

게임이론 (2)

게임이론, 협력, 그리고 진화

조남운

주제

- 전략형 게임
- 전개형 게임

Battle of Sexes

- 취향이 다른 두 연인들의 문제

- 같이 노는 것을 더 선호하지만 기왕이면 P1은 영화(Film)을, P2는 야구(Baseball)를 보고 싶어함
- 오늘 참가할 게임이기도 함
(향후 설명)

P1

P2

	F	B
F	2, 1	0, 0
B	0, 0	1, 2

PSNE, MSNE

- 총 3개의 내쉬균형
- PSNE는?
 - 2개 있음
- MSNE는?
 - 1개 있음

$$\pi_1(F) = q \times 2 + (1 - q) \times 0$$

$$\pi_1(B) = q \times 0 + (1 - q) \times 1$$

$$\pi_1(F) = \pi_1(B) \Rightarrow q^* = \frac{1}{3}$$

		P2
		F
		B
P1	F	2, 1
	B	0, 0
P2	F	0, 0
	B	1, 2

PSNE, MSNE

- 총 3개의 내쉬균형
- PSNE는?
 - 2개 있음
- MSNE는?
 - 1개 있음

$$\pi_1(F) = q \times 2 + (1 - q) \times 0$$

$$\pi_1(B) = q \times 0 + (1 - q) \times 1$$

$$\pi_1(F) = \pi_1(B) \Rightarrow q^* = \frac{1}{3}$$

P2

	F	B
F	p	2, 1
B	1-p	0, 0 1, 2

PSNE, MSNE

- 총 3개의 내쉬균형
- PSNE는?
 - 2개 있음
- MSNE는?
 - 1개 있음

$$\pi_1(F) = q \times 2 + (1 - q) \times 0$$

$$\pi_1(B) = q \times 0 + (1 - q) \times 1$$

$$\pi_1(F) = \pi_1(B) \Rightarrow q^* = \frac{1}{3}$$

		P2	
		F q	B 1-q
		F p	2, 1
		B 1-p	0, 0
			1, 2

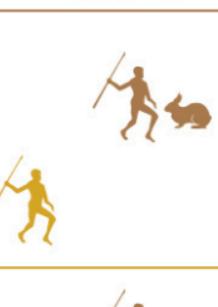
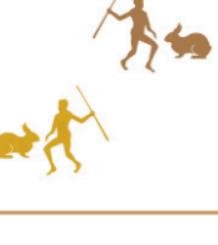
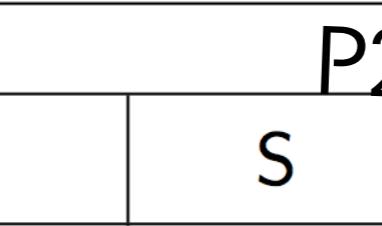
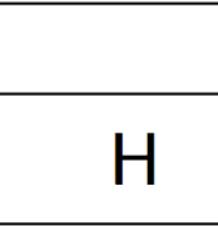
실제 게임시 혼합전략을 구사하는 법

- 주사위, 혹은 기타 내가 목표로 하는 확률을 임의로 발생 시켜 그 결과에 따름
- 예: $1/3$ 확률로 H, $2/3$ 확률로 D를 하고 싶을 경우
 - 1: 주사위를 던진다
 - 2: 1, 2 이면 H, 나머지 숫자이면 D를 한다



조정게임의 변형: Stag Hunt Game

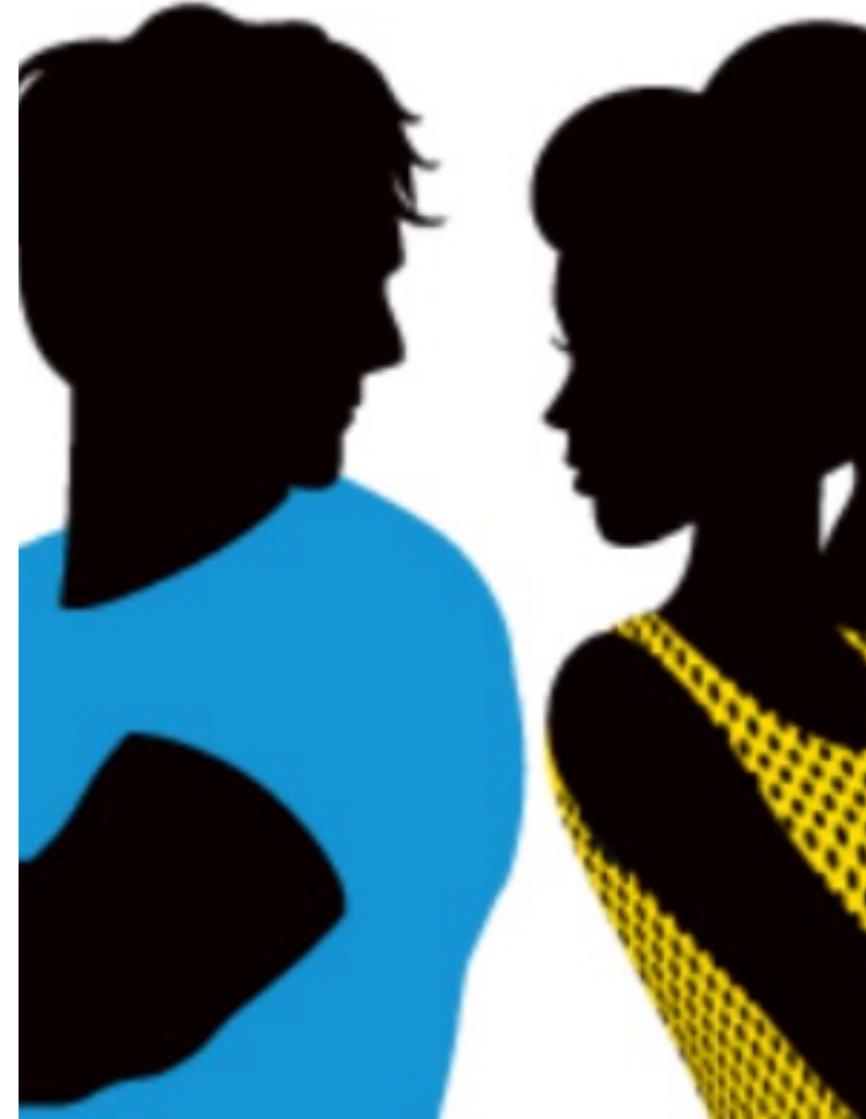
- 내쉬의 증명은 몇 명의 플레이어가 있던 반드시 내쉬 균형이 존재한다는 것.
- 얼핏 죄수의 딜레마처럼 보이지만 근본적인 구조는 조정 게임에 더 가까움
- PSNE, MSNE를 찾아보고 죄수의 딜레마, 조정게임의 NE들과 대조해보라.

S _h	COOPERATE	DEFECT
		
COOPERATE		
		

	P2	
P1	S	H
	S	3, 3 0, 2
	H	2, 0 1, 1

성대결게임 실습

- 임의의 두 사람이 서로 “남편”, “아내” 중 하나의 역할을 담당
 - 실제 성별과 무관하게 랜덤
- 같은 상대방과 총 5회에 걸쳐 성대결 게임을 실시
 - 보수구조는 게임 하단에 표시됨



Volunteer Dilemma

- 집 밖에서 들려오는 다급한 도와달라는 비명소리
- 누군가 신고 전화를 하면 (Call) 그는 무사, 하지만 아무도 걸지 않으면 (Not) 죽을 수도 있다.
- 이 타인이 죽는다면 동네 사람들의 보수는 0, 무사하면 1
- 전화를 거는 비용은 $0 < c < 1$



동네사람들이 2명일 경우

- 어떤 게임의 구조를 가지고 있을까?
 - PSNE, MSNE를 구하고 지금까지 배웠던 게임들과 비교해보라
- 동네사람들의 수(n)가 2명 이상이라면 어떻게 할까?

		C	N
C	1-C, 1-C	1-C, 1	
N	1, 1-C	0, 0	

$n > 2$ 인 경우

- i 번째 플레이어 입장에서 있을 수 있는 경우는 총 3가지임 (A,B,C)
- Case A: 내가 전화를 한 경우
 - $\pi_i(C) = 1 - c$
- 내가 전화를 하지 않은 경우
 - Case B: 다른 사람이 전화를 했을 경우
 - $\pi_i(D) = 1$
 - Case C: 다른 사람이 한 명도 전화를 하지 않았을 경우
 - $\pi_i(D) = 0$
- 모든 사람의 전화할 확률은 p 로 일정하다고 가정, c 도 사람마다 일정하다고 가정
 - 모든 사람의 p, c 가 모두 다른 것이 좀 더 현실적이지만 그럴 경우 계산이 무척 어려움

최소한 한 명이 전화할 확률의 계산

- 한 명이 전화할 확률 = p
- 한 명이 전화하지 않을 확률 = $1-p$
- n 명이 전부 전화하지 않을 확률 = $(1 - p)^n$
- 최소한 한 명이 전화할 확률 = n 명이 전부 전화하지 않을 확률을 뺀 전체확률 = $1 - (1 - p)^n$

MSNE

- Case A는 나의 행동이 C일 때,
- Case B, C는 나의 행동이 N 일 때.
- 따라서 플레이어 i의 MSNE 는 아래와 같이 계산할 수 있음

$$\pi_i(C) = 1 - c$$

$$\pi_i(N) = [1 - (1 - p)^{n-1}] \times 1 + (1 - p)^{n-1} \times 0$$

	확률	보상
Case A	1	$1 - c$
Case B	$1 - (1 - p)^{n-1}$	1
Case C	$(1 - p)^{n-1}$	0

n 이 매우 클 때 MSNE

- 사람이 많아질수록 전화를 걸 확률은 0에 수렴함
- 과연 이 결과는 말이 되지 않는 것일까?

$$p^* = 1 - c^{\frac{1}{n-1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p^* = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 - c^{\frac{1}{n-1}} = 0$$

Volunteer Paradox

직접 해보기

- 클래스 전체가 한 그룹
- 전화 거는 비용: 200
- 아무도 전화를 걸지 않았을 경우: 보상 100
- 한 명이라도 전화를 걸었을 경우: 보상 1000
 - 따라서 전화를 걸었을 경우 자신의 보상은 800
 - 전화를 걸지 않고 다른 누군가가 전화를 걸었을 경우 1000이 됨
 - 아무도 걸지 않았다면 100을 얻음



Case Study: Kitty Genovese 피살사건

- Kitty Genovese
- 1964년, 자신의 아파트 앞에
서 피살됨
- 도움요청 소리를 주민 다수
가 들었음에도 즉시 신고 전
화를 하지 않음



**“37 WHO SAW
MURDER DIDN'T
CALL THE POLICE”**
- *The New York Times*
March 27, 1964

Meerkat

- 미어캣 무리 중 일부는 파수를 섬
- 위험한 동물이 다가올 경우 소리를 내서 동료들을 땅굴로 대피시킴
- 하지만 자신은 위험에 도출됨
- 만일 이들이 사람이라면 미어캣처럼 자발적으로 파수를 설 수 있을까?



전개형 게임

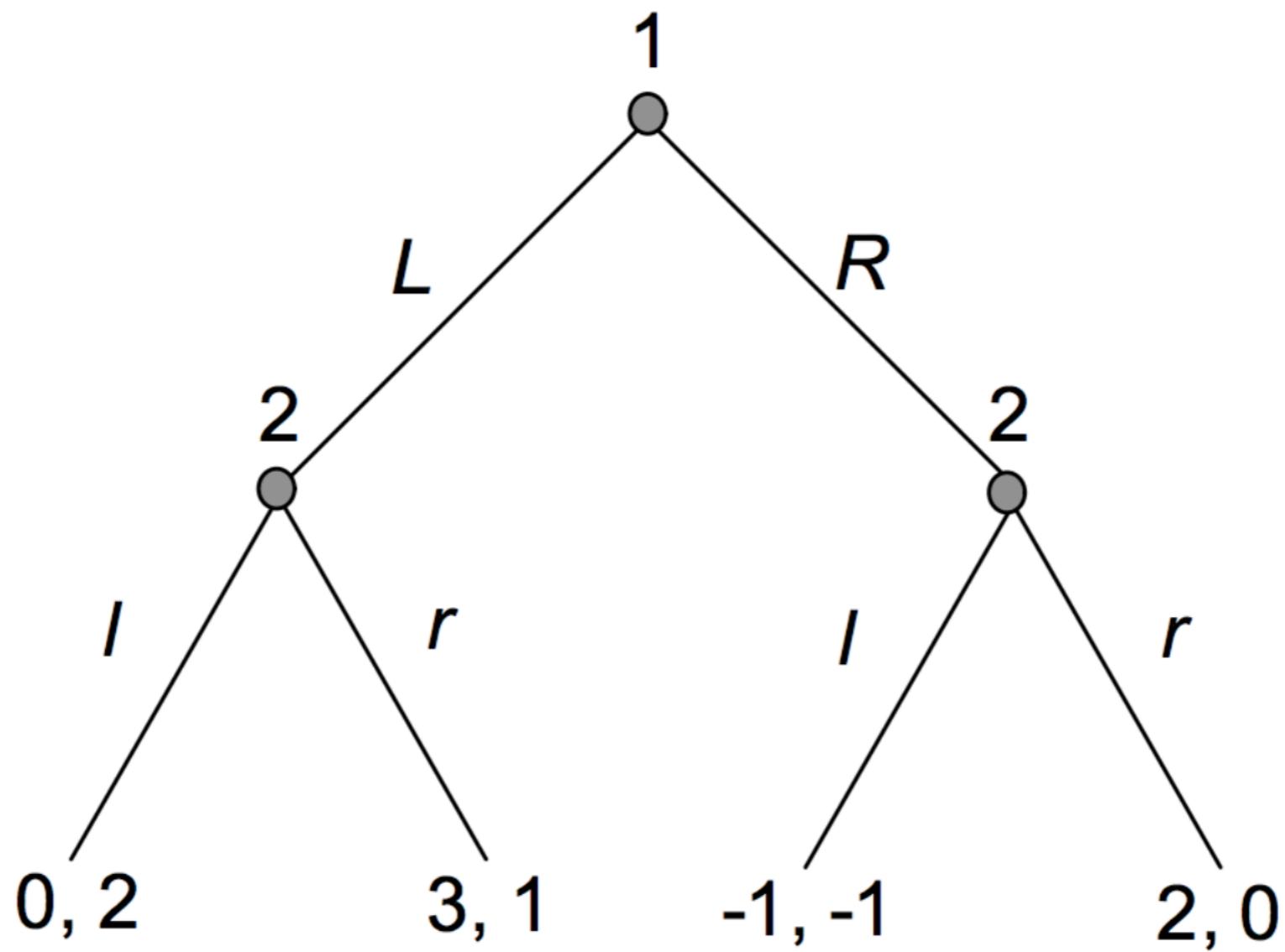
전개형 게임, 반복 게임

- 지금까지 살펴본 게임방식:
 - 플레이어는 상대방의 결정을 모른채 전략적 결정을 내린다
 - 게임은 1회만 진행한다
- 위 두 방식의 변형
 - 상대의 결정을 안다: 전개형 게임
 - 상대와 여러번 게임을 한다: 반복 게임

전개형 게임의 요소

- 게임 표현 방법이 다른 것일 뿐임
 - 모든 전략형 게임은 전개형 게임으로 표현 가능
 - 모든 전개형 게임은 전략형 게임으로 표현 가능
- 전개형 게임의 요소
 - 참가자들
 - 각 참가자들의 액션, 전략
 - 선택 노드, 게임 트리
 - 정보집합 (무엇을 알고 무엇을 모르는지에 대한 표현)

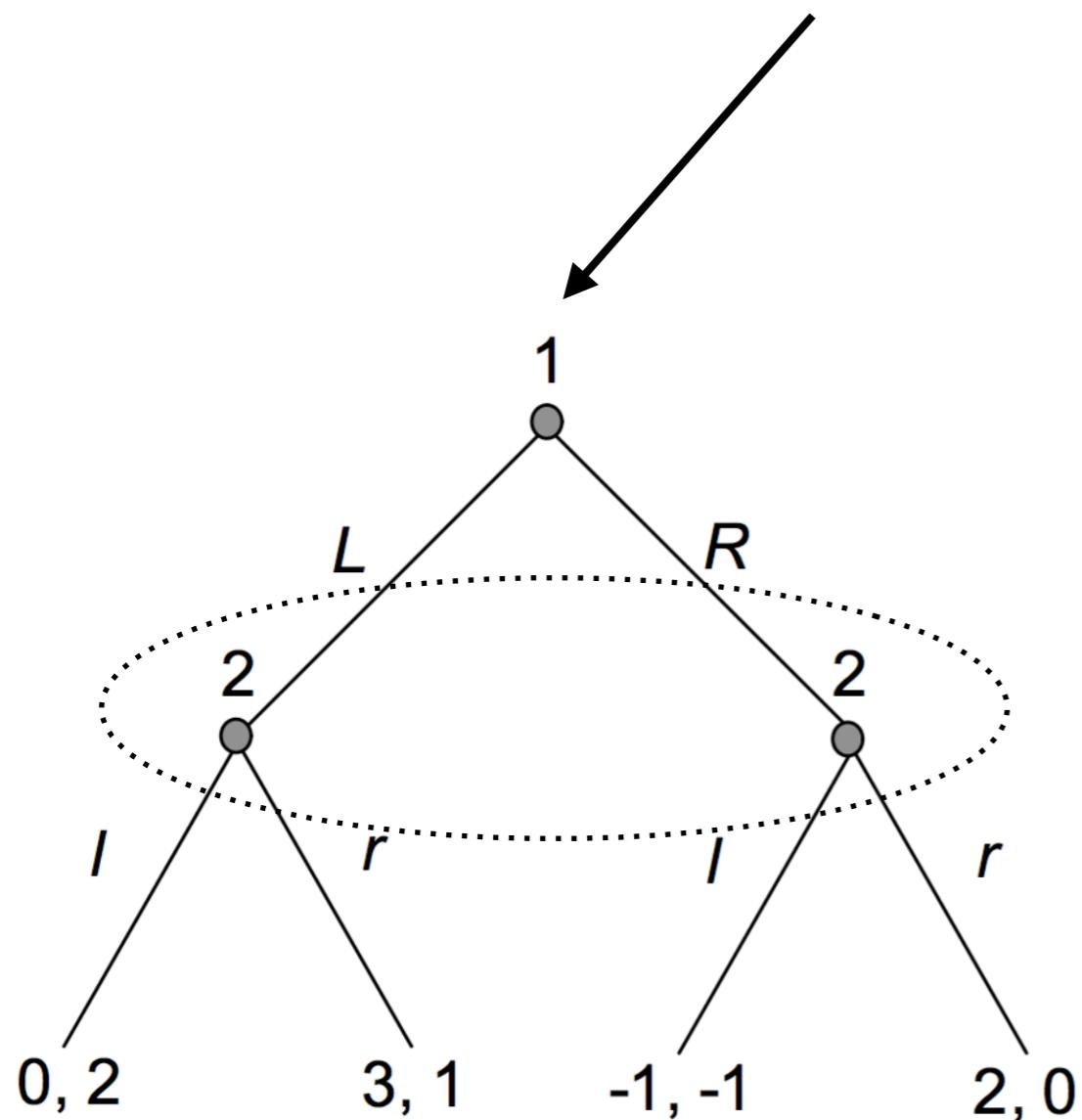
Game Tree



최후통첩게임의 전개형 표현

- 제안자의 행동: 총 11가지
 - 상대에게 0, 100, 200, …, 1000 points 제안
- 수락자의 행동: 총 2가지
 - Accept, Reject
- 전개형으로 표현해보자

전개형, 전략형

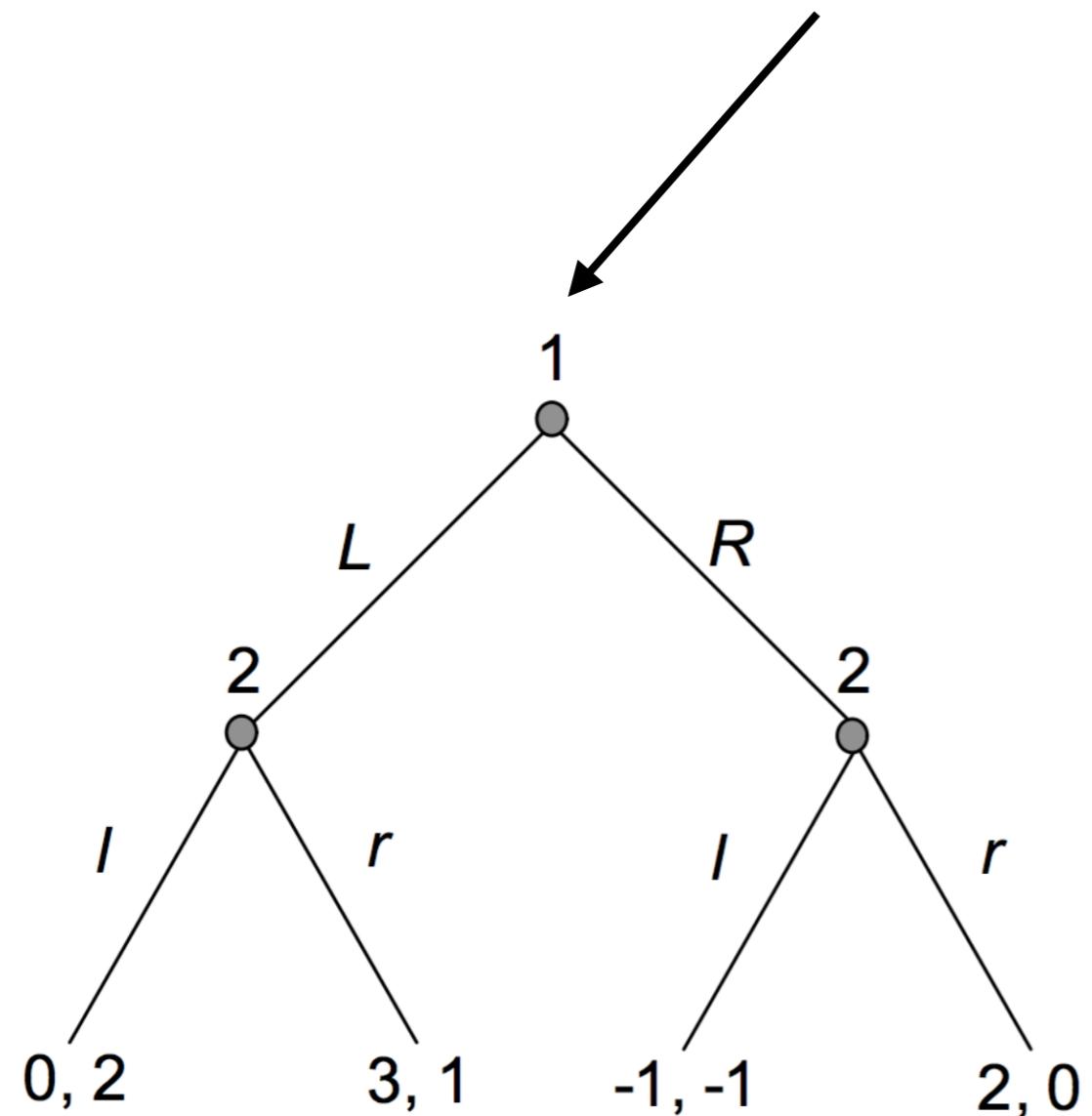


A normal form game matrix representing the same game. The rows represent Player 1's strategies L and R , and the columns represent Player 2's strategies l and r . The payoffs are listed as (Player 1 payoff, Player 2 payoff).

		l	r
L	l	$0, 2$	$3, 1$
	r	$-1, -1$	$2, 0$
R			

PSNE를 찾아보자

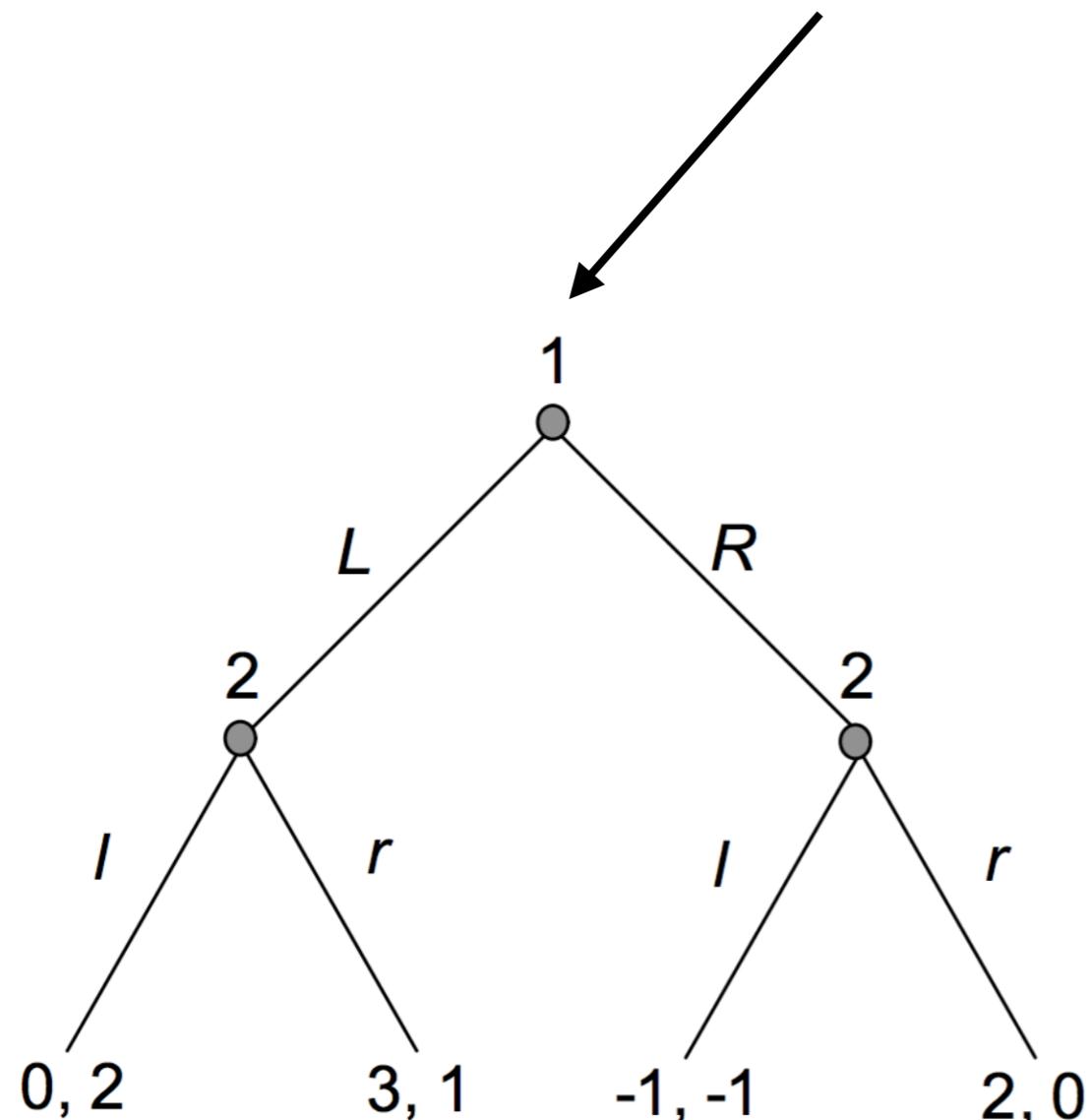
전개형, 전략형



		LIRI	LIRR	LrRI	LrRr	
		L	0,2	0,2	3,1	3,1
		R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0
1	2					

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형

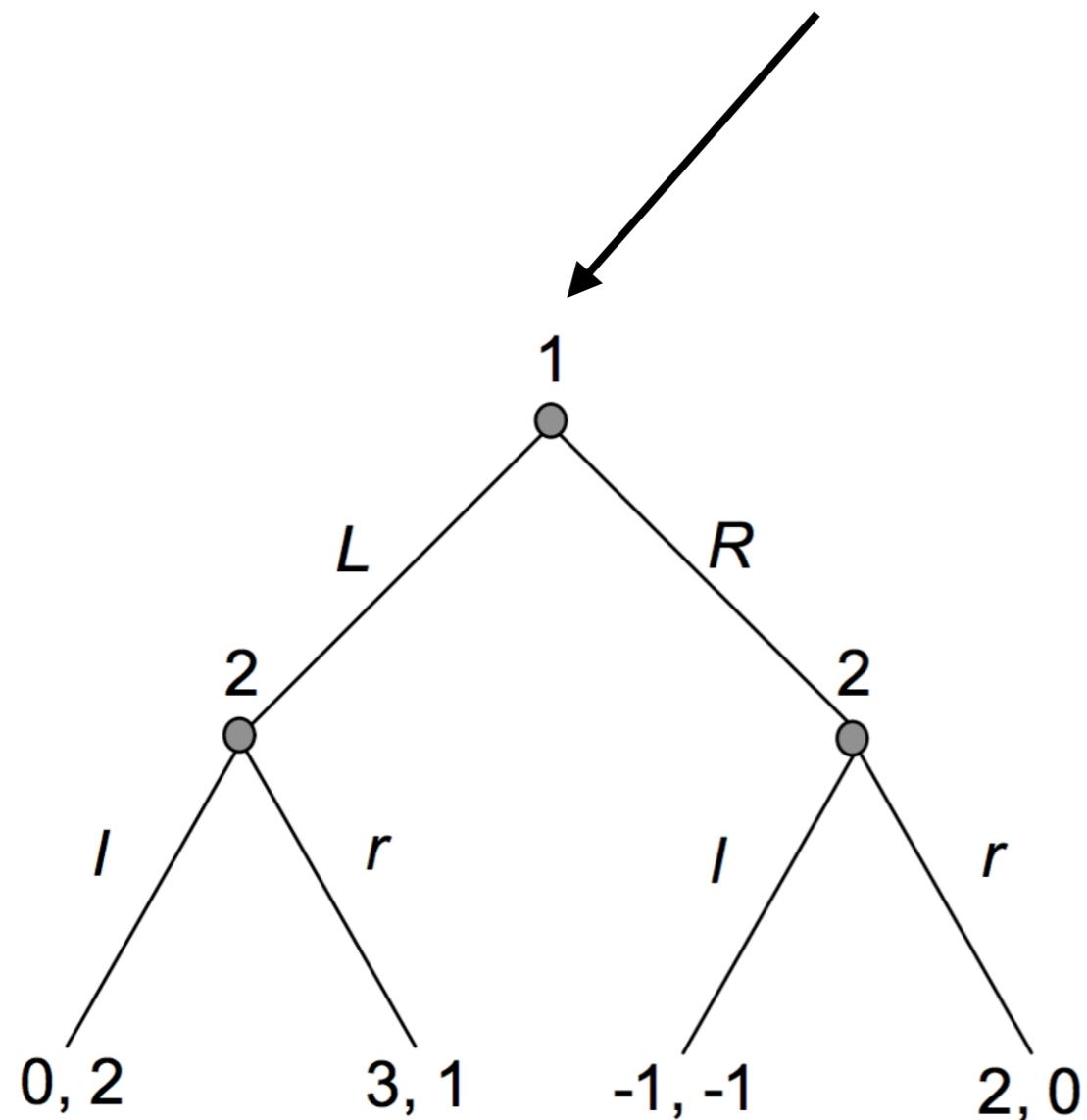


L에는 I로, R에는 r로 대응하는 전략

	LIRI	LIrR	LrRI	LrRr
L	0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
R	-1, -1	2, 0	-1, -1	2, 0

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형

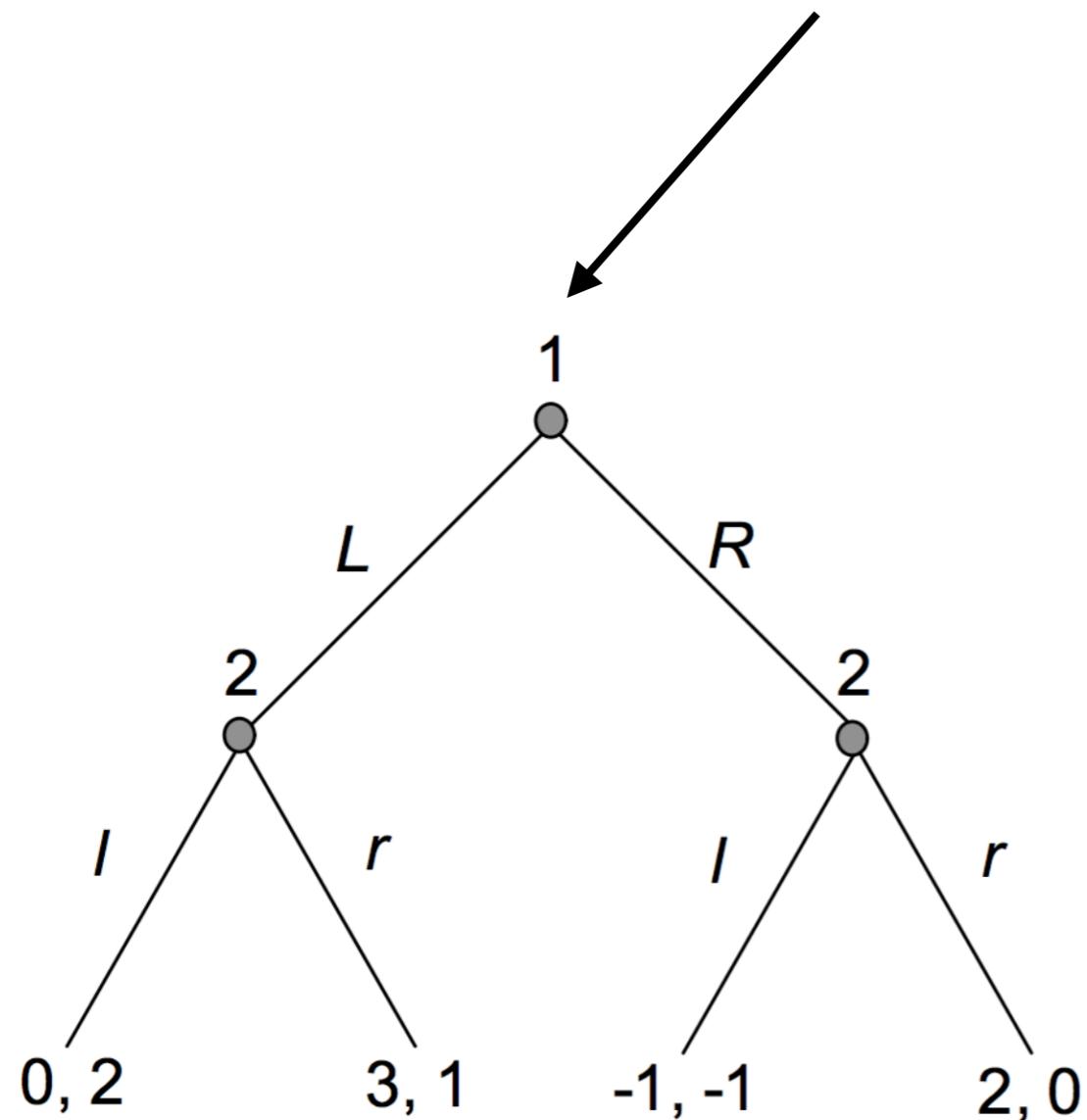


L에는 I로, R에는 r로 대응하는 전략

		LIRI	LIRR	LrRI	LrRr
		0,2	0,2	3,1	3,1
		L	R	-1,-1	2,0
		0,2	0,2	3,1	3,1
		L	R	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형

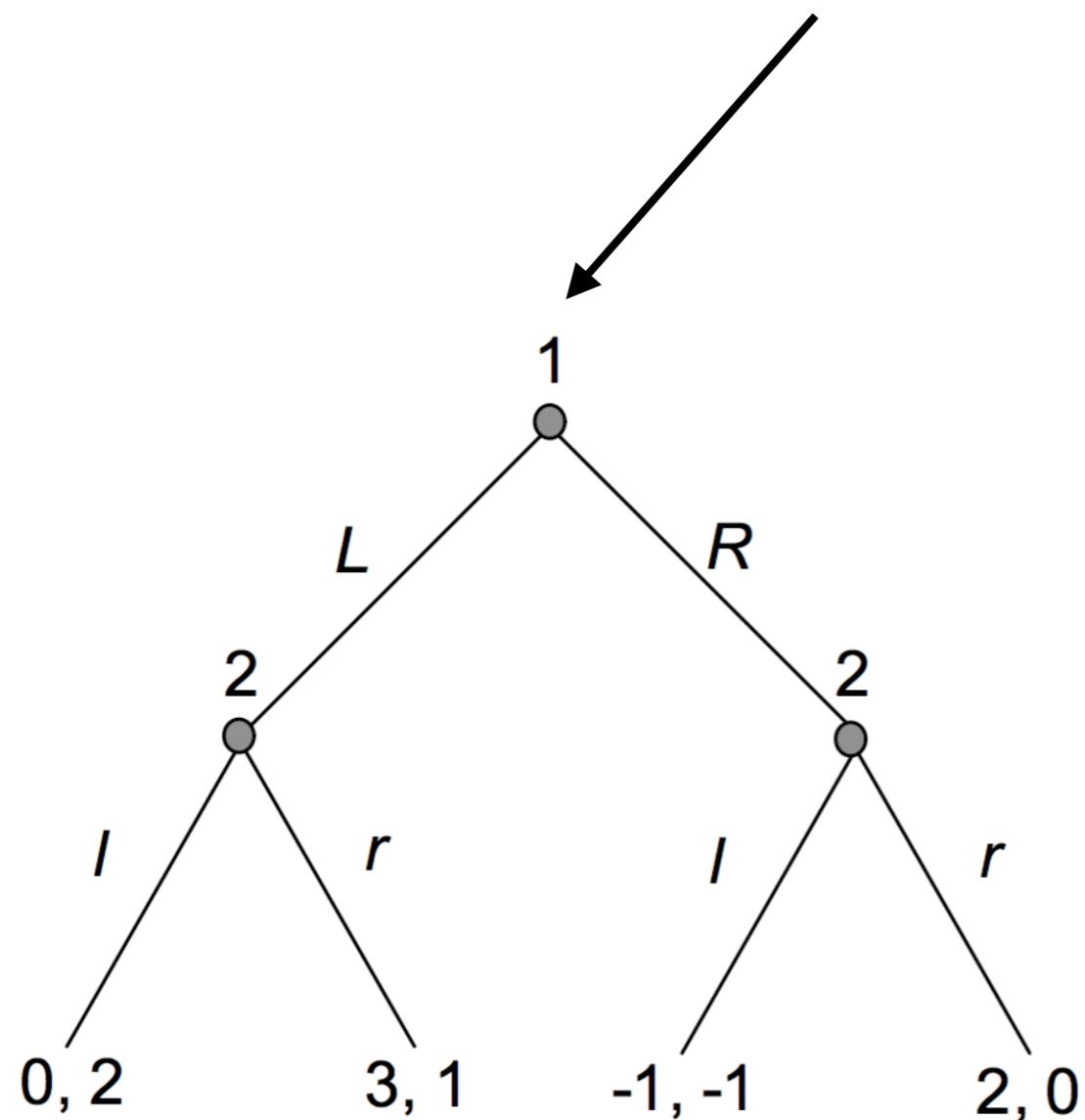


L에는 I로, R에는 r로 대응하는 전략

		LIRI	LIRR	LrRI	LrRr
		0,2	0,2	3,1	3,1
		L	R	-1,-1	2,0
		0,2	2,0	-1,-1	2,0
		-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형



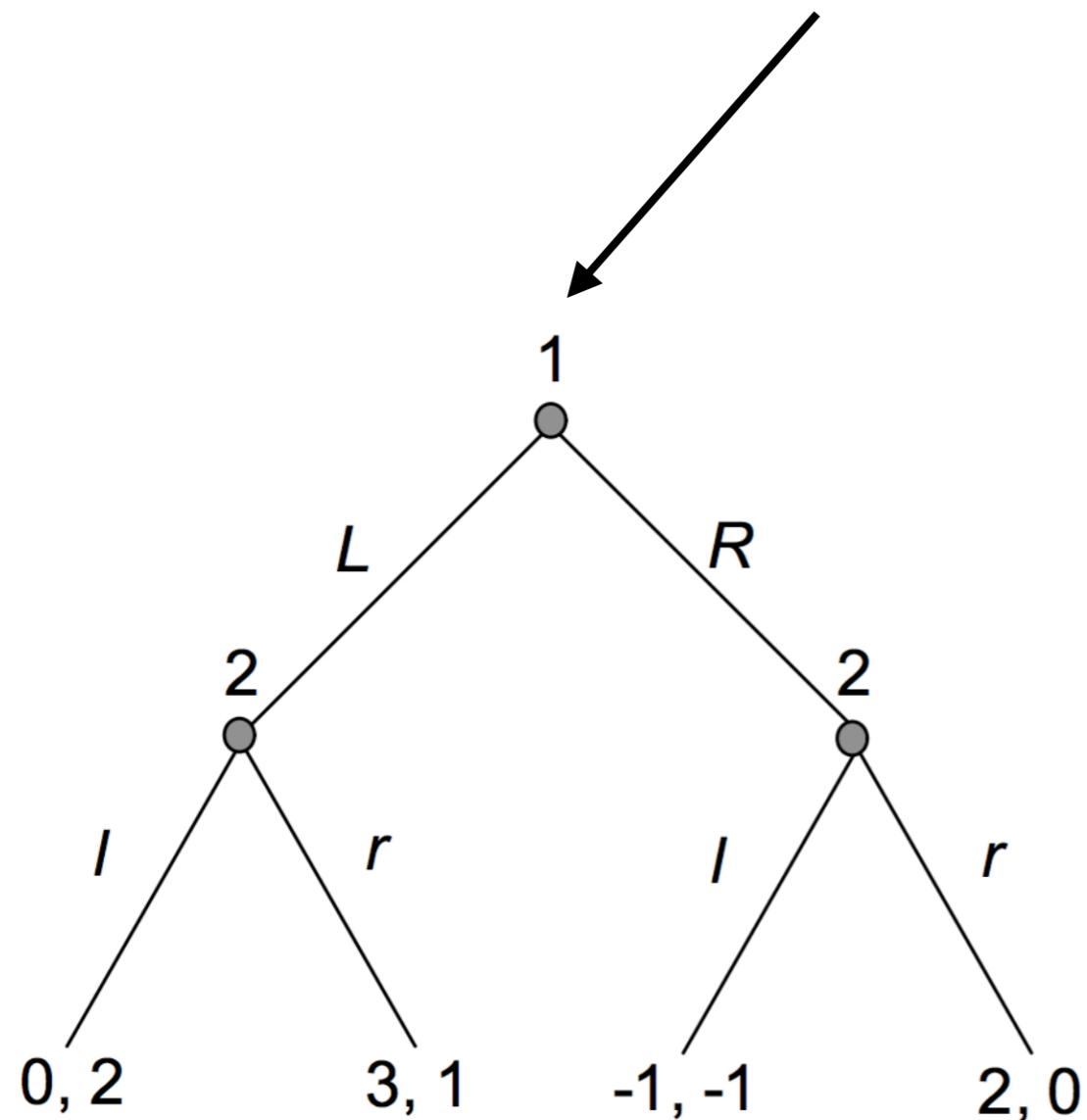
A normal form game matrix showing payoffs for Player 1 (rows) and Player 2 (columns). The strategies for Player 1 are L and R. The strategies for Player 2 are I and r. The payoffs are: (0, 2) for (L, I), (3, 1) for (L, r), (-1, -1) for (R, I), and (2, 0) for (R, r). The matrix is labeled with row and column headers: LIRI, LIRR, LrRI, LrRr.

		LIRI	LIRR	LrRI	LrRr
		0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
		-1, -1	-1, -1	2, 0	2, 0
L	0, 2	3, 1	2, 0	3, 1	3, 1
R	-1, -1	-1, -1	2, 0	2, 0	2, 0

L에는 I로, R에
는 r로 대응하는
전략

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형



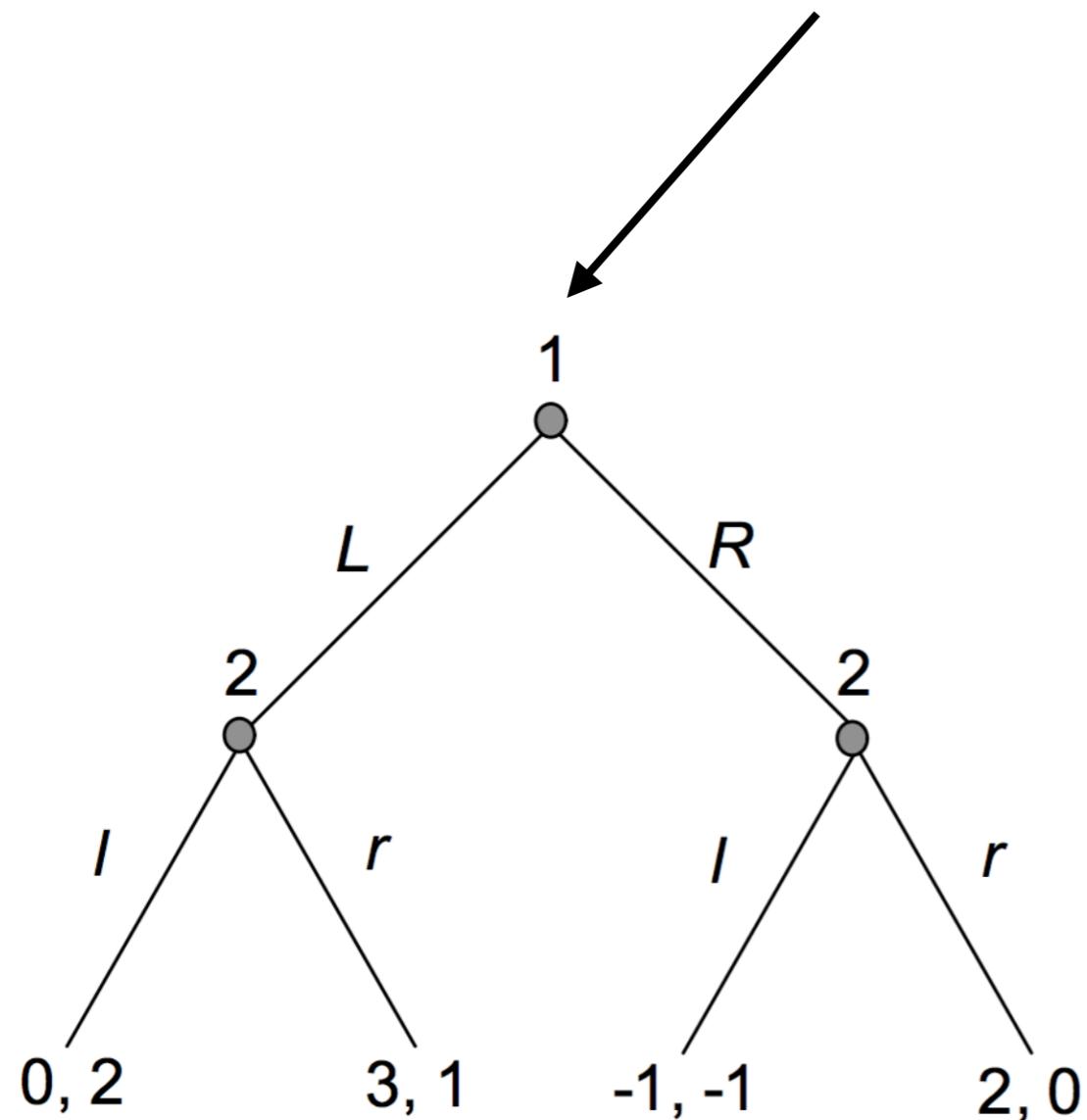
A normal form game matrix showing payoffs for Player 1 (rows) and Player 2 (columns). The strategies for Player 1 are L and R. The strategies for Player 2 are I and r. The payoffs are: (0, 2) for (L, I), (3, 1) for (L, r), (-1, -1) for (R, I), and (2, 0) for (R, r). The matrix is labeled with row and column headers: LIRI, LIRR, LrRI, LrRr.

		LIRI	LIRR	LrRI	LrRr
		0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
		-1, -1	-1, -1	2, 0	2, 0
L	0, 2	3, 1	2, 0	2, 0	
R	-1, -1	-1, -1	2, 0	2, 0	

L에는 I로, R에
는 r로 대응하는
전략

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형

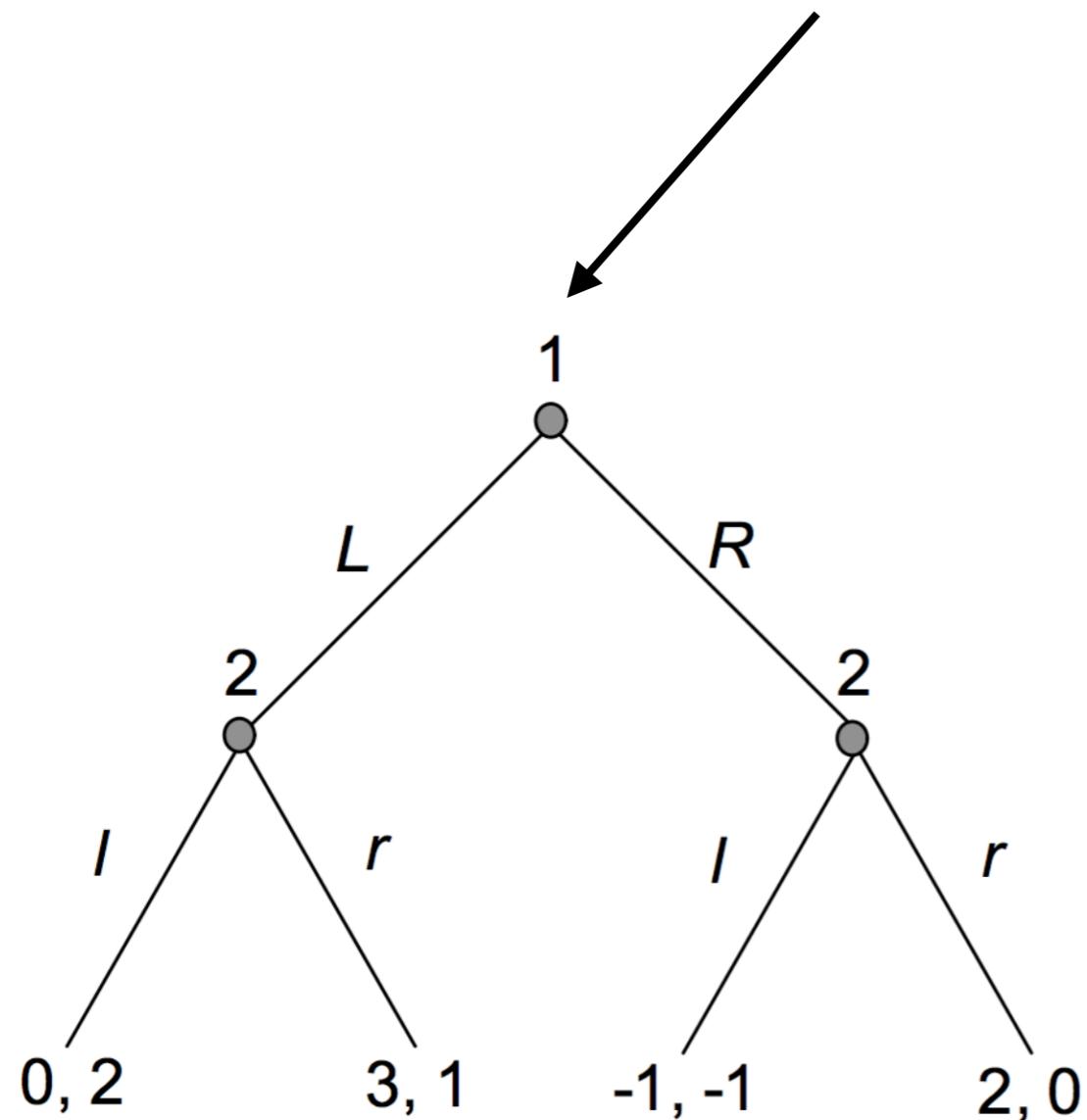


L에는 I 로, R에는 r 로 대응하는 전략

		LIRI	LIrRr	LrRI	LrRr
		0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
		L	R	-1, -1	2, 0
		0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
		-1, -1	2, 0	-1, -1	2, 0

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형

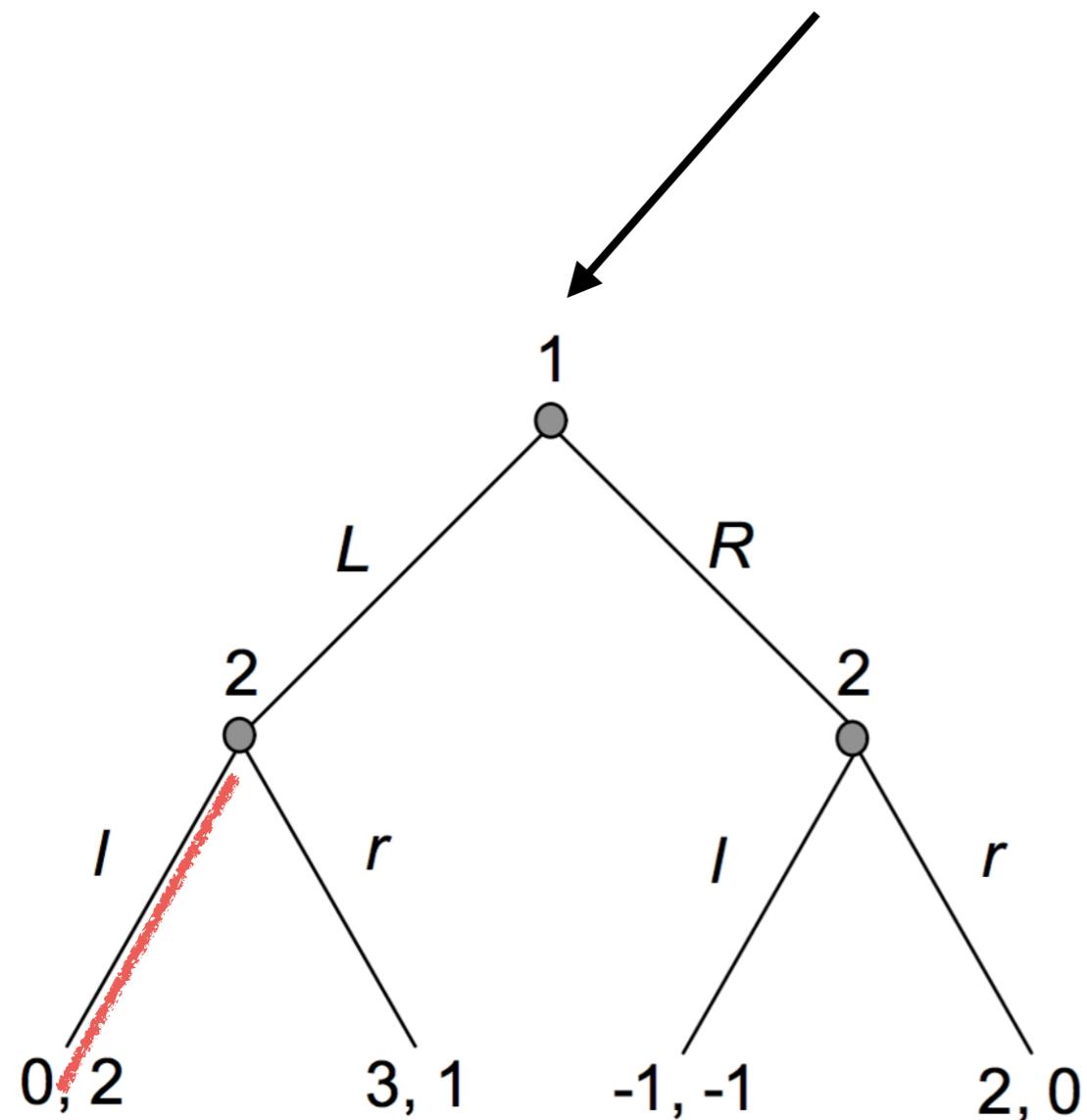


L에는 I 로, R에는 r 로 대응하는 전략

		LIRI	LIrRr	LrRI	LrRr
		0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
		L	R	-1, -1	2, 0
		0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
		-1, -1	2, 0	-1, -1	2, 0

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형



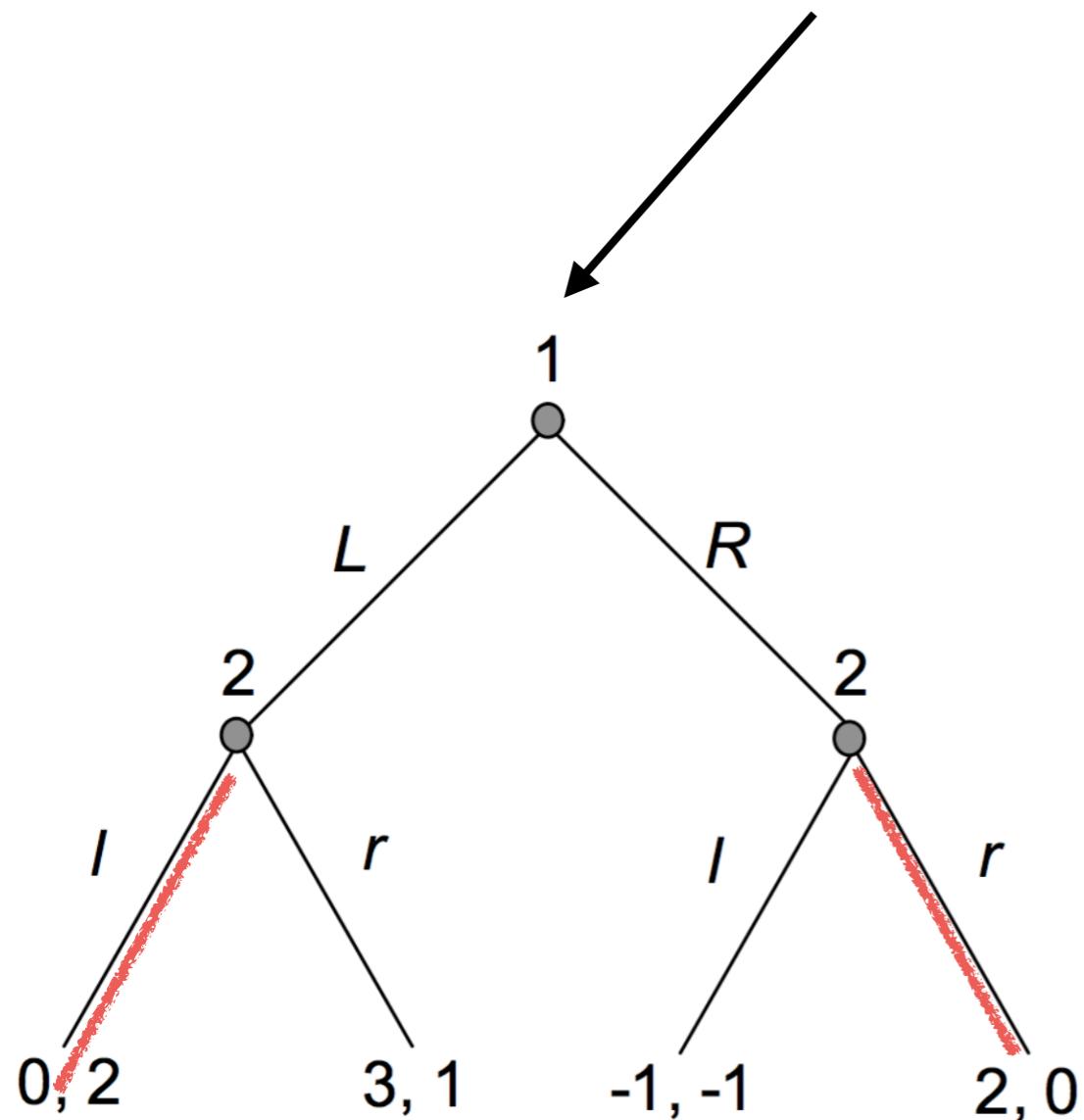
A normal form game matrix showing payoffs for Player L (rows) and Player R (columns). The strategies for Player L are LIRI, LIRR, LrRI, and LrRr. The strategies for Player R are L and R.

		LIRI	LIRR	LrRI	LrRr
		0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
L	L	0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
	R	-1, -1	2, 0	-1, -1	2, 0

L에는 I로, R에는 r로 대응하는 전략

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형

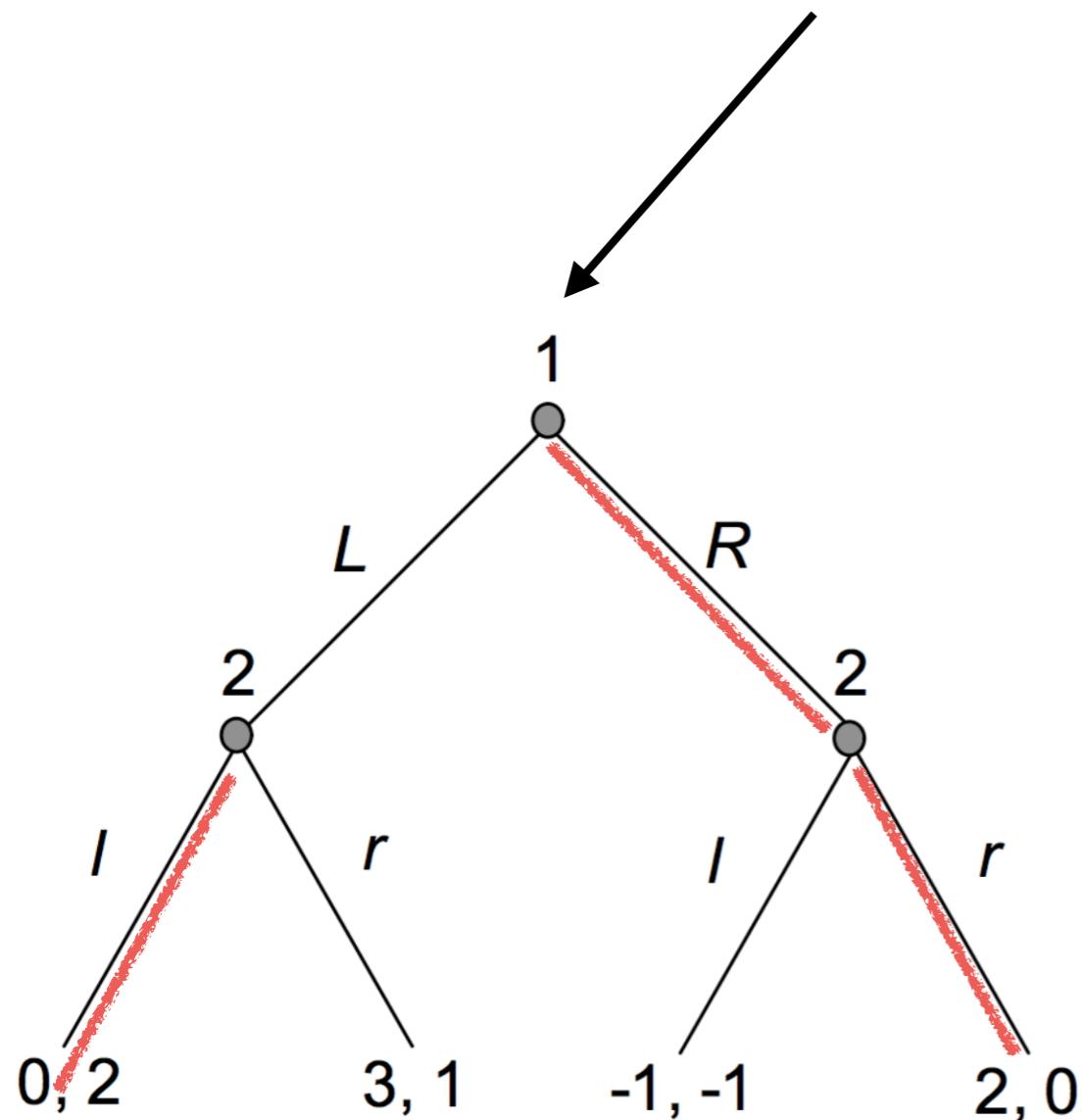


L에는 I로, R에는 r로 대응하는 전략

	LIRI	LIrR	LrRI	LrRr
L	0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
R	-1, -1	2, 0	-1, -1	2, 0

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형



L에는 I로, R에는 r로 대응하는 전략

		LIRI	LIrRr	LrRI	LrRr	
		L	0, 2	0, 2	3, 1	3, 1
		R	-1, -1	2, 0	-1, -1	2, 0
1	L	0, 2	0, 2	3, 1	3, 1	
2	R	-1, -1	2, 0	-1, -1	2, 0	

PSNE를 찾아보자

이 균형은 만족스러운가?

- 이상하다고 느껴지는 균형이 있는가?
- 만일 이상하다면 왜 이상한가?
- 균형을 찾기 위해 전개형 게임을 전략형으로 축약하는 과정에서 일은 것은 없는가?

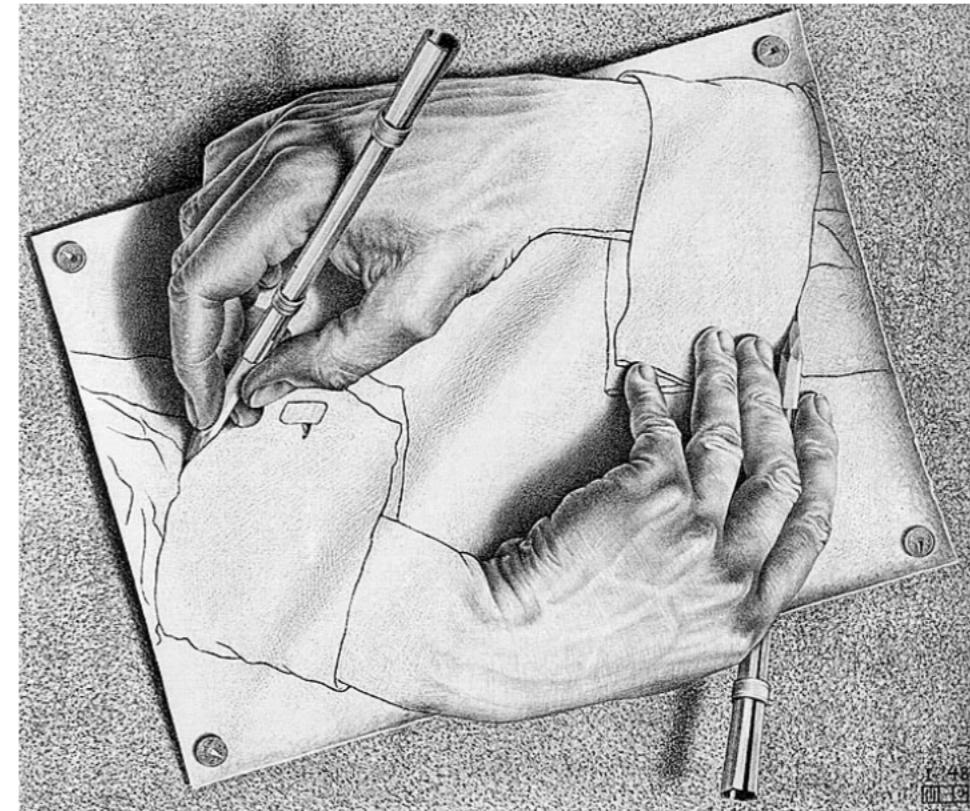
	LI	Lr	RI	Rr
L	0, 2 3, 1	3, 1 0, 2	3, 1	3, 1
R	-1, -1 2, 0	2, 0 -1, -1	-1, -1 2, 0	2, 0

Equilibrium Refinement

- 균형이 너무 많으면 균형으로서 힘을 잃는다.
 - 내쉬균형의 문제
- 여러 개의 균형 중에서 보다 의미 있는 것과 아닌 것을 구별할 수 있는 방법은?
- 이제 전개형 게임에서 최초의 균형 선택 과정이 나타나게 된다.

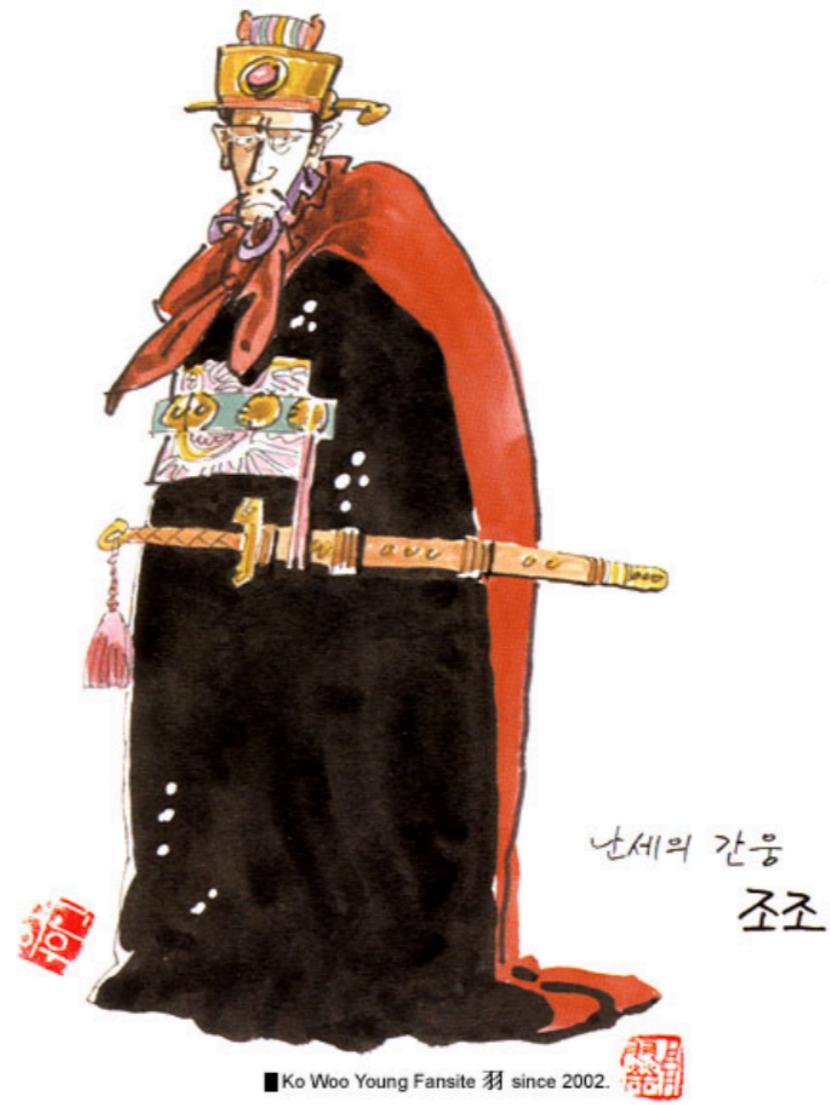
역지사지

- 상대의 입장에서 먼저 생각 한다.
- 전개형 게임에서는 누가 이 렇게 생각해야 하나?



조조 vs. 제갈량

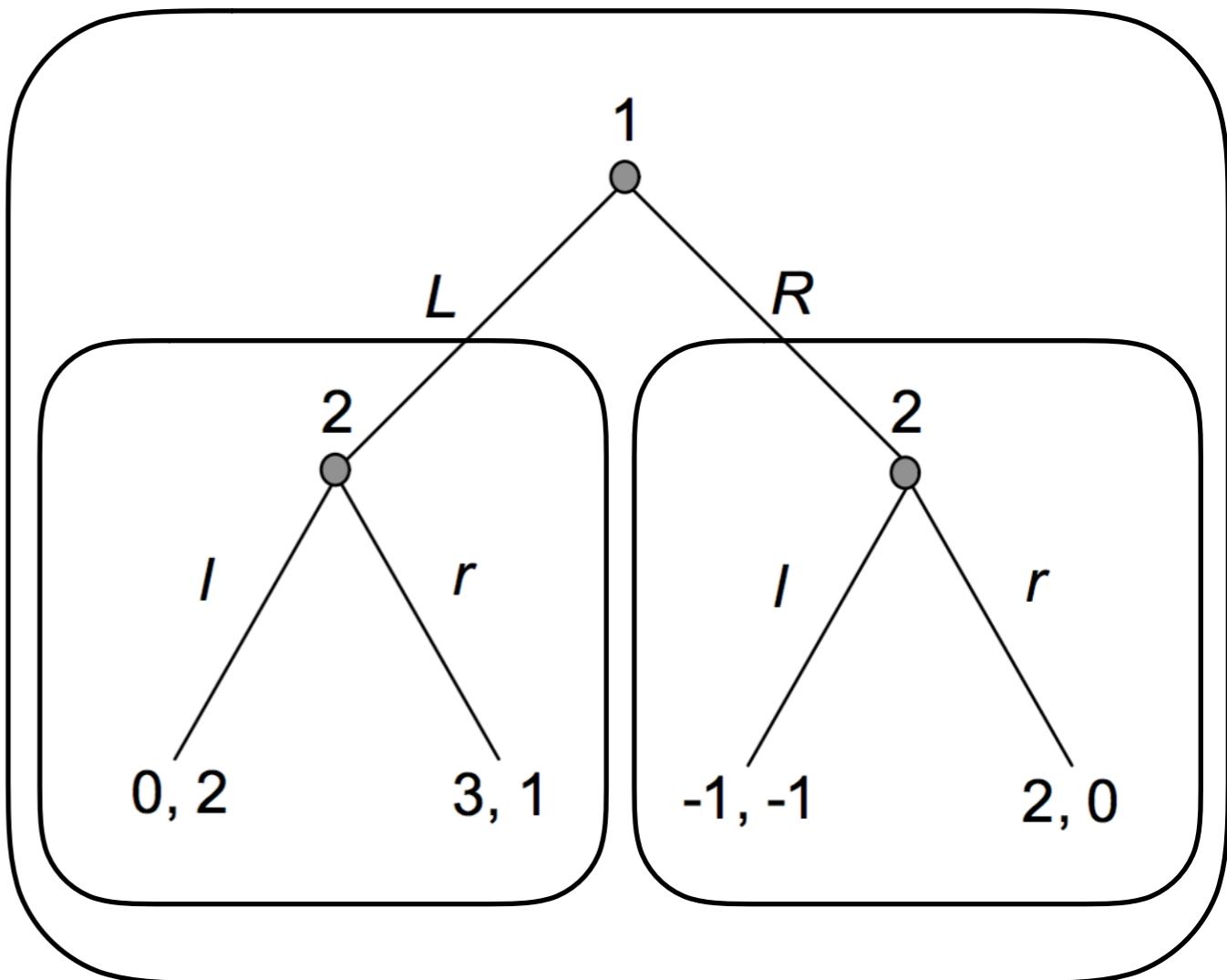
- 적벽대전에서 조조가 패하여 퇴각 중
- 두 갈래길
 - 숲이 우거진 작은길: 연기가 피어오르고 있음
 - 평탄한 대로
- 조조는 제갈량이 복병이 있는 척 연기를 피우고 대로에 매복했을 것이라 생각 ⇒ 숲길로 감 ⇒ 제갈량은 그렇게 생각할 것을 알고 매복하면서 일부러 연기를 피웠음
- 만일 조조가 한 단계 더 생각하고 대로로 갔다면? 그것을 간파하고 대로에 매복했다면? ...



부분게임

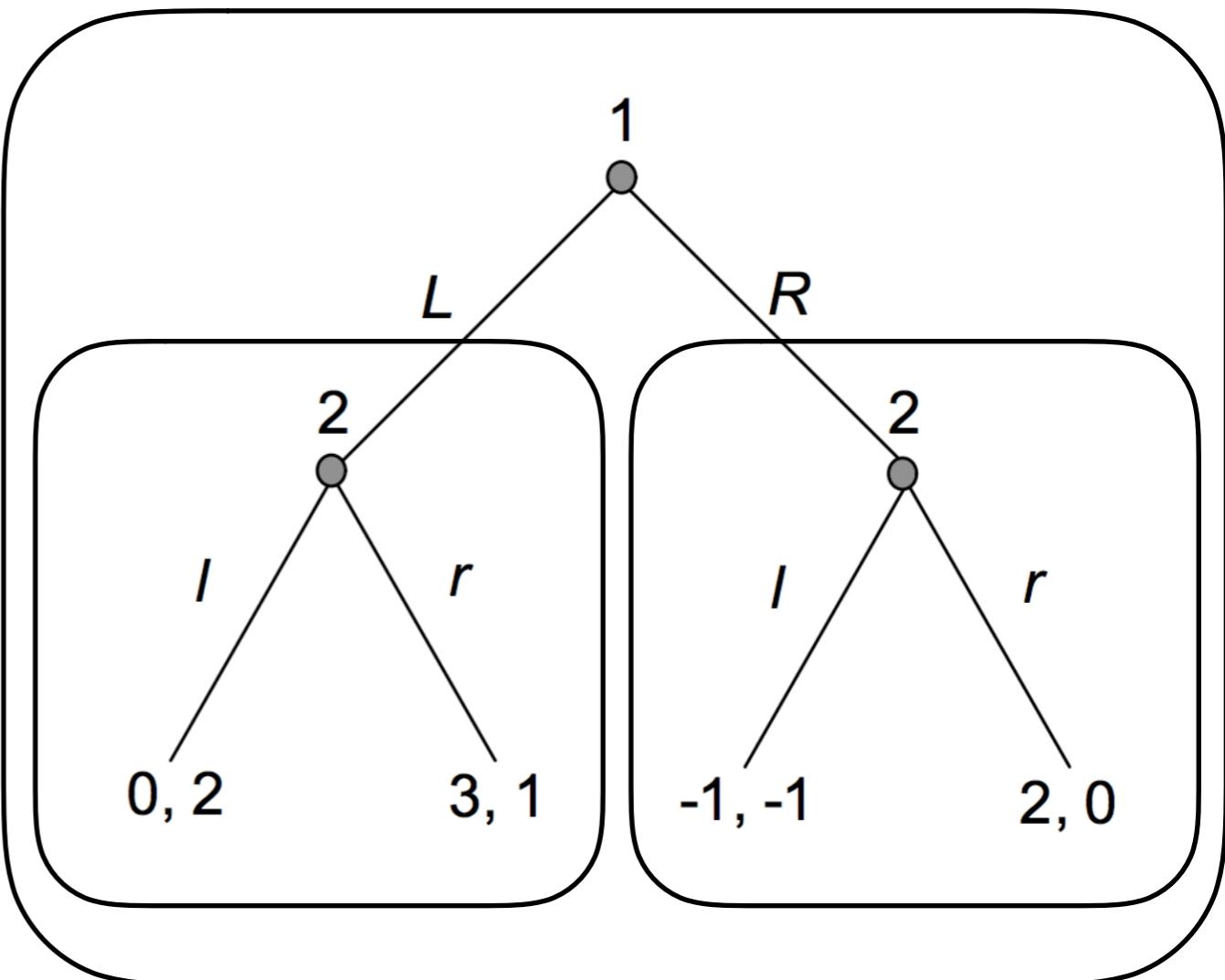
Subgame

- 전개형 게임에서 원래 게임에서 떼어낼 수 있는 부분
- 이렇게 떼어낸 후 무엇이 좋 은지 생각한다.
- 서브게임은 어디에서부터 생 겨나는가?
- 역진귀납법, 후방추론법 (backward induction)



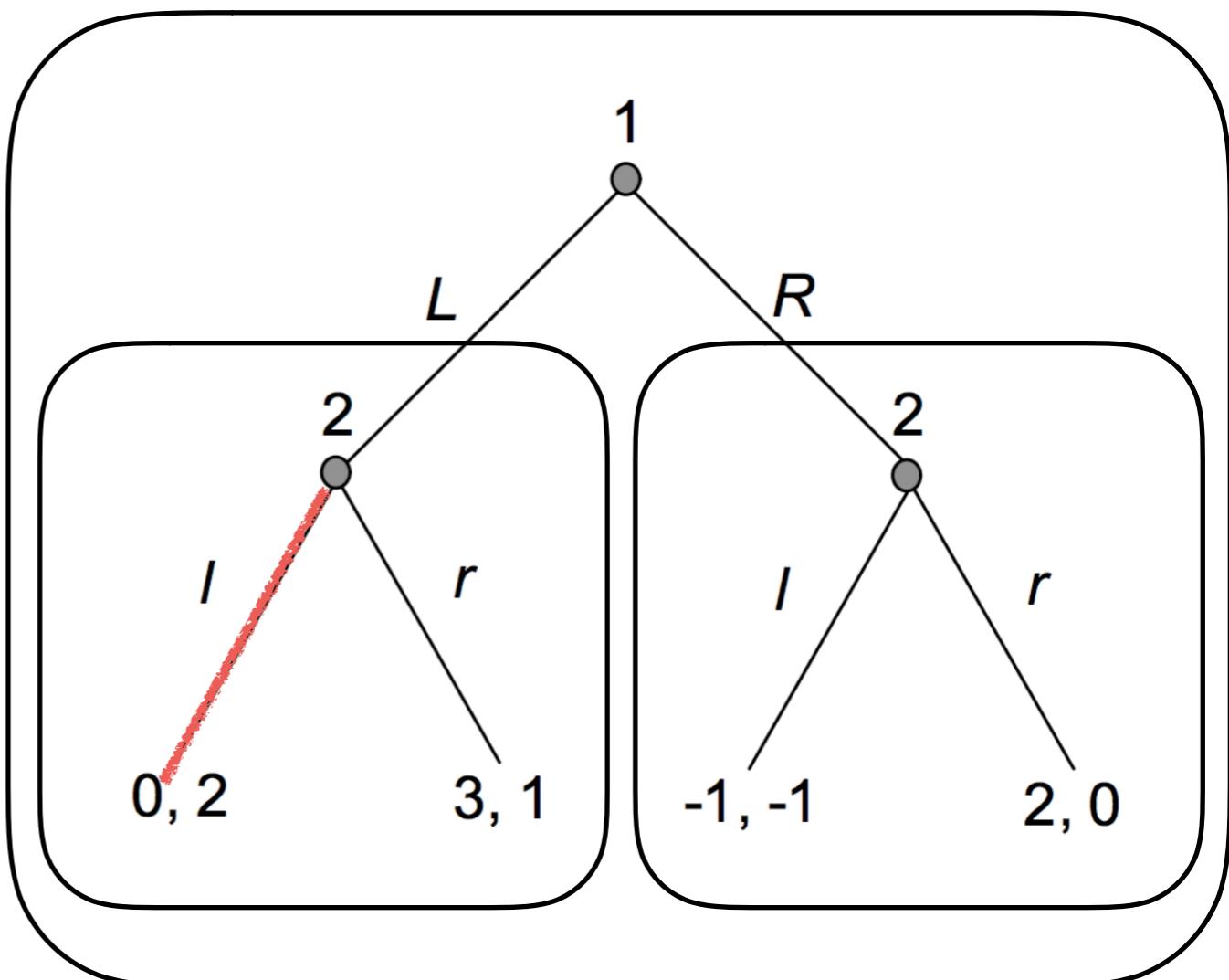
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
 - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



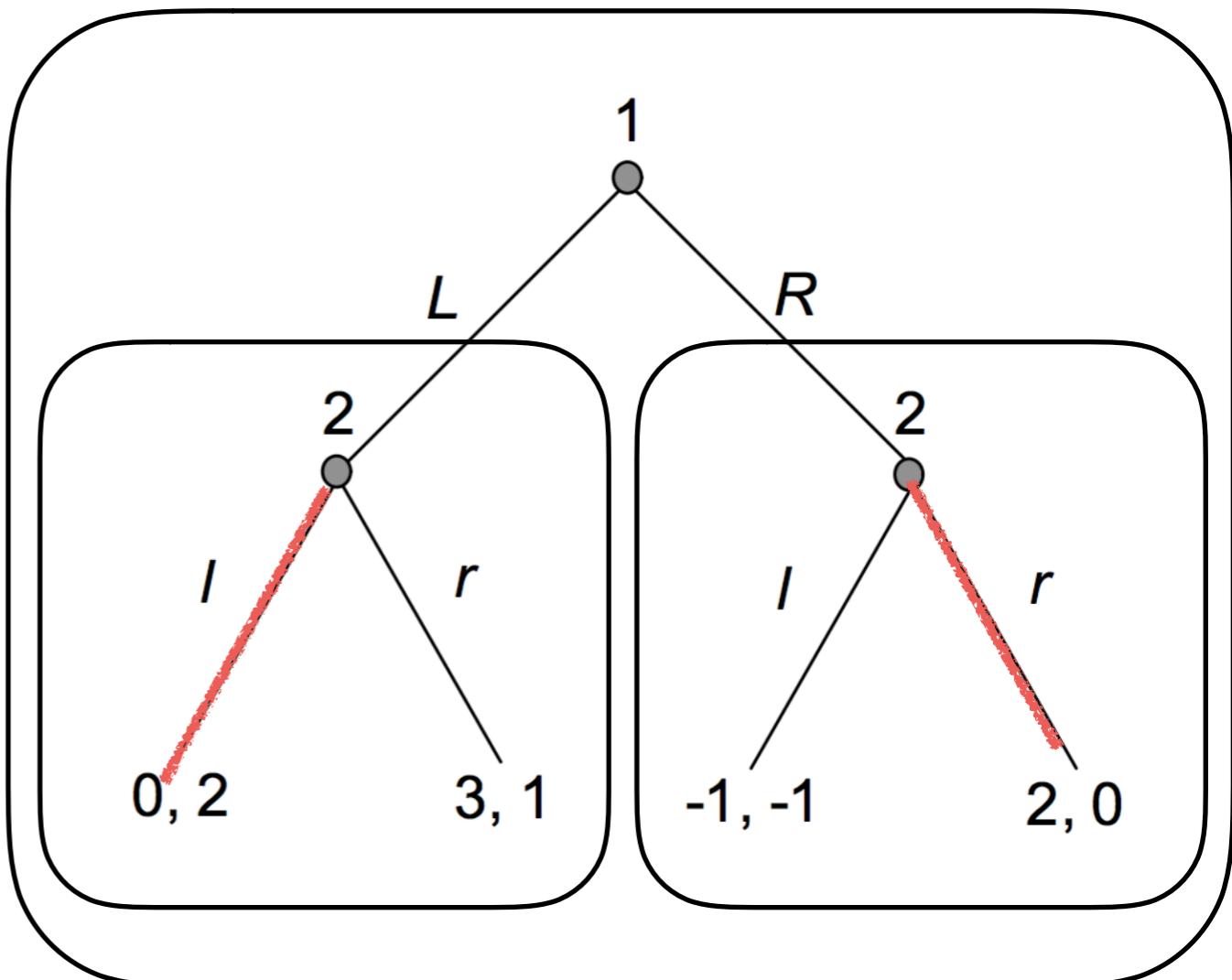
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
 - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



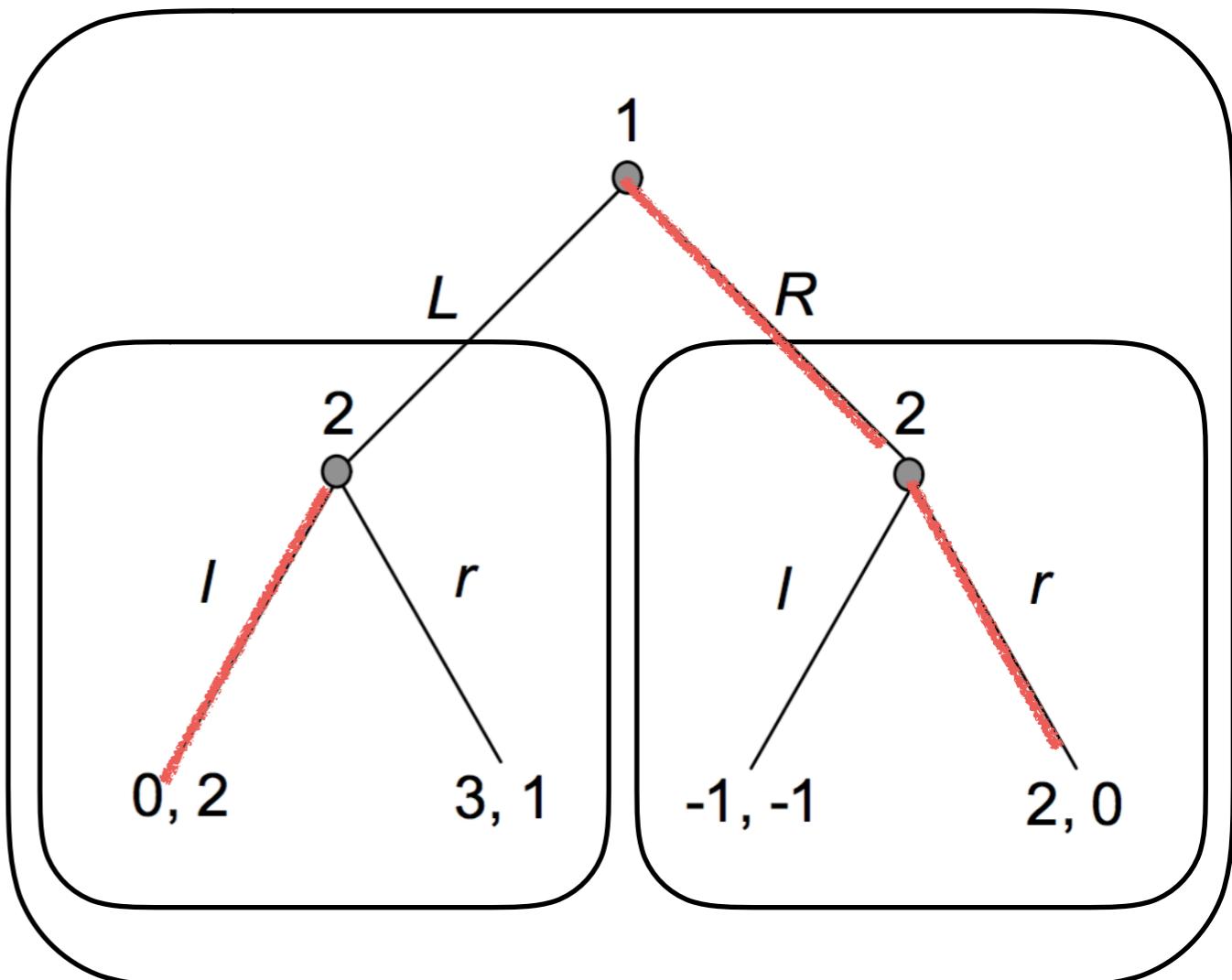
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
 - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



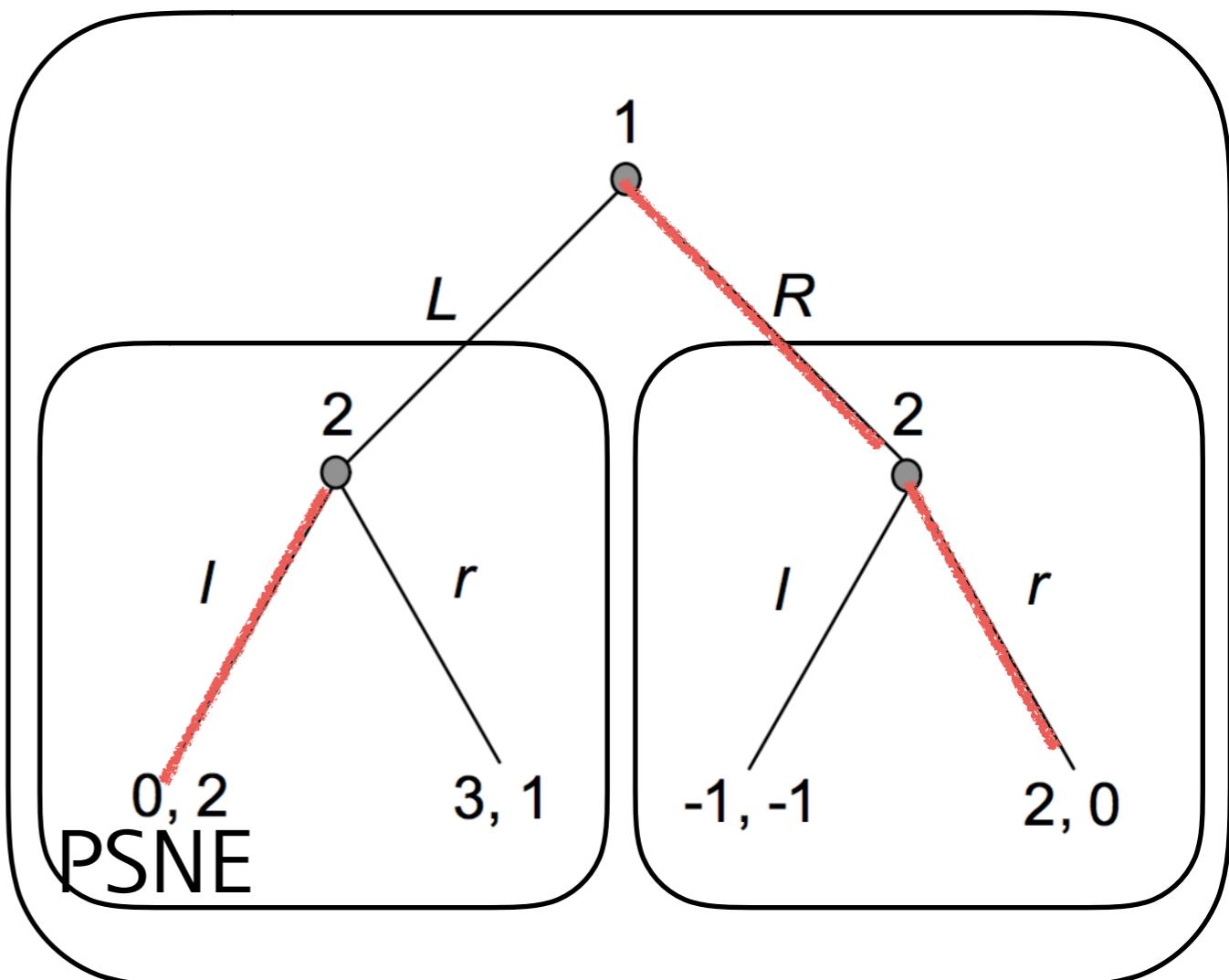
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
 - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



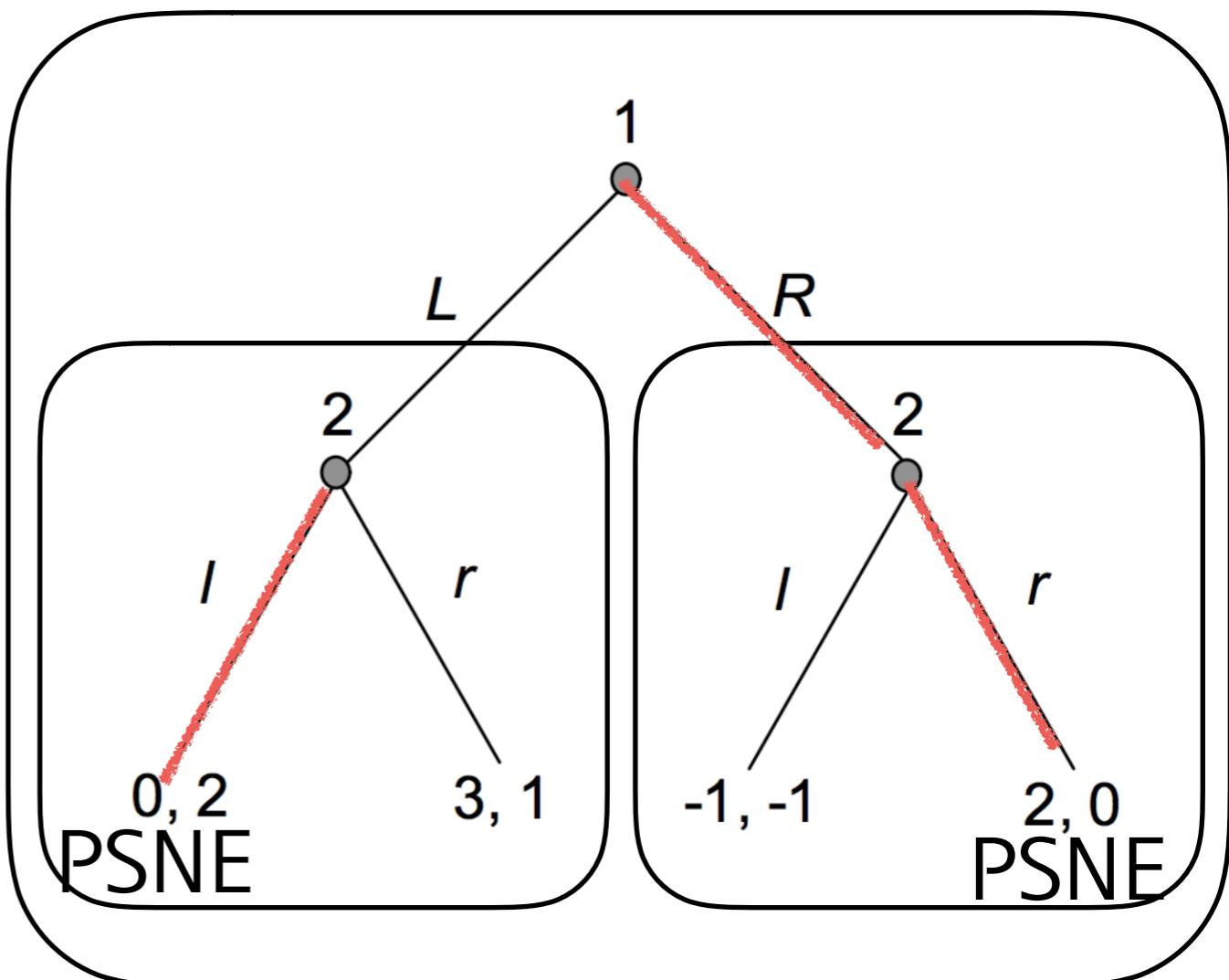
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
 - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



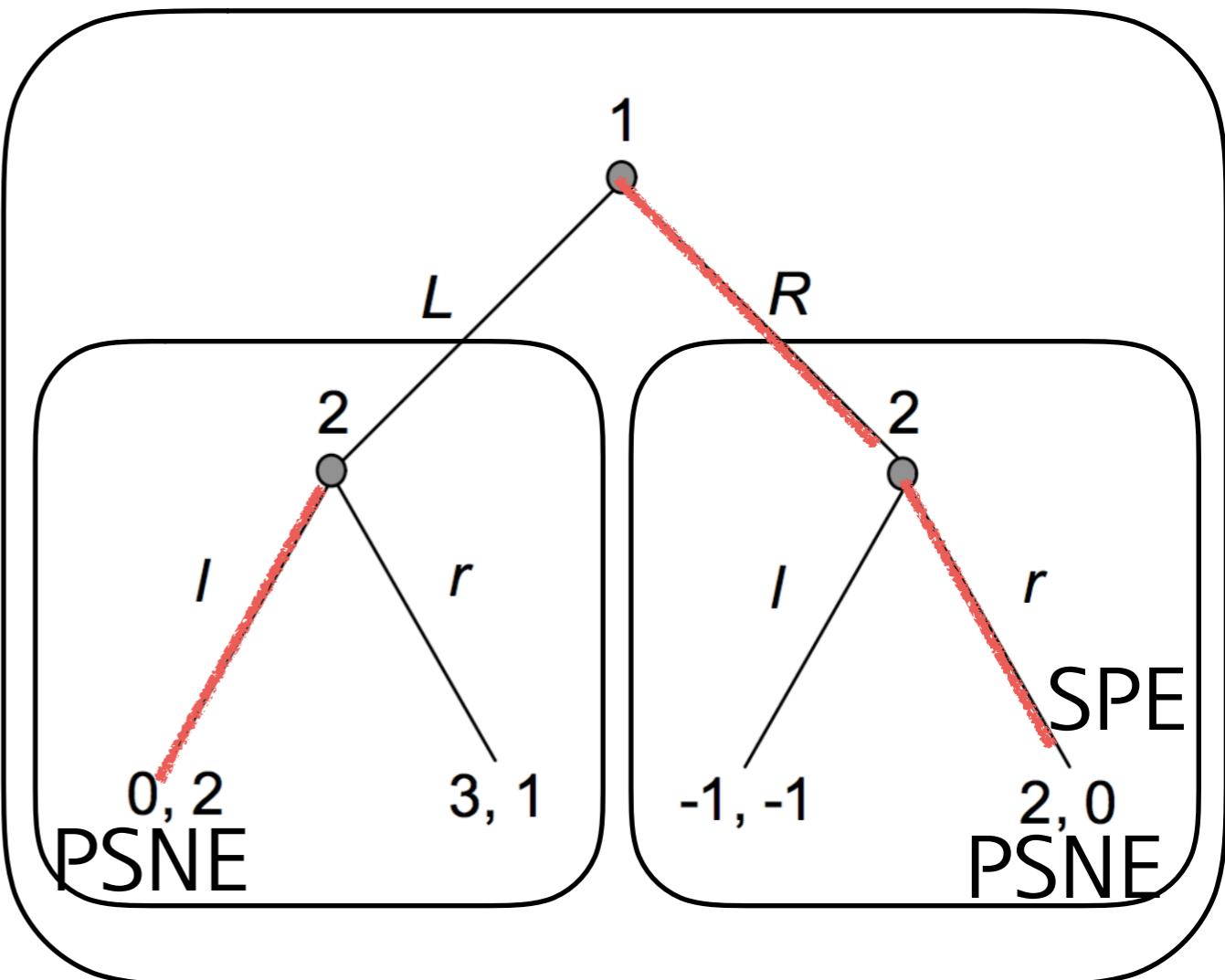
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
 - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



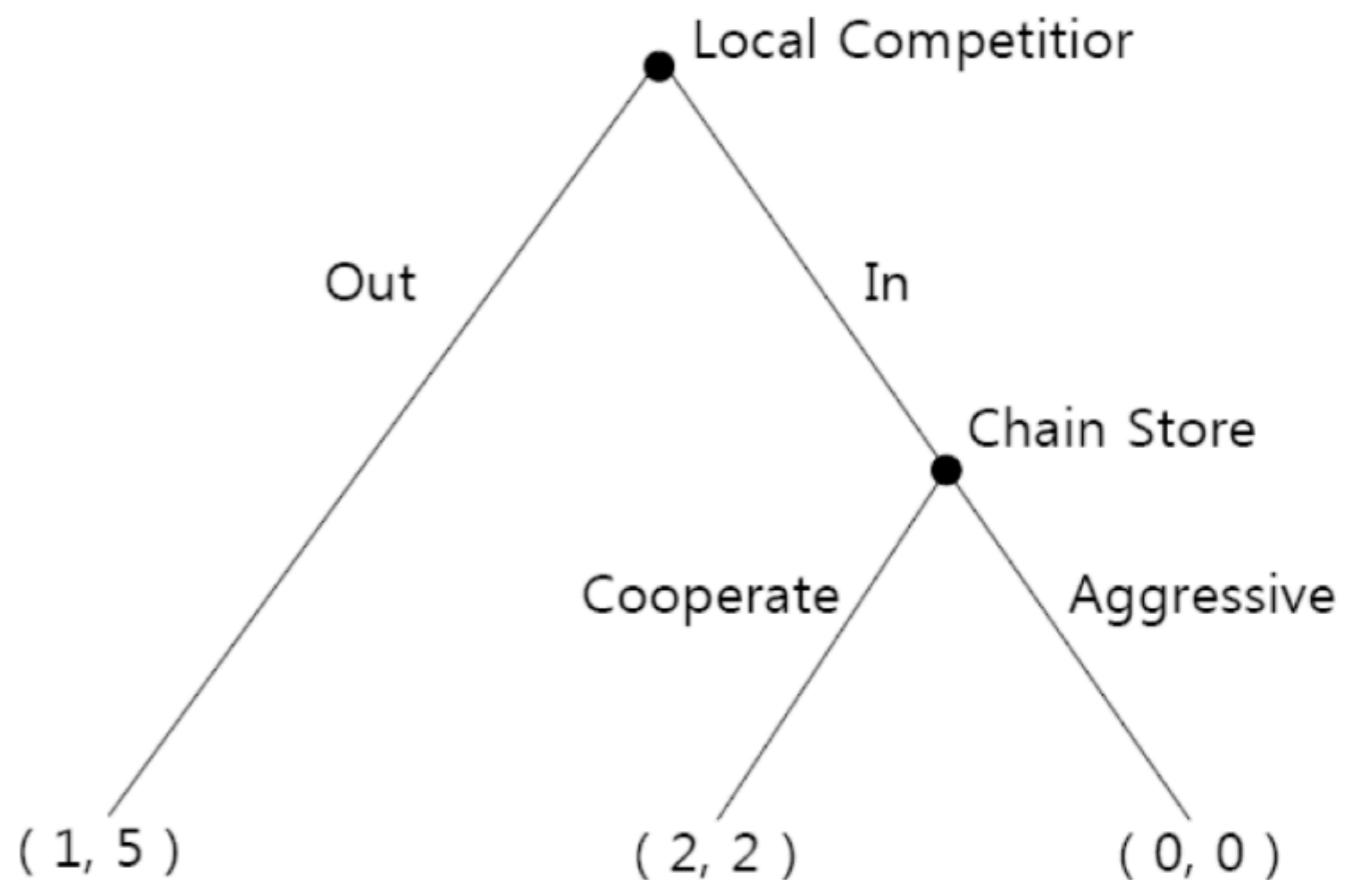
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
 - 즉, SPE이면 NE이지만
 - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
 - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



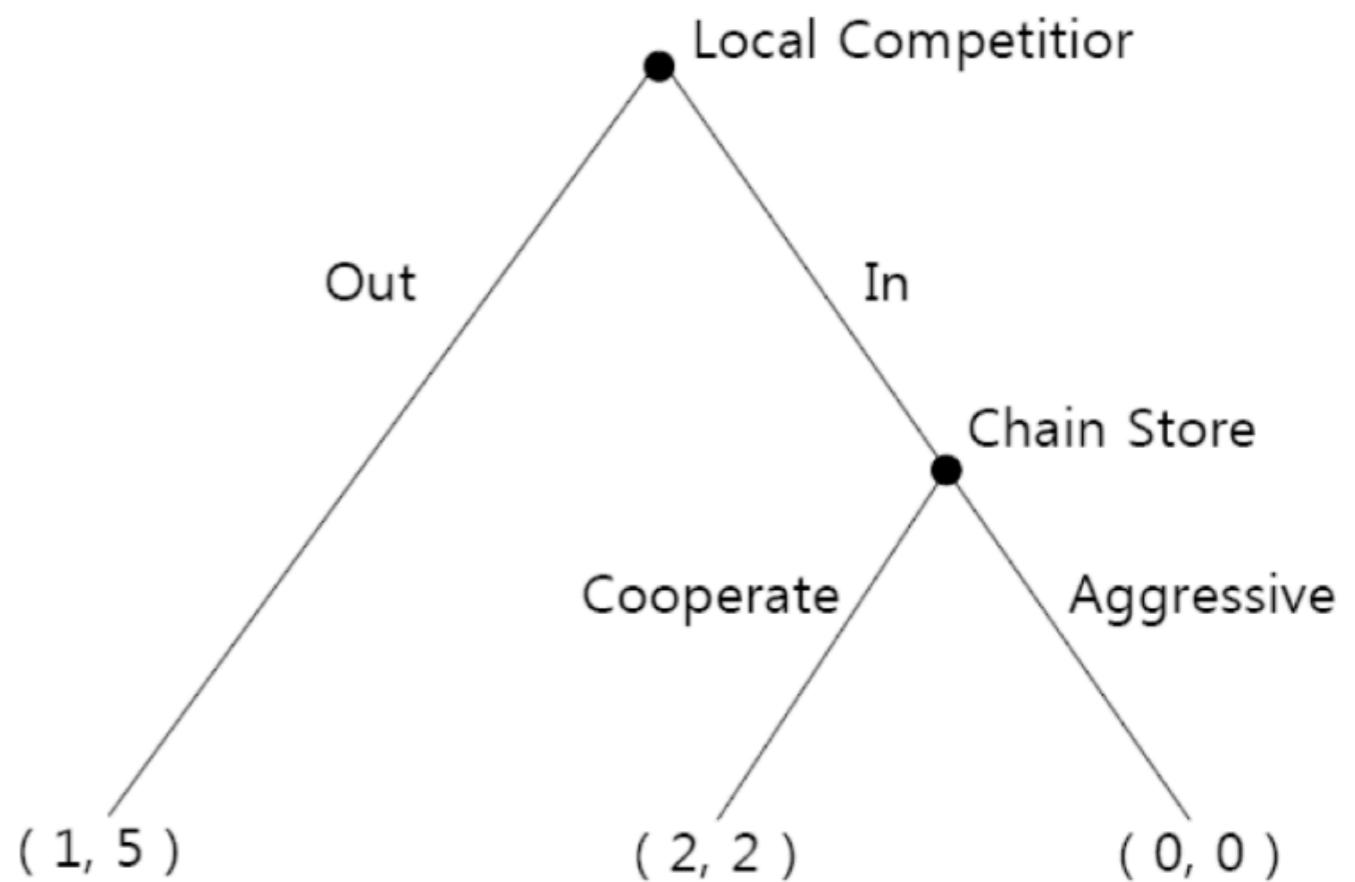
Chain Store Game

- Chain Store(P1)가 영업중
- 신규 경쟁자 (P2: Local Competitor)가 근처에 영업을 할지 검토

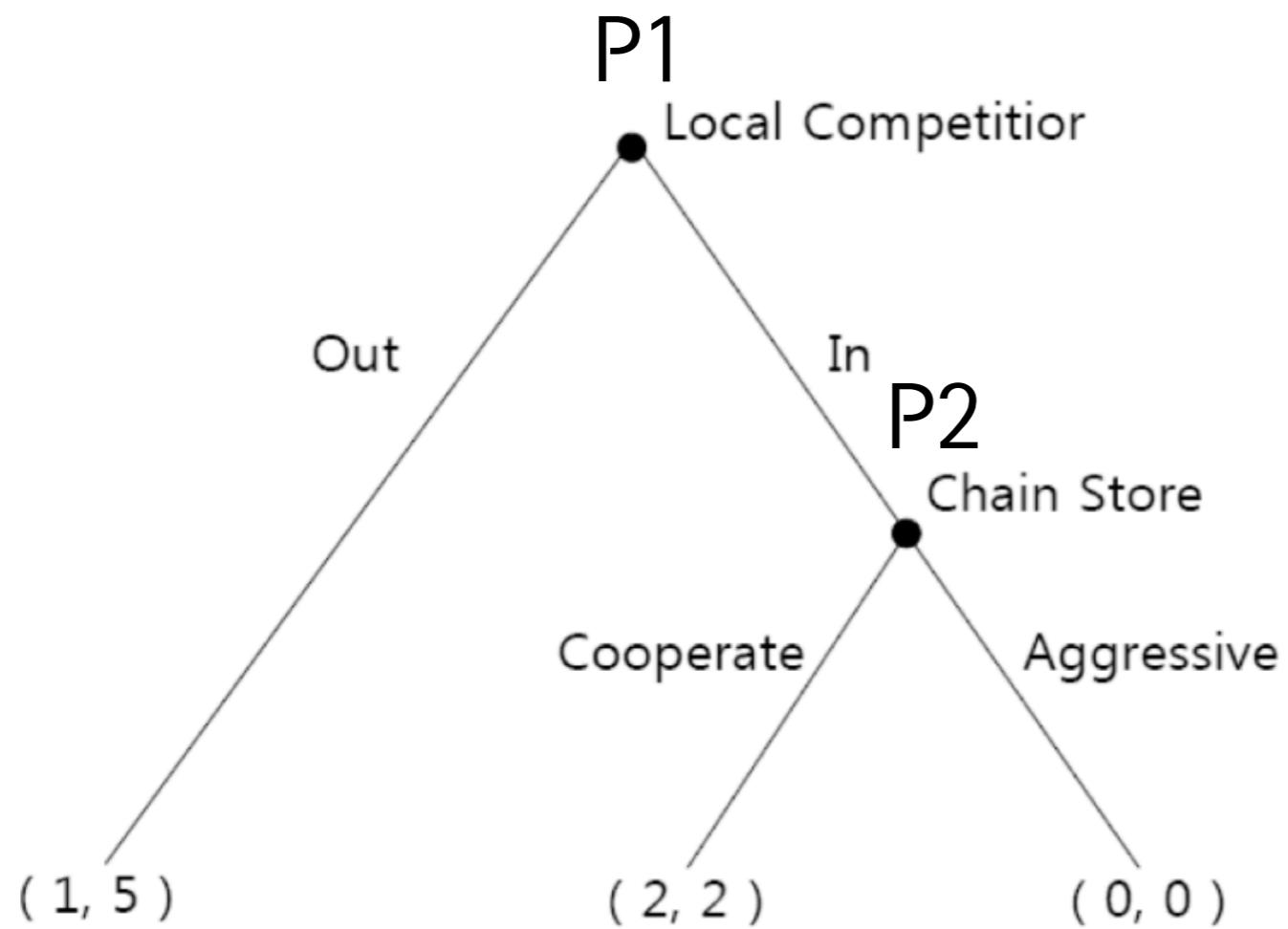


Chain Store Game

- 옆의 게임에 SPE를 찾아보자.
- 당신이 P2(Chain Store) 이라면 어떻게 하겠는가?



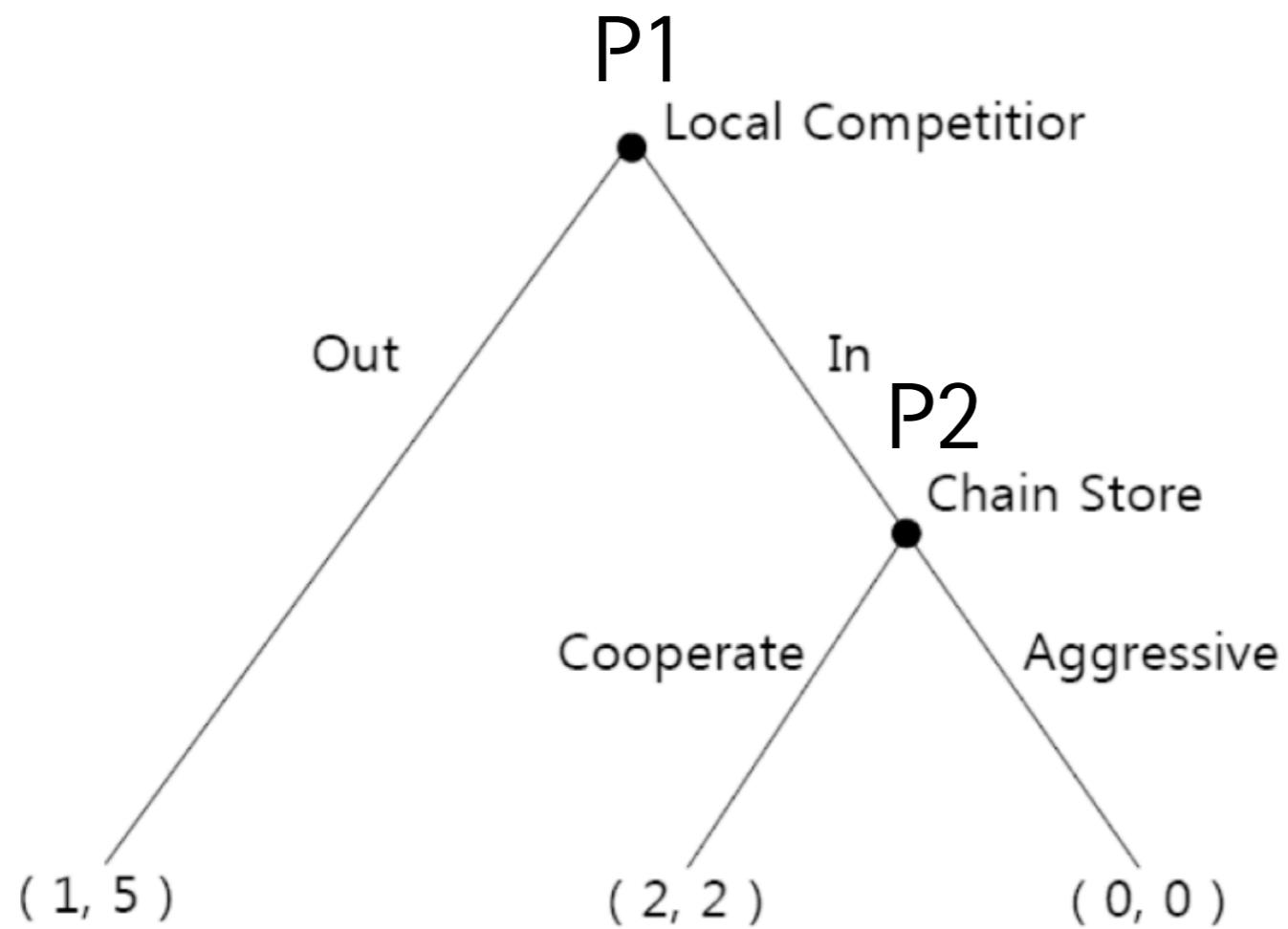
Chain Store Game: Strategic Form



	Coo	Agg
In	2,2	0,0
Out	1,5	1,5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

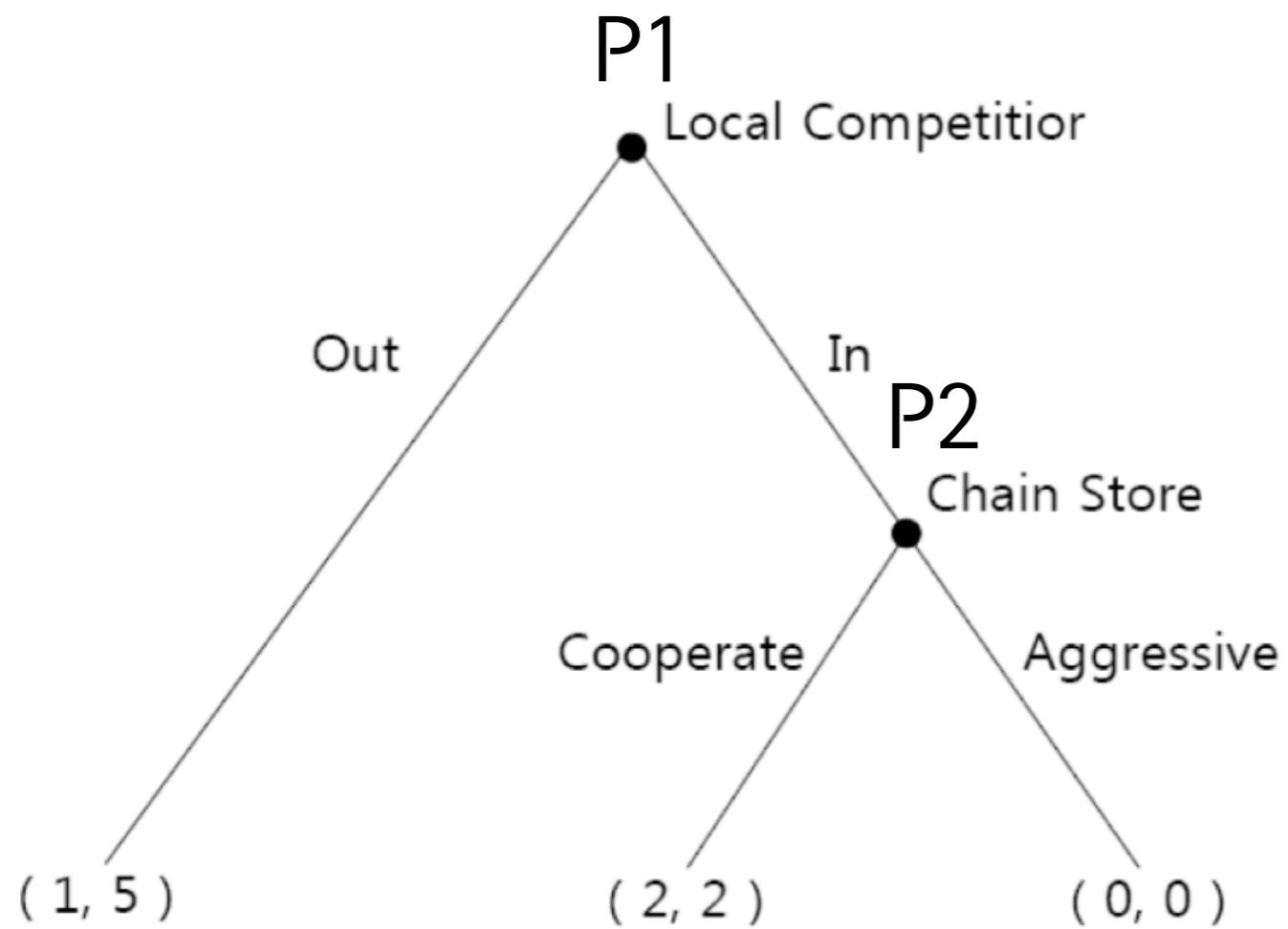
Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	In	2, 2	0, 0
	Out	1, 5	1, 5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

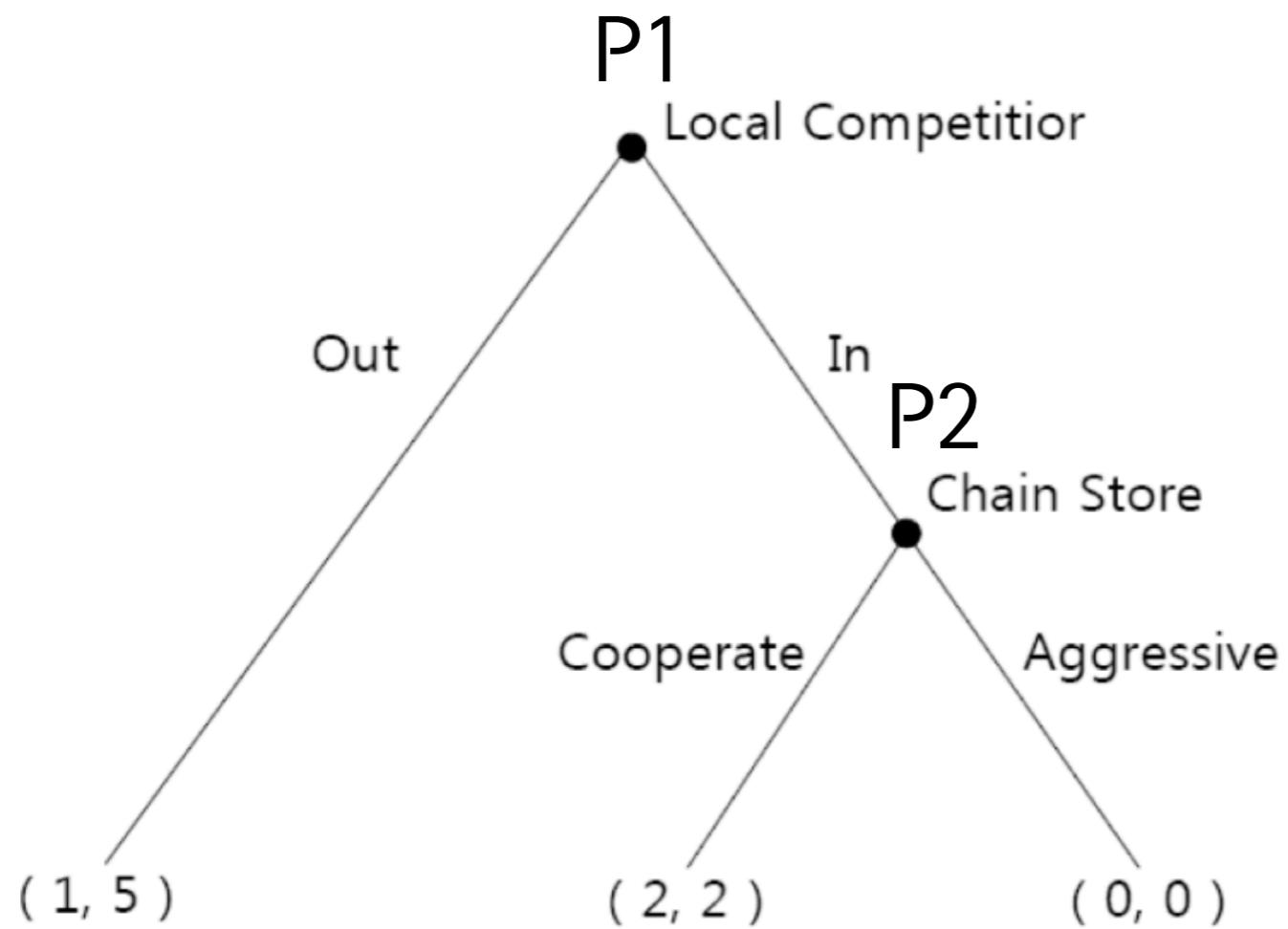
Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	2, 2	0, 0	
Out	1, 5	1, 5	

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

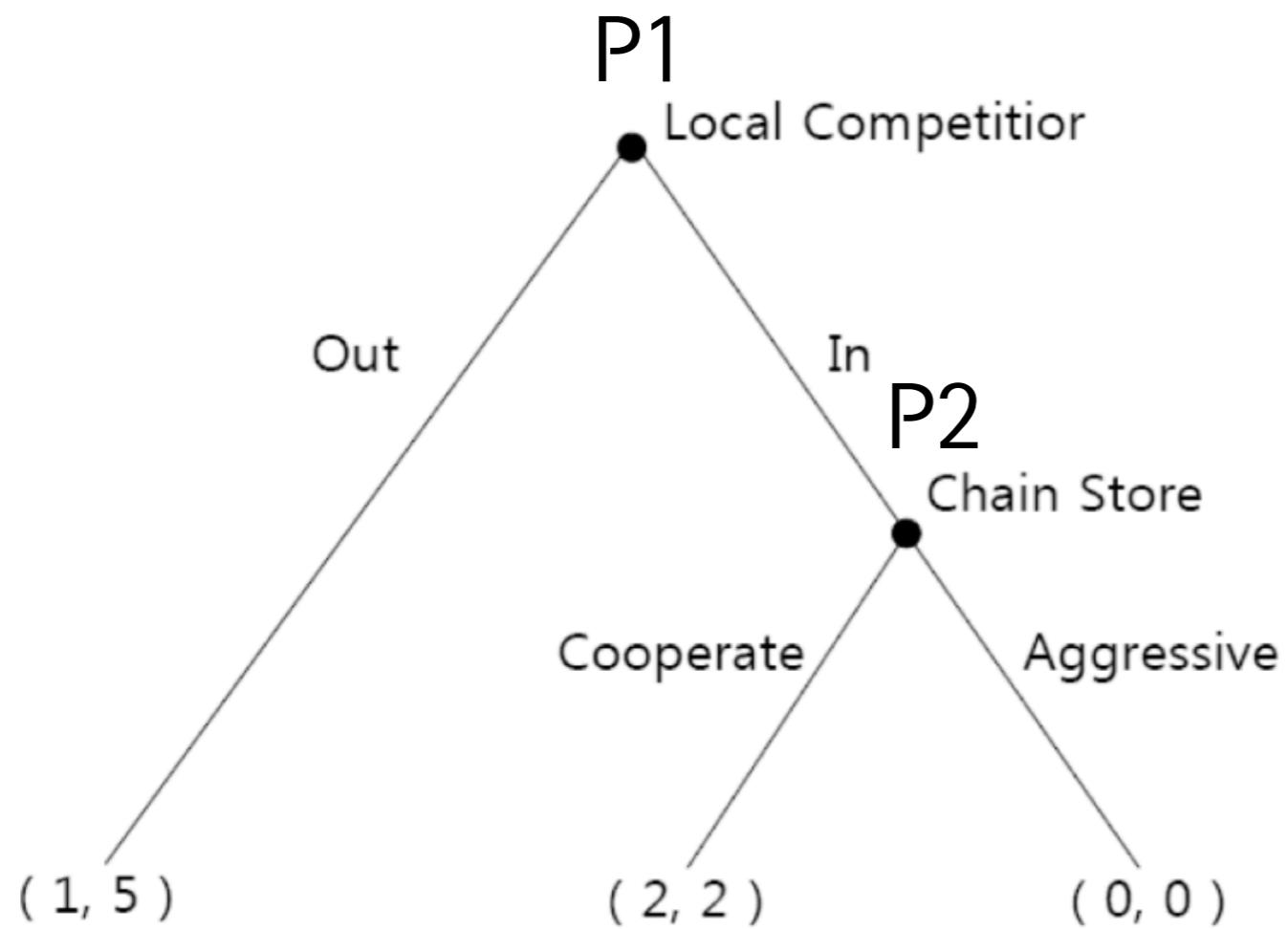
Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	2,2	0,0	
Out	1,5	1,5	

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

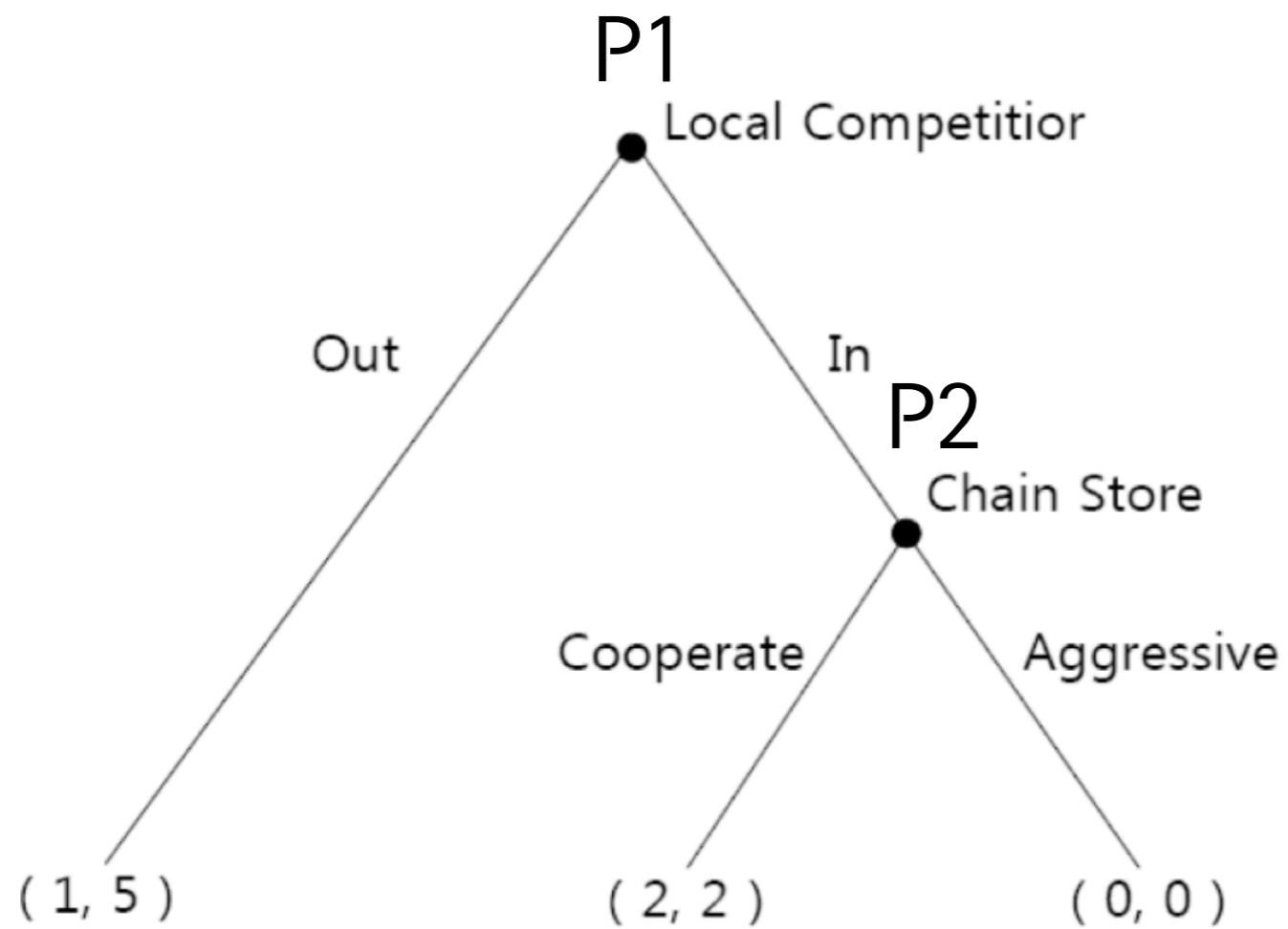
Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	2,2	0,0	
Out	1,5	1,5	

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

Chain Store Game: Strategic Form



		Coo	Agg
In	2,2	0,0	
Out	1,5	1,5	

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

Credible Threat, or Commitment

- PSNE이지만 SPE는 아닌 [Out, Agresive] 균형의 의미
 - 들어오기만 해봐, 무조건 Agresive야!
 - [L, LIRr] 균형도 마찬가지.
 - 이 협박을 신빙성있는 것으로 받아들일 경우 Out이 합리적
- 하지만 게임이론의 측면에서 보았을때 [In, Cooperative] 균형 만큼 설득력이 있을까?
 - Time Inconsistency

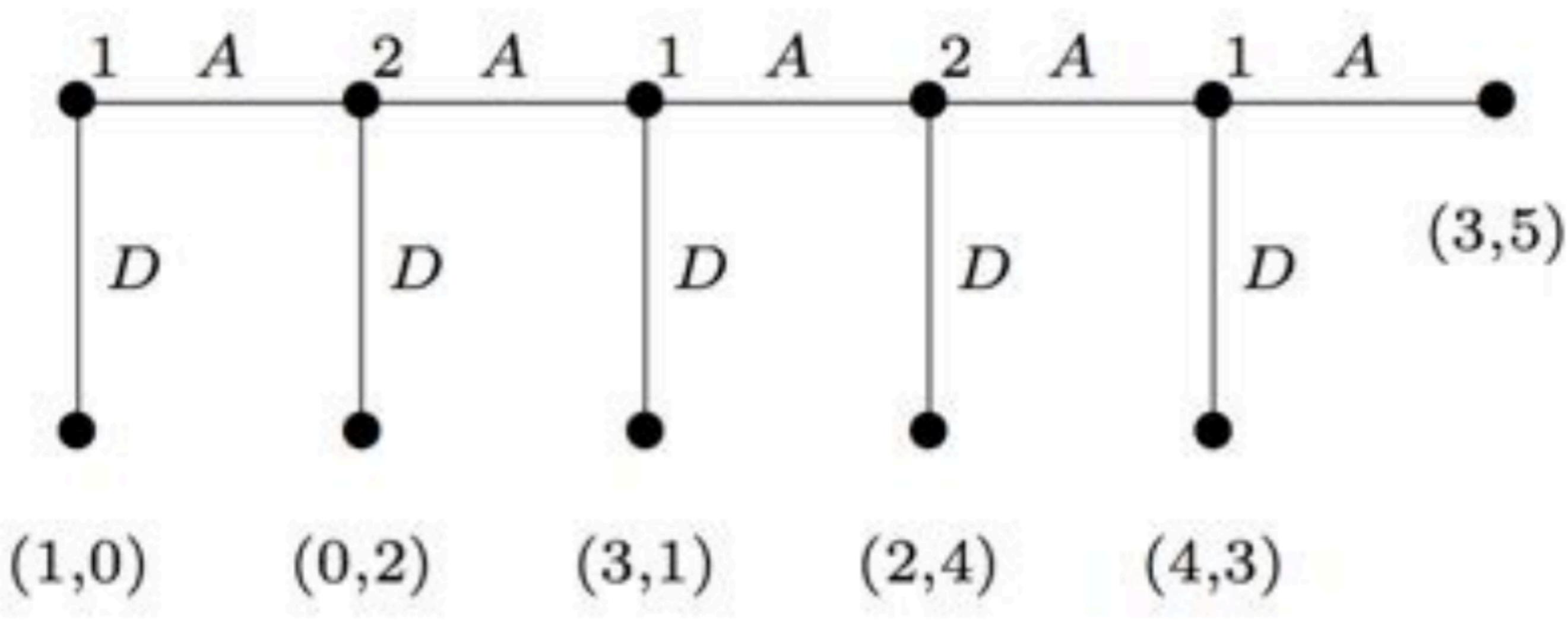


협박을 믿을 수 있게 만들기

- 희생없는 협박은 상대에게 위협이 되지 않는다.
 - 정치인들의 공약 및 선언
 - 미리 상당한 비용을 지불 해버리기
 - 배수의 진

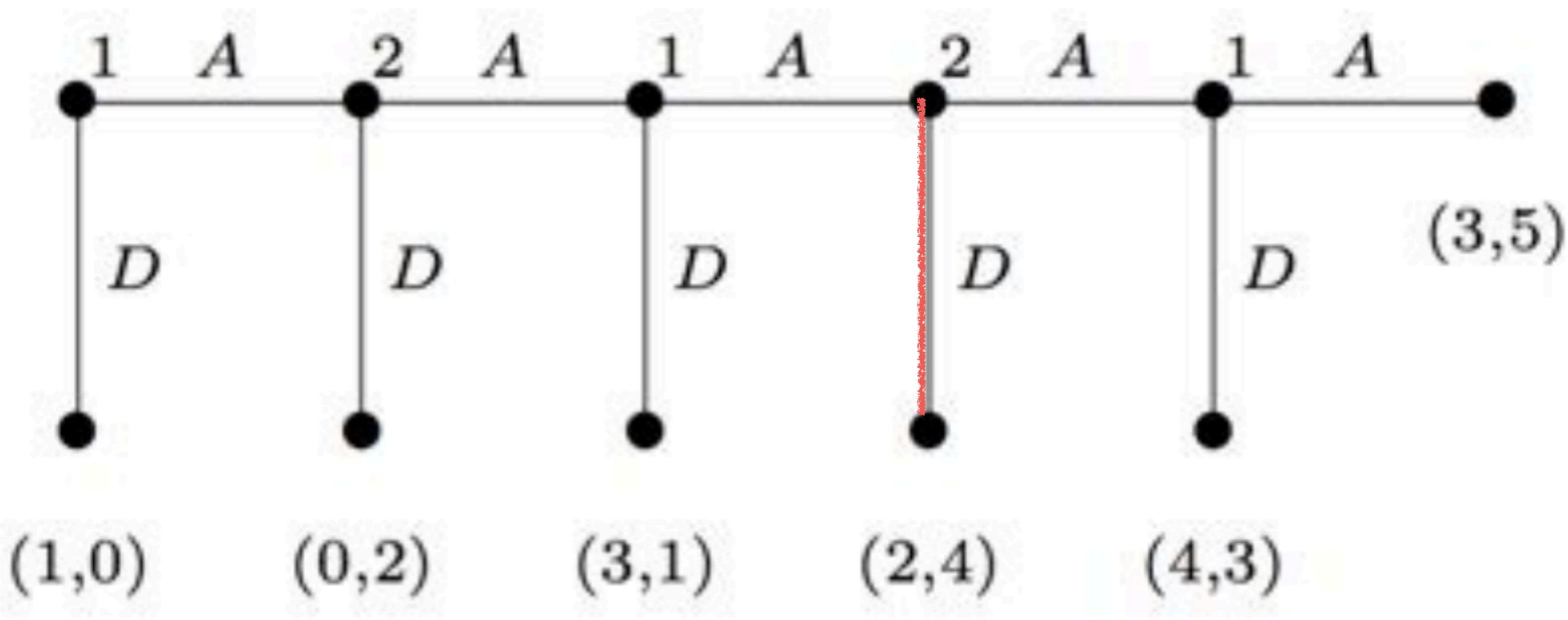


Paradox of Backward Induction (BI) (1)



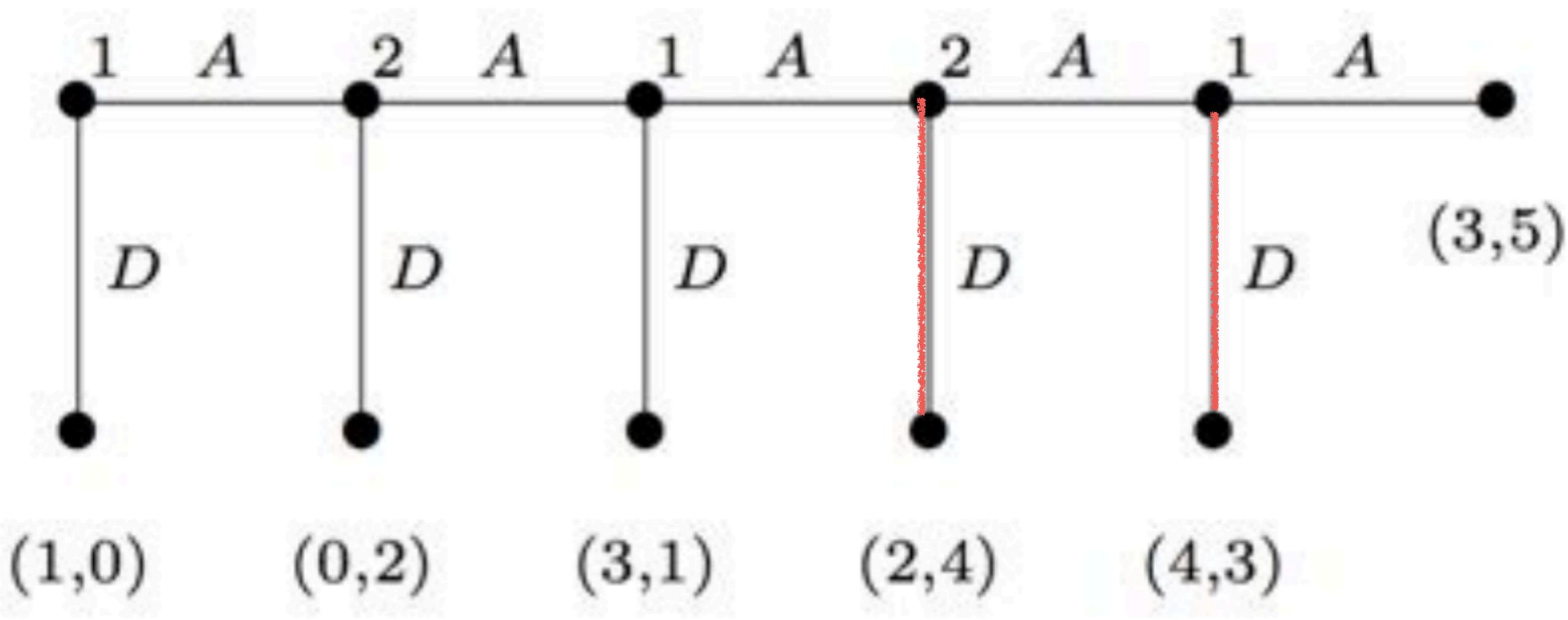
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (BI) (1)



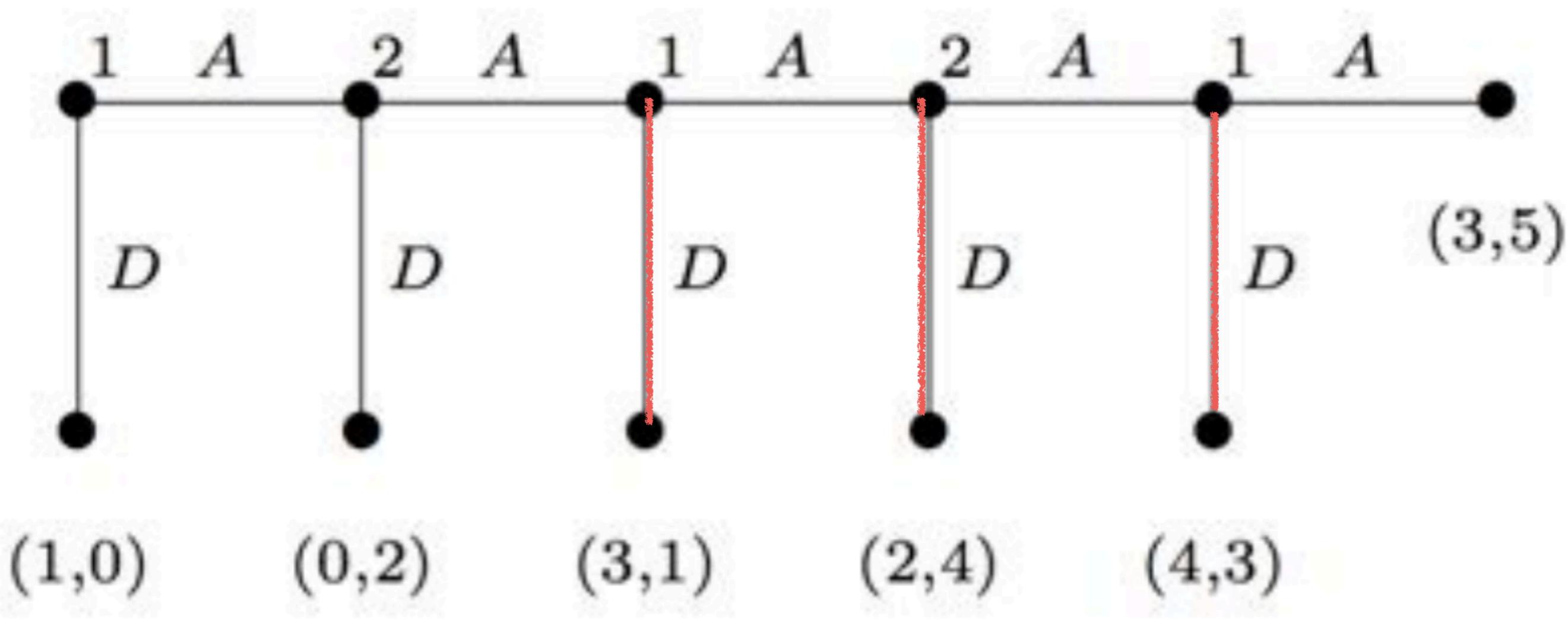
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (BI) (1)



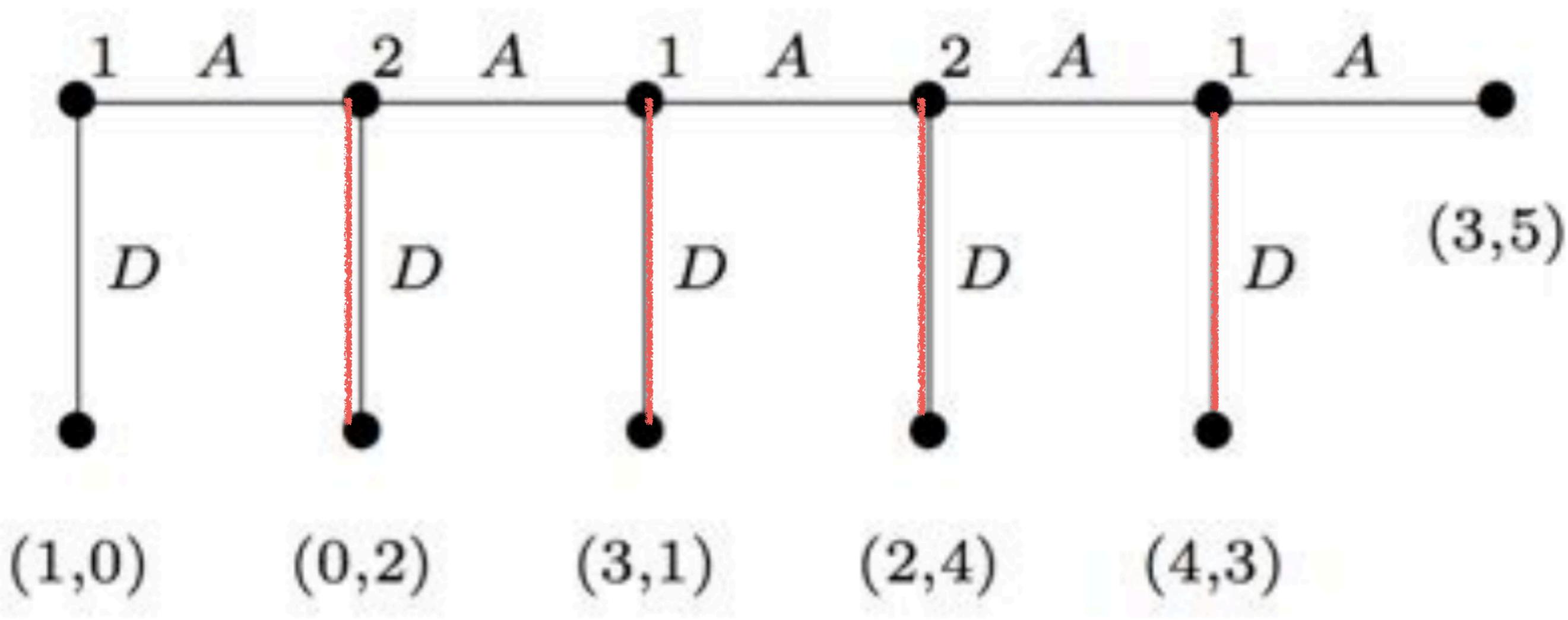
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (BI) (1)



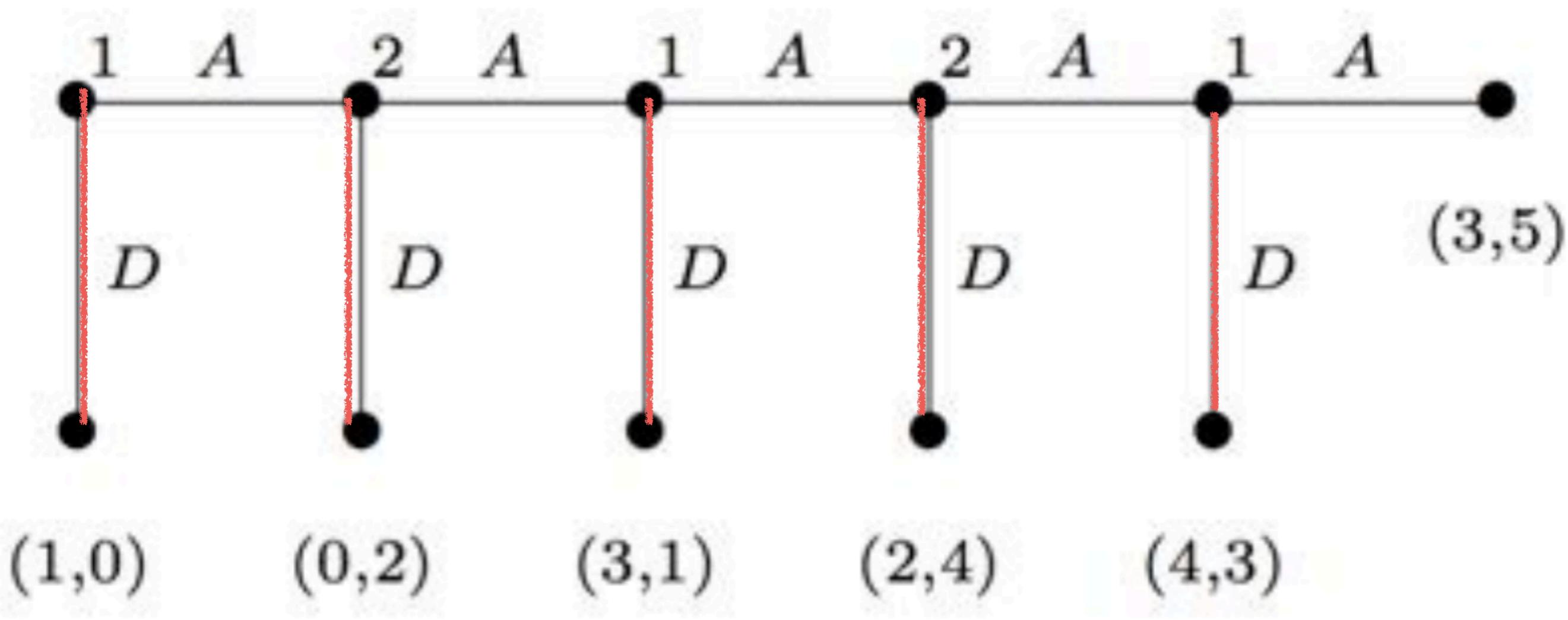
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (BI) (1)



역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

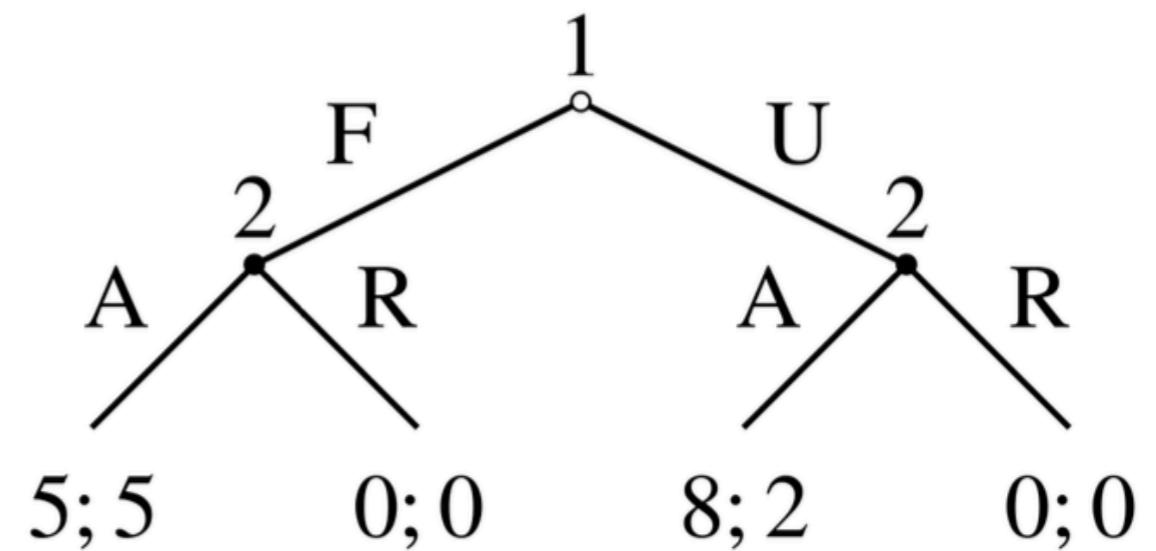
Paradox of Backward Induction (BI) (1)



역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of BI (2)

- 최후통첩게임의 축약버전
- 이 균형은 당신의 ‘감성’에 호소하는가?



최후통첩게임

Ultimatum Game

- 왜 이론적 예측과 실제 선택이 다르게 나타날까?
 - Rationality 의 부족
 - 금전적 손해를 넘어서는 심리적 보상
 - Inequality Aversion
 - ...

다음 주제

- 전개형 게임 Part II
- 반복게임

수고하셨습니다!