

게임이론 (2)

게임이론, 협력, 그리고 진화

조남운

주제

- 전략형 게임
- 전개형 게임

Battle of Sexes

- 취향이 다른 두 연인들의 문제

• 같이 노는 것을 더 선호하지만 기왕이면 P1은 영화(Film)을, P2는 야구(Baseball)를 보고 싶어함

- 오늘 참가할 게임이기도 함
(향후 설명)

P1

P2

	F	B
F	2, 1	0, 0
B	0, 0	1, 2

PSNE, MSNE

- 총 3개의 내쉬균형
- PSNE는?
 - 2개 있음
- MSNE는?
 - 1개 있음

$$\pi_1(F) = q \times 2 + (1 - q) \times 0$$

$$\pi_1(B) = q \times 0 + (1 - q) \times 1$$

$$\pi_1(F) = \pi_1(B) \Rightarrow q^* = \frac{1}{3}$$

		P2
		F B
		F 2, 1 0, 0
		B 0, 0 1, 2

PSNE, MSNE

- 총 3개의 내쉬균형
- PSNE는?
 - 2개 있음
- MSNE는?
 - 1개 있음

$$\pi_1(F) = q \times 2 + (1 - q) \times 0$$

$$\pi_1(B) = q \times 0 + (1 - q) \times 1$$

$$\pi_1(F) = \pi_1(B) \Rightarrow q^* = \frac{1}{3}$$

		F	B
F	p	2, 1	0, 0
B	1-p	0, 0	1, 2

PSNE, MSNE

- 총 3개의 내쉬균형
- PSNE는?
 - 2개 있음
- MSNE는?
 - 1개 있음

$$\pi_1(F) = q \times 2 + (1 - q) \times 0$$

$$\pi_1(B) = q \times 0 + (1 - q) \times 1$$

$$\pi_1(F) = \pi_1(B) \Rightarrow q^* = \frac{1}{3}$$

		P2	
		F q	B 1-q
		F p	2, 1
		B 1-p	0, 0
			1, 2

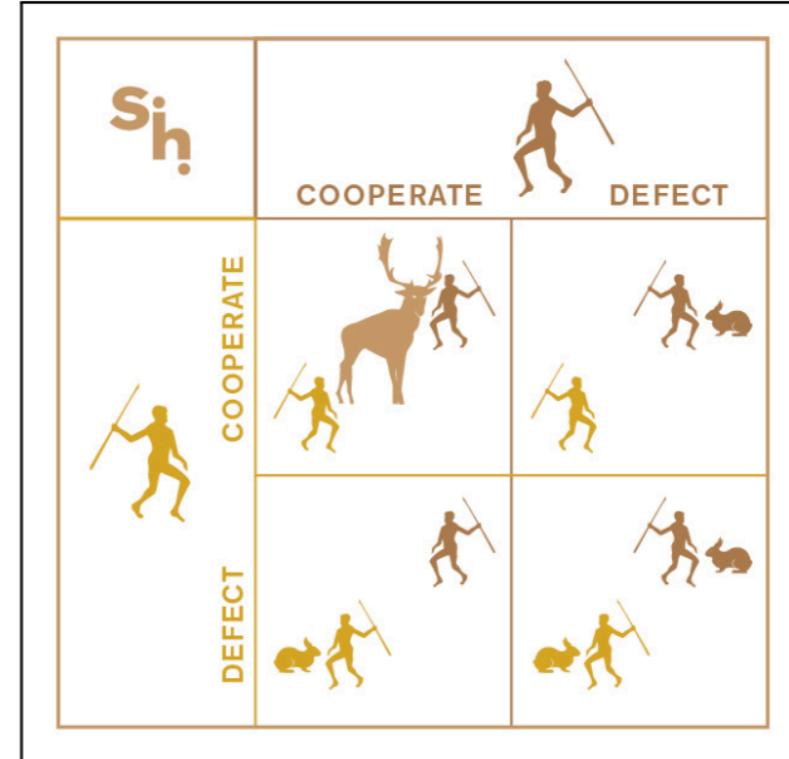
실제 게임시 혼합전략을 구사하는 법

- 주사위, 혹은 기타 내가 목표로 하는 확률을 임의로 발생 시켜 그 결과에 따름
- 예: $1/3$ 확률로 H, $2/3$ 확률로 D를 하고 싶을 경우
 - 1: 주사위를 던진다
 - 2: 1, 2 이면 H, 나머지 숫자이면 D를 한다



조정게임의 변형: Stag Hunt Game

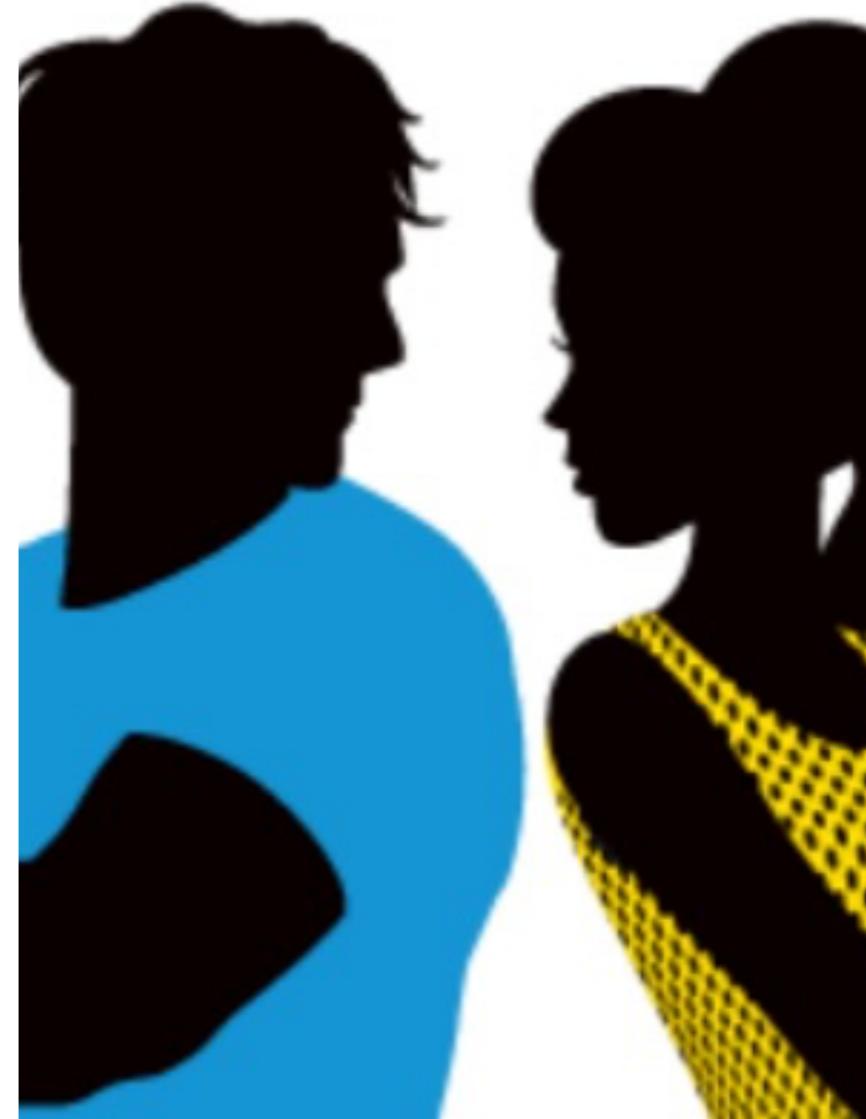
- 내쉬의 증명은 몇 명의 플레이어가 있던 반드시 내쉬 균형이 존재한다는 것.
- 얼핏 죄수의 딜레마처럼 보이지만 근본적인 구조는 조정 게임에 더 가까움
- PSNE, MSNE를 찾아보고 죄수의 딜레마, 조정게임의 NE들과 대조해보라.



		P2	
		S	H
P1	S	3, 3	0, 2
	H	2, 0	1, 1

성대결게임 실습

- 임의의 두 사람이 서로 “남편”, “아내” 중 하나의 역할을 담당
 - 실제 성별과 무관하게 랜덤
- 같은 상대방과 총 5회에 걸쳐 성대결 게임을 실시
 - 보수구조는 게임 하단에 표시됨



Volunteer Dilemma

- 집 밖에서 들려오는 다급한 도와달라는 비명소리
- 누군가 신고 전화를 하면 (Call) 그는 무사, 하지만 아무도 걸지 않으면 (Not) 죽을 수도 있다.
- 이 타인이 죽는다면 동네 사람들의 보수는 0, 무사하면 1
- 전화를 거는 비용은 $0 < c < 1$



동네사람들이 2명일 경우

- 어떤 게임의 구조를 가지고 있을까?
 - PSNE, MSNE를 구하고 지금까지 배웠던 게임들과 비교해보라
- 동네사람들의 수(n)가 2명 이상이라면 어떻게 할까?

	C	N
C	1-C, 1-C	1-C, 1
N	1, 1-C	0, 0

$n > 2$

- i 번째 플레이어 입장에서 있을 수 있는 경우는 총 3가지임
- Case A: 내가 전화를 한 경우
 - $\pi_i(C) = 1 - c$
- 내가 전화를 하지 않은 경우
 - Case B: 다른 사람이 전화를 했을 경우
 - $\pi_i(D) = 1$
 - Case C: 다른 사람이 한 명도 전화를 하지 않았을 경우
 - $\pi_i(D) = 0$
- 모든 사람의 전화할 확률은 p 로 일정하다고 가정, c 도 사람마다 일정하다고 가정
 - 모든 사람의 p, c 가 모두 다른 것이 좀 더 현실적이지만 그럴 경우 계산이 무척 어려움

MSNE

- Case A는 나의 행동이 C일 때,
- Case B, C는 나의 행동이 N 일 때.
- 따라서 플레이어 i의 MSNE 는 아래와 같이 계산할 수 있음

$$\pi_i(C) = 1 - c$$

$$\pi_i(N) = [1 - (1 - p)^{n-1}] \times 1 + (1 - p)^{n-1} \times 0$$

	확률	보상
Case A	1	$1 - c$
Case B	$1 - (1 - p)^{n-1}$	1
Case C	$(1 - p)^{n-1}$	0

n 이 매우 클 때 MSNE

- 사람이 많아질수록 전화를 걸 확률은 0에 수렴함
- 과연 이 결과는 말이 되지 않는 것일까?

$$p^* = 1 - c^{\frac{1}{n-1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p^* = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 - c^{\frac{1}{n-1}} = 0$$

Kitty Genovese 피살사건

- Kitty Genovese
- 1964년, 자신의 아파트 앞에서 피살됨
- 도움요청 소리를 다수가 들었음에도 즉시 신고 전화를 하지 않음



**“37 WHO SAW
MURDER DIDN’T
CALL THE POLICE”**

- *The New York Times*

March 27, 1964

Meerkat

- 미어캣 무리 중 일부는 파수를 섬
 - 위험한 동물이 다가올 경우 소리를 내서 동료들을 땅굴로 대피시킴
 - 하지만 자신은 위험에 도출됨



전개형 게임

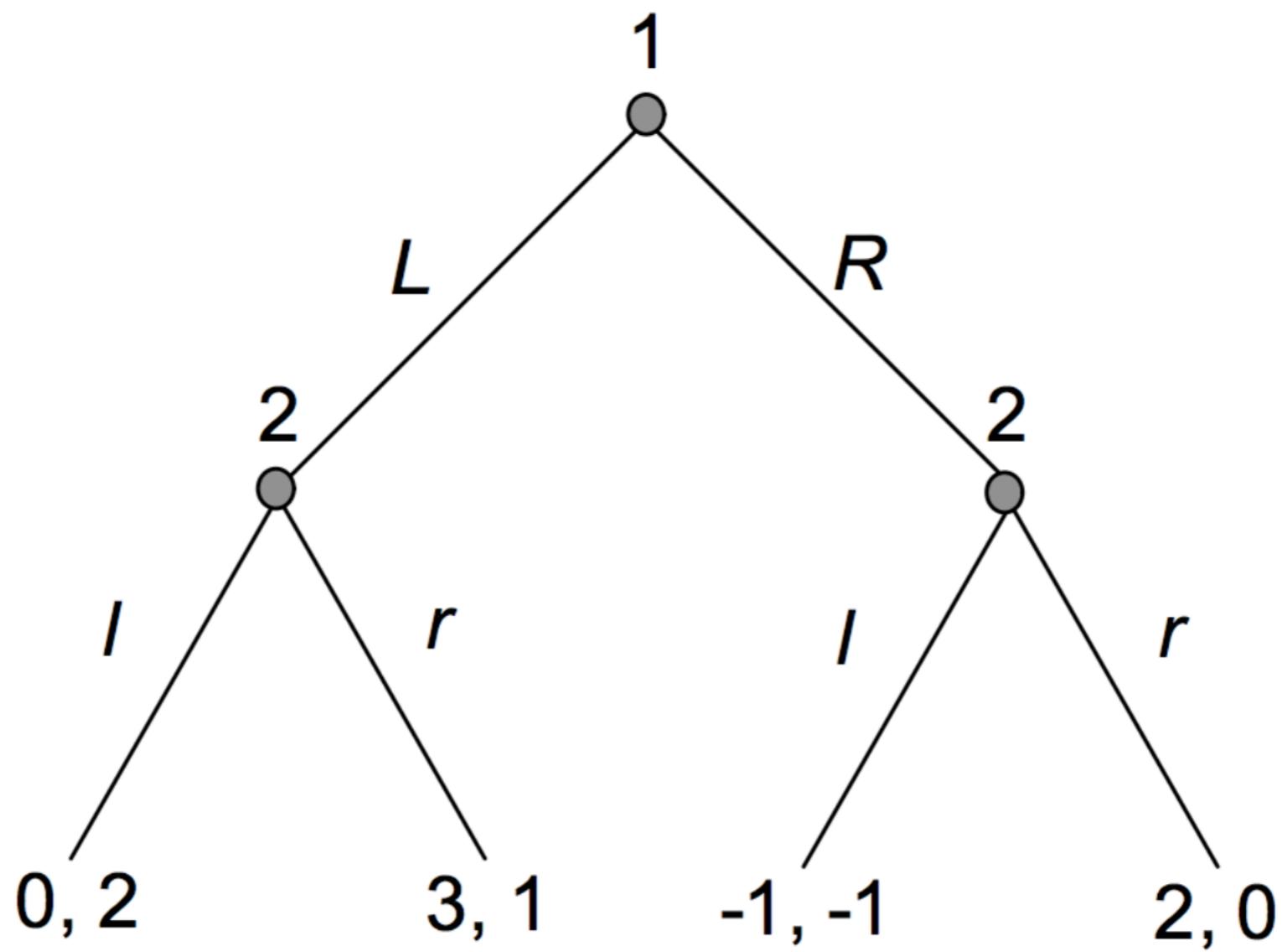
전개형 게임, 반복 게임

- 지금까지 살펴본 게임방식:
 - 플레이어는 상대방의 결정을 모른채 전략적 결정을 내린다
 - 게임은 1회만 진행한다
- 위 두 방식의 변형
 - 상대의 결정을 안다: 전개형 게임
 - 상대와 여러번 게임을 한다: 반복 게임

전개형 게임의 요소

- 게임 표현 방법이 다른 것일 뿐임
 - 모든 전략형 게임은 전개형 게임으로 표현 가능
- 전개형 게임의 요소
 - 참가자들
 - 각 참가자들의 액션, 전략
 - 선택 노드, 게임 트리
 - 정보집합 (무엇을 알고 무엇을 모르는지에 대한 표현)

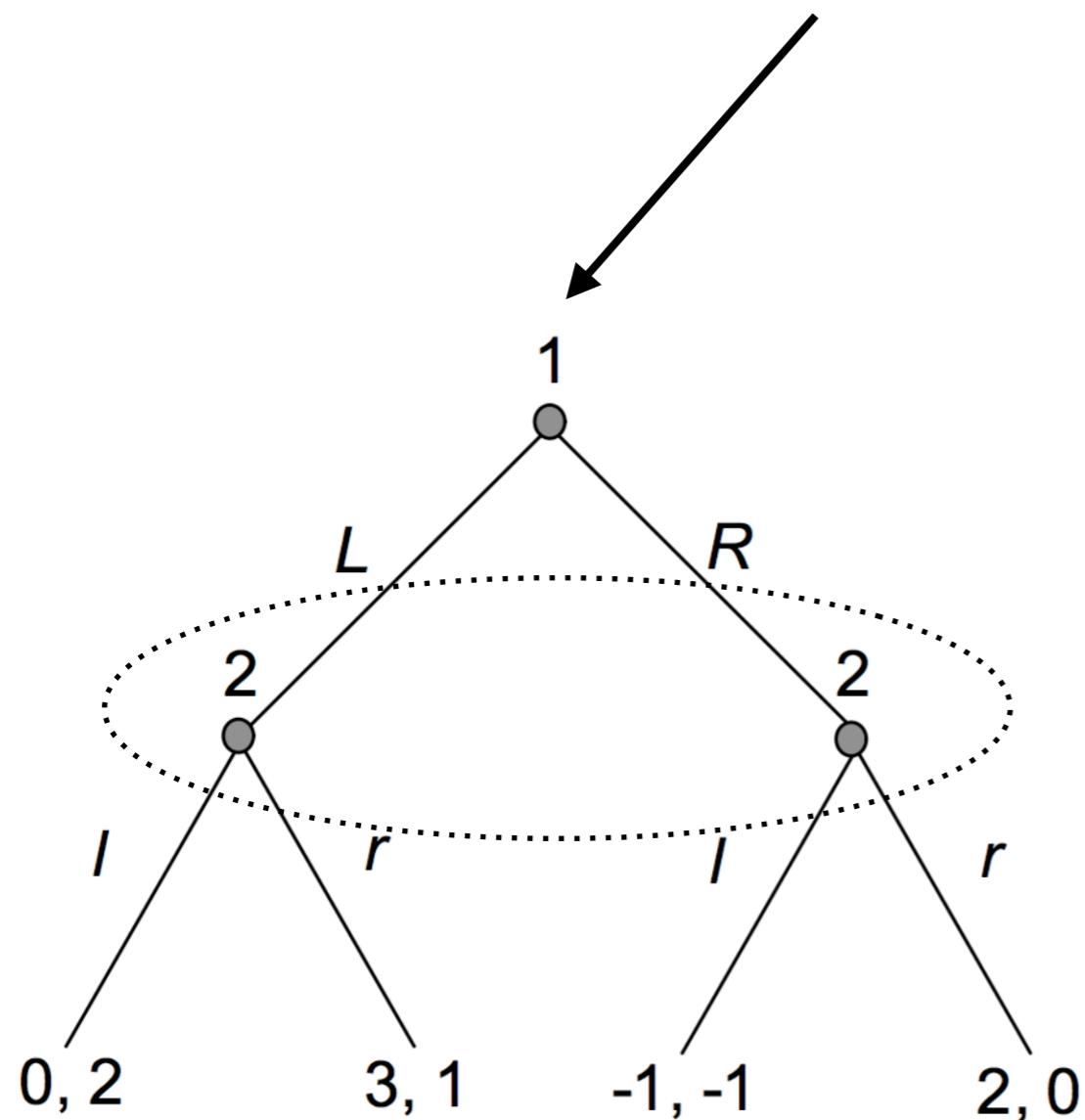
Game Tree



최후통첩게임의 전개형 표현

- 제안자의 행동: 총 11가지
 - 상대에게 0, 100, 200, …, 1000 points 제안
- 수락자의 행동: 총 2가지
 - Accept, Reject
- 전개형으로 표현해보자

전개형, 전략형



A normal form game matrix representing the same game. The columns represent Player 1's strategies (L and R) and the rows represent Player 2's strategies (l and r). The payoffs are listed as (Player 1 payoff, Player 2 payoff).

		r	
		l	r
L	l	$0, 2$	$3, 1$
	r	$-1, -1$	$2, 0$
R			

PSNE를 찾아보자

이 균형은 만족스러운가?

- 이상하다고 느껴지는 균형이 있는가?
- 만일 이상하다면 왜 이상한가?
- 균형을 찾기 위해 전개형 게임을 전략형으로 축약하는 과정에서 일은 것은 없는가?

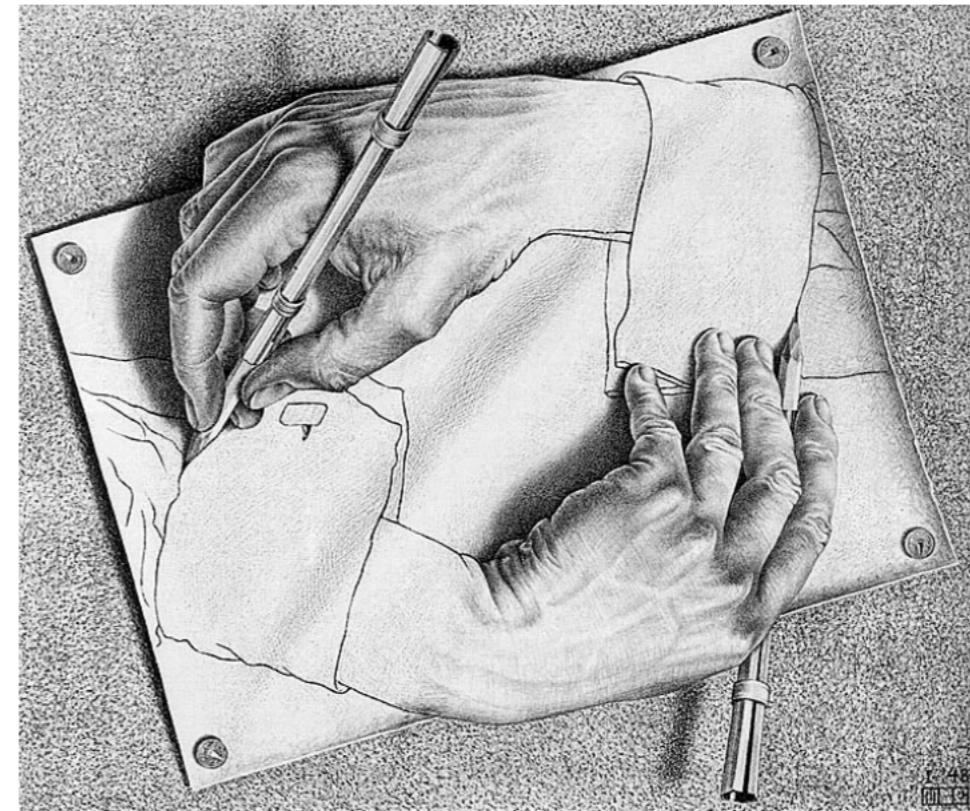
	L	I	r
L	0,2	3,1	
R	-1,-1	2,0	

Equilibrium Refinement

- 균형이 너무 많으면 균형으로서 힘을 잃는다.
 - 내쉬균형의 문제
- 여러 개의 균형 중에서 보다 의미 있는 것과 아닌 것을 구별할 수 있는 방법은?
- 이제 전개형 게임에서 최초의 균형 선택 과정이 나타나게 된다.

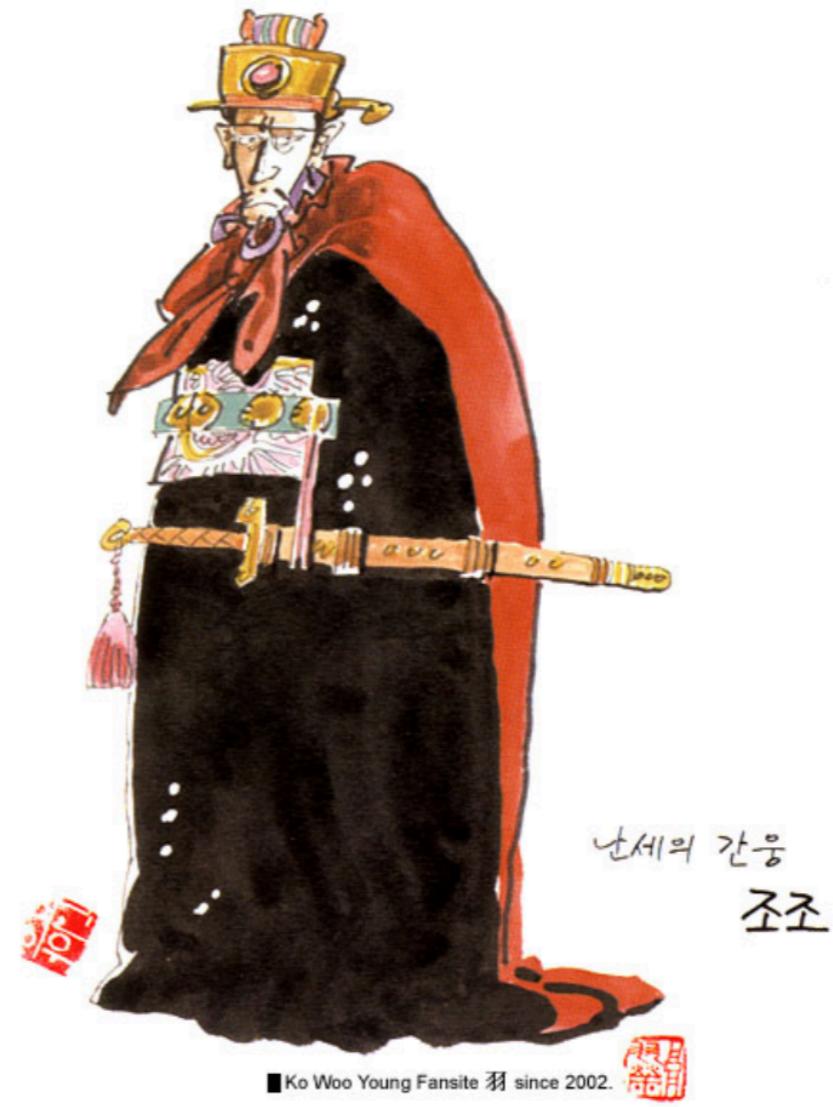
역지사지

- 상대의 입장에서 먼저 생각 한다.
- 전개형 게임에서는 누가 이 렇게 생각해야 하나?



조조 vs. 제갈량

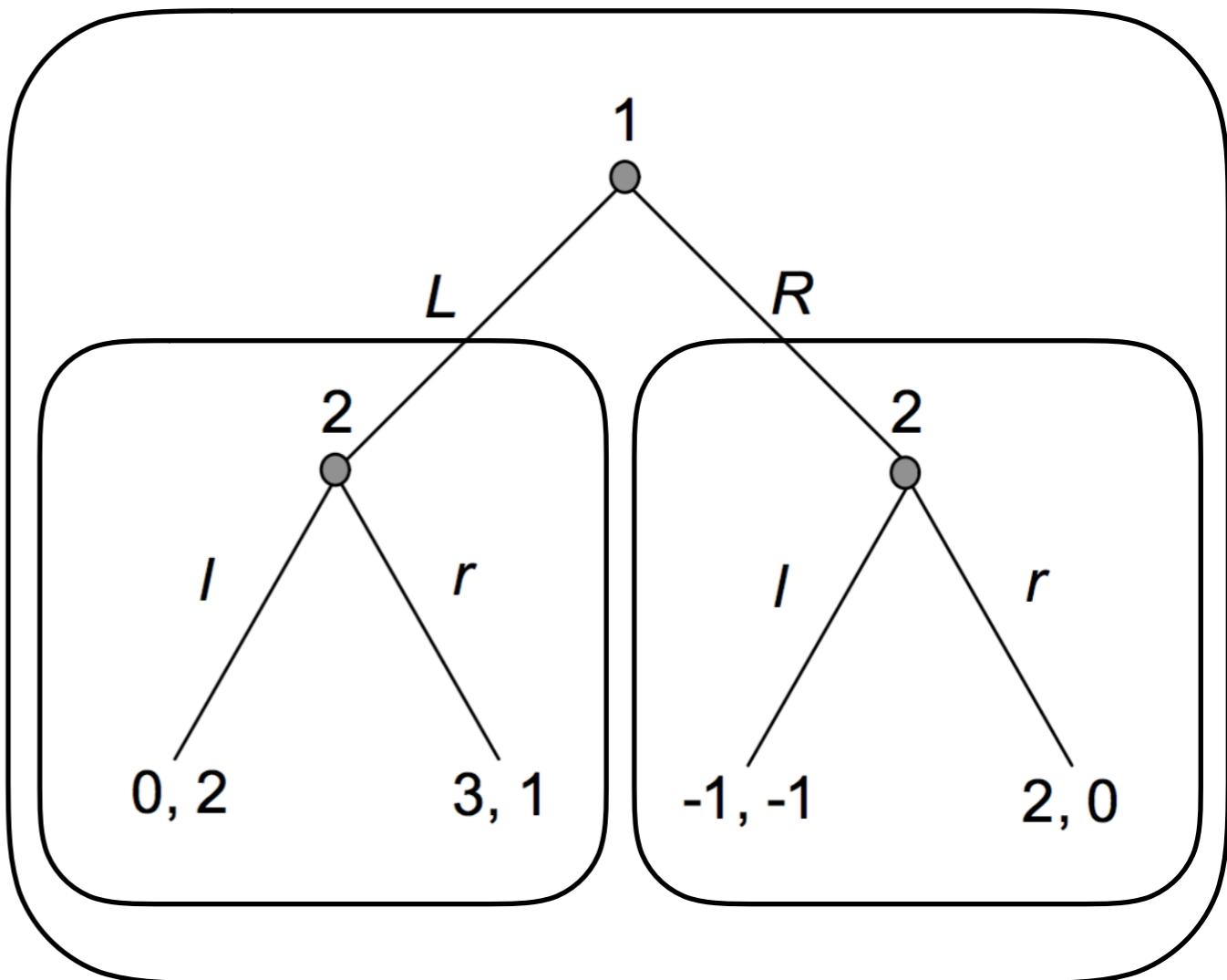
- 적벽대전에서 조조가 패하여 퇴각 중
- 두 갈래길
 - 숲이 우거진 작은길: 연기가 피어오르고 있음
 - 평탄한 대로
- 조조는 제갈량이 복병이 있는 척 연기를 피우고 대로에 매복했을 것이라 생각 ⇒ 숲길로 감 ⇒ 제갈량은 그렇게 생각할 것을 알고 매복하면서 일부러 연기를 피웠음
- 만일 조조가 한 단계 더 생각하고 대로로 갔다면? 그것을 간파하고 대로에 매복했다면? ...



부분게임

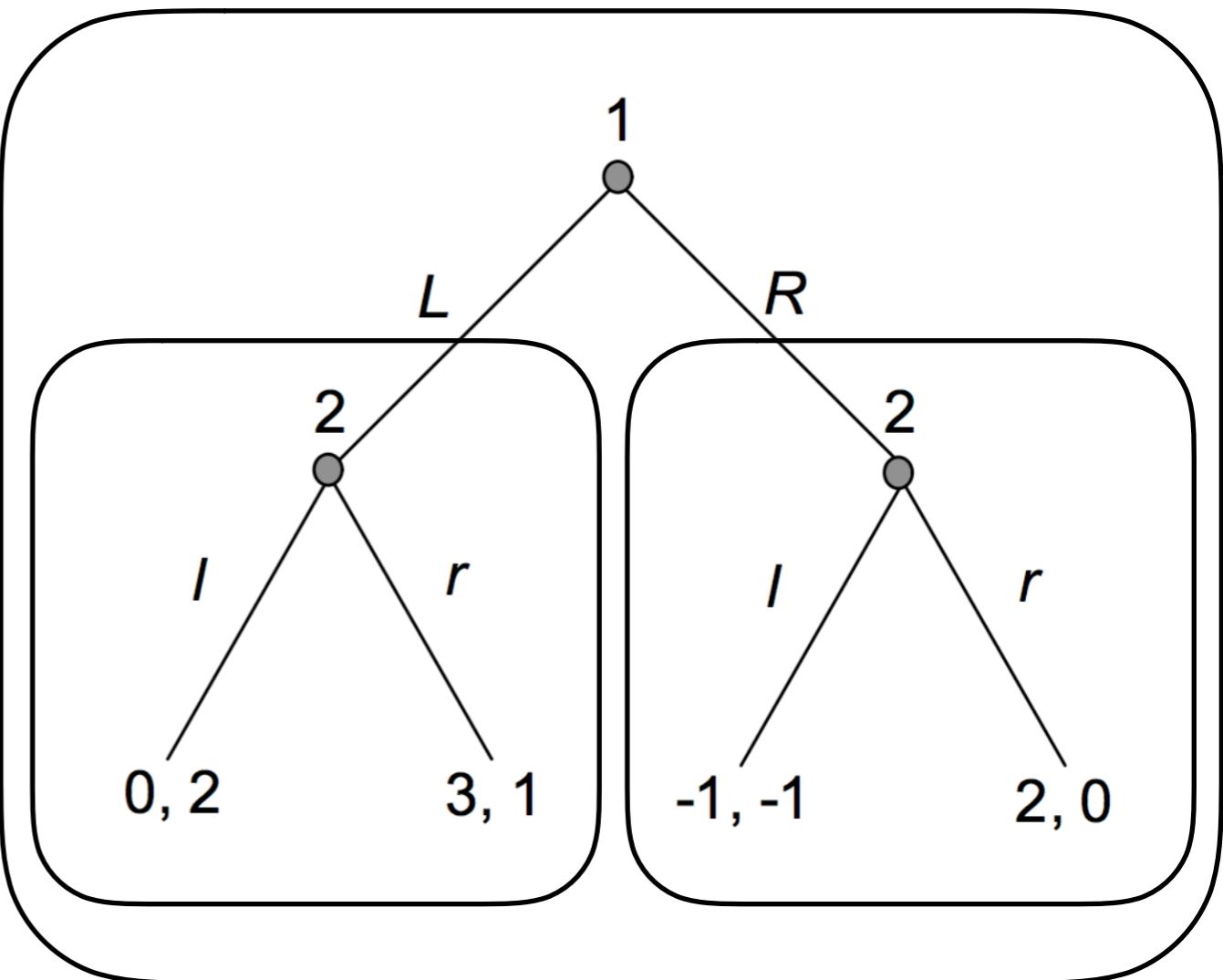
Subgame

- 전개형 게임에서 원래 게임에서 떼어낼 수 있는 부분
- 이렇게 떼어낸 후 무엇이 좋 은지 생각한다.
- 서브게임은 어디에서부터 생 겨나는가?
- 역진귀납법, 후방추론법 (backward induction)



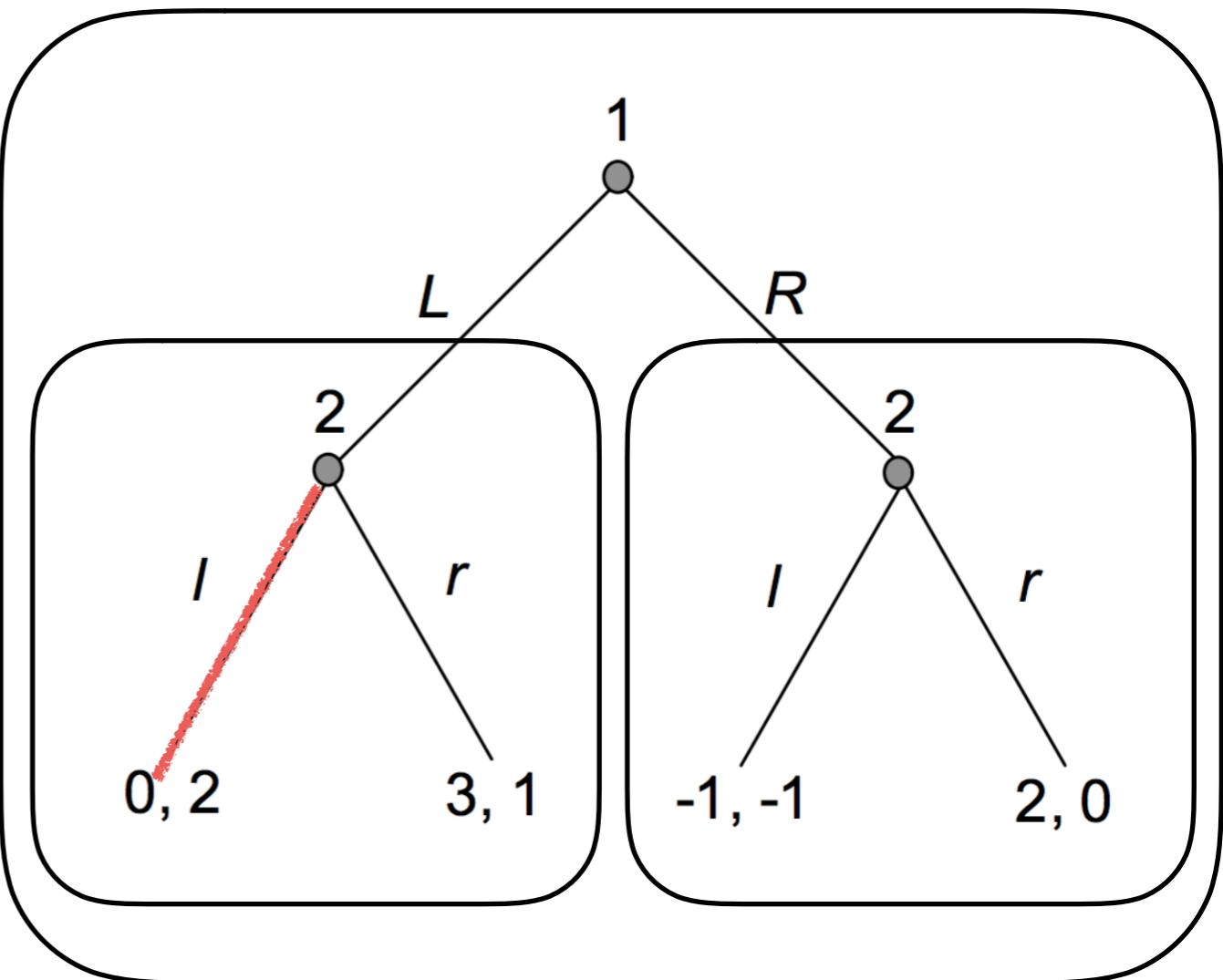
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님



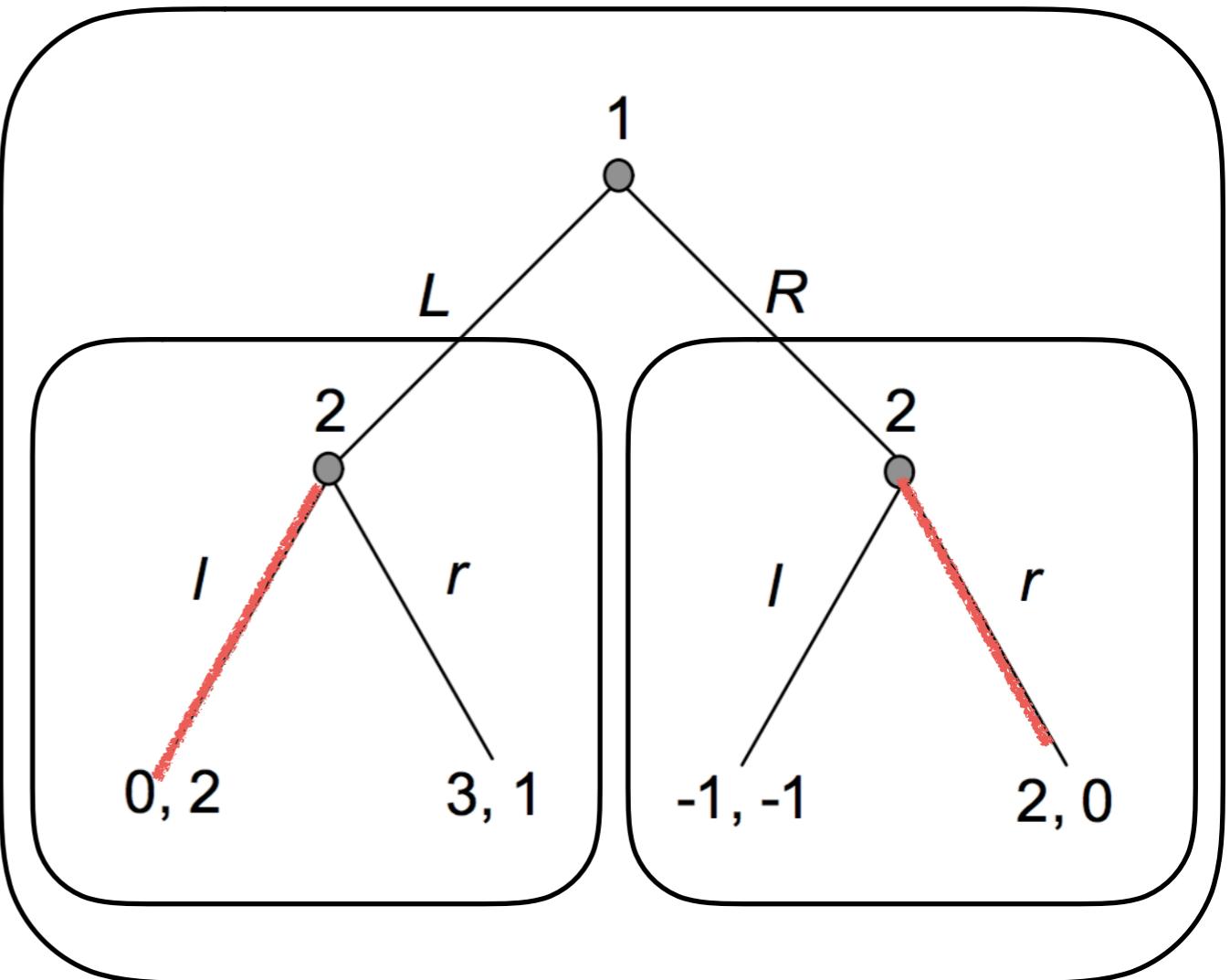
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님



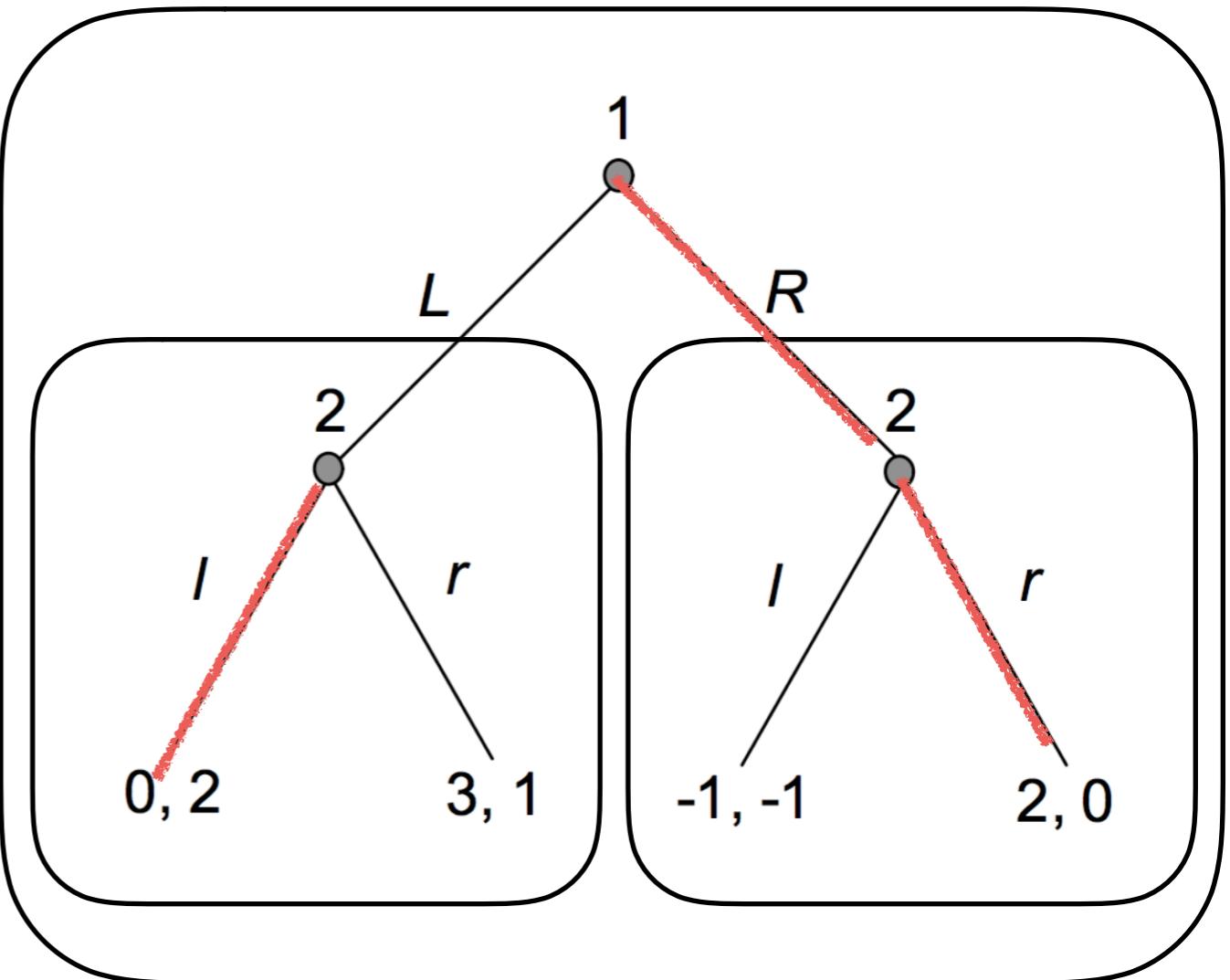
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님



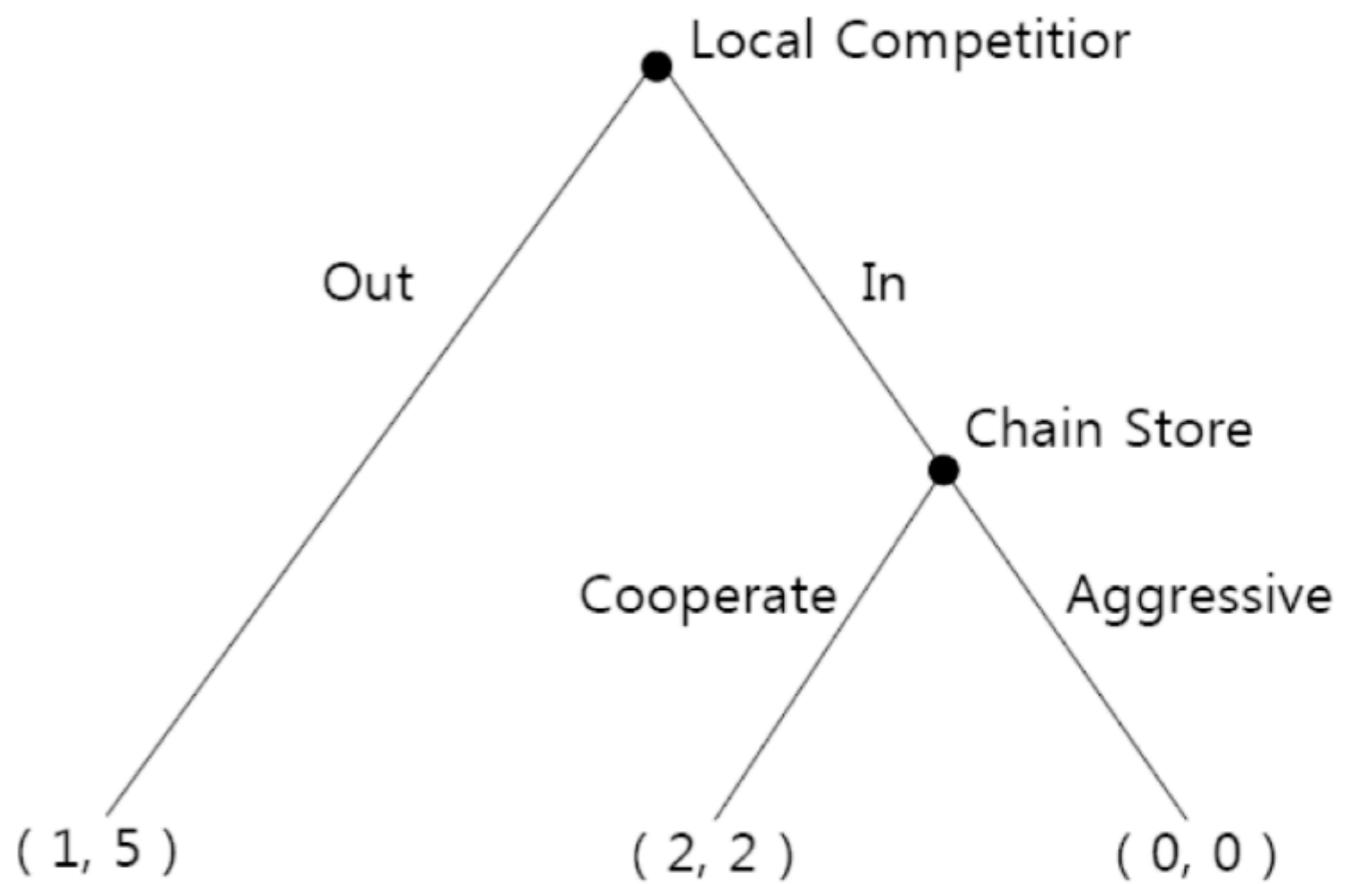
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님

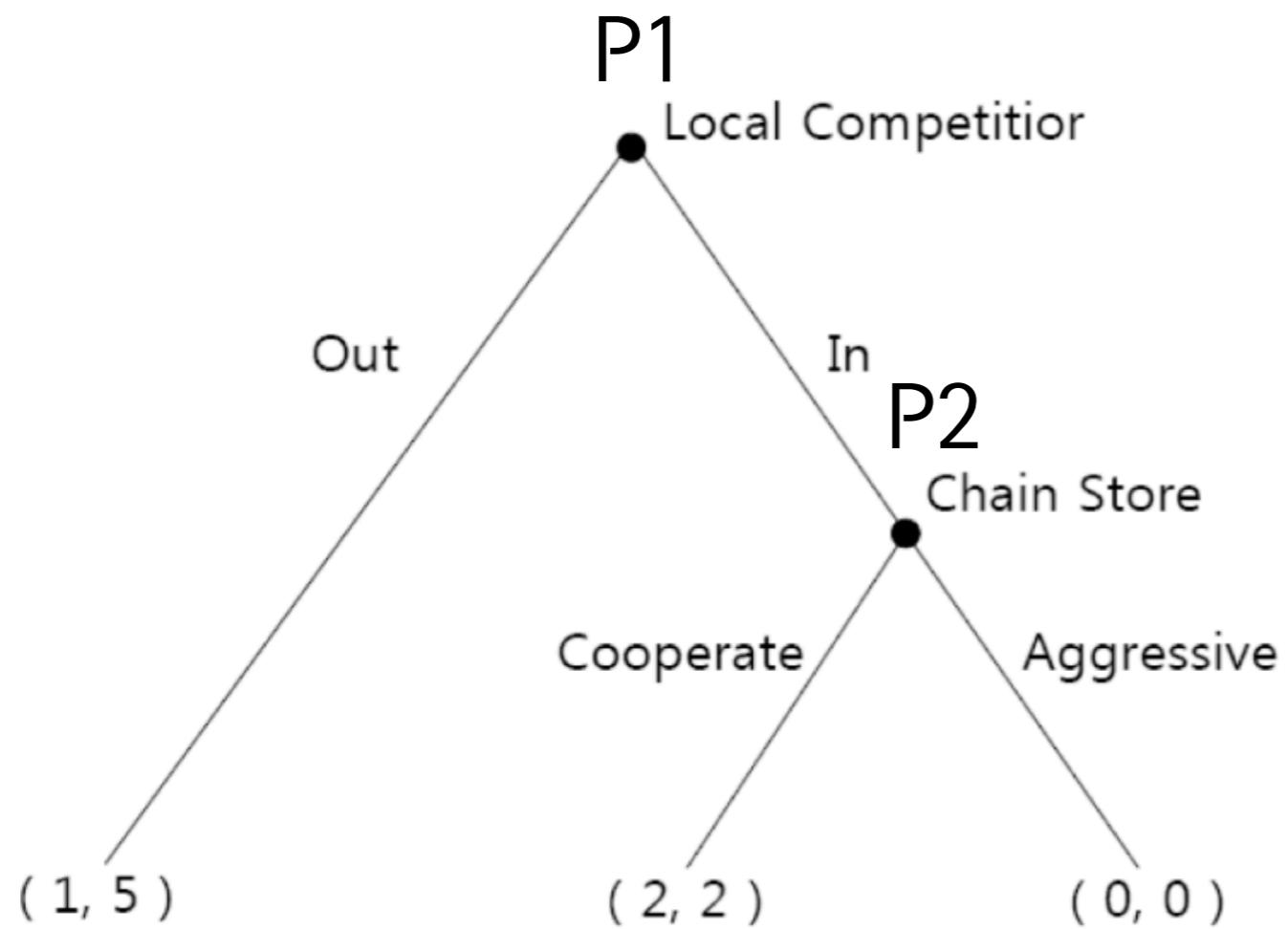


Chain Store Game

- 옆의 게임에 SPE를 찾아보자.
- 당신이 P2(Chain Store) 이라면 어떻게 하겠는가?



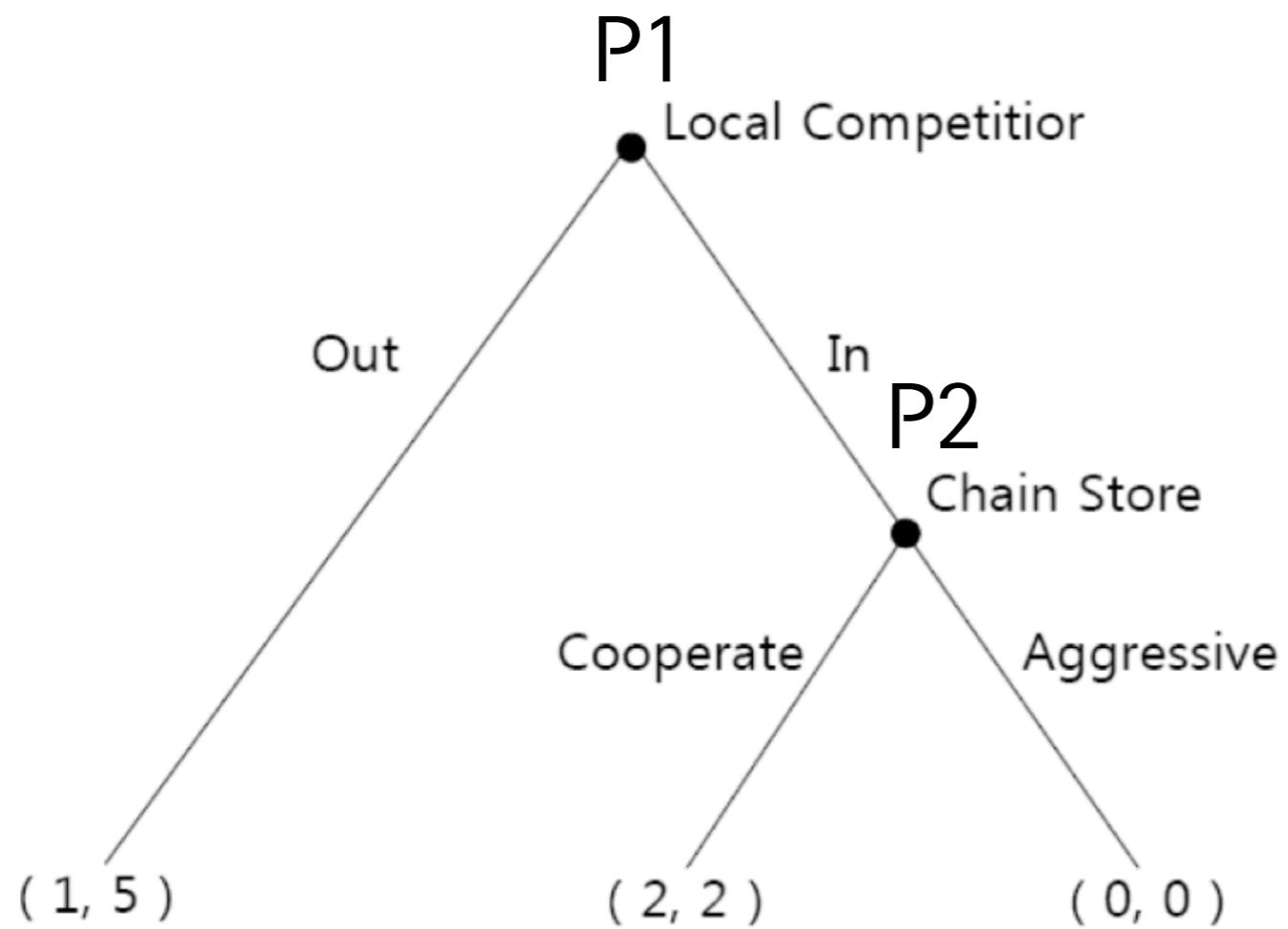
Chain Store Game: Strategic Form



	Coo	Agg
In	2,2	0,0
Out	1,5	1,5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

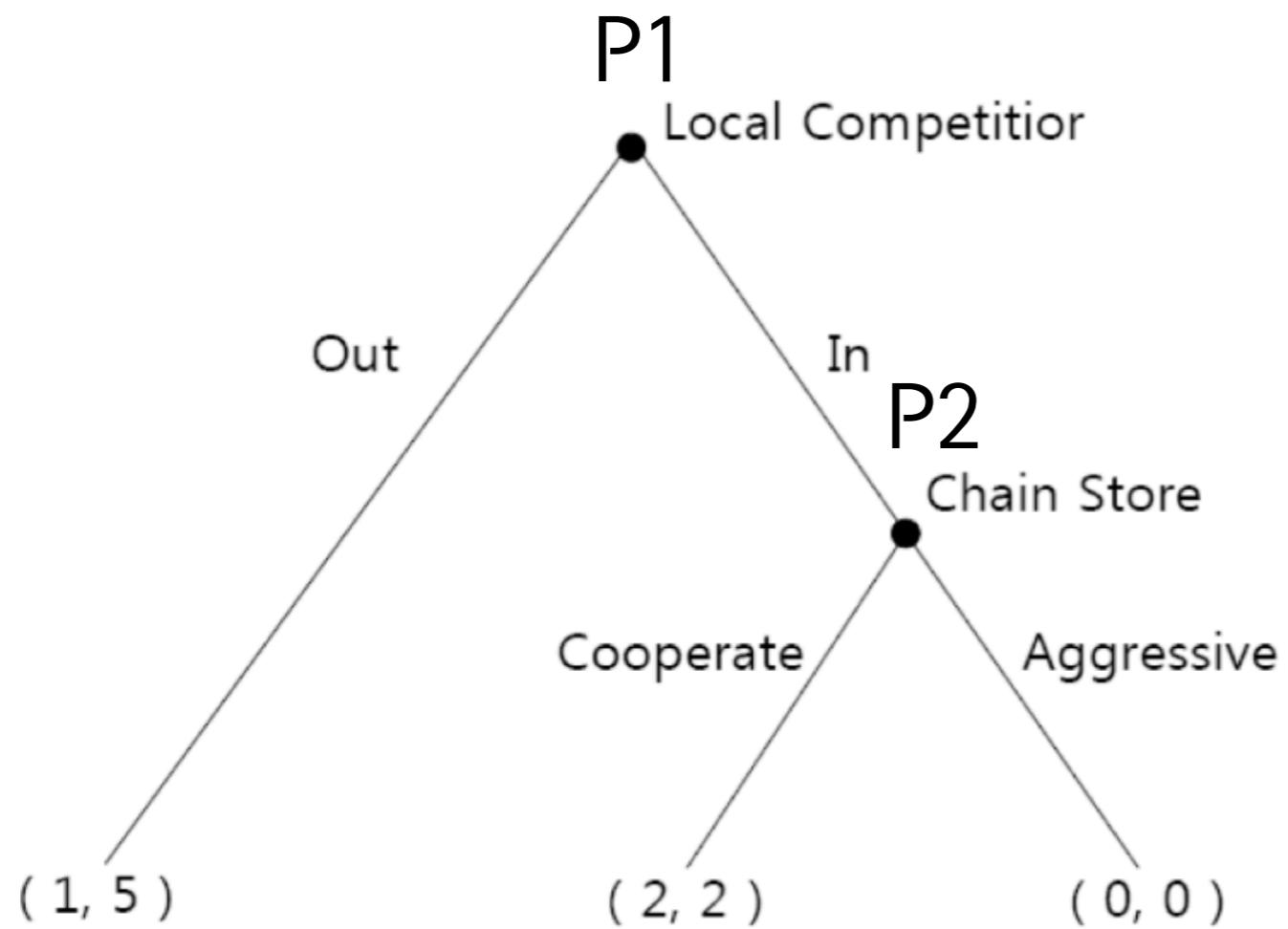
Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	2,2	0,0	
Out	1,5	1,5	

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

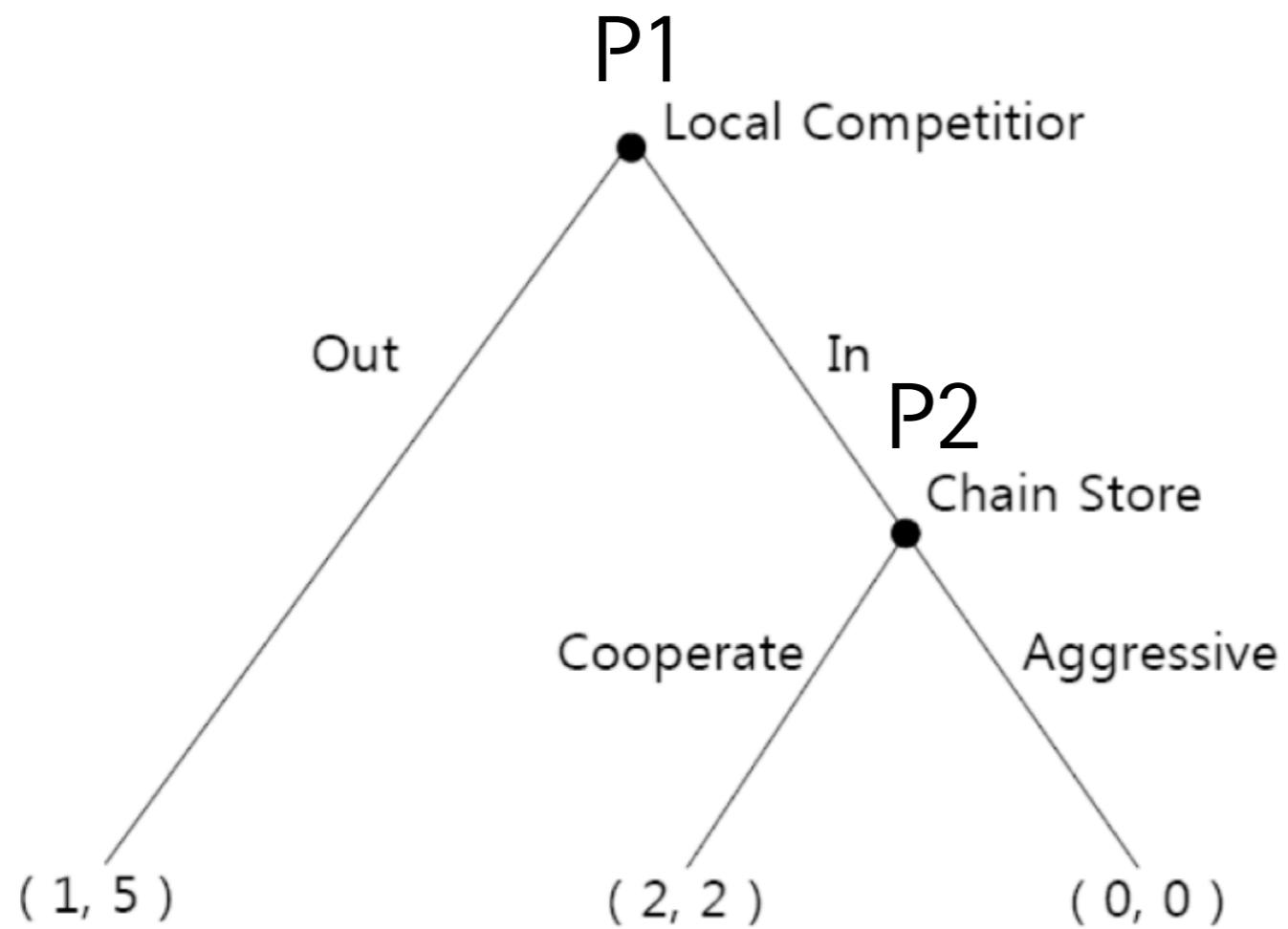
Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	2,2	0,0	
Out	1,5	1,5	

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

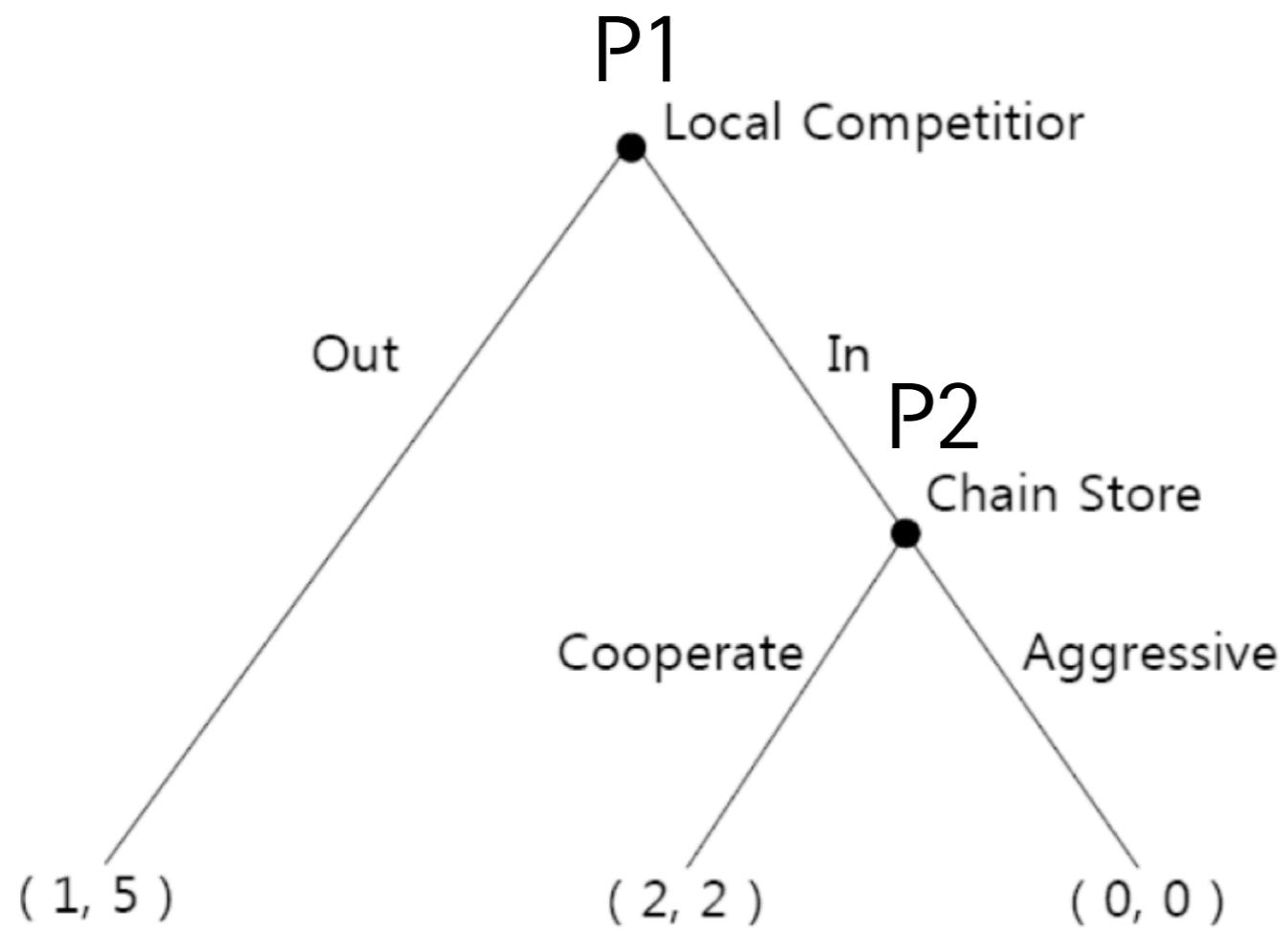
Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	In	2, 2	0, 0
	Out	1, 5	1, 5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

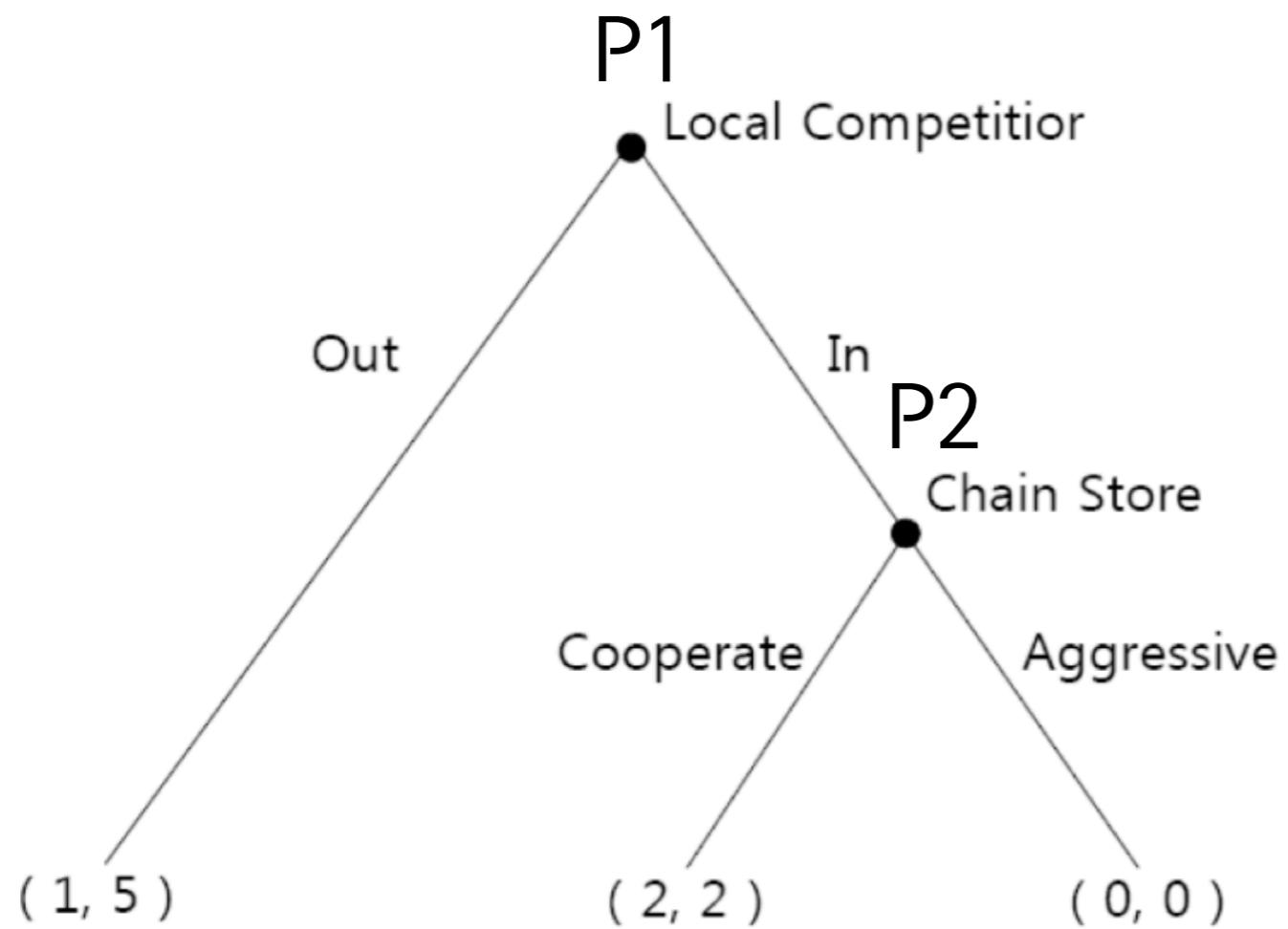
Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	2,2	0,0	
Out	1,5	1,5	

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	2,2	0,0	
Out	1,5	1,5	

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

Credible Threat, or Commitment

- [Out, Aggressive] 균형의 의미
 - 들어오기만 해봐, 무조건 Aggressive야!
 - 이 협박을 신빙성있는 것으로 받아들일 경우 Out이 합리적
- 하지만 게임이론의 측면에서 보았을때 [In, Cooperative] 균형만큼 설득력이 있을까?

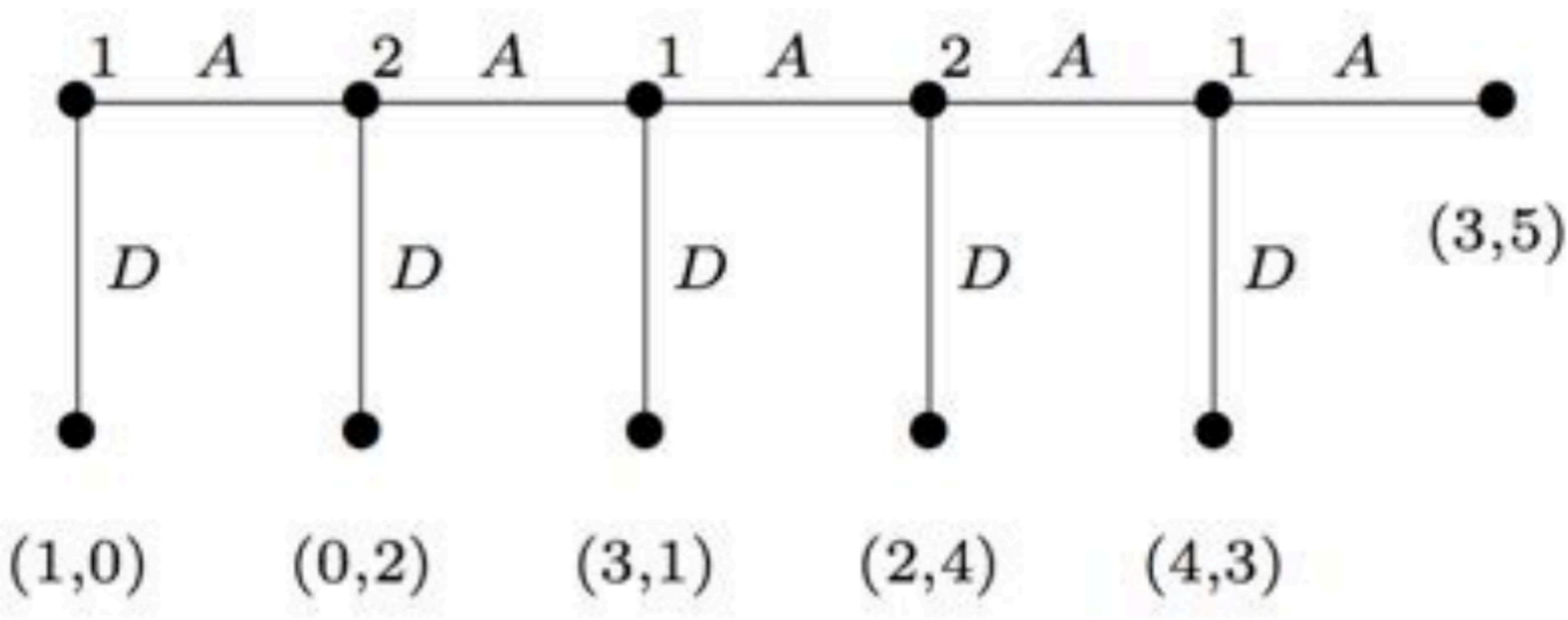


협박을 믿을 수 있게 만들기

- 희생없는 협박은 상대에게 위협이 되지 않는다.
 - 정치인들의 공약 및 선언
 - 미리 상당한 비용을 지불 해버리기
 - 배수의 진

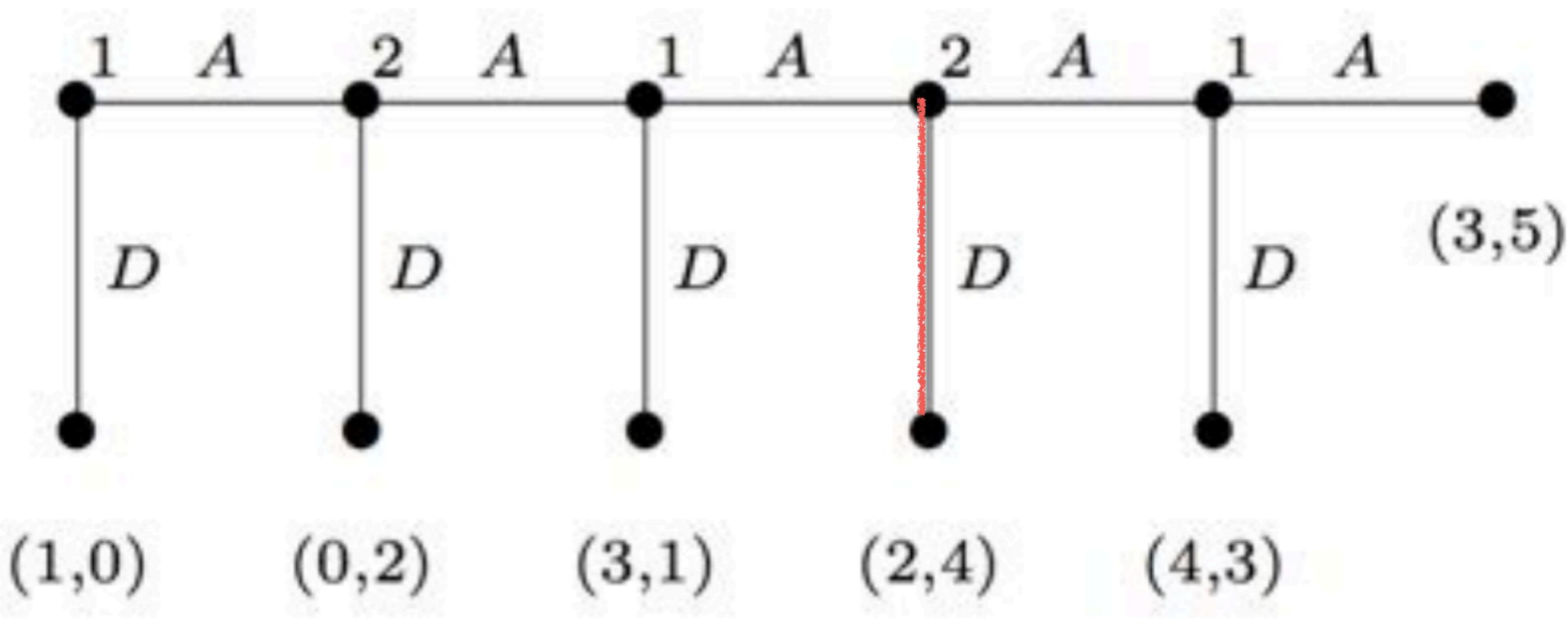


Paradox of Backward Induction (1)



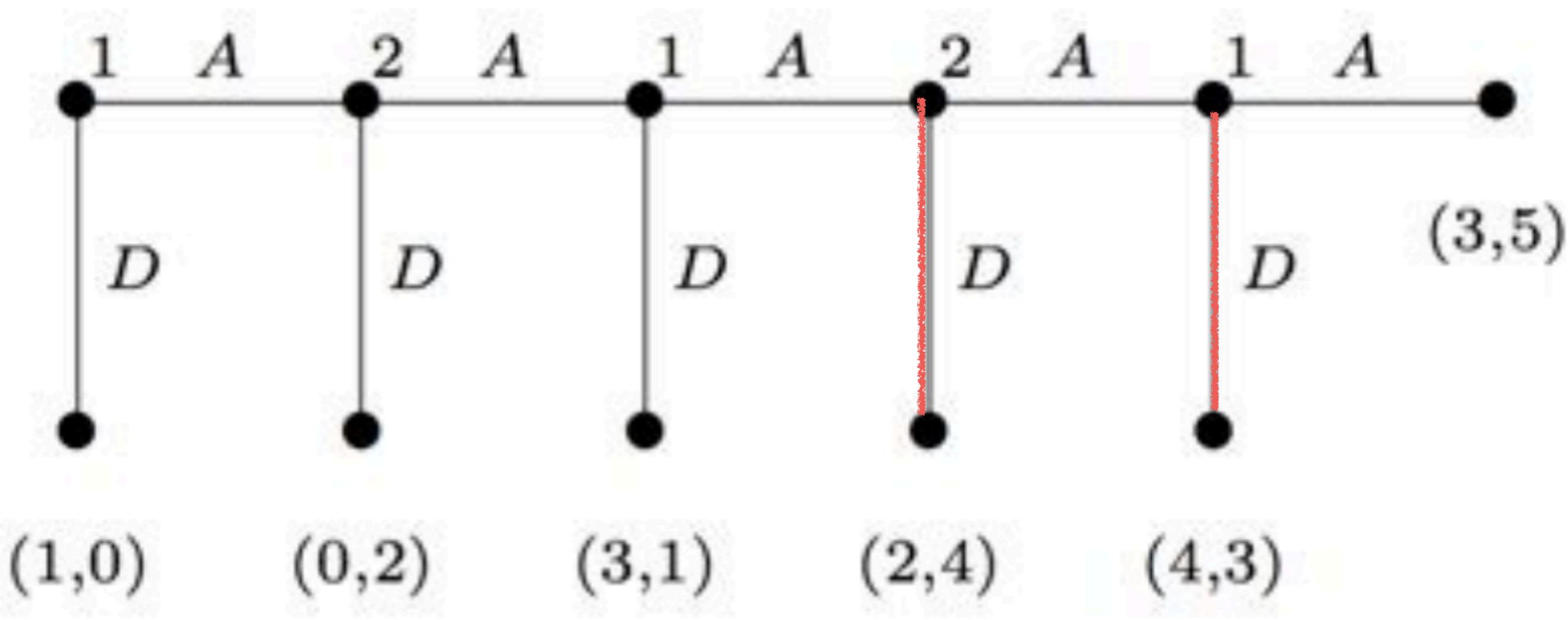
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (1)



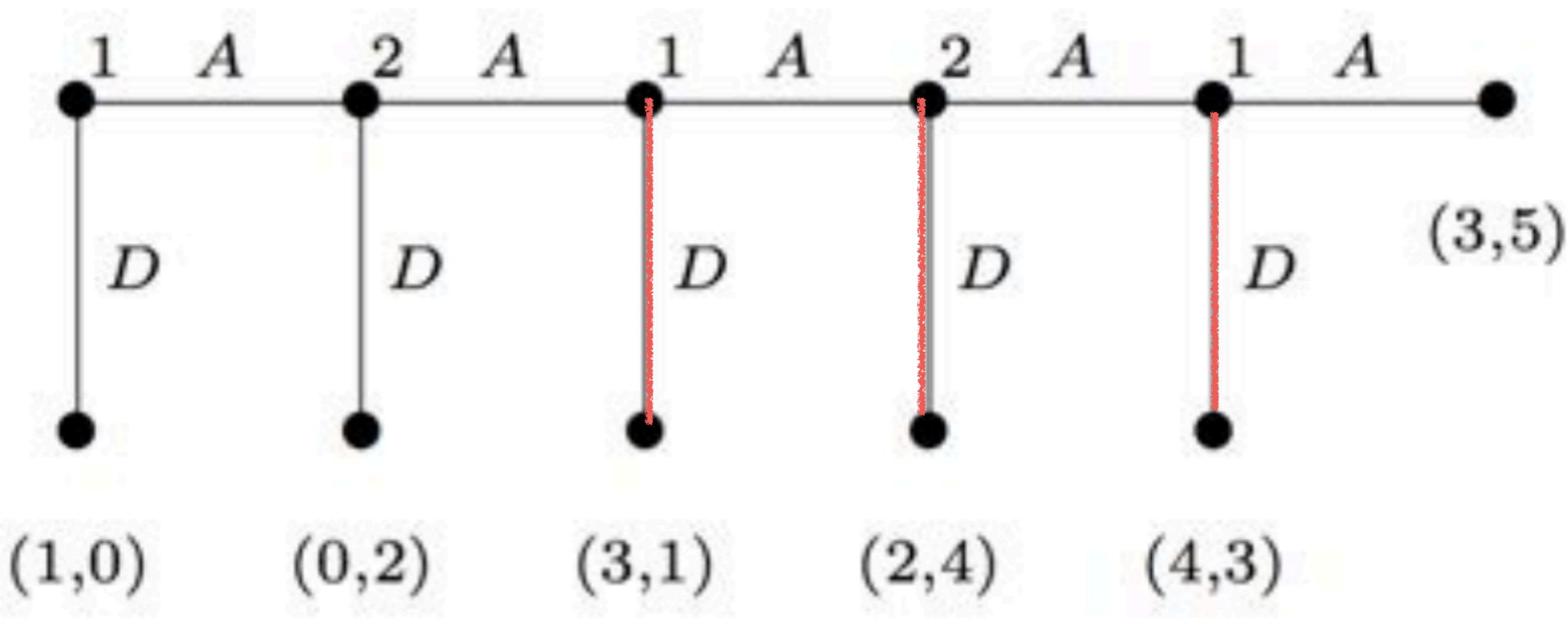
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (1)



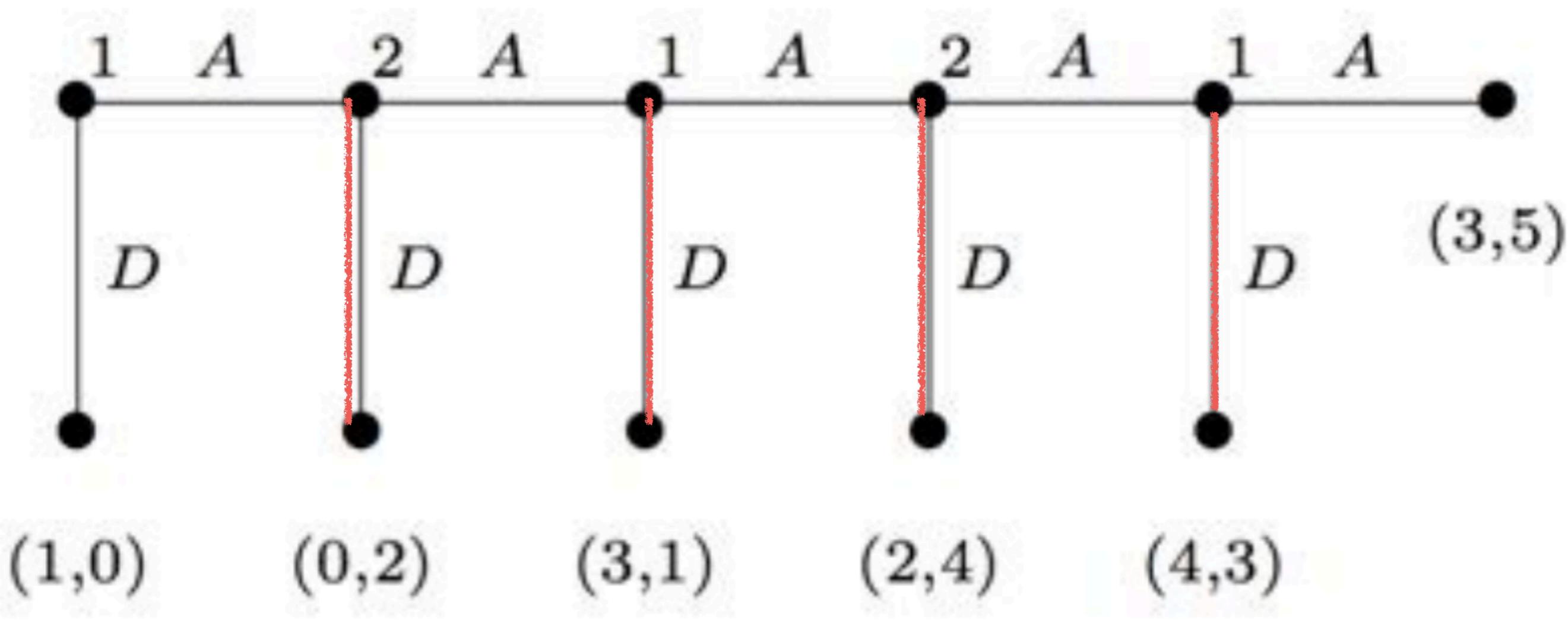
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (1)



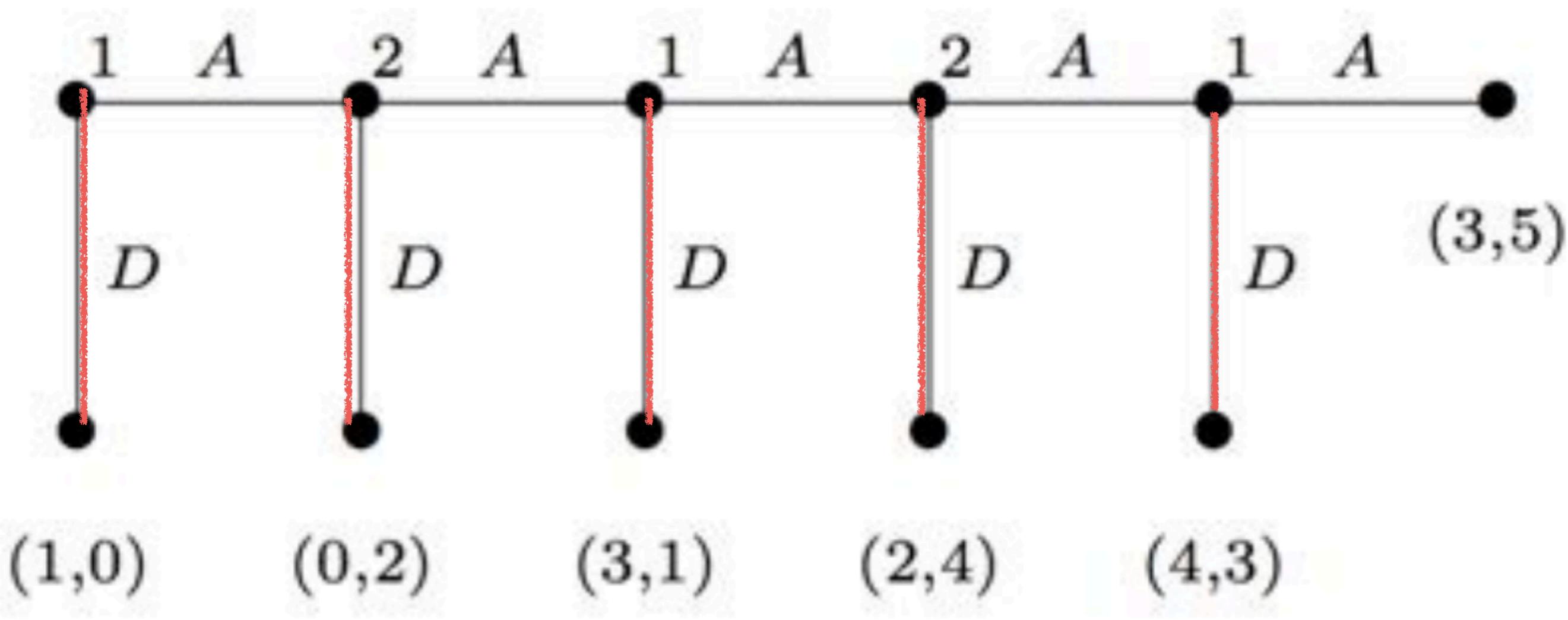
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (1)



역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

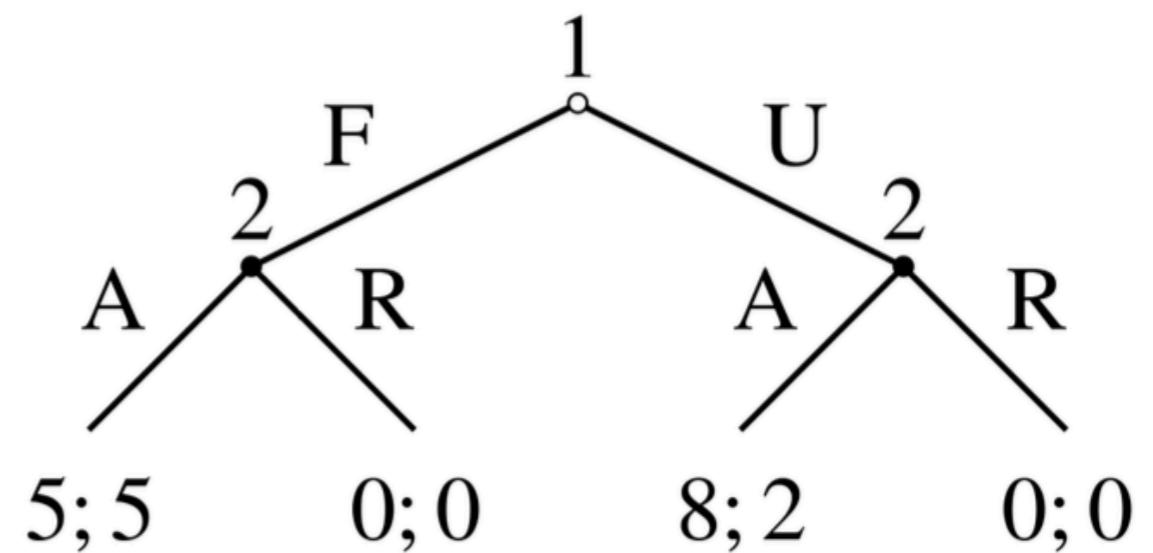
Paradox of Backward Induction (1)



역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of BI (2)

- 최후통첩게임의 축약버전
- 이 균형은 당신의 ‘감성’에 호소하는가?



최후통첩게임

Ultimatum Game

- 왜 이론적 예측과 실제 선택이 다르게 나타날까?
 - Rationality 의 부족
 - 금전적 손해를 넘어서는 심리적 보상
 - Inequality Aversion
 - ...

다음 주제

- 전개형 게임 Part II
- 반복게임

수고하셨습니다!