leq c \cdot 2^m$

$T(m+1) \leq c \cdot 2^{m+1}$ za $m < n$

KI:

$T(n) = O(2^n) \Rightarrow \exists c > 0$ t.d. $T(n) \leq c \cdot 2^n, \forall n \geq n_0$

$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + c \leq c \cdot 2^{n-1} + c \cdot 2^{n-2} + c$

$\leq c \cdot (2^{n-1} + 2^{n-2} + 1)$

$\leq c \cdot (2^{n-2}(2+1) + 1)$

$\leq 3c2^{n-2} + c \quad \leq c \cdot 2^n \; / : c$

$3 \cdot 2^{n-2} + 1 \leq 2^n$ vrijedi $\forall n \geq 2$

$\Rightarrow T(n) = O(2^n)$

c) $T(n) = T\left(\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil\right) + 1$ $\qquad$ $O(\log n)$

PI: $\quad T(m) \leq c \cdot \log m \quad$ za $\quad m < n$

KI: $\quad T(n) = O(\log n) \Rightarrow \exists c > 0$ t.d. $T(n) \leq c \cdot \log n, \ \forall n \geq n_0$

$$T(n) = T\left(\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil\right) + 1 \leq c \cdot \log \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1 \qquad m < \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \leq n$$

$$\leq c \cdot \log \frac{n}{2} + 1$$

$$\leq c \cdot (\log n - \log 2) + 1$$

$$\leq c \cdot \log n - \underbrace{c \log 2}_{\text{konstanta}} + 1$$

$$\leq c \log n + 1 \leq c \cdot \log n$$

za velike brojeve n, $+1$ ne stvara razliku

$$c \cdot \log n \leq c \cdot \log n$$

$\Rightarrow T(n) = O(\log n)$