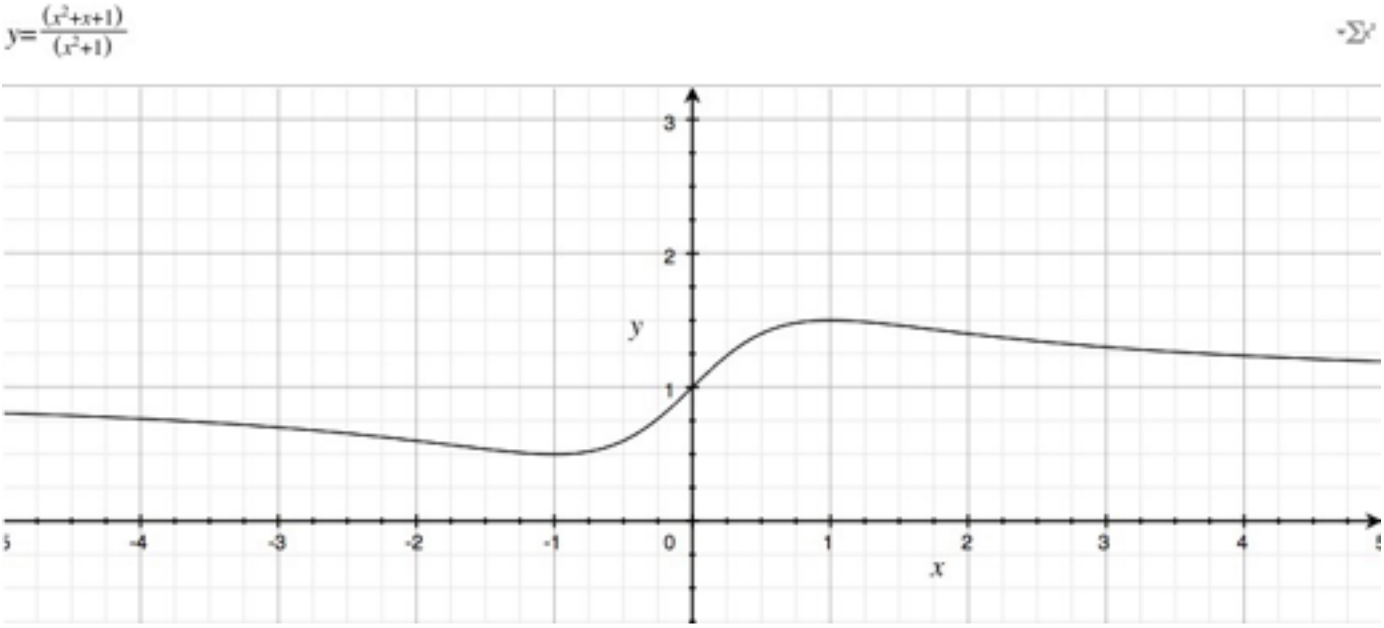
(a) (10 points) 어떤 기업이 자신의 이윤 f와 제조량 x간의 관계를 조사한 결과 아래와 같은 결론에 도달하였다. 이 기업의 이윤함수 f의 그래프를 x에 대해 스케치해보라. (Hint: 극대, 극소만 찾으면 되므로 1계조건까지만 사용해도 충분하다. 단, 증가, 감소, 극대, 극소 여부는 정확히 표현되어 있어야 한다.)

$$f = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$$



축에 변수명 누락: -1
tail 부정확: -2
증가 감소 부정확 기술: -2/오류지점
결과는 틀리나 critical pt는 찾은 경우: 3점

(b) (10 points) 위 문제 a의 함수에서 $x \geq 0$일 때 이윤을 가장 높게 만들어주는 x값이 존재하는가? 존재한다면 얼마인가? 이 문제는 아래와 같은 극대화문제를 푸는 것과 동일하다. (Hint. 위 그래프를 이용해도 되고, 제약있는 다변수 극대화 문제를 써서 풀어도 된다.)

$$\underset{x}{\textbf{maximize}} \quad f(x) \quad s.t. \quad x \geq 0$$

위의 그래프를 틀리게 그렸더라도 틀린 그래프에 입각하여 최대점을 찾은 경우 정답 처리
바꾸어 말하면, 답이 우연히 맞더라도 내용도출이 그래프와 불일치할 경우 오답 처리.

1a, 1b 모범답안: 신동희

신동희.

담당: 조남운

경제수학 2012년 봄

기말시험

1. Simple calculations

   (a) (10 points) 어떤 기업이 자신의 이윤 f와 제조량 x간의 관계를 조사한 결과 아래와 같은 결론에 도달하였다. 이 기업의 이윤함수 f의 그래프를 x에 대해 스케치해보라. (Hint: 극대, 극소만 찾으면 되므로 1계조건까지만 사용해도 충분하다. 단, 증가, 감소, 극대, 극소 여부는 정확히 표현되어 있어야 한다.)

$$f = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$$

10

   (b) (10 points) 위 문제 a의 함수에서 $x \geq 0$일 때 이윤을 가장 높게 만들어주는 x값이 존재하는가? 존재한다면 얼마인가? 이 문제는 아래와 같은 극대화문제를 푸는 것과 동일하다. (Hint. 위 그래프를 이용해도 되고, 제약있는 다변수 극대화 문제를 써서 풀어도 된다.)

$$\underset{x}{\text{maximize}} \quad f(x) \quad s.t. \quad x \geq 0$$

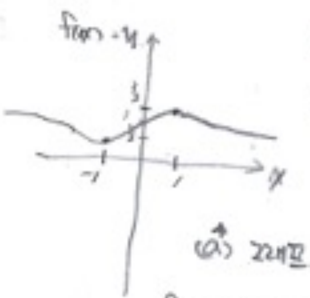
10

(a)
$$f' = \frac{(2x+1)(x^2+1) - (x^2+x+1)(2x)}{(x^2+1)^2}$$
$$= \frac{(\cancel{2x^3} + x^2 + 2x + 1 - \cancel{2x^3} - 2x^2 - \cancel{2x})}{(x^2+1)^2}$$
$$= \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$$
$$= -\frac{(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$$
$$= -\frac{(x+1)(x-1)}{(x^2+1)^2}$$

$f'(-1) = f'(1) = 0$

$\frac{100 - ?}{101}$

x	…	-1	…	1	…
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	$\frac{1}{2}$	↗	$\frac{3}{2}$	↘



$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$

(a) 그래프

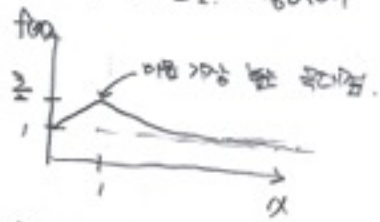
f(-1) 일때 극소값 $\frac{1}{2}$

f(1) 일때 극대값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

(b) $x \geq 0$ 일때 극대값 존재?

$f(0) = 1$

(a)의 그래프를 이용하여



∴ 이윤 가장 높은 x값 존재

x가 1 일때 극대값 $\frac{3}{2}$을 갖는다

강대현.

담당: 조남운　　　　경제수학 2012년 봄　　　　기말시험

(c) (10 points) 아래 행렬들의 Rank를 구하고, <u>구할 수 있다면</u> 행렬식 (Determinant) 도 구하라.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

10

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -4 & -3 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -4 & -3 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -4 & -3 & 0 \\ 0 & -12 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{RANK} = 3$$

$$\text{Det}\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix} = -1\cdot1\cdot\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} + 0\cdot1\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} - 1\cdot1\cdot\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)\cdot(-3) + (-1)(-12) = 3 + 12 = 15.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{RANK} = 2$$

행렬식은 구할 수 없음

이상우

담당:조남운 경제수학 2012년 봄 기말시험

10

(d) (10 points) 다음 행렬의 행렬식(Determinant)과 Rank, 그리고 역행렬(Inverse Matrix) 이 존재한다면 그 역행렬을 구하라

$$① \to A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad ② \to B \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix} \to \text{역행렬} = \begin{pmatrix} \frac{13}{2} & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

4×4 5×5

$$① \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Rank} = 3$$

$$\text{Det}A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{Rank}=3 \neq n=4 \quad \text{역행렬존재X}$$

$$1\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$1-1$$

$$② \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{10}{3} & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Rank = 5 = n = 5

역행렬존재

$$\text{Det}B = 1\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \end{vmatrix} = -28$$

Det B = 6

$$-1\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix} = -28$$

$$1\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 28$$

Page 4

왕곤

담당:조남운 경제수학 2012년 봄 기말시험

(e) (10 points) 다음 연립방정식의 해를 구하라(Hint: 앞 문제 d의 결과를 이용 가능)

1.

$$x_1 + x_3 + x_4 = 1$$
$$x_1 + x_2 - x_3 = 1$$
$$x_4 = 1$$
$$x_1 + x_3 + 2x_4 = 1$$

10

2.

$$x_1 + x_2 + x_5 = 1$$
$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = 0$$
$$x_4 = -1$$
$$x_2 = 2$$
$$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3$$

e1: 계수행렬의 행렬식이 0이므로 해가 없다 : -2 (해가 무한히 많을 수도 있으므로 해가 없는 이유가 명시되어 있어야 함)
e2: 앞 문제에서 도출한 (잘못된) 행렬식을 쓴 경우에는 정답 인정.

(1) $x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 = 0$ ①
$x_1 + x_2 - x_3 = 1$ ②
$x_1 + x_3 = -1$ ③

①, ③ ⇒ 이 연립방정식의 해는 없습니다.

(2) $x_4 = -1$, $x_2 = 2$ ⇒ $x_1 + x_5 = -1$ ①
$x_1 + 3x_3 + x_5 = -3$ ②
$3x_1 + 2x_3 + 5x_5 = 5$ ③

②×2, ③×3 ⇒ $2x_1 + 6x_3 + 2x_5 = -6$ ④
$9x_1 + 6x_3 + 15x_5 = 15$ ⑤

⑤−④ ⇒ $7x_1 + 13x_5 = 21$ ⑥

①×7 ⇒ $7x_1 + 7x_5 = -7$ ⑦

⑥−⑦ ⇒ $6x_5 = 28$

$x_5 = \frac{14}{3}$ $x_1 = -\frac{17}{3}$ $x_3 = -\frac{2}{3}$

$x_2 = 2$
$x_4 = -1$

1b: 두 점 중 한 점만 구하면 -1
1d: 앞 계산이 틀렸더라도 그에 의거하여 정확한 절차로 검증한 경우 정답 처리.
1d를 일반 Hessian식으로 정부호성 판별한 경우 1점 처리

서민혜 2-1

담당:조남운 | 경제수학 2012년 봄 | 기말시험

2. 제약하의 극대화

다음 극대화 문제를 풀어보자.

$$\underset{x_1,x_2,x_3}{\text{maximize}} \quad f(\mathbf{x}) = x_1 - x_2^2 + x_1x_2 + x_3, \qquad s.t \quad x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad x_1 \geq -1$$

(a) (5 points) 위 극대화문제를 풀기 위한 라그랑지안 함수를 만들어보라 5

(b) (5 points) 위 극대화문제의 1계조건(FOC)을 써보고, 이 조건을 만족하는 모든 점을 구하라 5

(c) (5 points) 위에서 구한 점(들)에 대한 유테 헤시안(Bordered Hessian)을 구하라. 5

(d) (5 points) 각 점들이 극대화조건을 만족하는 점인지 판별하라(Hint: SOC) 5

(a) $\mathcal{L} = x_1 - x_2^2 + x_1x_2 + x_3 + \lambda(x_1+1) + \mu(x_1+x_2+x_3-1)$

(b) i) $D_x\mathcal{L} = (1+x_2+\lambda+\mu \quad -2x_2+x_1+\mu \quad 1+\mu) = (0\ 0\ 0)$

ii) $\lambda(x_1+1) = 0$

iii) $\lambda_i \geq 0 \quad \forall i$

iv) $x_1+x_2+x_3 = 1$

v) $x_i \geq -1$

$1+x_2+\lambda+\overset{-1}{\mu} = 0$

$-2x_2+x_1+\overset{-1}{\mu} = 0$

$1+\mu = 0 \rightarrow \underline{\mu = -1}$

$\begin{pmatrix} x_2 + \lambda = 0 \\ x_1 - 2x_2 = 1 \end{pmatrix}$

case1) $\lambda = 0$

case2) $x_1 = -1$

λ	0	1
μ	-1	-1
x_1	1	-1
x_2	0	-1
x_3	0	3

$\therefore (\lambda^*, \mu^*, x^*) = (0, -1, 1, 0, 0)$

or

$(1, -1, -1, -1, 3)$

(c) ①

$$H = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc} \lambda & \mu & x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1+1 & x_1+x_2+x_3-1 & 1+x_2+\lambda+\mu & -2x_2+x_1+\mu & 1+\mu \end{array} \\ \begin{array}{c} \lambda \\ \mu \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$\Big|_{(\lambda^*, \mu^*, x^*) = (1,-1,-1,-1,3)}$

②

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\Bigg|_{(\lambda^*, \mu^*, x^*) = (0,-1,1,0,0)}$$

Page 6

서민혜 2-2

d)-① $k=1$, $n=3$, $e=1$ $\quad (n-(e+k))$ 개의 LPM 체크 $\quad 3-(2)=\underline{1개}$

$(-1)^2=1$, (-1)

$$\begin{vmatrix} 0&0&1&0&0\\ 0&0&1&1&1\\ 1&1&0&1&0\\ 0&1&1&-2&0\\ 0&1&0&0&0 \end{vmatrix} = (-1)^4\cdot\begin{vmatrix} 0&0&1&1\\ 1&1&1&0\\ 0&1&-2&0\\ 0&1&0&0 \end{vmatrix} = -2$$

$$\begin{vmatrix} 0&0&1&1\\ 1&1&1&0\\ 0&1&-2&0\\ 0&1&0&0 \end{vmatrix} = (-1)^{4+2}\cdot\begin{vmatrix} 0&1&1\\ 1&1&0\\ 0&-2&0 \end{vmatrix} = -2$$

$$\begin{vmatrix} 0&1&1\\ 1&1&0\\ 0&-2&0 \end{vmatrix} = -2\cdot(-1)^5\cdot\begin{vmatrix} 0&1\\ 1&0 \end{vmatrix} = -2$$

∴ 개는 |LPM|의 부호가 (−) 이므로 max를 가진다.

-② $k=1$, $n=3$, $e=0$ $\quad (n-(e+k))$ 개의 LPM check $\quad 3-1=2개$

$(-1)^1$ ⊖, $(-1)^3$

$$\begin{vmatrix} 0&1&1&1\\ 1&0&1&0\\ 1&1&-2&0\\ 1&0&0&0 \end{vmatrix} = (-1)^5\cdot\begin{vmatrix} 1&1&1\\ 0&1&0\\ 1&-2&0 \end{vmatrix} = \underline{1}$$

$$\begin{vmatrix} 1&1&1\\ 0&1&0\\ 1&-2&0 \end{vmatrix} = (-1)^4\cdot\begin{vmatrix} 1&1\\ 1&0 \end{vmatrix} = -1$$

$$\begin{vmatrix} 0&1&1\\ 1&0&1\\ 1&1&-2 \end{vmatrix} = (-1)^3\cdot\begin{vmatrix} 1&1\\ 1&-2 \end{vmatrix} + (-1)^4\cdot\begin{vmatrix} 1&0\\ 1&1 \end{vmatrix}$$

$= 3+1 = \underline{4}$ $\quad$ ∴ PD이고 ND도 아니다.

극대화조건 만족 X

전유진 -1

담당:조남운

경제수학 2012년 봄

기말시험

3. 스타크레파스의 경제학

스타크레파스라는 행성에 사는 외계 문명이 괴생명체의 습격을 받아 전쟁 상태에 있다고 한다. 그 문명은 두 종류의 전쟁병기[$\mathbf{x} = (x_1, x_2)$=(해병부대의 수, 탱크부대의 수)]를 생산할 수 있고, 그러한 생산에는 두 종류의 자원[$\mathbf{y} = (y_1, y_2)$=(광물의 양, 가스의 양)]을 필요로 한다고 한다. 해병과 탱크에 의한 화력의 크기를 나타내는 함수 f는 아래와 같은 특징이 있다고 한다.

$$f(\mathbf{x}) = x_1 x_2^2 + x_1 + 2x_2$$

$\boxed{\text{해병}}$ 한 부대를 생산하는 데에는 광물만 50단위가 들어가고, $\boxed{\text{탱크}}$ 한 부대를 생산하는 데에는 광물 100단위와 가스 50단위가 들어간다고 한다. 이러한 관계를 아래와 같은 수식으로 표현할 수 있다.

- x_1만큼의해병생산 : $(y_1^{\text{해병}}, y_2^{\text{해병}}) = x_1(50, 0) = (50x_1, 0)$ $y_1^{\text{해}} = 50X_1$
- x_2만큼의탱크생산 : $(y_1^{\text{탱크}}, y_2^{\text{탱크}}) = x_2(100, 50) = (100x_2, 50x_2)$ $y_1^{\text{탱}} = 100X_2$, $y_2^{\text{탱}} = 50X_2$

$$y_1 = y_1^{\text{해병}} + y_1^{\text{탱크}} \qquad y_1 = 50X_1 + 100X_2 \tag{1}$$

$$y_2 = y_2^{\text{해병}} + y_2^{\text{탱크}} \qquad y_2 = 50X_2 \tag{2}$$

광물(y_1)과 가스(y_2)는 모두 합쳐 150단위까지 생산할 수 있다.

$$y_1 + y_2 \leq 150$$

이제, 위와 같은 자원의 제약 상황에서 화력을 극대화할 수 있는 해병(x_1)과 탱크(x_2)의 부대수를 계산해보자. 이 별에서는 신비롭게도 실수량만큼의 해병부대와 탱크부대가 가동될 수도 있다고 한다. 물론 실수량만큼의 자원을 캘 수도 있다.(꼭 부대의 수나 자원의 양이 자연수가 아니어도 된다는 의미) 이어지는 물음에 답해보자.

(a) (5 points) 식1,2를 x_1, x_2의 식으로 고쳐보라.(Hint: y_1, y_2를 각각 x_1, x_2로 나타내라는 의미임) $\begin{cases} y_1 = 50X_1 + 100X_2 \\ y_2 = 50X_2 \end{cases}$ 5

(b) (5 points) 위 문제 a의 결과를 이용하여 제약하에서의 화력 극대화 문제를 설정하라. (Hint: maximize [극대화해야 하는 식] s.t. [제약식] 의 형태로 정리하라는 의미임) 5

(c) (10 points) 위 제약하에서의 극대화문제의 1계조건을 기술하고, 이 조건을 모두 만족하는 점들을 찾으라. (Hint: 부등제약의 극대화문제. 가장 마지막 시간에 배운 방법을 사용해야 함.) $(\lambda, x_1, x_2) = \left(\frac{1}{45}, 2, \frac{1}{3}\right)$ 10

(d) (10 points) 위에서 구한 점들에 대한 2계조건을 기술하고, 극대점인지의 여부를 판별하여 화력을 극대화할 수 있는 해병(x_1)과 탱크(x_2)의 양이 존재한다면 그 값을 구하라. 또한 이러한 최적 생산량이 존재한다면, 그러한 최적 생산을 위해 필요한 광물과 가스의 양도 구하라.(Hint: 역시 마지막 시간에 배운 방법으로 2계조건을 검토해야 함) 10

→ 알수없음. ($LPM_3 = 0$)

Page 7

전유진 -2

담당: 조남운

경제수학 2012년 봄

기말시험

x1≥ 0, x2≥ 0 까지 넣는 것이 좀 더 엄밀한 풀이임.

(답안 작성을 위한 예비공간)

(b) maximize $f(x)$ s.t. $50x_1+150x_2 \le 150$

$f(x) = x_1x_2^2+x_1+2x_2$

(c) $\boxed{\text{FOC}}$ $\mathcal{L} = x_1x_2^2+x_1+2x_2+\lambda(150-50x_1-150x_2)$

1) $D_x\mathcal{L} = (x_2^2+1-50\lambda \quad 2x_1x_2+2-150\lambda) = (0 \quad 0)$

2) $\lambda(150-50x_1-150x_2)=0$.

3) $\lambda \ge 0$.

4) $150-50x_1-150x_2 \ge 0$

$$\begin{cases} x_2^2+1-50\lambda=0 \\ 2x_1x_2+2-150\lambda=0 \end{cases}$$

① $\lambda=0$.

$x_2^2+1=0$.

$2x_1x_2+2=0$.

$2x_1x_2=-2$

$\boxed{x_2 = \frac{-2}{2x_1} = -\frac{1}{x_1}}$

$x_2^2=-1$.

$\left(-\frac{1}{x_1}\right)^2=-1$.

$\frac{1}{x_1^2}=-1$.

$\boxed{x_1^2=-1}$

② $150-50x_1-150x_2=0$.

$50x_1+150x_2=150$

$x_1+3x_2=3$.

$x_1=3-3x_2$

$x_2^2+1-50\lambda=0$.

$2x_1x_2+2-150\lambda=0$.

$3x_2^2+3-150\lambda=0$.

$-\;(2x_1x_2+2-150\lambda=0)$

$3x_2^2-2x_1x_2+1=0$

$3x_2^2-2(3-3x_2)x_2+1=0$.

$3x_2^2-6x_2+6x_2^2+1=0$.

$9x_2^2-6x_2+1=0$.

$(3x_2-1)^2=0$.

$\boxed{x_2=\frac{1}{3}}$

$\boxed{x_1=3-3\times\frac{1}{3}=3-1=2}$

$2\times2\times\frac{1}{3}+2-150\lambda=0$.

$\frac{4}{3}+\frac{6}{3}$

$\frac{1}{10}\times\frac{10}{3}=150\lambda\times\frac{1}{10}$

$\frac{1}{15}\times\frac{1}{3}=15\lambda\times\frac{1}{15}$

$\boxed{\lambda=\frac{1}{45}}$

$\boxed{\text{SOC}}$

$150-50x_1-150x_2$

$$\begin{pmatrix} 0 & -50 & -150 \\ -50 & 0 & 2x_2 \\ -150 & 2x_2 & 2x_1 \end{pmatrix}\Bigg|_{\left(\frac{1}{45},2,\frac{1}{3}\right)}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -50 & -150 \\ -50 & 0 & \frac{2}{3} \\ -150 & \frac{2}{3} & 4 \end{pmatrix}$$

$n=2$
$e=1$
$k=0$.
1.

$50\begin{vmatrix} -50 & \frac{2}{3} \\ -150 & 4 \end{vmatrix} -150\begin{vmatrix} -50 & 0 \\ -150 & \frac{2}{3} \end{vmatrix}$

$150\times\frac{2}{3}$ $\quad$ $-50\times\frac{2}{3}$

~~(λ, x_1, x_2)~~ $=\left(\frac{1}{45}, 2, \frac{1}{3}\right)$

$50\left(-200+100\right)-150\cdot\left(-\frac{100}{3}\right)$

$(50\times-100)-150\times-\frac{100}{3}$

$-5000+5000$

$=0$.

$LPM=0$.

$(-1)^1=-1$.

$(-1)^2=1$

정유진 - 3

s.t. $50x_1 + 150x_2 \le 150$.

$f(x) = x_1x_2^2 + x_1 + 2x_2$.

$\mathcal{L} = x_1x_2^2 + x_1 + 2x_2 + \lambda(150 - 50x_1 - 150x_2)$.

$D\mathcal{L} = (x_2^2 + 1 - 50\lambda \quad 2x_2x_1 + 2 - 150\lambda) = (0.0)$.

$$\begin{cases} x_2^2 + 1 - 50\lambda = 0 \\ 2x_2x_1 + 2 - 150\lambda = 0 \end{cases}$$

① $\lambda = 0$.

$x_2^2 + 1 = 0$.

$2x_1x_2 + 2 = 0$.

$x_1x_2 + 1 = 0$.

$x_1x_2 = -1$.

$x_2^2 = -1$

② $150 - 50x_1 - 150x_2 = 0$.

$3 - x_1 - 3x_2 = 0$.

$x_1 = 3 - 3x_2$.

$$\begin{array}{r} 3x_2^2 + 3 - 150\lambda = 0 \\ -(2x_1x_2 + 2 - 150\lambda = 0) \\ \hline 3x_2^2 - 2x_1x_2 + 1 = 0 \end{array}$$

$3x_2^2 - 2x_2(3 - 3x_2) + 1 = 0$.

$3x_2^2 - 6x_2 + 6x_2^2 + 1$

$9x_2^2 - 6x_2 + 1 = 0$.

$(3x_2 - 1)^2 = 0$ $\qquad 3-1$

$\left(\frac{1}{45}, 2, \frac{1}{3}\right)$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{3} \\ x_1 = 2 \\ \lambda = \frac{1}{45} \end{array}}$$

$\frac{1}{3} \times 2 \times 2 + 2 - 150\lambda$

$\frac{4}{3} + \frac{6}{3}$

$\frac{10}{3} = 150\lambda$

$\lambda = \frac{10}{3} \times \frac{1}{150}$

$= \frac{1}{45}$

$(150 - 50x_1 - 150x_2 \quad x_2^2 + 1 - 50\lambda \quad 2x_1x_2 + 2 - 150\lambda)$

$$\left.\begin{pmatrix} 0 & -50 & -150 \\ -50 & 0 & 2x_2 \\ -150 & 2x_2 & 2x_1 \end{pmatrix}\right|_{(\lambda, x_1, x_2) = \left(\frac{1}{45}, 2, \frac{1}{3}\right)}$$

$n = 2$

$e : 1$

$k : 0$

$2 - (1+0) = 1$개 LPM.

$$\begin{pmatrix} 0 & -50 & -150 \\ -50 & 0 & \frac{2}{3} \\ -150 & \frac{2}{3} & 4 \end{pmatrix}$$

$LPM_3 = +50\begin{vmatrix} -50 & \frac{2}{3} \\ -150 & 4 \end{vmatrix} - 150\begin{vmatrix} -50 & 0 \\ -150 & \frac{2}{3} \end{vmatrix}$.

$50\left(-200 + 150 \times \frac{2}{3}\right) - 150\left(-\frac{100}{3}\right)$

$50(-200 + 100) + 150 \times \frac{100}{3}$

-100

$-5000 + 5000 = 0$.

$50?$

$LPM_3 = 0$

$\Rightarrow$ 알수없음.