

기말시험 해설

212.214-004
2016년 1학기

1 a

(a) (10 points) 다음 함수의 그래프를 정의역이 실수 (\mathbb{R})라는 전제하에 스케치하라.

$$f(x) = xe^x$$

1a

- 수렴성, 최저점, 절편 등이 명료하게 표현되어 있어야 함
- 축 변수 누락: -1

(a)

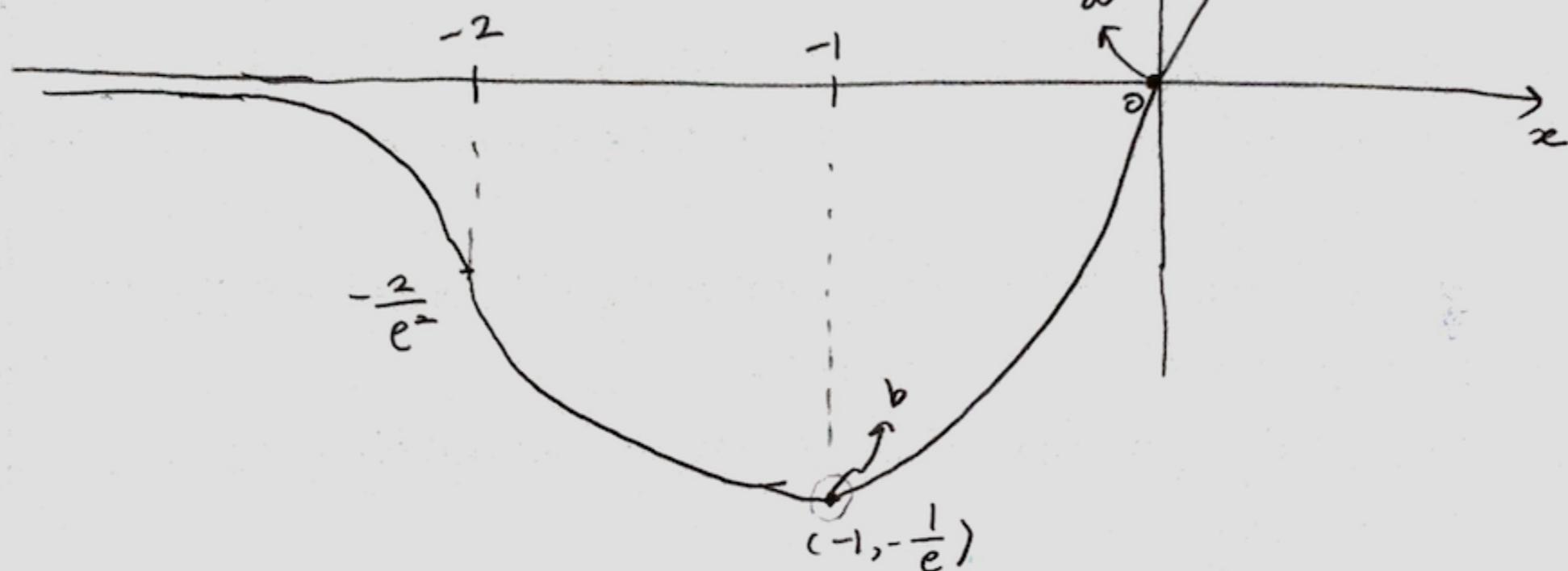
$$f(x) = x \cdot e^x \quad f(0) = 0$$

$$f'(x) = e^x + x \cdot e^x = e^x(x+1) \quad f'(-1) = 0$$

$$f''(x) = e^x + e^x + x e^x = e^x(x+2) \quad f''(-2) = 0$$

	-2	-1	0	
f'	-	-	0	+
f''	-	0	+	+
f	$-\frac{2}{e^2}$	$-\frac{1}{e}$	0	∞

图象



1b

(b) (10 points) 정의역 (domain)이 다음과 같을 때 위 함수의 Global Maximum, Local Maximum, Global Minimum, Local Minimum을 모두 구하라. (Note: Boundary Min/Max 도 Local Min/Max로 간주할 것)

- Domain: $x \in (\infty, 0]$
- Domain: $x \in (\infty, 0] - \{-1/e\}$

— — — — —

1b

- $-1/e$ 는 증가구간의 한 점이므로 두 domain 모두 결과가 다르지 않음
- Boundary Solution의 경우, 문제에서 요구한 대로 Local Solution 으로 간주하던지, Boundary Solution으로 별도 취급해야 함
 - 단 동일한 이유로 오류가 두 번 있는 경우는 두 번 감점 하지 않음.
- 정답여부와 무관하게 1a에서 그린 그래프에 의거하여 채점함
- min, max 는 기본적으로 함수값 ($f(x^*)$) 이어야 함. 특별한 부가 설명 없이 x^* 만을 기술하면 안됨.

10
(b) (10 points) 정의역 (domain)이 다음과 같을 때 위 함수의 Global Maximum, Local Maximum, Global Minimum, Local Minimum을 모두 구하라. (Note: Boundary Min/Max도 Local Min/Max로 간주할 것)

1) • Domain: $x \in (-\infty, 0]$

2) • Domain: $x \in (-\infty, 0] - \{-1/e\}$

(c) (10 points) $\mathbf{x} = (x_1, x_2) = (1, 1)$ 일 때 $\frac{\partial f}{\partial x_2}$ 를 구하라.

(b) 1) $(-\infty, 0]$ Local Maximum : $(0, 0)$

Local Minimum : $(-1, -\frac{1}{e})$

이 외의 local max/min 없음

$x \rightarrow -\infty$ 일 때 0 으로 수렴. \therefore Global Max : $(0, 0)$

이 외의 Global Min : $(-1, -\frac{1}{e})$

2) $(-\infty, 0] - \{-\frac{1}{e}\}$

주어진 도메인은 1)의 경우와

max/min 을 구하는 과정의 차이 X.

(- : $x = -\frac{1}{e}$ 에서 특이점이 생성되지 않음)

\therefore Local Max = Global Max : $(0, 0)$

Local Min = Global Min : $(-1, -\frac{1}{e})$.

1C

(c) (10 points) $\mathbf{x} = (1, 1)$ 일 때 $\frac{\partial x_1}{\partial x_2}$ 를 구하라.

$$f(\mathbf{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 = 6$$

1c

- 음함수정리 (IFT) 를 이용할 경우 Chain Rule과 유사한 결과이나, 음의 비율임에 유의할 것.

이완숙

(c) (10 points) $\mathbf{x} = (1, 1)$ 일 때 $\frac{\partial x_1}{\partial x_2}$ 를 구하라.

$$f(\mathbf{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 =$$

$$(c) \quad \frac{\partial x_1}{\partial x_2}(1,1) = \frac{\frac{\partial f}{\partial x_2}(1,1)}{\frac{\partial f}{\partial x_1}(1,1)} = -\frac{4x_1+2x_2|_{(x_1,x_2)=(1,1)}}{2x_1+4x_2|_{(x_1,x_2)=(1,1)}}$$

$$= -\frac{6}{6} = -1.$$

1 d

(d) (10 points) 다음 함수의 Hessian Matrix를 구하고 대각화 (diagonalize) 한 뒤, 정부호성 (definiteness) 을 판별하라.

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

1d

- 대각화한 행렬과 RREF는 다른 것임 (둘 다 대각행렬이긴 하지만.)
- RREF로부터 정부호성 판별은 또 다른 오류임
 - 반드시 대각화한 행렬로부터 정부호성을 판별하던지, 아니면 Hessian에 대해 직접 정부호성을 판별해야 함.
 - 엄밀한 의미에서의 RREF는 pivot이 1임. Definiteness를 판별할 수 없음.

$$(d) \det(H - \lambda I) = \begin{vmatrix} 6-\lambda & -2 & 0 \\ -2 & 4-\lambda & -2 \\ 0 & -2 & 6-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (6-\lambda) \{(4-\lambda)(6-\lambda) - 4\} + 2(-2(6-\lambda))$$

$$= (6-\lambda) \{(4-\lambda)(6-\lambda) - 8\}$$

$$= (6-\lambda)(\lambda^2 - 10\lambda + 16)$$

$$= (6-\lambda)(\lambda-2)(\lambda-8)$$

$\lambda = 2, 6, 8$. (eigenvalue)

($H - \lambda I$)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} 2x - y &= 0 \\ -x + y - 2z &= 0 \end{aligned} \Rightarrow (x, y, z) = (x, 2x, x)$$

$$= y + 2z = 0$$

$$\text{Unit vector} = \frac{1}{\sqrt{6}} (1, 2, 1) \in V_1$$

(ii) $\Gamma = 6$

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} -2y &= 0 \\ x + y - 2z &= 0 \end{aligned} \Rightarrow (x, y, z) = (x, 0, -x)$$

$$\text{Unit vector} = \frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0, -1) \in V_2$$

(iii) $\Gamma = 8$

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & -4 & -2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} x + y &= 0 \\ x + 2y + 2z &= 0 \\ 2y + 2z &= 0 \end{aligned} \Rightarrow (x, y, z) = (x, -x, x)$$

$$\Rightarrow (x, -x, x) = \frac{1}{\sqrt{6}} (1, -1, 1) \in V_3$$

(d) (10 points) 다음 함수의 Hessian Matrix를 구하고 대각화 (diagonalize) 한 뒤, 정부호성 (definiteness) 을 판별하라.

10

$$A = (x_1, x_2, x_3)^T$$

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

$$f(\mathbf{x}) = (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$= 3x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3$$

$$D = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{i,j} \text{ 0.2 } D^T = (D^2)$$

16 8 3

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1} = 6x_1 - 2x_2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1} = 6, \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_2} = -2, \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_3} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_2} = 4x_2 + 2x_1 - 2x_3 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_2} = 4, \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} = -2$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_3} = 6x_3 - 2x_2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_3} = 6$$

$$H = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

16 8 3

1e

- (e) (10 points) 다음 수열 (π 의 소수점 n 째 자리까지의 나열)의 일반형을 기술하고, π 로 수렴하는 수열이라 할 수 있는지 수렴의 엄밀한 정의를 이용하여 증명하라. (Hint: $[a] := \{m \in \mathbb{N} | m \leq a\}$)

$$\{3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, \dots, \}$$

1e

- 수렴의 엄밀한 정의를 사용해서 증명해야 함
- 수렴의 엄밀한 정의에 맞는 N을 epsilon을 사용하여 표현하는 것이 증명의 핵심임.

(e) (10 points) 다음 수열 (π 의 소수점 n 째 자리까지의 나열)의 일반형을 기술하고, π 로 수렴하는 수열이라 할 수 있는지 수렴의 엄밀한 정의를 이용하여 증명하라. (Hint: $[a] := \{m \in \mathbb{N} | m \leq a\}$)

10

$$\{3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, \dots, \}$$

$$x_n = \frac{\lceil \pi \times 10^n \rceil}{10^n} \quad (\text{ex. } \lceil \pi \times 10^3 \rceil = 314)$$

$$\frac{314}{10^3} = 3.14$$

pb). $\bar{x}_n \in \mathbb{N}$, $0 \leq \bar{x}_n \leq 9$ 이라 하자. ($\forall n$)

$$0 \leq \frac{\bar{x}_n}{10^n} \leq \frac{9}{10^n}$$

이때 $\pi_n = 3 + \frac{\bar{x}_1}{10} + \frac{\bar{x}_2}{10^2} + \dots + \frac{\bar{x}_n}{10^n} = 3 + \underbrace{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n}_{\text{3. } [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n] \text{이라는 의미}} \dots$ 으로 나타내어진다.

그렇게 $y_n = \frac{\pi_n}{10^n}$ 일 때 $y_{n+1} < \frac{y_n}{10}$ 이 성립한다.

$\therefore -\frac{\bar{x}_n}{10^n} < 0$ 이고 하면 ($\bar{x}_n > 0$)

마지막

$\ln \bar{x}_n - n \ln 10 < \ln \varepsilon$ 이다.

$$\ln \bar{x}_n - \ln \varepsilon = \ln \frac{\bar{x}_n}{\varepsilon} < n \ln 10 \quad \therefore \frac{\ln \frac{\bar{x}_n}{\varepsilon}}{\ln 10} < n \text{ 이다}$$

따라서 $\left[\frac{\ln \frac{\bar{x}_n}{\varepsilon}}{\ln 10} \right] = \bar{N}$ 이고 하면

$\forall \varepsilon > 0, \exists \bar{N} \left(\frac{\ln \frac{\bar{x}_n}{\varepsilon}}{\ln 10} \right) \text{ s.t. } \forall n \geq \bar{N} \text{ 일 때 } \ln \bar{x}_n \in B_\varepsilon(\pi) \text{ 이 성립한다고 할 수 있다.}$
 $(\ln \bar{x}_n \in B_\varepsilon(0))$

2a, b

2. 아래 비선형 (nonlinear) 시스템에 대해서 상태 $S^* = (G^*, M_s^*, t^*, Y^*, r^*)$ 근방에서 각 단일 외생변수들 증가 (G, r, t)에 대한 각 내생 변수들 (M_s, Y)의 변화방향에 대해 기술하라. (즉, G 만 증가할 경우, r 만 증가할 경우, t 만 증가할 경우에 M_s, Y 가 각각 어떤 방향으로 변화할 것인지 기술하라는 의미임)

$$Y = C + I + G$$

$$C = C(Y - T)$$

$$I = I(r)$$

$$M_s = M(Y, r)$$

$$T = tY$$

$$0 < \frac{dC}{d(Y - T)} < 1, \quad \frac{dI}{dr} < 0, \quad \frac{\partial M}{\partial Y} > 0, \quad \frac{\partial M}{\partial r} < 0, \quad 0 < t < 1$$

Y : GDP, C : 소비지출액, I : 투자지출액, G : 정부지출액, T : 총 조세액, t : 소득세율, r : 이자율,
 M_s : 화폐공급량, M : 화폐수요량,

(a) (10 points) 위 비선형 시스템의 해를 S^* 근방에서 구하라.

(b) (10 points) 각 외생 변수(G, r, t)가 각각 소폭 증가할 경우 내생변수 (M_s, Y)의 변화방향에 대해 기술하라.

2a,b

- 내생변수가 바뀌었음에 유의할 것
- 2b 는 2a의 오류 여부와 무관하게 2a의 결과에 의거하여 정확히 추론하면 됨
 - 단, 내생변수가 바뀌었을 경우에는 추론에 한계가 존재할 수 밖에 없음
- 비선형 모형 자체를 선형으로 가정하고 풀었을 경우에는 부분점수 부여함

2-(b)

$$\text{이 때 } D \text{의 부호는 } 0 < (1-t)C' < 1 \Rightarrow -1 + (1-t)C' < 0 \Rightarrow D \in G \text{ 이다.}$$

i) $dG > 0, dr = 0, dt = 0$ 이면

$$\begin{pmatrix} dM_s \\ dy \end{pmatrix} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} -\frac{\partial M}{\partial Y} & -1 + (1-t)C' \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dG \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial M}{\partial Y} \cdot dG \\ -dG \end{pmatrix}$$

$$dM_s = \frac{1}{D} \cdot \left(-\frac{\partial M}{\partial Y} \cdot dG \right) > 0$$

(-) (-) (+)

$$dY = \frac{1}{D} (-dG) > 0 \Rightarrow \cancel{dG} \quad \text{M}_s \text{ 는 } Y \text{ 의 증가.}$$

(-) (+)

ii) $dG = 0, dr > 0, dt = 0$

$$\begin{pmatrix} dM_s \\ dy \end{pmatrix} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} -\frac{\partial M}{\partial Y} & -1 + (1-t)C' \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I' dr \\ \frac{\partial M}{\partial r} dr \end{pmatrix}$$

$$dM_s = \frac{1}{D} \left(-\frac{\partial M}{\partial Y} \cdot I' dr + (-1 + (1-t)C') \cdot \frac{\partial M}{\partial r} dr \right) < 0$$

(-) \underbrace{(-)}_{(-)} (-) (+)

$$dY = \frac{1}{D} \cdot (-I' dr) < 0 \Rightarrow M_s \text{ 는 } Y \text{ 의 감소.}$$

(-) \underbrace{(+) (-)}_{(-)}

0/2/1

iii) $dG = 0, dr = 0, dt > 0$

$$\begin{pmatrix} dM_s \\ dy \end{pmatrix} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} -\frac{\partial M}{\partial Y} & -1 + (1-t)C' \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -C' Y dt \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$dM_s = \frac{1}{D} \left(C' Y dt \right) \frac{\partial M}{\partial Y} < 0$$

$$dY = \frac{1}{D} \cdot (C' Y dt) < 0$$

 $\Rightarrow M_s \text{ 는 } Y \text{ 의 감소.}$

2. 아래 비선형 (nonlinear) 시스템에 대해서 상태 $S^* = (G^*, M_s^*, t^*, Y^*, r^*)$ 근방에서 각 단일 외생변수들 증가 (G, r, t)에 대한 각 내생 변수들 (M_s, Y)의 변화방향에 대해 기술하라. (즉, G 만 증가할 경우, r 만 증가할 경우, t 만 증가할 경우에 M_s, Y 가 각각 어떤 방향으로 변화할 것인지 기술하라는 의미임)

$$Y = C + I + G$$

$$C = C(Y - T)$$

$$I = I(r)$$

$$M_s = M(Y, r)$$

$$T = tY$$

$$0 < \frac{dC}{d(Y-T)} < 1, \frac{dI}{dr} < 0, \frac{\partial M}{\partial Y} > 0, \frac{\partial M}{\partial r} < 0, 0 < t < 1$$

Y : GDP, C : 소비지출액, I : 투자지출액, G : 정부지출액, T : 총 조세액, t : 소득세율, r : 이자율, M_s : 화폐공급량, M : 화폐수요량.

10

(a) (10 points) 위 비선형 시스템의 해를 S^* 근방에서 구하라.(b) (10 points) 각 외생 변수(G, r, t)가 각각 소폭 증가할 경우 내생변수 (M_s, Y)의 변화방향에 대해 기술하라.

10

$$(a) Y = C + I(r) + G$$

$$= C(Y - tY) + I(r) + G$$

$$\Rightarrow dY = \frac{\partial C(Y-tY)}{\partial Y} \cdot dY + \frac{\partial C(Y-tY)}{\partial t} \cdot dt + I'dr + dG$$

$$= (1-t) \cdot C' dY - Y \cdot C' dt + I'dr + dG \quad \textcircled{1}$$

$$dM_s = \frac{\partial M}{\partial Y} dY + \frac{\partial M}{\partial r} dr \quad \textcircled{2}$$

①을 증가하면

$$dY(1+(t-1)C') = -C' Y dt + I'dr + dG$$

②,

$$dM_s = \frac{\partial M}{\partial Y} dY = \frac{\partial M}{\partial r} dr$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 + (t-1)C' \\ 1 & -\frac{\partial M}{\partial Y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dM_s \\ dY \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -C' Y dt + I'dr + dG \\ \frac{\partial M}{\partial r} dr \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} dM_s \\ dy \end{pmatrix} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} -\frac{\partial M}{\partial Y} & -1 + (t-1)C' \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -C' Y dt + I'dr + dG \\ \frac{\partial M}{\partial r} dr \end{pmatrix}$$

$$\text{이 때 } D = -1 + (t-1)C'.$$

3

3. (10 points) N 개의 관측 데이터 ($\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2$) ($i = 1, 2, \dots, N$) 가 있다. 이 데이터들을 가장 잘 설명할 수 있는 선형관계 ($x_{2i} = \bar{a}x_{1i} + \bar{b}$) 가 반드시 유일하게 존재함을 보이고, 그 선형 관계를 도출하라. (단, 여기에서 ”가장 잘 설명할 수 있다”는 것은 이론치 (predicted value) 와 관측치 (observed value) 의 차이의 제곱합이 가장 작다는 것으로 정의한다.)

3

- $x_2 = a x_1 + b$ 임. 즉, x_1, x_2 외에 다른 관측값은 없음. 많은 경우 제 3의 관측값 y 가 있다고 보았는데, 이는 잘못된 해석임.
 - $y=x_2$ 로 재해석한 경우는 문제 없음.
- 제약 없는 극소화문제로 변환
- FOC, SOC를 모두 검토해야 함.

10

(단, 여기에서 "가장 잘 설명할 수 있다"는 것은 이론치 (predicted value)와 관측치 (observed value)의 차이의 제곱합이 가장 작다는 것으로 정의한다.)

x_2 를 편의를 위해 y_i 로 두고 x_i 를 x_i 로 두자. 이론치를 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$ 로 두면

$\arg \min_{\beta_0, \beta_1} \sum_{i=1}^N (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$ 인 β_0, β_1 을 찾아야 한다. $L = \sum_{i=1}^N (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$ 로 두자

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_0} \Big|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} = -2 \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^N y_i = N \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^N x_i \Rightarrow \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

김지민

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_1} \Big|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} = -2 \sum_{i=1}^N x_i (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^N x_i y_i = \sum_{i=1}^N x_i \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^N x_i^2 \Rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N x_i (x_i - \bar{x})}$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \beta^2} = \begin{pmatrix} -2N & -2 \sum_{i=1}^N x_i \\ -2 \sum_{i=1}^N x_i & 2 \sum_{i=1}^N x_i^2 \end{pmatrix}$$

4. 다음 극소화 문제를 검토하자.

$$y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \text{ where } \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}, \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N x_i (x_i - \bar{x})}$$

$$\arg \min 2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 x_2 - 9x_1 - 4x_2 - 10$$

4. 다음 극소화 문제를 검토하자.

$$\arg \min_{\mathbf{x}} 2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 - 9x_2 \quad s.t. \quad 4x_1 + 3x_2 \leq 10, \quad x_2 - 4x_1^2 \geq -2$$

- (a) (5 points) 위 극소화문제를 위한 라그랑지 함수 (Lagrangian Function)을 만들것.
- (b) (10 points) 위 문제를 풀기 위한 1계조건 (FOC)을 기술하고, 이를 만족하는 점들을 모두 찾을 것.
- (c) (5 points) 위 문제를 풀기 위한 2계조건 (SOC)를 기술하고, 위 점들 중 한 점을 선정하여 정부호성 (Definiteness)을 검토할 것.

4a

- minimization 문제 부호 방향에 유의
- 연습문제 18.18을 참고할 것.

4b

- 1계조건 기술시 minimization 문제임에 유의
- FOC 만족하는 점이 모두 binding 된 경우에는 그 점만이 유일한 해임 - min 이면서 max
- 따라서 SOC를 검토할수 있는 유일한 경우는 1조건만 binding 되었을 경우임
- 1계조건을 만족하는 해는 총 2개. 나머지 해들은 제약조건들 중 최소 한 가지를 위배함
 - $(x_1, x_2, \lambda_1, \lambda_2) =$
 - (1) $-4/3, 46/9, >0, >0$
 - (2) $28/37, 86/37, 15/37, 0$
 - (1)의 경우 모두 binding 하지만 binding 제약의 수가 x 의 차원수와 같아 그 해는 별 의미없음 (trivial) \rightarrow SOC 판별 무의미하긴 하지만 bordered Hessian을 만들어 볼 수는 있을 것임. 단 이 경우 PD/ND 판별은 불가능.

(a) $L = -2\lambda_1^2 - 2\lambda_2^2 + 2\lambda_1\lambda_2 + 9\lambda_2 + \lambda_1(10 - 4\lambda_1 - 3\lambda_2) + \lambda_2(\lambda_2 - 4\lambda_1^2 + 2)$.

(b) F.O.C. $\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = -4\lambda_1 + 2\lambda_2 - 4\lambda_1 - 8\lambda_2\lambda_1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = -4\lambda_2 + 2\lambda_1 + 9 - 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8\lambda_1 - 6\lambda_2 = 0 \\ 2\lambda_1 + \lambda_2 - 9 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \\ 4\lambda_1 + 3\lambda_2 \leq 10 \\ \lambda_2 - 4\lambda_1^2 \geq -2 \end{cases}$$

기부금

$$\therefore \lambda_1(10 - 4\lambda_1 - 3\lambda_2) = 0, \lambda_2(\lambda_2 - 4\lambda_1^2 + 2) = 0$$

4c

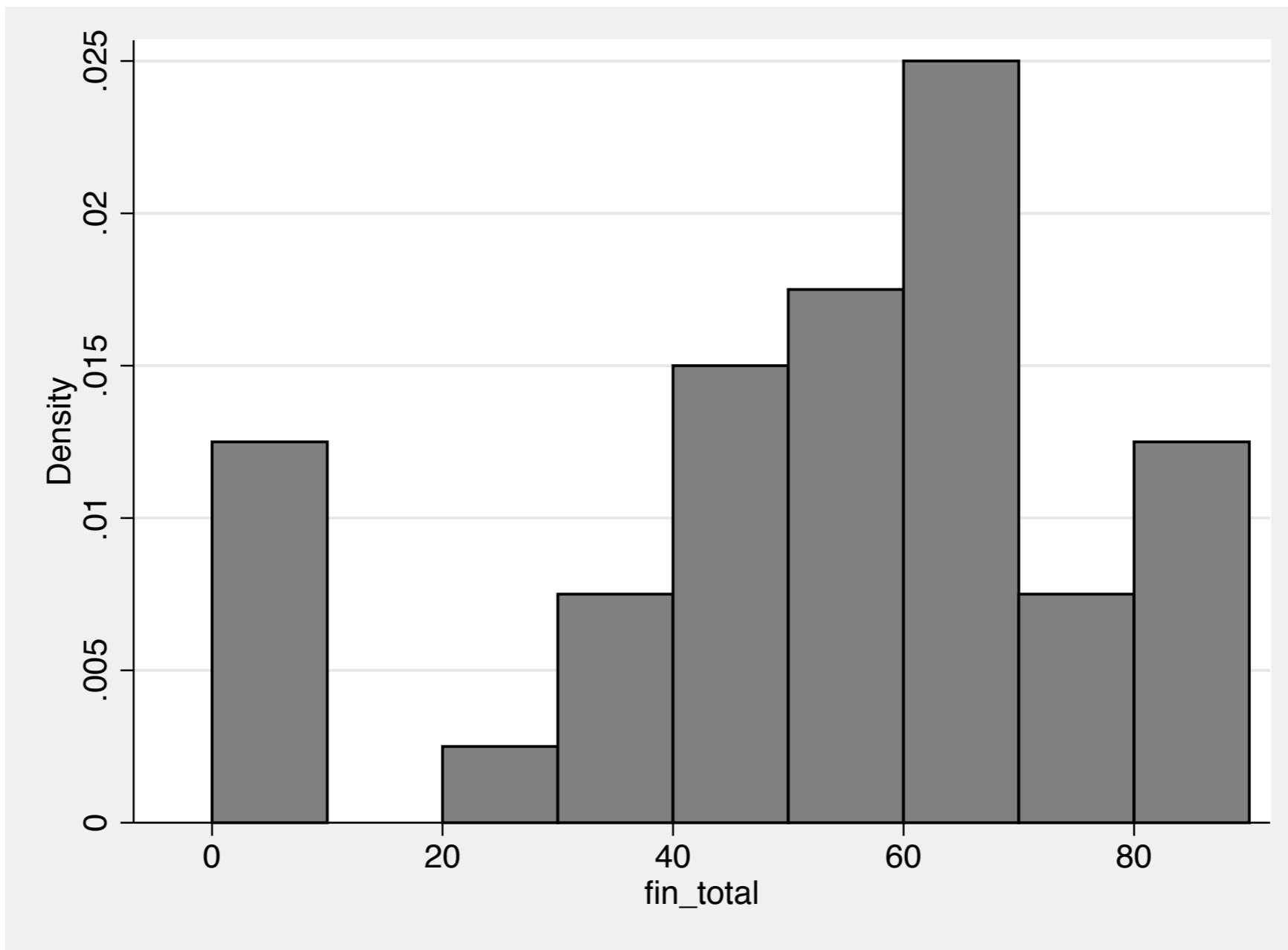
- 앞문제의 오류 여부와 무관하게 SOC를 판별할 수 있는지로 평가함
- binding 해 ($\lambda \neq 0$) 인 제약만 Bordered Hessian 에 포함되어야 함.

기초통계

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
fin_total	40	51.25	24.4265	0	87

fin_total					
	Percentiles	Smallest			
1%	0	0			
5%	0	0			
10%	3	0	Obs		40
25%	41	0	Sum of Wgt.		40
50%	55.5		Mean		51.25
		Largest	Std. Dev.		24.4265
75%	67	81			
90%	80.5	82	Variance		596.6538
95%	83	84	Skewness		- .7898631
99%	87	87	Kurtosis		2.892586

FinalTerm Distribution



Result_Score

- ResultScore := Final * 5 + Mid * 4 +
Attendance_Score + Bonus (Error Report)

Result Score: Upper%

