

중간시험 해설

경희대 게임이론, 진화, 그리고 협력
2017년 가을

목차

- 시험지 배포
- 시험문제 해설
- 기초통계 확인
- 구제제도
- 시험지 회수

1. 두 사람(A,B)이 하는 가위바위보 게임을 검토하고자 한다. 모두들 알고 있겠지만 게임의 규칙은 다음과 같다.

- 두 사람은 동시에 <가위>, <바위>, <보> 중 하나를 낸다.
- <가위>는 <보>를 이긴다.
- <보>는 <바위>를 이긴다.
- <바위>는 <가위>를 이긴다.
- 서로 동일한 것을 냈을 때에는 비긴다.
- 보상은 이겼을 때 1, 비겼을 때 0, 졌을 때 -1 이다.
- 게임의 규칙은 모든 참가자들의 공통지식 (common knowledge)이다.

이어지는 물음들에 답하라.

1a (작성: 안병권)

- (a) (10 points) 게임 참가자들은 누구인가? (Hint: 무척 쉬운 문제이다!)

Player A, Player B

1b

(b) (10 points) 위에서 답한 각 참가자들의 행동들을 참가자별로 열거하라. (Hint: 역시 무척 쉬운 문제이다!)

Player A의 Action = {가위, 바위, 보}

Player B의 Action = {가위, 바위, 보}

1C

- (c) (10 points) 만일 A가 <가위>를 내고 B가 <보>를 냈다면 A, B가 얻게 될 보수를 ”(A의 보수, B의 보수)”의 형태로 기술하라.

A의 보수 , B의 보수
 $(1, -1)$

1d

(d) (10 points) 이제 보수표를 만들고자 한다. 보수표에는 누구의 어떤 행동인지가 명시적으로 기술되어 있어야 한다. 앞에서의 정보를 바탕으로 보수표를 만들라 (Hint: 아래 표의 내용을 채우면 될 것이다.)

A B	가위 $\frac{1}{10}$	바위 $\frac{4}{10}$	보 $\frac{4}{10}$
가위 P	0, 0	-1, 1	1, -1
바위 Q	1, -1	0, 0	-1, 1
보 1-p-q	-1, 1	1, -1	0, 0

1e

(e) (10 points) 강우월전략균형에 대해 간단히 설명하고 그러한 균형이 존재하는지 검토하라.

- 강우월전략 설명: 5
- 존재성 검토: 5

작성: 안병권

먼저 강우율전략이란 상대방의 선택에 상관없이 항상 더 많은 payoff를 주는 선택이며, 강우율전략균형은 Player들의 강우율전략으로 나타나는 균형이다.
이 게임에서는 어떠한 전략도 강우율전략이 될 수 없기 때문에, 강우율전략균형은 존재하지 않는다.

1f

(f) (10 points) 순수전략 내쉬균형에 대해 간단히 설명하고 그러한 균형이 존재하는지 검토하라.

- 순수전략 내쉬균형에 대한 설명: 5
- 존재성 검토: 5
 - “검토” 이므로 존재 여부만 단답식으로 적을 경우 감점 있음 (2-3)
 - 단, 전 문제(1d)의 보수표에 최적 대응이 표시되어 있는 경우 검토한 것으로 간주함.

1g

- (g) (10 points) 만일 B가 <가위>, <바위>, <보>를 각각 50%, 10%, 40%의 확률로 내는 사람이라는 것을 A가 알고 있다면 (B는 그에 상관 없이 위와 같은 행동을 한다.) A의 최적 전략은 무엇일지 도출해보라. (수식에 의거하여 엄밀하게 도출할 경우 보너스 추가 10점 부여. Hint: 세 행동을 구사할 확률을 각각 p , q , $1 - p - q$ 으로 두고 기대보상을 가장 높일 수 있는 전략을 계산해보기)

1g

- A의 기대수익 $0.7p + 0.5q - 0.6$ 까지 도출한 경우: 7점 부여
 - 행동별 기대수익을 도출한 경우: 5점부여
- 이 경우 가능한 모든 집합에서 기대수익을 가장 높일 수 있는 경우는 $p=1, q=0$ 인 경우임. 즉, 무조건 가위를 내는 것임 (바위의 경우 보에 질 확률을 감안하면 최적이 아님)
 - 수식 없이 위 결론을 도출할 경우: 10
 - 기대수익식으로부터 도출한 경우: 20
 - 설명 없이 순수전략을 전제한 경우 10점 부여
- 설명이 부족할 경우 감점 있음.
- 일반내쉬균형을 구한 경우 3점 부여

1g

(g) (10 points) 만일 B가 <가위>, <바위>, <보>를 각각 50%, 10%, 40%의 확률로 내는 사람이라는 것을 A가 알고 있다면 (B는 그에 상관 없이 위와 같은 행동을 한다.) A의 최적 전략은 무엇일지 도출해보라. (수식에 의거하여 엄밀하게 도출할 경우 보너스 추가 10점 부여. Hint: 세 행동을 구사할 확률을 각각 $p, q, 1-p-q$ 으로 두고 기대보상을 가장 높일 수 있는 전략을 계산해보기)

$$P: \text{가위}, Q: \text{바위}, 1-P-Q: \text{보}$$

공명국

20

$$\text{기대보상: } 0.5(1-P+Q) + 0.1(-P+1-P-Q) + 0.4(P-Q)$$

$$0.5(P+2Q-1) + 0.1(-2P-Q+1) + 0.4(P-Q)$$

$$0.5P - 0.2P + 0.4P + Q - 0.1Q - 0.4Q = 0.5 + 0.1$$

$$0.7P + 0.5Q - 0.4$$

($P=1$ 즉, 가위만 내는 것이 최적전략)

(h) (10 points) 위 R의 호환전략으로 하기 전략과 학습 이론 전략과 비교

1h

(h) (10 points) 위 B의 혼합전략은 합리적이라 할 수 있는지에 대해 논하라.

1h

- 1f의 오답여부와 무관하게 1f에 기반하여 논리적으로 일관된 설명을 할 경우 감점되지 않을 수도 있음
- 기본적으로 B가 합리적이라면 현재 자신의 혼합 전략을 유지 할 유인이 없음.
- 단순히 합리성 여부만 기술할 경우: 1-3점 부여
 - 왜 그러한 결론을 도출했는지에 대한 최소한의 기술이 필요함.
- MSNE가 아니므로 비합리적이다: 설명의 구체성에 따라 2-5점 부여
 - MSNE가 아니다라는 것과 비합리적이라는 것은 동일한 의미가 아님

1h

합리적이라고 할 수 있다.

왜냐하면 B의 혼합전략에 대응하는 A의 전략을 B가 알면 $\pi_A = 1$.
B는 바위를 낼 확률을 높임으로써 기대보상을 높일 수 있고, 더 나은 보수를 얻을 수 있기 때문이다.

신재호 .

1i

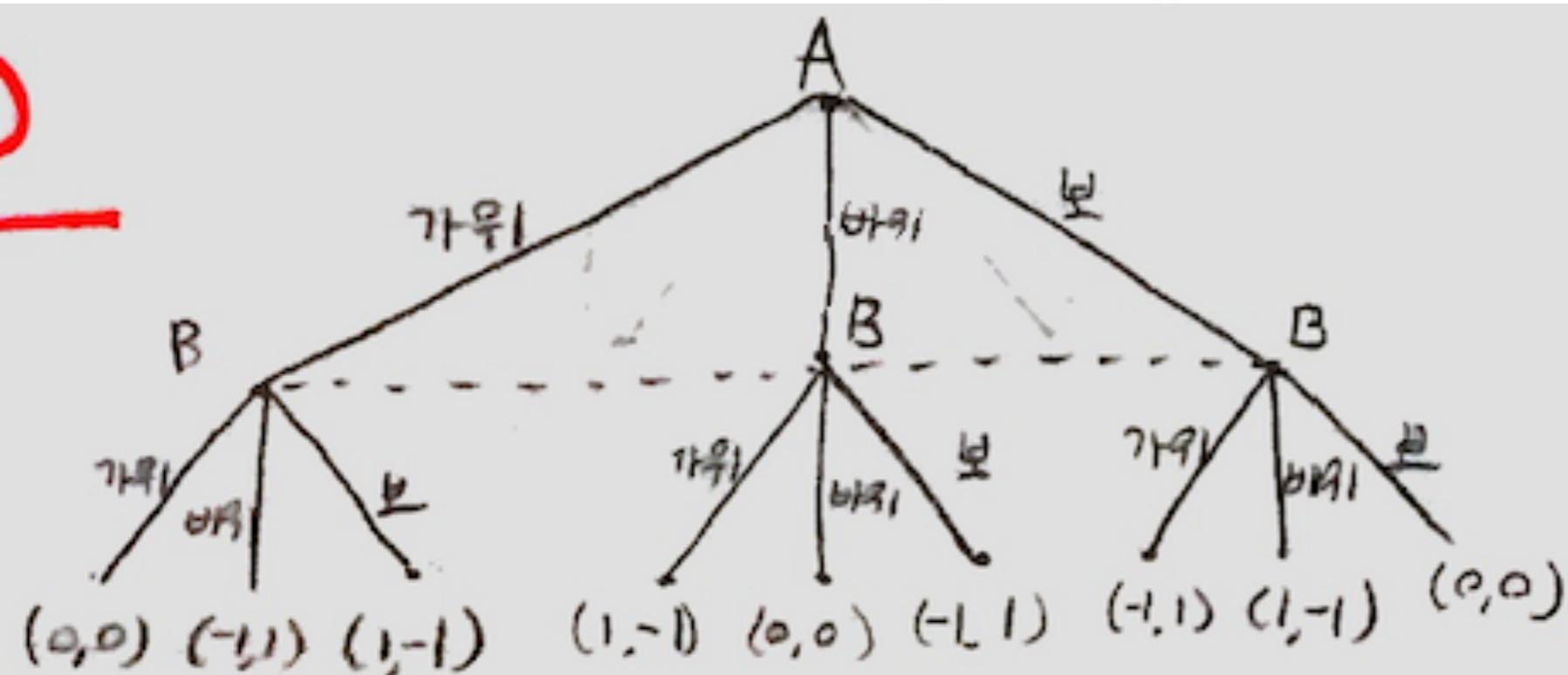
(i) (10 points) 가위바위보 게임을 전개형으로 표현하라. (Hint: 표현만 하면 된다. 부분게임완전균형 같은 것을 찾으려 시도할 필요는 없다.)

- 게임 트리, 정보집합, 그리고 보상까지 모두 정확히 표현되어 있어야 함
 - 보상 완전 누락: 5점 감점
 - 정보집합 미표시: 3점 감점
 - 정보집합이 없으면 순차 가위바위보를 하는 것 이 되므로 반드시 들어가 있어야 함

1i

2

시그마



2. 다음은 '리니언시 (Leniency)'라는 제도에 대한 한겨레신문 2009년 12월 6일자 기사 중 일부이다. 이 기사를 읽고 이어지는 물음에 답하라.

'리니언시' (Leniency · 관대한 처분) 제도는.. (중략) 불공정행위를 먼저 자진신고한 기업에 과징금 등의 제재를 면제 또는 대폭 감면해 주는 것입니다. 은밀하고 지능적으로 행해지는 짬짜미는 사실 내부자 고발이나 협조 없이는 협의를 입증하는 게 어렵다는 사정을 고려한 것입니다. 미국(1993년), 유럽연합(1996년)에 이어 우리는 1997년 이 제도를 도입했습니다. 초기에는 별 효과를 못 봤습니다. 2004년까지 8년 동안 자진신고 건수는 5건으로 한 해에 1건도 안 됐습니다. 무엇보다 동업자를 배신하는 것에 대한 정서적 저항감이 컸고, 제재를 감면해주는 기준과 혜택도 명확하지 않았기 때문입니다. (이하생략)

문제를 명확히 하기 위해 다음과 같은 상황을 전제로 할 것이다.

- 두 개의 기업 A, B사가 과점으로 이익을 취하고 있는 상황이다.
- 이들은 과점을 유지할 수도 있고, 자진신고를 할 수도 있다.
- 이들 기업의 과점은 매우 은밀하게 진행되고 있어 자진신고 이외의 방법으로 담합 여부는 들통나지 않는다.
- 과점이 유지될 경우 각 기업은 100의 이익을 얻는다. (과점 이윤)
- 자진신고하면 담합이 깨져 각 기업은 50의 이익을 얻는다. (시장경쟁 이윤)
- 자진신고하면 접수기준으로 먼저 신고한 기업에게 벌금을 완전 감면한다. (리니언시)
- 담합이 적발될 경우 기업은 30의 벌금을 내야 한다. (과징금)
- 각 기업은 자기 기업의 이윤만을 고려하며, 위 모든 내용은 각 기업들의 공통지식이다.
- 일단은 반복게임 상황을 고려하지는 않는다.

2a

(a) (10 points) 게임이론에서 공통지식 (common knowledge) 이란 용어는 일상에서 쓰는 공통 지식의 뜻보다는 더 엄밀하게 규정하여 사용한다. 이 단어의 의미에 대해서 예를 하나 들어 기술하라.

- 공통지식에 대한 설명
- 문제에서 요구한 최소한의 예 하나가 포함되어 있어야 함
- 예가 없이 공통지식에 대해서 설명한 경우 약간의 감점 있을 수 있음
- 단순히 예를 기술하는 것만으로는 부족함. 공통지식의 의미를 알고 있음을 답안 내에서 보여야 함.

2a-1

공통지식은 단순히 누가 알고 있는 그 지식을 상대방이 알고있다는 것으로 끝나지 않는다. "모든 참가자가 알고있다는 것은 알고있다는 ... (무한) 을 알고있다"라는 강한 전제가 게임이론에서의 공통지식이며 (Vi) $P_i \models X = Y$ 이고
• (Vi) $P_i \models Y = Y^2$ 일 때 $V_j Y^j$ 로 정의된다.

열린의 (a)에서 계측

PEA

작성: 민수홍

2a-2

(A) 예시로는 양동작전을 할 수 있다. (X) 적군을 사이에 두 부대 둘 다가
양동작전을 하려고 할 때 (한 쪽만 실행할 경우 무전 실패) 한 부대에서
다른 쪽 부대에 배신기를 날리는 것으로 양동작전은 실행될 수 없다 (비준기)
(B)

① 제대로 전달되지 못했는 가능성)

A nk BK X

하지만 이 문제를 해결하기 위해 B부대에서 비밀기를 날리면

B nk AK BK X

결국 이 문제를 해결하기 위해서는 상방의사소통 무선이나 확실한 통신장치가
필요하다 (양동작전의 통증지식)

이 되기 위해

(인간, 유사한, 자연 그림) 한다.
이는

2b

(b) (10 points) 각 기업들의 행동을 열거하라.

A : 과정을 유지한다, 자전신고를 한다

B : 과정을 유지한다, 자전신고를 한다

~~한국기~~

2c

(c) (10 points) 각 기업들이 동시에 자진신고할 경우, 50%의 확률로 A사가 먼저 신고할 수도 있고, 50%의 확률로 B사가 먼저 신고할 수 있다고 하자. 그렇다면 두 기업이 모두 자진신고할 경우 각 기업이 얻을 수 있는 기대 이익은 얼마일지 계산해보라. (Hint: 기대값)

- 기대값을 사용해야 함

A의 자진신고 인정시 = $50 \times 0,5 + (50-30) \times 0,5 = 35$

B의 자진신고 인정시 = $50 \times 0,5 + (50-30) \times 0,5 = 35$

A와 B는 각각 35의 기대이익을 얻을 수 있다.

2d

(d) (10 points) 위 내용을 바탕으로 각 기업들의 행동의 모든 조합에 대해서 각 기업이 얻게 될 이익 (=보상)을 나열하라 (Hint: 보수행렬을 만들면 자동으로 해결된다. 이후 문제를 풀기 위해서라도 보수행렬로 표기하길 강력히 권장함)

- 2c에서 구한 이익을 반영하지 않을 경우: 2점 감점
- 시험 시간에 (신고, 신고)의 경우 2c에서 구한 값 을 반영할 것을 명확하게 공지했음

2d

(이를 '강의의 전상함')

		B	
		과정 유지	자진 신고
		과정 유지	20, 50
A	과정 유지	100, 100	
	자진 신고	50, 20	35, 35

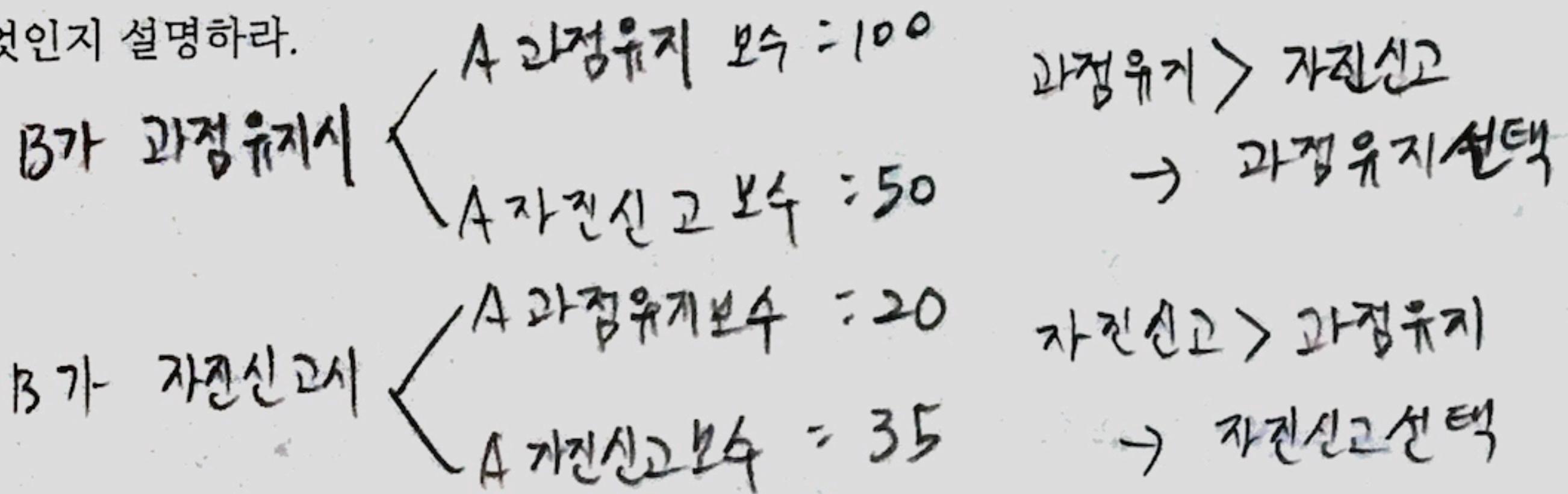
는가?는

2e

(e) (10 points) A사의 측면에서 B사의 각 행동들에 대해 A사의 이익의 측면에서 가장 좋은 행동은 무엇인지 설명하라.

- 2d가 틀렸더라도 그에 기반하여 일관성있게 결론을 도출하면 정답으로 인정함

엇인지 설명하라.

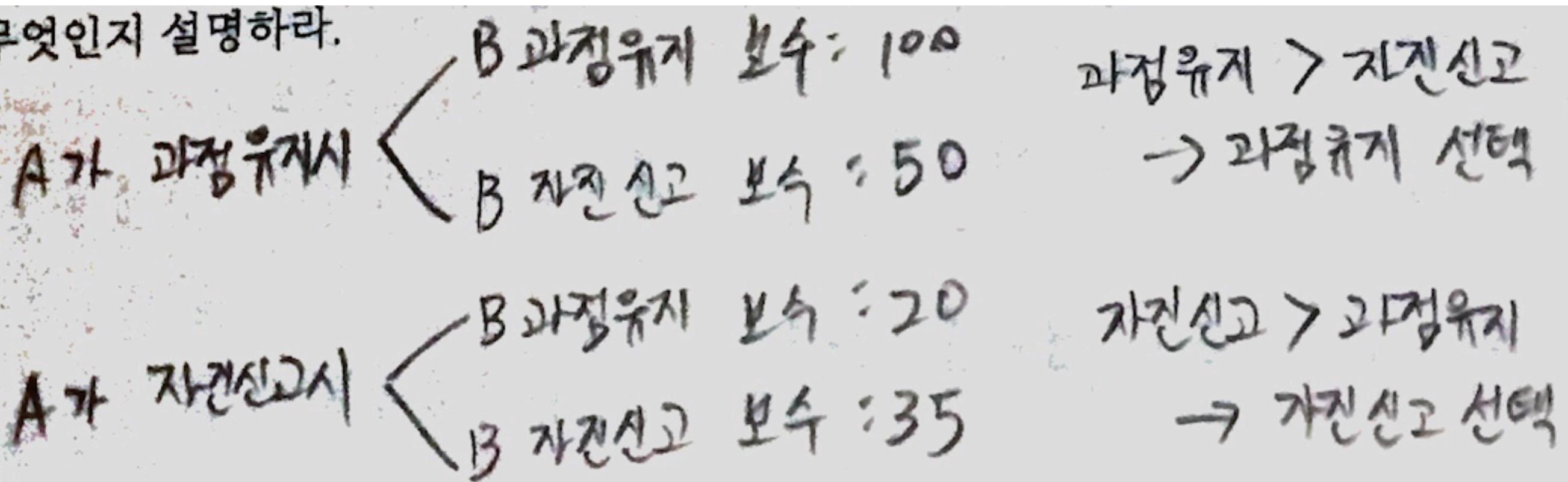


2f

(f) (10 points) B사의 측면에서 A사의 각 행동들에 대해 B사의 이익의 측면에서 가장 좋은 행동은 무엇인지 설명하라.

- 2d가 틀렸더라도 그에 기반하여 일관성있게 결론을 도출하면 정답으로 인정함
- 사실상 2e와 완전히 동일한 문제임

무엇인지 설명하라.



2g

(g) (10 points) 이 게임의 순수 전략 내쉬 균형이 존재하는지 검토하라.

- 설령 보수표가 틀렸더라도 그에 기반하여 일관성있게 PSNE도 출하면 정답 인정

A의 최적대응은 [B가 담합유지, A도 유지], [B가 배신(자기신고), A도 자기신고]

B의 최적대응은 [A가 담합유지, B도 유지], [A가 자진신고, B도 신고]로,

(A의 행동, B의 행동)에 대하여

순수전략 내쉬균형 (담합유지, 담합유지) 그리고 (자진신고, 자진신고) 가 존재한다.

2h (작성: 오은주)

(h) (10 points) 이 게임의 혼합 전략 내쉬 균형이 존재하는지 검토하라.

A가 당첨유지 확률 p , 배신 확률 $1-p$

10 B가 " q , " $1-q$ 라 할 때,

비입장에서,

$$\pi_A(\text{당첨유지}) = 100 \cdot q + 20 \cdot (1-q) = 20 + 80q$$

$$\pi_A(\text{배신}) = 50 \cdot q + 35 \cdot (1-q) = 35 + 15q \quad \text{이다.}$$

이때 $\pi_A(\text{당첨유지}) = \pi_A(\text{배신})$ 을 만족해야 하므로

$$20 + 80q = 35 + 15q$$

$$65q = 15, \quad q = \frac{3}{13} \text{ 이다.}$$

즉, B는 당첨을 $\frac{3}{13}$ 의 확률로 혼합전략 내쉬균형에서 구할 수 있을 것이다.

\therefore 혼합전략 내쉬균형이 존재한다.

2i

- (i) (10 points) 여기에서 언급할 내용은 동일한 기사의 다른 부분이다. 과징금만 30에서 60으로 늘었다고 가정하고 보수표(=보수행렬)를 다시 작성하라.

... 하지만 자진신고 건수는 2005년 이후 연평균 10건, 지난해에는 21건으로 껑충 늘었습니다. 경쟁당국이 그해 관련 규정을 대폭 바꿔 ‘당근과 채찍’을 동시에 강화한 결과입니다. (중략) 경쟁당국이 임의적 판단을 할 수 없도록 감면 사유도 명확히 했습니다. 다른 한편으로는 과징금 최고액을 담합 기간 총매출액의 5%에서 10%로 갑절 높였습니다. (이하 생략)

- 모두 동일한 상태에서 과징금의 크기만 증가했기 때문임
- 그렇지 않을 경우 2 ~ 4점 감
- 2d에서 오류가 있었을 경우 일관적으로 비용 증가를 반영했다면 정답으로 간주될 수도 있음.

2i

		Player B	
		당황유지	배신 (=자기신고)
		(100, 100)	(-10, 50)
Player A	당황유지	(100, 100)	(-10, 50)
	배신 (=자기신고)	(50, -10)	(20, 20)

2j

(j) (10 points) 순수전략 내쉬균형과 혼합전략 내쉬균형을 다시 계산해보고 과정금이 늘기 전과 차이가 있는지 여부를 검토하라 (주의: 이론적 결과는 현실과 같을 수도, 다를 수도 있다.)

- PSNE 재계산 (5) 후 비교
- MSNE 재계산 (5) 후 비교

이 경우, PSNE는 (당첨유지, 당첨유지), (자진신고, 각진신고)이며

MSNE는 B의 경우 당첨유지를 $\frac{3}{8}$ 확률로 구사하는 혼합전략내쉬균형을 펼칠 수 있으며, A 역시 같은 방식으로 혼합전략내쉬균형을 구할 수 있다.

Page 6

결국, MSNE의 확률정도에는 차이가 있으나, PSNE는 ↗ 변함없다.

2k

(k) (10 points) 위 분석들의 결과를 바탕으로 리니언시 제도에서 과징금의 크기를 늘렸을 때의 효과에 대해 논하라.

- 2j 의 결과를 기술하면 됨.
- 앞 문제가 틀렸다 하더라도 그에 기반하여 일관적으로 기술한다면 문제 없음.
- 위에 추가하여 현실에서의 함의 등을 추가 기술하는 것은 문제 없음.
- 하지만 2j의 결과를 기술하지 않는 것은 문제가 될 수 있음.

2k

6S01

조남운

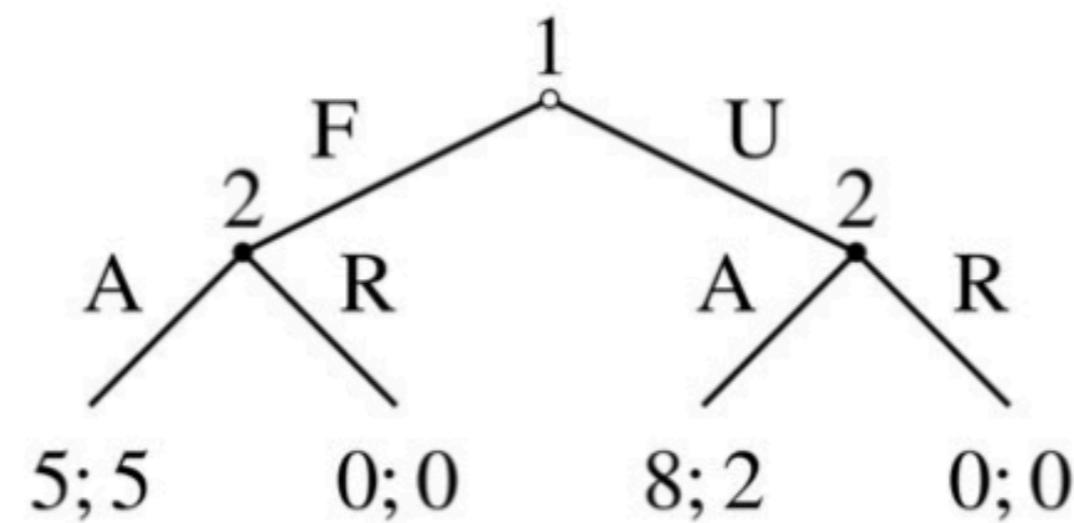
게임이론, 전화, 그리고 협력

(10 points) 위 분석들의 결과를 바탕으로 리니언시 제도에서 과징금의 크기를 늘렸을 때의 효과에 대해 논하라.

리니언시 제도에서 과징금의 크기를 늘렸을 때, 각 회사가 유지할
획득이 증가했다. 이는 재원선고를 늘리기 위한 정책이 오히려
역효과를 가져올 수 있음을 의미한다.

신경선

3. 다음은 단순화된 최후통첩게임의 전개형 표현이다. 이어지는 물음에 답하라. (보수표에서 a;b 는 각각 플레이어1의 보수와 플레이어2의 보수이다.)

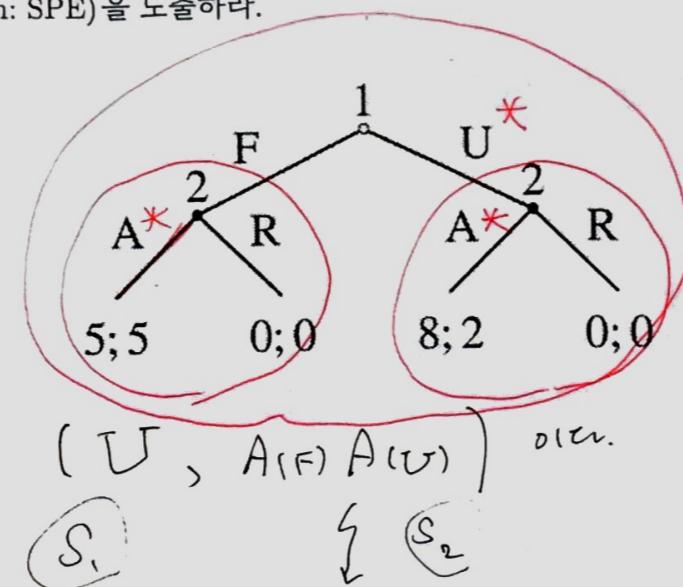


3a

- (a) (10 points) 역진 귀납 (backward induction)을 통해 위 게임의 부분게임 완전 균형 (Subgame Perfect Equilibrium: SPE)을 도출하라.

(a) (10 points) 역진 귀납(backward induction)을 통해 위 게임의 부분게임 완전 균형(Subgame Perfect Equilibrium: SPE)을 도출하라.

10



SPEE

S.₁

374의 subgame.

현대중

F 를 선택 했을 때 A 선택, U 를 선택 했을 때
 A 를 선택하는 전략이다.

※ 이하 문제로 전략표기는 같은 놀리를 하겠습니다.

3b

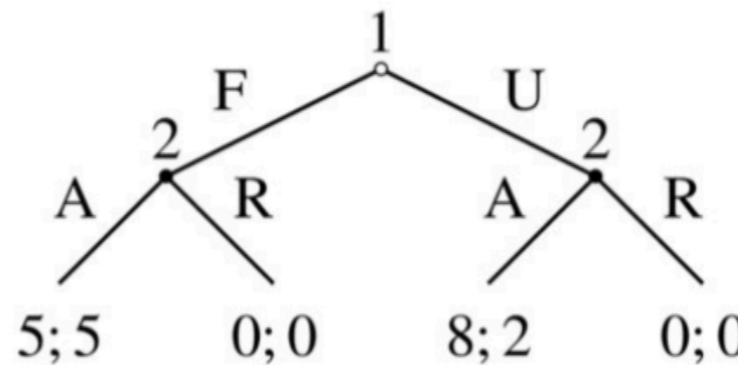
(b) (10 points) 위 게임을 보수표의 형식으로 표현하라. (주의: 동시게임이 아님)

- 동시게임으로 보수표를 작성한 경우: 6점

Player 2		AA	AR	RA	RR
Player 1		F	(5, 5)	(5, 5)	(0, 0)
		V	(3, 2)	(0, 0)	(0, 0)

3c

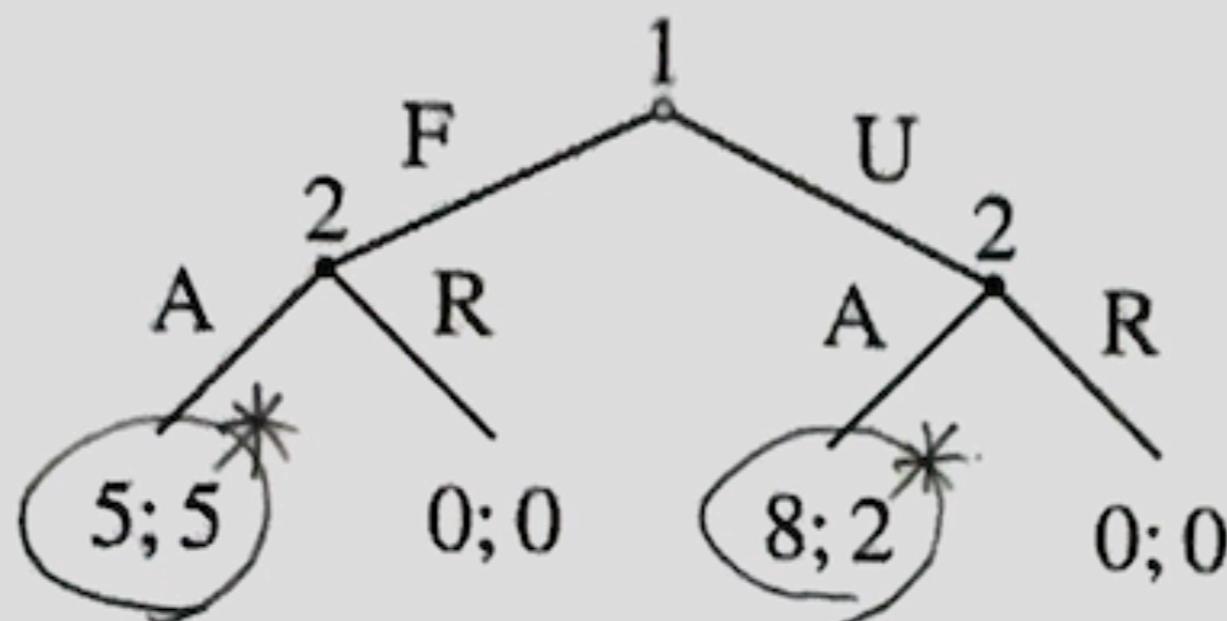
(c) (10 points) 순수전략 내쉬 균형(PSNE)을 구하고 아래의 게임트리에 표시하라.



- PSNE는 총 3개임. 모두 구해야 함
- 3b가 잘못된 경우라도 그 잘못된 보수표에 의거하여 일관성있게 PSNE를 구한 경우는 문제 없음.
- 3개의 PSNE를 tree에 어떤 식으로든 모두 표현해야 함.

3c

김정수



PSNE
(F, (A, R))
(U, (A, A))
(U, (R, A))

3d

(d) (10 points) SPE가 아닌 PSNE는 어떤 의미를 가지는가에 대해서 논하라. (Hint: 위협)

- 3개의 PSNE중 [U, FRUA] 에 대해서 언급하지 않은 것은 특별히 감점하진 않음.
- 하지만 가장 완벽한 답은 이 균형의 의미에 대해서도 기술하는 것임

3d

5PE가 아닌 PSNE은 좀 더 의미가 있는
구형으로서, 신방정에는 유한으로서 자신의 보스가 존재하므로
그 전략을 선택하려는 유형이다. 하지만 유형일 뿐 한 번의
게임에서는 다양한 툴레미아기 때문에 선택하지 않는다.
반복게임에서는 유형의 가치가 커진다.

3e

(e) (10 points) 모든 참가자들이 초합리적일 경우 (U, A)가 예상되지만, 현실에서 실제 최후통첩게임을 할 경우에는 오히려 (F, A)가 더 빈번하게 관찰되는 경향이 있다. 참가자들의 초합리적이라는 가정을 위배하지 않고도 이를 게임이론으로 설명할 수 있을 것인가에 대해서 논하라.

- 실제 위협 상황에서 초합리적 주체는 위협을 실행 할 유인이 없음.
- 만일 그러함에도 초합리성에 기반하여 이 문제를 해결하는 쪽으로 답안을 작성했다면 그를 위한 방법이 최소한 한 가지 언급되어야 함.

3e (김정수 작성)

10

게임이론적으로 설명하기 위해서는 게임이 반복게임이 되어 Player B가 ~~동작을~~ ^(선택하는) 하는 것이다. 물론 B의 선택은 있겠지만 A의 선택도 ~~동작을~~ ^(선택하는) 성격, 다음 라운드에 A를 선택할 것이다.

1라운드 Player 1 $\rightarrow V$ Player 2 $\rightarrow (A, R)$ 선호(행복)

1라운드 보수 Player 1 Player 2

2라운드 Player 1 $\rightarrow F$ Player 2 $\rightarrow (A, R)$

Page 8

2라운드 보수 Player 1 Player 2

5 5

Player B의 보수는 1, 2 라운드 SPEC의 보수(4)보다 커진다.

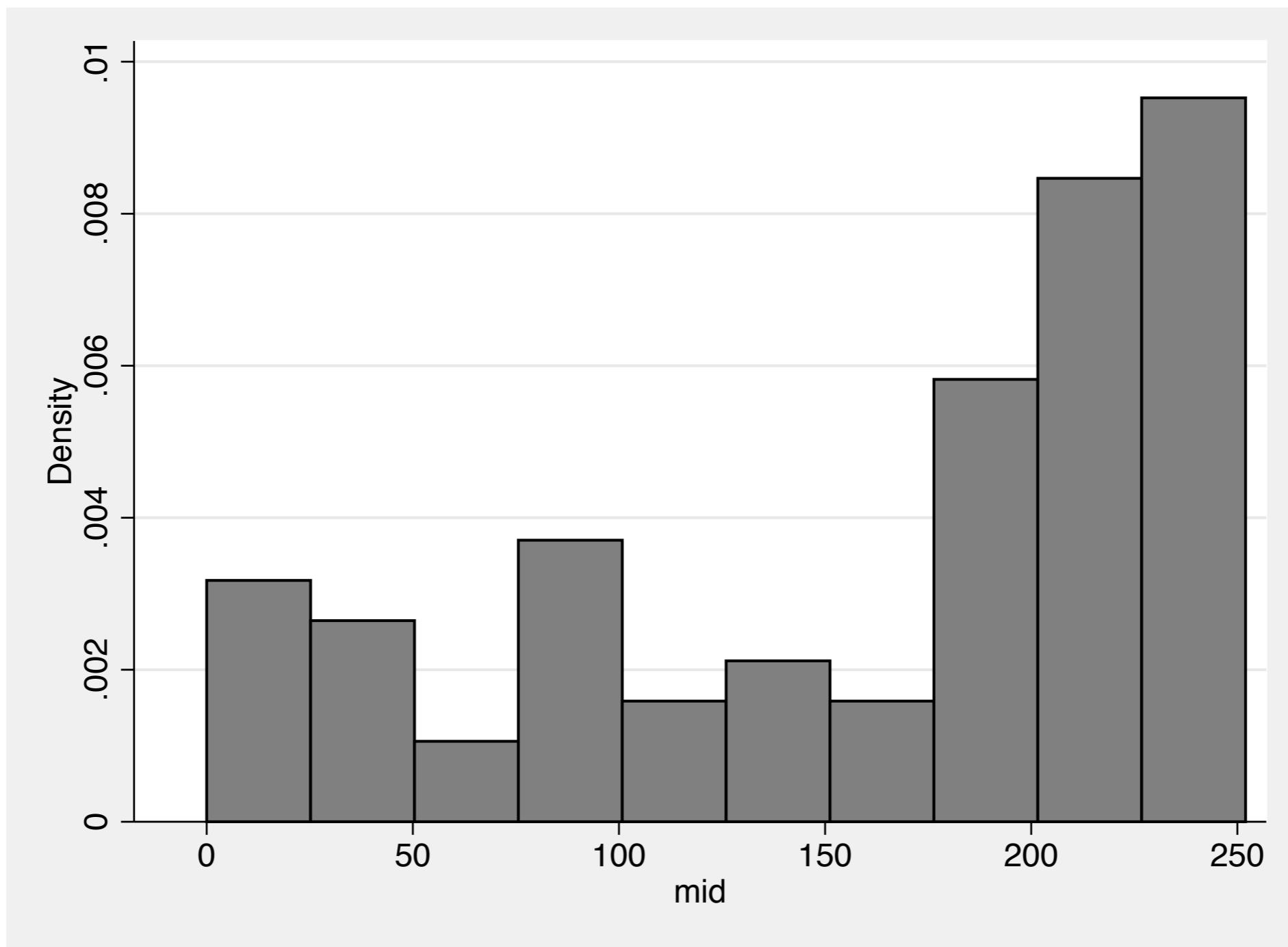
하지만 한 번의 게임
이라면 가정을 위비
하면서 설명을 해야
한다. 정서적 감정
이 있으니 보통은
불쾌하다는 심리를
해석할 수 있다. \Leftarrow

기초통계

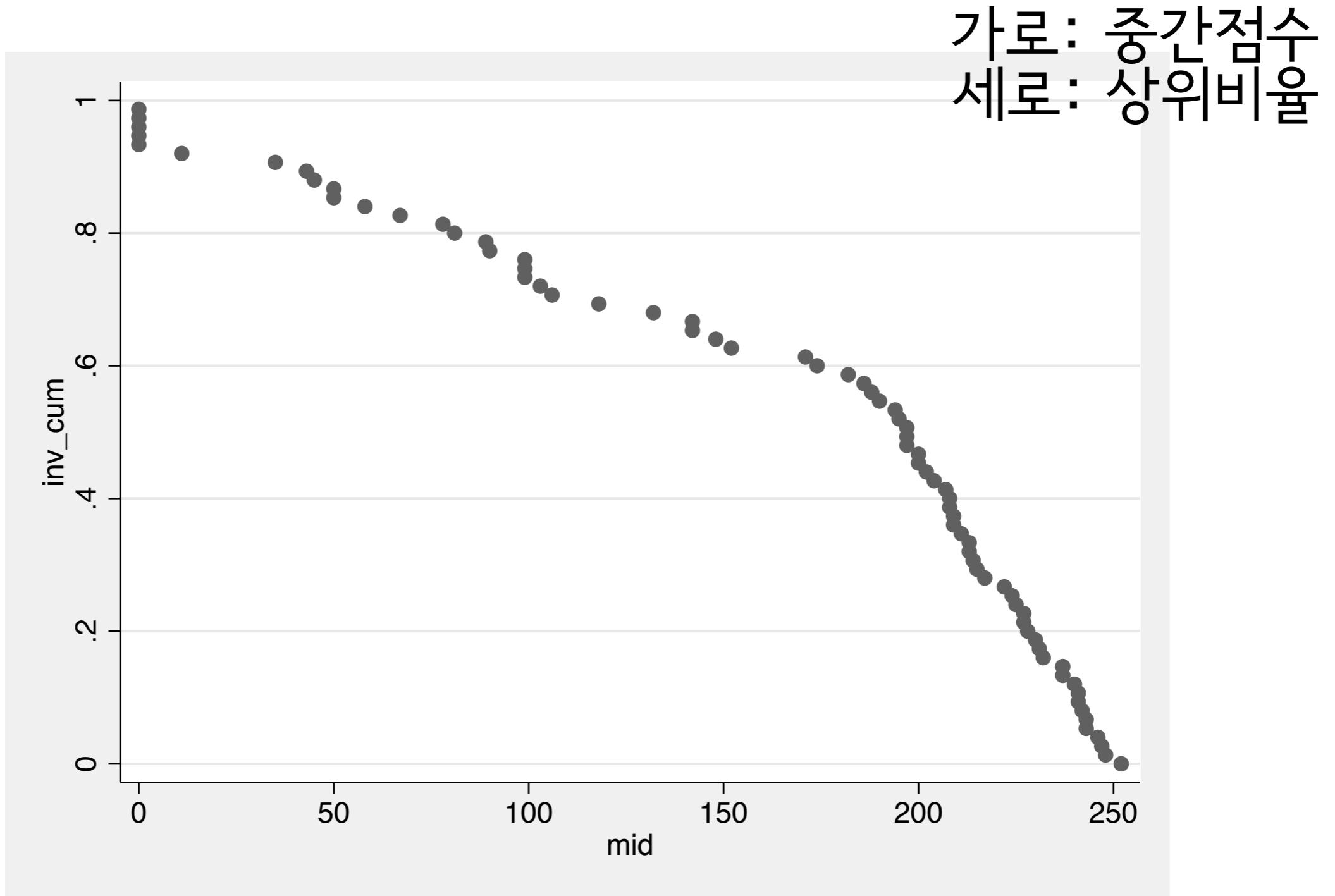
기초통계

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
mid	75	162.68	77.8613	0	252
mid					
	Percentiles	Smallest			
1%	0	0			
5%	0	0			
10%	43	0	Obs	75	
25%	99	0	Sum of Wgt.	75	
50%	197		Mean	162.68	
		Largest	Std. Dev.	77.8613	
75%	225	246			
90%	241	247	Variance	6062.383	
95%	246	248	Skewness	-.809111	
99%	252	252	Kurtosis	2.310704	

HT
HT



상위 비율



구제제도

- 대상: 중간시험을 망친 학생
- 내용: 중간시험 점수를 기말시험의 일정 비율로 대체
- 감가상각률: 중간시험 평균 (63%)
- 예: 중간시험 10점, 기말시험 90점 → 중간시험을 $90 * 63\% \approx 57$ 점으로 대체
- 기말시험의 성취가 높아야 효과있음



挫折禁止

수고하셨습니다!