

중간시험 해설

게임이론, 진화, 그리고 협력

2016년 가을

1 a

1. 다음 기사를 읽고 이어지는 물음에 답하라.

(동아일보 2013년 11월 22일자 기사의 일부)

(..) 하지만 23일부터는 정신을 바짝 차려야 한다. (...) 도로 진입·진출로에서 끼어들기를 하다 단속용 캠코더에 찍히면 꼼짝없이 과태료를 물게 되기 때문이다. 그동안은 꼬리물기를 해도 현장에서 경찰에게 직접 적발돼야 ‘범칙금’(3만~5만 원) 고지서를 받았다. 그러나 앞으로는 캠코더에 위반 장면이 찍히기만 해도 ‘과태료’(4만~6만 원) 납부 고지서가 집으로 발송된다. (...) 캠코더 단속으로 과태료 부과가 가능해졌다는 것은 꼬리물기나 끼어들기 같은 ‘얌체 운전’에 대해 단속이 강화된다는 의미다. (이하생략)



- (a) (10 points) 아래와 같은 상황을 보수표 (Payoff Table)로 표현하라 (문자를 사용할 것)

- 모든 차량은 질서를 지키거나 (O) 끼어들기 (I) 두 가지 행동 중 한 가지를 선택해야 한다.
- 차량은 총 두 대가 있다 (하지만 혼잡한 상황이라고 생각하자). 이 차량을 각각 차량1, 차량2라고 하자.
- 두 차량이 모두 질서를 지키면 각각 a 의 이득을 얻는다.
- 두 차량 한 대만 질서를 지키고 나머지 한 대는 끼어들 경우, 질서를 지킨 차량은 b , 끼어든 차량은 c 의 이득을 얻는다.
- 둘 다 끼어들려고 할 경우 각 차량은 d 의 이득을 얻는다.
- 위에서 언급한 단속제도는 아직 시행되지 않은 상태다.

(대안문제) 만일 위 문제를 풀지 못하겠다면 30점의 감점을 감수하고 이어지는 문제를 전부 죄수의 딜레마

게임으로 설정하고 풀어라. (이 경우 보수는 1, 2, 3, 4로 기술할 것.)

- 주의: 원래 문제는 죄수의 딜레마 게임과 같을 수도 있고, 다를 수도 있다.

1b

- (b) (10 points) $c > a > b > d$ 인 경우 위 표현한 보수표의 순수전략 내쉬균형이 존재한다면 구하라
(Hint1. 존재하지 않을 경우에는 존재하지 않는다고 명시하면 충분함 Hint2. 이 문제 이후의 문제들은
문자로 직접 풀지 말고 크기 순으로 문자들에 4, 3, 2, 1을 대입하라.)

1a,b

(대안문제) 만일 위 문제를 풀지 못하겠다면 30점의 감점을 감수하고 이어지는 문제를 전부 죄수의 딜레마 게임으로 설정하고 풀어라. (이 경우 보수는 1, 2, 3, 4로 기술할 것.)

- 주의: 원래 문제는 죄수의 딜레마 게임과 같을 수도 있고, 다를 수도 있다.

		차량 2	
		O	I
차량 1	O	(a, a)	(b, c)
	I	(c, b)	(d, d)

임영록

10

(b) (10 points) $c > a > b > d$ 인 경우 위 표현한 보수표의 순수전략 내쉬균형이 존재한다면 구하라

(Hint1. 존재하지 않을 경우에는 존재하지 않는다고 명시하면 충분함 Hint2. 이 문제 이후의 문제들은 문자로 직접 풀지 말고 크기 순으로 문자들에 4, 3, 2, 1을 대입하라.)

		차량 2	
		O	I
차량 1	O	(3, 3)	(2, 4)
	I	(4, 2)	(1, 1)

■ 순수전략 내쉬균형 존재 여부 : 존재함. ($\Rightarrow H$)

■ 순수전략 내쉬균형의 총
 $(O, I), (I, O)$

1c

(c) (10 points) 위 게임에서 혼합전략 내쉬균형이 존재한다면 구하라.

GEE1106S01

10

(c) (10 points) 위 게임에서 혼합전략 내쉬균형이 존재한다면 구하라.

	차량 2		q	$1-q$
	차량 1	0		
4	3	2	1	p
	0	$3, 3$	$2, 4$	
	$1-p$	1	$4, 2$	$1, 1$

p, q 는 확률이니까.

조남운

$$0 \leq p, q \leq 1$$

$$\begin{aligned}\pi(p) &= 3pq + 2p(1-q) + 4q(1-p) + (1-p)(1-q) \\ &= 3pq + 2p - 2pq + 4q - 4pq + 1 - q - p + pq \\ &= p(-2q+1) + 3q + 1 \quad (\text{p에 대해 정비한 식})\end{aligned}$$

$$\textcircled{1} -2q+1 > 0 \rightarrow p = 1$$

$$\textcircled{2} -2q+1 = 0 \rightarrow 0 \leq p \leq 1$$

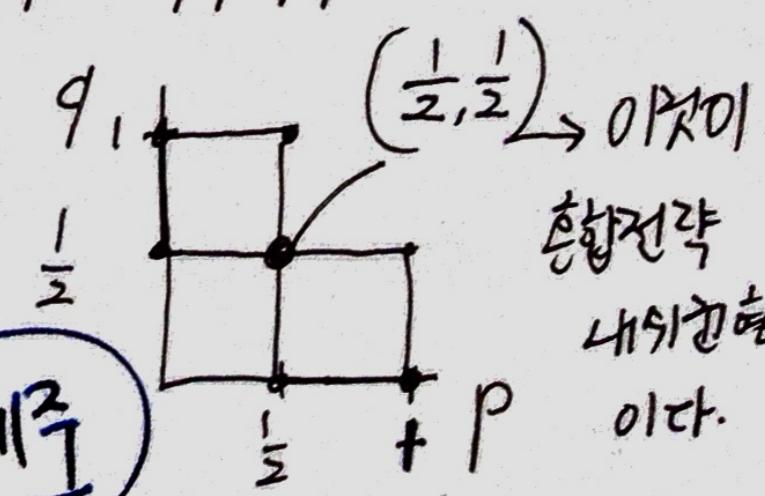
$$\textcircled{3} -2q+1 < 0 \rightarrow p = 0$$

$$\begin{aligned}\pi(q) &= 3pq + 4p(1-q) + 2q(1-p) + (1-p)(1-q) \\ &= 3pq - 4pq + 4p + 2q - 2pq + 1 - q - p + pq \\ &= q(-2p+1) + 3p + 1\end{aligned}$$

$$\textcircled{1} -2p+1 > 0 \rightarrow q = 1$$

$$\textcircled{2} -2p+1 = 0 \rightarrow 0 \leq q \leq 1$$

$$\textcircled{3} -2p+1 < 0 \rightarrow q = 0$$



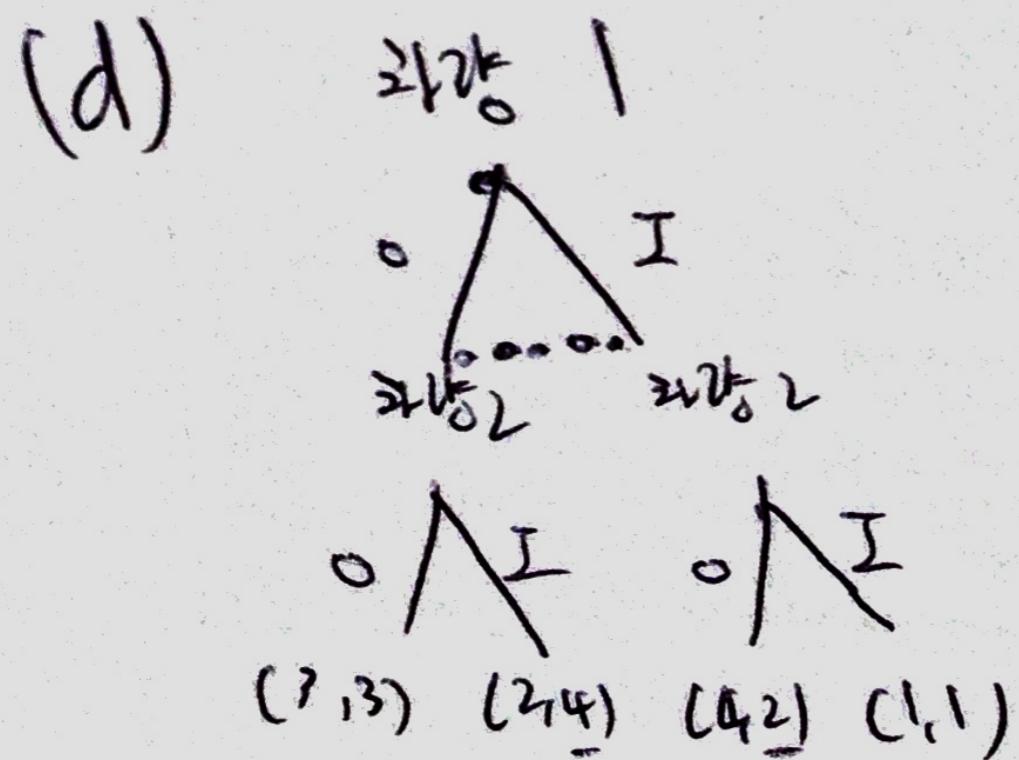
1d

- (d) (10 points) 위 게임을 전개형 게임으로 표현하고 부분게임완전균형 (SPE: Subgame Perfect Equilibrium)이 있는지 검토하라

1d

- 엄밀하게는 이 경우 부분게임은 게임 전체이므로 SPE는 내쉬 균형과 같다
- 하지만 수업에서는 이에 대해 명확히 설명하지 않았으므로 정보집합이 정확하게 기술되어 있고, 역진귀납을 할 수 없으므로 SPE가 존재하지 않는다는 기술도 정답으로 보았다.

1d



~~(2,4)~~, 表
 $(0, I), (I, 0)$

$2\bar{1}\bar{5}1\bar{3}$

1e

- (e) (10 points) 현실에서 가장 흔한 경우는 대다수가 질서를 지키고 있지만, 언제나 끼어드는 소수의 운전자가 있는 상태라고 한다면, 위에서 구한 내쉬 균형이 이러한 현상을 잘 설명한다고 할 수 있는지, 아니라면 왜 아닐지 검토하라 (Hint: 2인 게임의 문제를 n 명 일때의 게임으로 확장하여 생각할 것. 다양한 옳은 답들이 존재할 수 있다. 추가적으로 필요한 가정이 있다면 내용중에 명시할 것.)

1e

- n명 게임이므로 2인게임에서는 고려될 수 없는 상황들이 존재함
- 이 게임을 정확하게 이해하고 n명 게임의 상태를 얼마나 잘 고찰했는가에 따라 결론과 관계 없이 점수를 부여함.

1e

아니라면 왜 아닐지 검토하라 (Hint: 2인 게임의 문제를 n 명 일때의 게임으로 확장하여 생각할 것.
다양한 옳은 답들이 존재할 수 있다. 추가적으로 필요한 가정이 있다면 내용중에 명시할 것.)

10

소통호

순자체게임 또는 관찰과 행동하는것이 아니므로,
합리적이라면 혼합전략을 사용하는 내부균형이 가장 적적이다.
언제나 끼어드는 소수의 유전자가 있을 확률이 양의 확률이기 때문에.

* 유한한 선수가 전략화해서는 언제나 NE 존재함!

2a

2. 이제 이러한 상황에서 과태료 x 를 부과하는 상황을 검토해보자.
 - (a) (10 points) 끼어들 경우 50%의 확률로 적발된다. 위 보수표에 이러한 끼어드는 상황을 반영하라.
(Hint: 이때의 편익 감소분은 적발 확률과 과태료의 곱으로 계산하면 된다.)

2a

- I전략을 구사한 경우의 보수에 대해서 $-1/2^*x$ 가 들어가야 함
- (I,I) 전략에 과태료를 반영하지 않은 경우: -3

2a

10

이영호

Page 3

과대를 반영.		차량 2.	
		0	I
차 량 1	0	(3, 3)	$(2, 4 - \frac{1}{2}x)$
	I	$(4 - \frac{1}{2}x, 2)$	$(1 - \frac{1}{2}x, 1 - \frac{1}{2}x)$

2b

(b) (10 points) 내쉬균형이 변동하게 되는 x 가 존재하는지 검토하고, 존재한다면 얼마인지 검토하라.

2b

- 엄밀히는 x 가 2보다 같거나 클 경우이지만
- x 가 2보다 큰 경우만 기술했어도 감점하진 않음
- 일반식을 구하지 않고 균형이 변동하는 특수한 경우에 대해서 기술한 경우: -4

2b

(b) (10 points) 내쉬균형이 변동하게 되는 x 가 존재하는지 검토하고, 존재한다면 얼마인지 검토하라.

조남운

		player 2	0	I
		player 1	0	
I		0	3, 3	2, 4 - 0.5x
0	I	4 - 0.5x, 2	1 - 0.5x, 1 - 0.5x	

배수82

$$3 \geq 4 - 0.5x$$

$$0.5x \geq 1$$

$$3 > 4 - 0.5x$$

$$0.5x > 1$$

* $x = 2$ 이면 내쉬균형이 3개가 생긴다.

↳ $(\text{player 1}, \text{player 2}) = \{(0, 0), (0, I), (I, 0)\}$

* $x > 2$ 이면 내쉬균형이 한개만 생긴다.

↳ $(\text{player 1}, \text{player 2}) = \{(0, 0)\}$

3a

3. 이제 차량1이 먼저 행동을 취하면 차량2가 행동을 취하는 상황을 검토해보자. (과태료 없는 상황)
 - (a) (10 points) 이 상황을 전개형 게임으로 표현하고 부분완전균형 (SPE)이 존재한다면 표시하라.

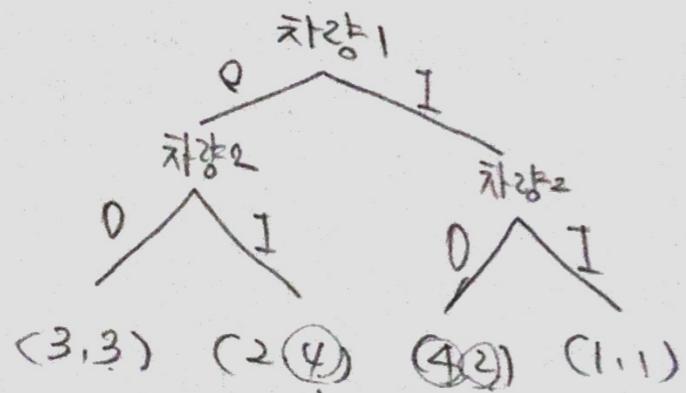
3a

- 2번에서 구한 잘못된 전개형 게임으로 문제를 풀었다 할지
라도 SPE만 정확하게 찾을 수 있는지에 따라 평가함.

3a

3. 이제 차량1이 먼저 행동을 취하면 차량2가 행동을 취하는 상황을 검토해보자. (과태료 없는 상황),
(a) (10 points) 이 상황을 전개형 게임으로 표현하고 부분완전균형 (SPE) 이 존재한다면 표시하라.

10



차량2는 (2,4), (4,2) 선택.

→ 차량1은 (4,2) 선택

SPE는 차량1이 끌어들고
차량2가 질서지키는 경우.

한국인

3b

(b) (10 points) 위 순차적인 전개형 게임을 다시 정규형 게임의 보수표로 표현하라

3b

(b) (10 points) 위 순차적인 전개형 게임을 다시 정규형 게임의 보수표로 표현하라

10

차량 1의 전략 : 0, I

차량 2의 전략 : 00, 0I, IO, II

		차량2	00	0I	IO	II
차량1	0	(3,3)	(3,3)	(2,4)	(2,4)	
	I	(4,2)	(1,1)	(4,2)	(1,1)	

100

3c

(c) (10 points) 위 게임의 순수전략 내쉬균형이 존재한다면 찾아라

3c

- 오류 여부와 무관하게 3b의 보수표에 의거하여 평가.

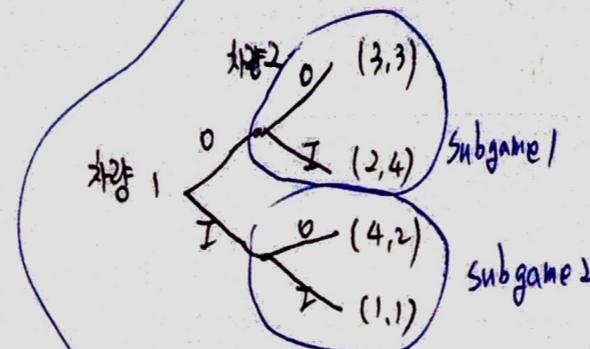
3C

(c) (10 points) 위 게임의 순수전략 내쉬균형이 존재한다면 찾아라

		차량1	차량2	00	0I	I0	II
		차량1		00	0I	I0	II
차량2	0		(3,3)	(3,3)	(2,4)	(2,4)	
	I		(4,2)	(1,1)	(4,2)	(1,1)	

순수전략 내쉬균형은 $(0, II), (I, 00), (I, I0)$ 이다.

이 중 부분만전균형은 언제나 대해서는 각 subgame에서의 전략도 최적일어야 한다.



Page 4

라고 할 때 $(0, II)$ 는 subgame 2에서 최적전략이 아니고

$(I, 00)$ 는 subgame 1에서 최적전략이 아니다.

$(I, I0)$ 는 각 subgame에서 최적전략을 취하고 있으므로 SPE이다.

3d

- (d) (10 points) 현실에서 가장 흔한 경우는 대다수가 질서를 지키고 있지만, 언제나 끼어드는 소수의 운전자가 있는 상태라고 한다면, 여기에서 검토한 순차게임에서의 균형이 이러한 현상을 잘 설명한다고 할 수 있는지, 아니라면 왜 아닐지 검토하라 (Hint: 역시 n 명의 게임으로 확장하여 생각할 것. 다양한 옳은 답들이 존재할 수 있다.)

3d

있다.)

선도자인

1) 순차게임에서 차량 1은 자신의 최적전략이 I임을 안다.

왜냐하면 차량 1이 I를 할 때 다른 차량의 I를 하겠어는 힘든

차량 1이

강제로

신방성 없는 전략이고 차를 하는 것이 좋으니 때문이다.

2) 차량 1이 먼저 I를 선택한 순간 나머지 차량들의 행동은 O가 된다. 이이 다른 차량이 기어들기를 한 순간부터 I와 O는 번갈아 가기 때문이다.

3) 따라서 먼저 I를 할 선도자 위에 다른 차량은 O를 할 것이라는 경우 균형이 달라지는 과태료 x 가 존재하는지 검토하고 존재한다면 순차게임 균형은

Subgame 1

현실을 잘 설명해~.

이후 정규형 게임의 보수포로 진화시켜

3e

- (e) (10 points) 과태료를 부과하는 경우 균형이 달라지는 과태료 x 가 존재하는지 검토하고 존재한다면 얼마인지 구하라.

3e

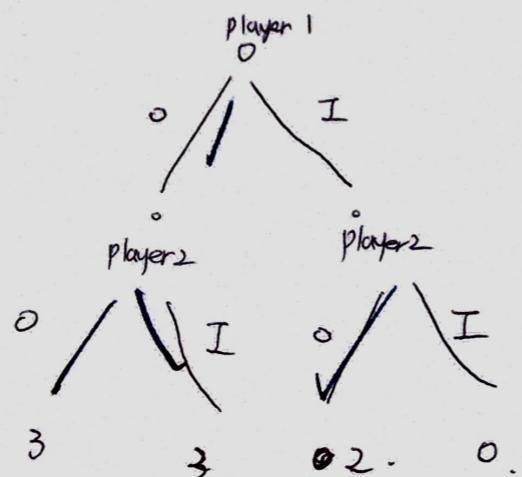
- 균형이 어떻게 변동하는지도 기술해야 함.

3e

(e) (10 points) 과태료를 부과하는 경우 균형이 달라지는 과태료 x 가 존재하는지 검토하고 존재한다면 얼마인지 구하라.

10

		차량 2	
		0	I
차량 1	0	(3, 3)	$(2, 4 - \frac{1}{2}x)$
	I	$(4 - \frac{1}{2}x, 2)$	$(1 - \frac{1}{2}x, \frac{1}{2}x)$



0 | 연하

* x 가 2 이면 균형이 ~~없다~~.
바로기 보다는 균형이 하나 더 늘어난다.
최종승자임의 차원으로 볼 때.
player 1이 "0"을 선택할 것을 주
player 2가 얻을 수 있는 이익이
"0"이든 "I"이든지를 풀풀하고 같으므로
 $(3, 3)$ ($3, 3$) 가 균형이며,
 $(0, 0)$ ($0, I$)

player 1이 "I"를 선택할 것을 주
player 2는 "0"을 선택할 것인가로
 $(3, 2)$ 가 균형이 된다.

* 2 이상이면. ~~선택할~~
" ~~선택할~~ 양 player는
I를 선택할을 빼 얻을 수 있는 이익이
"0"을 선택할을 빼 얻을 수 있는 이익보다
~~더~~ 낮기 때문에 ~~선택할~~.

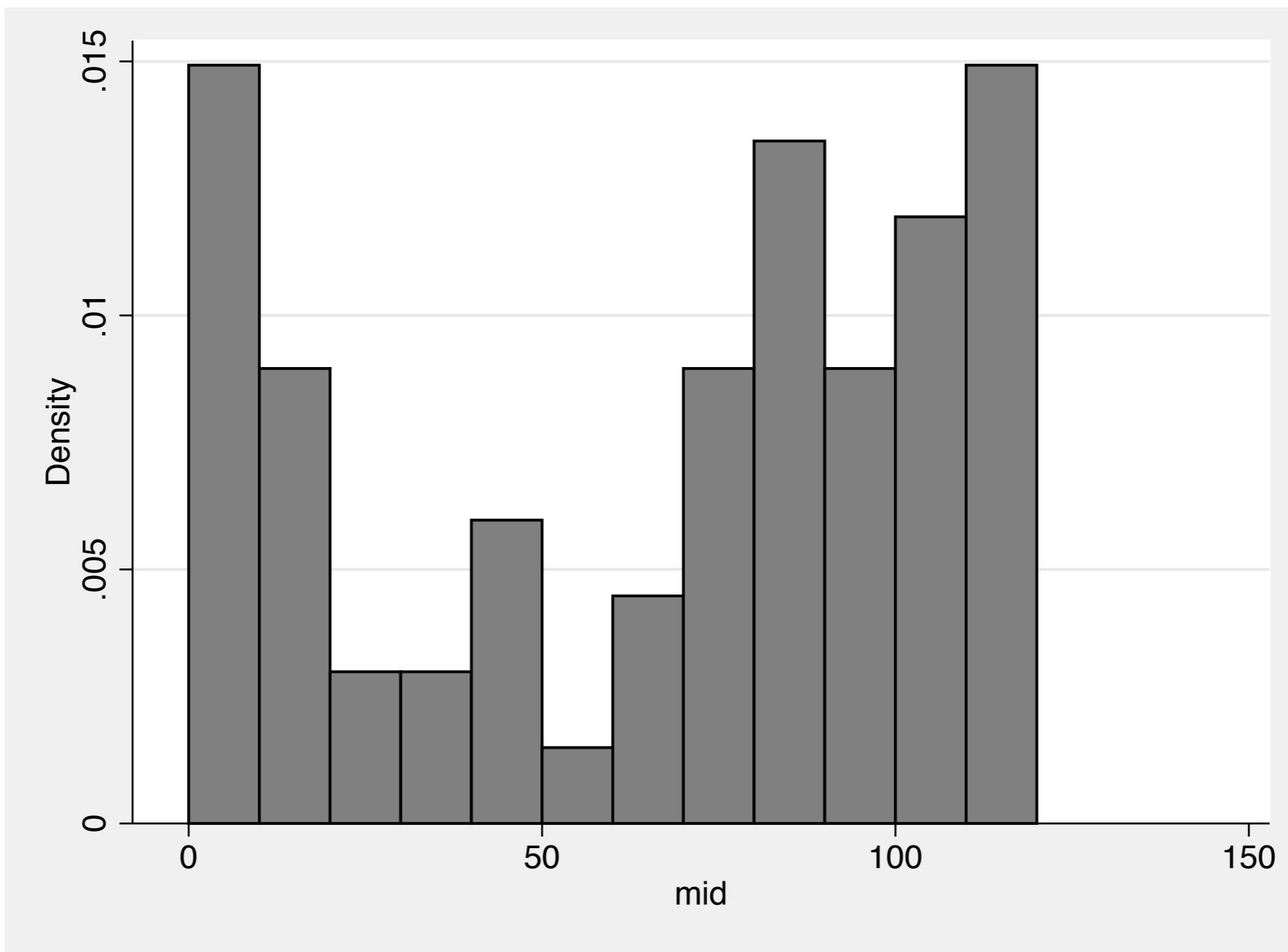
$(0, 0) = (3, 3)$ 으로 이동한다.

기초통계

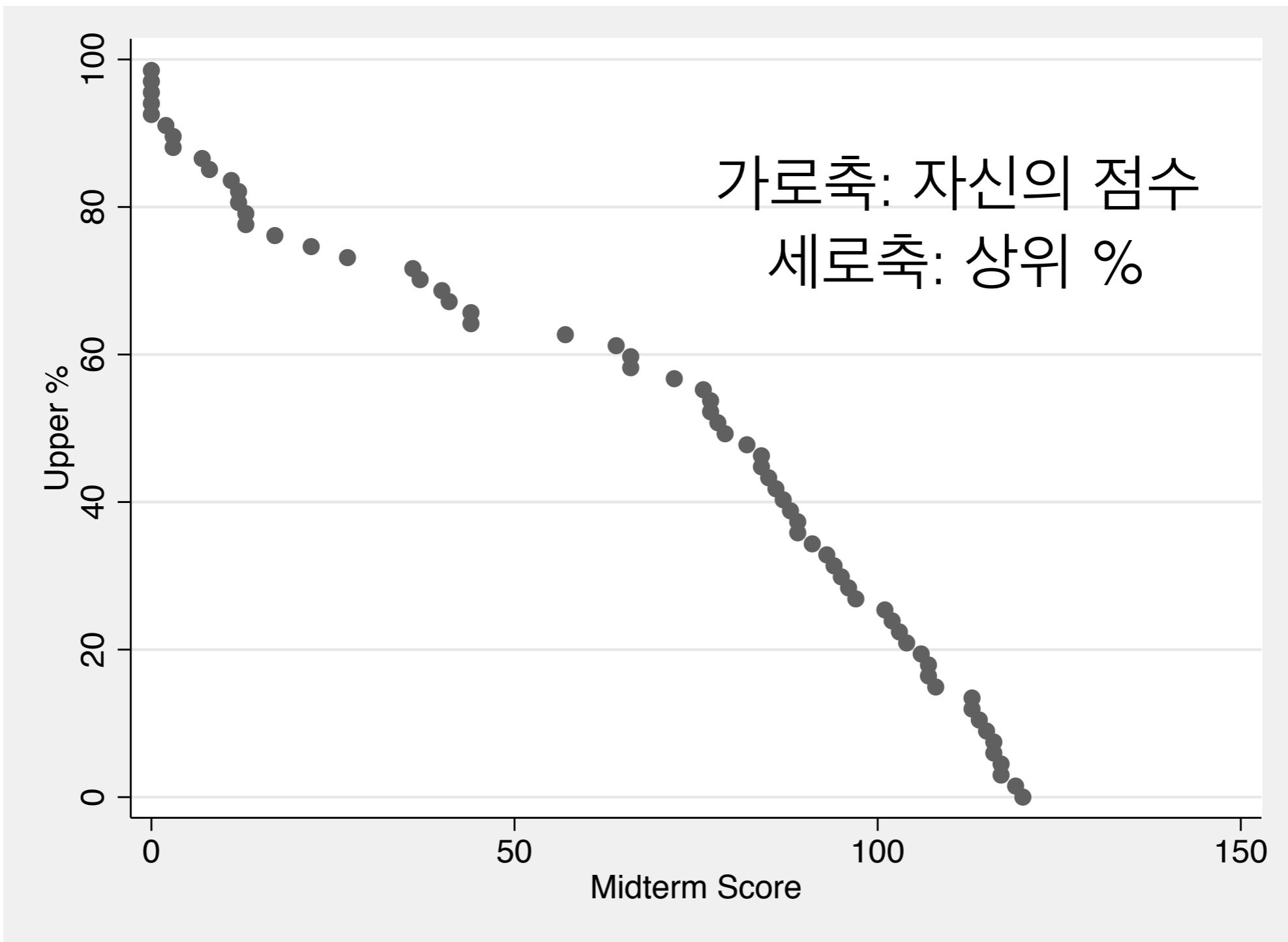
Basic Statistics

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
mid	67	66.29851	41.07828	0	120

Distribution



Upper %



Rescue Program

- 대상: 중간시험 평균 (66) 이하 받은 학생
- 자신의 기말점수* 0.66 을 중간시험으로 대체할 것임
- 자동반영

