경제원론1, CH2: Economic Models

경제원론1

조남운

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

Outline

- 모델(모형) 일반론
- 경제학 모델(모형)
- 예: 생산가능곡선모형, 비교우위모형
- 실증적경제학 vs. 규범적경제학
- 시각화

모형 일반론

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

경제 모형 일반론

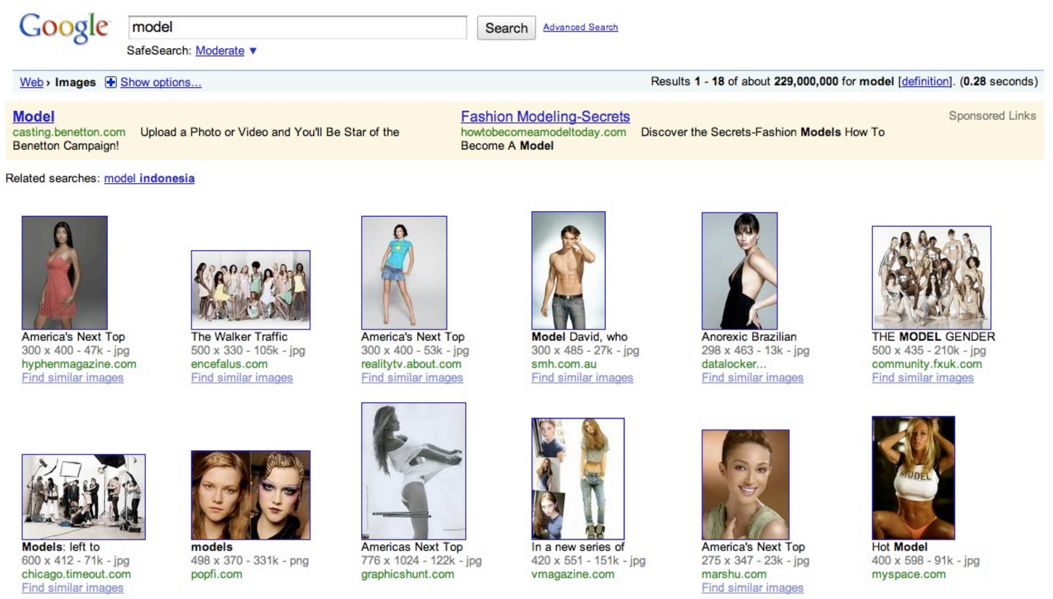
Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

Outline

- 모델(모형) 일반론
- 경제학 모델(모형)
- 예: 생산가능곡선모형, 비교우위모형
- 실증적경제학 vs. 규범적경제학

What is Model?

- 패션모델
- 프라모델
- ..?



경제학 모형
Economic Model

- 복잡한 경제학의 연구 대상을 단순화하여 이해하기 쉽게 만든 이론적 구조물
- 양적 모형은 수학적으로 표현 가능
  - 수식에 입힌 스토리 (내러티브)

Definition: Economic Model

- In economics, a **model** is a **theoretical construct** that represents **economic processes** by a set of **variables** and a set of logical and/or quantitative **relationships** between them. (http://en.wikipedia.org/wiki/Economic_model)

Quantitative vs. Qualitative Model

- Quantitative Model은 수식, 혹은 논리적 관계로 표현 가능
  - Quantitative Data에서의 수는 의미가 있음
  - 예: 가계소득, 길이, 학점
- Qualitative Model
  - Qualitative Data에서의 수는 식별 이상의 의미가 없음
  - 예: 성별, 국적, 혈액형

양적 모형의 장단점 PROs/CONs of Quantitative Model

- 장점: 직관을 뛰어넘을 수 있음
  - 예: 양자역학
- 단점: 질적인 요소를 다루는 데 한계가 있음
  - 예: 인간 수준 자연언어처리 (Human-level NLP)

  - 단, 이 영역은 현재 AI의 혁신으로 급속히 재정의 되고 있는 상태 (딥러닝)

Two Types of Quantity

- Flow
- Stock

유량
Flow

- 시간에 대한 가치량
- 단위: 가치량/시간
  - 예: 월세, 연금, 핸드폰 월납입비

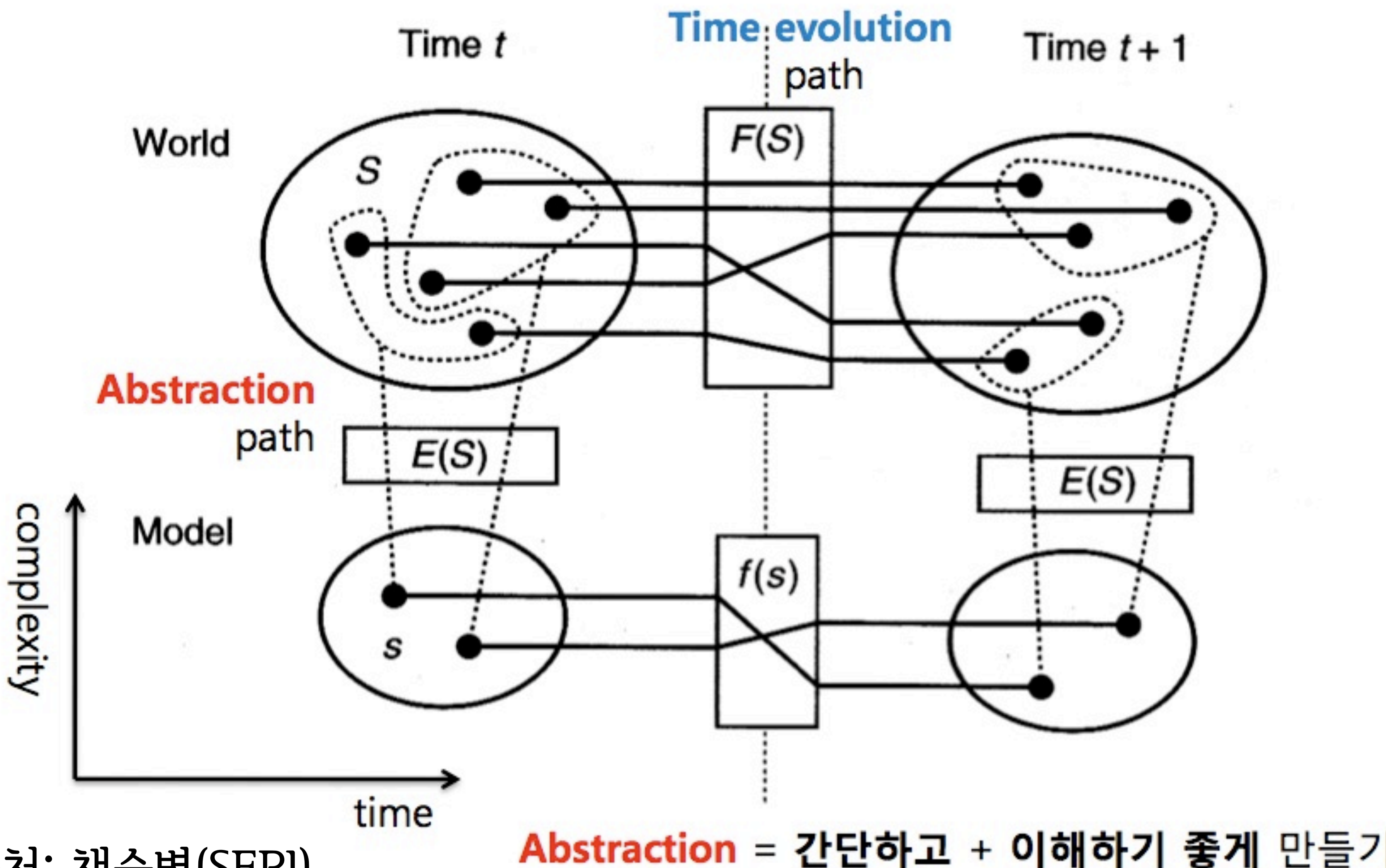
저량
Stock

- 시간과 무관한 절대량
- 단위: 가치
  - 예: 전세, 복권상금, 상속, 핸드폰 가입비

Example of Model(1): Map

Example of Model(1): Map

Model of Model



출처: 채승병(SERI)

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

ceteris paribus

- other things equal: 관심 변수 외에 다른 변수들은 변함이 없다는 전제
- 특정 변수만의 변화가 발생했을 때 어떤 결과가 초래될 것인가?
- 과학적 분석을 위해 필요한 가장 기초적 방법론적 전제
    - 수학적 표현: 편미분

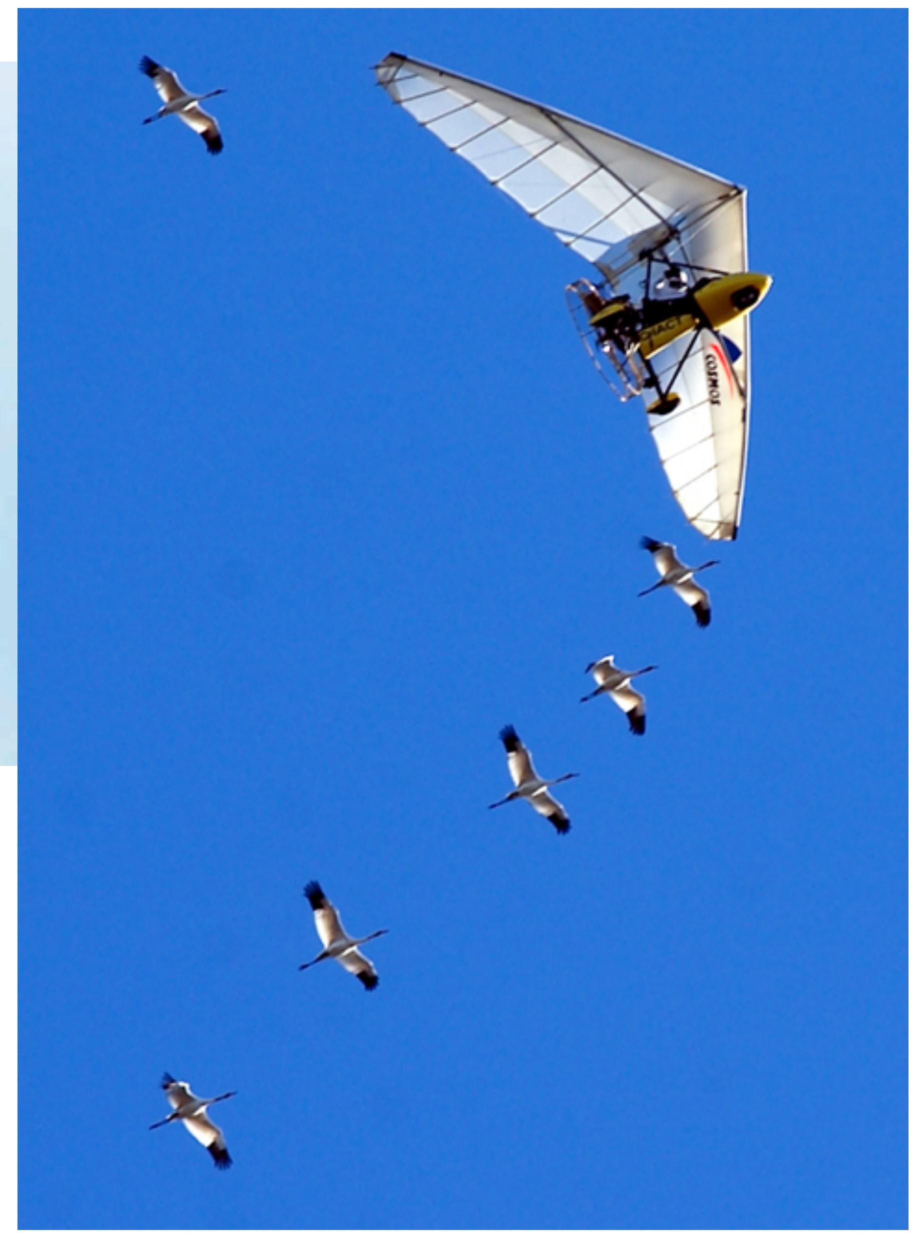
모형의 질

- 모든 과학적 분석에서 모형을 통한 탐구는 필수적 요소. 하지만..
  - “All models are wrong but some are useful” (George Box)
  - For such a model there is no need to ask the question "Is the model true?". If "truth" is to be the "whole truth" the answer must be "No". The only question of interest is "Is the model illuminating and useful?
- 모형의 질(유용성)을 사전적으로 평가할 수 있는 기준은 존재하지 않음

Example of Model(2) Flocking of Birds

Example of Model(2)
Flocking of Birds

Example of Model(2)
Flocking of Birds



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

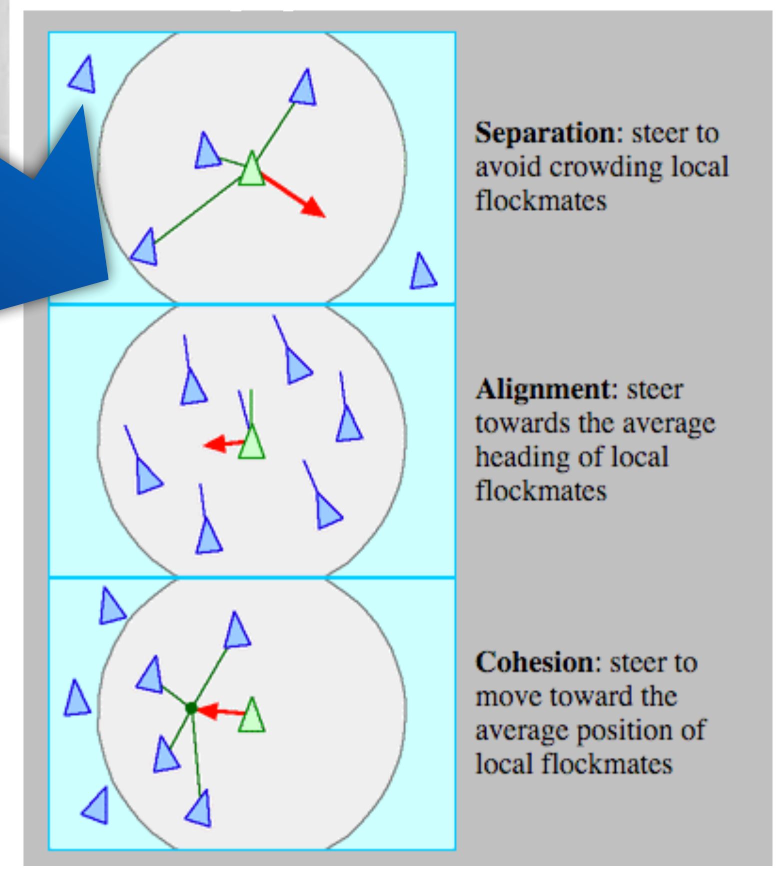
Example of Model(2)
Flocking of Birds

Modeling for Birds Flocking

- Wilensky, U. (1998). NetLogo Flocking model. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/Flocking. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

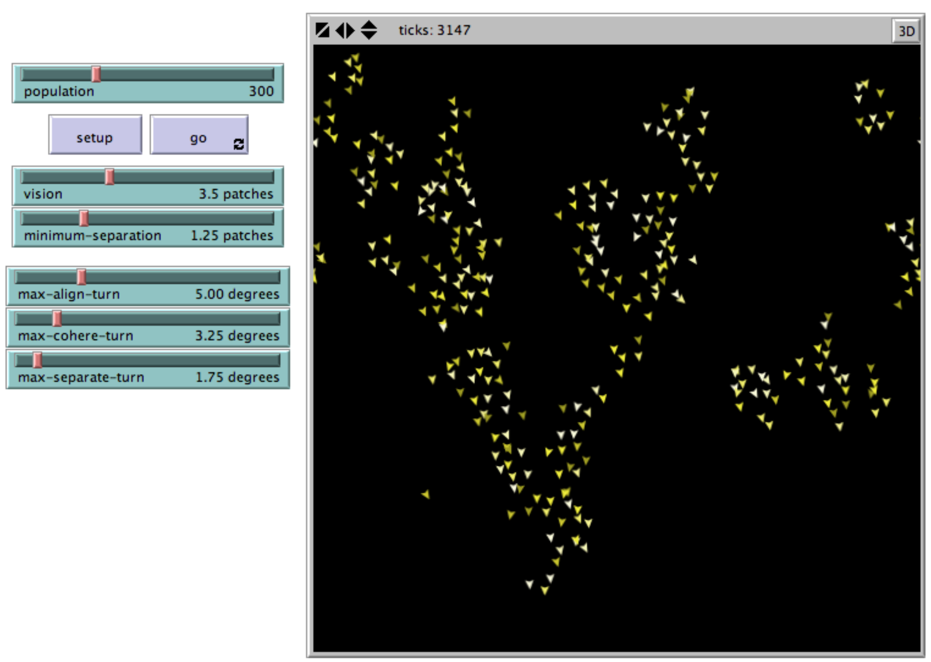
Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

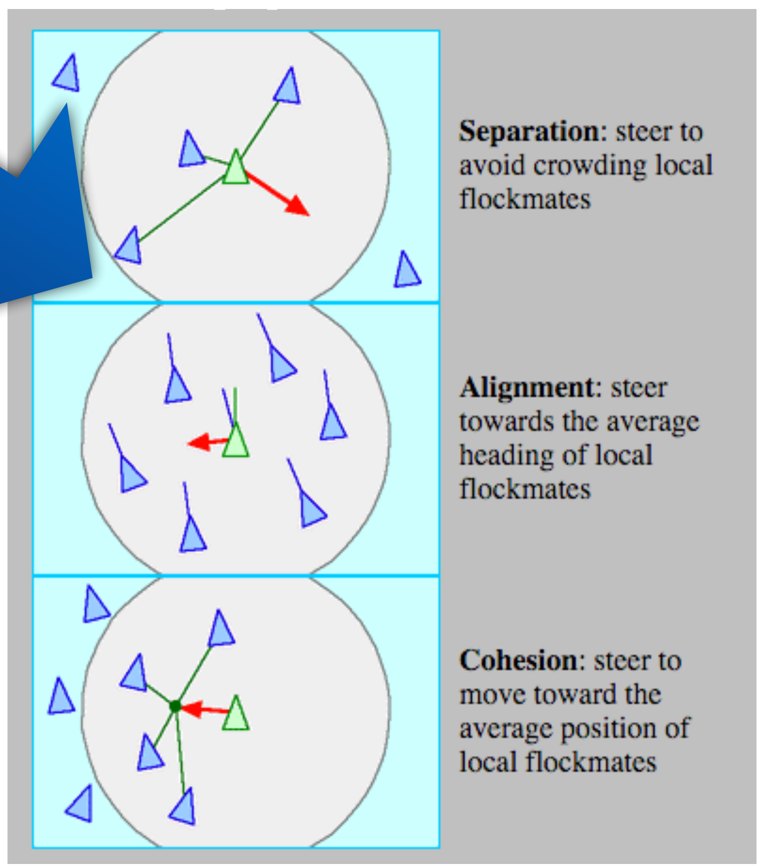
Modeling for Birds Flocking



- Wilensky, U. (1998). NetLogo Flocking model. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/Flocking. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

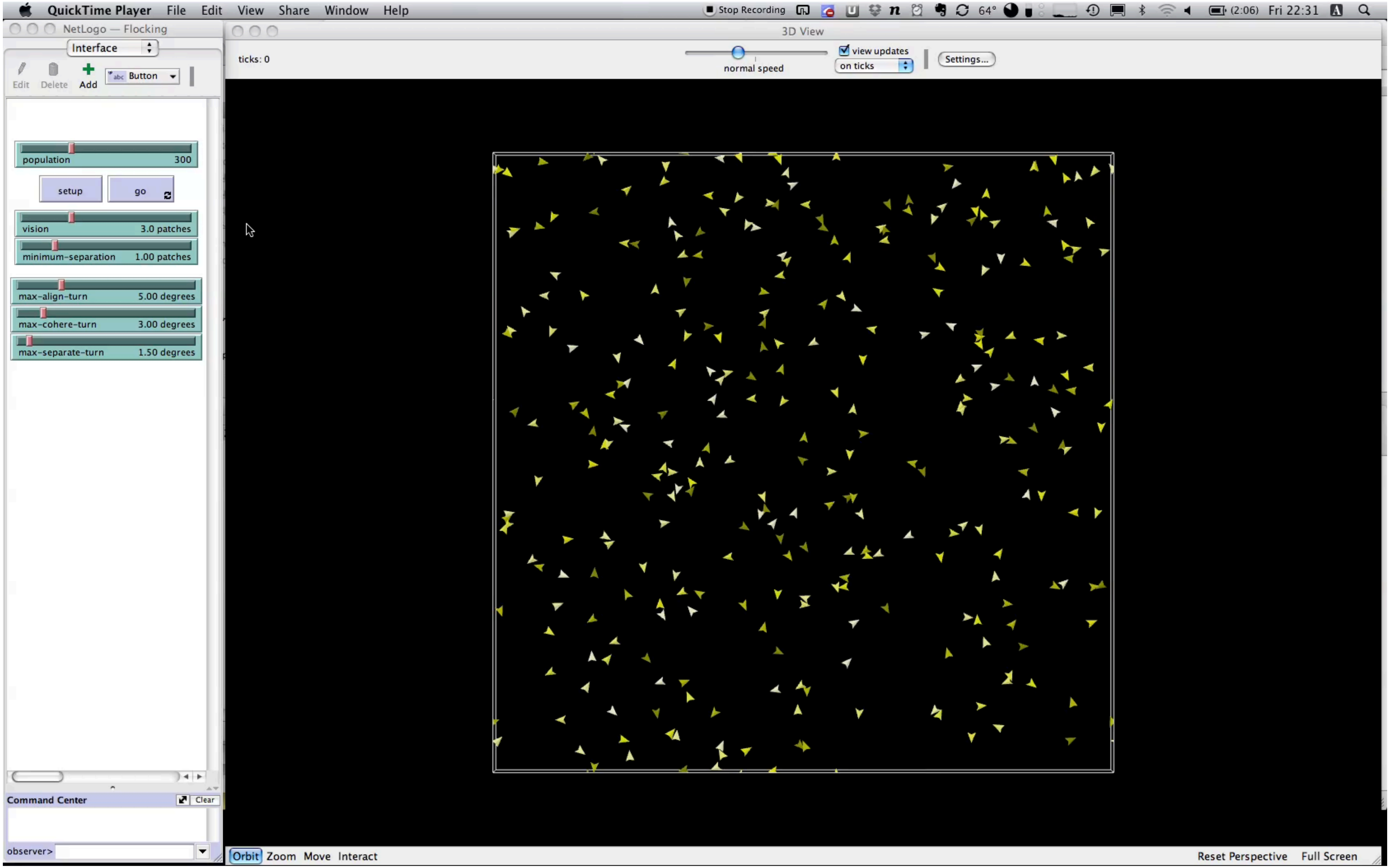
Modeling for Birds Flocking



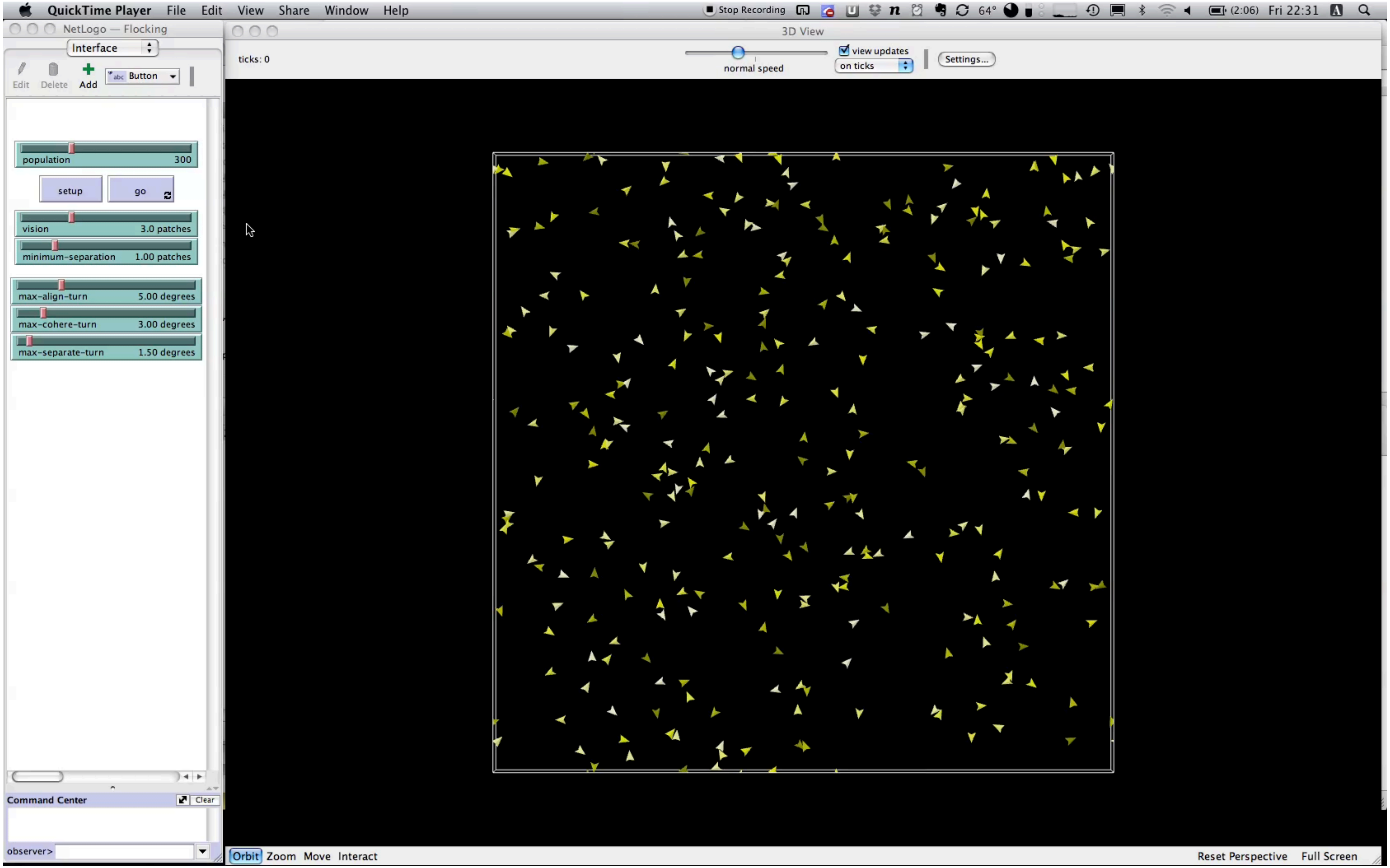


- Wilensky, U. (1998). NetLogo Flocking model. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/Flocking. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

Let's go to the Simulation!



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

미시적 기반과 거시적 패턴

- 미시요소만의 분석으로 거시패턴을 설명해내는 것은 쉽지 않음
- 거시경제학의 미시적 기반을 찾는 작업은 아직도 진행중
- 학문분야를 통틀어 미시요소의 분석으로 거시패턴을 효과적으로 설명해내지 못한 사례는 쉽게 찾아볼 수 있음

Example	미시기반	거시패턴
심리학	뉴런	의식
경제학	경제주체	시장가격
사회학	인간	사회현상
전산학	H/W	S/W
물리학	분자	상전이
생물학	개미	군체

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

Example: Wolf Sheep Predation

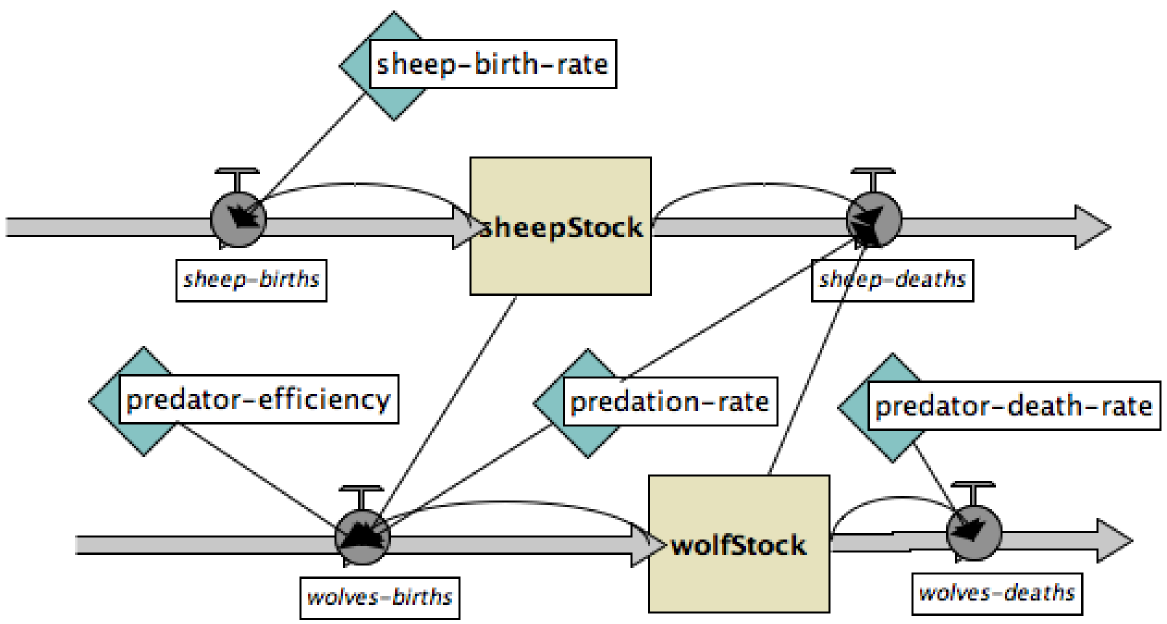
Formal Model
Predator-prey equation

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$$

$$\frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y$$

- x: # of sheep
- y: # of wolves
- α, β, δ, γ: parameters
- Not always tractable

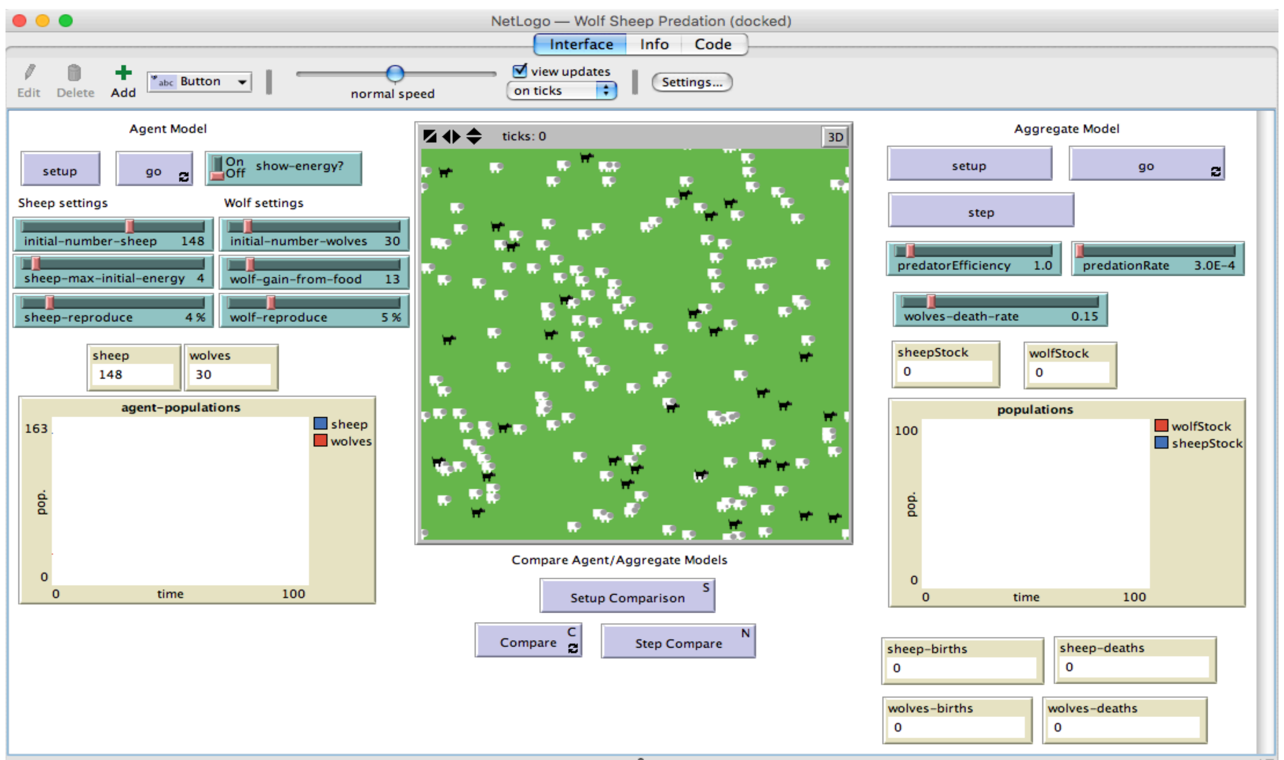
System Dynamics (SD)



- Solve using stocks, flows, feedback loops, and time delays
- Simulation - tractable

- Wilensky, U. (2005). NetLogo Wolf Sheep Predation (docked) model. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/WolfSheepPredation(docked). Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

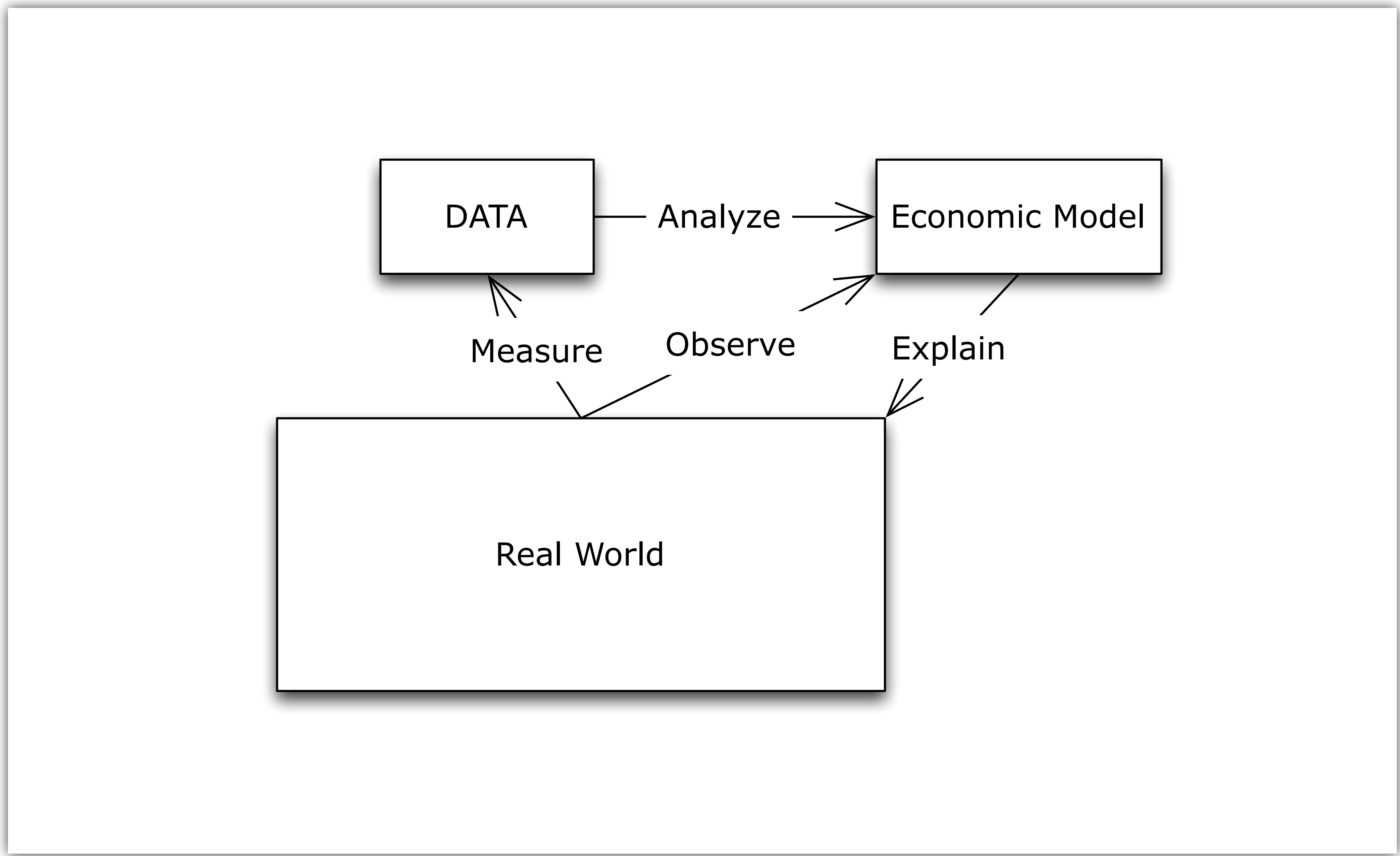
Simulation Model



- Wilensky, U. (2005). NetLogo Wolf Sheep Predation (docked) model. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/WolfSheepPredation(docked). Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

- Agent:
  - Sheep
  - Wolves
- Wolves can eat Sheep
  - Wolves ++
  - Sheep --
- Wolves can die if there are few sheep
- Simulation - tractable

Measure process for Model



Basic Structure of Micro Economic Model

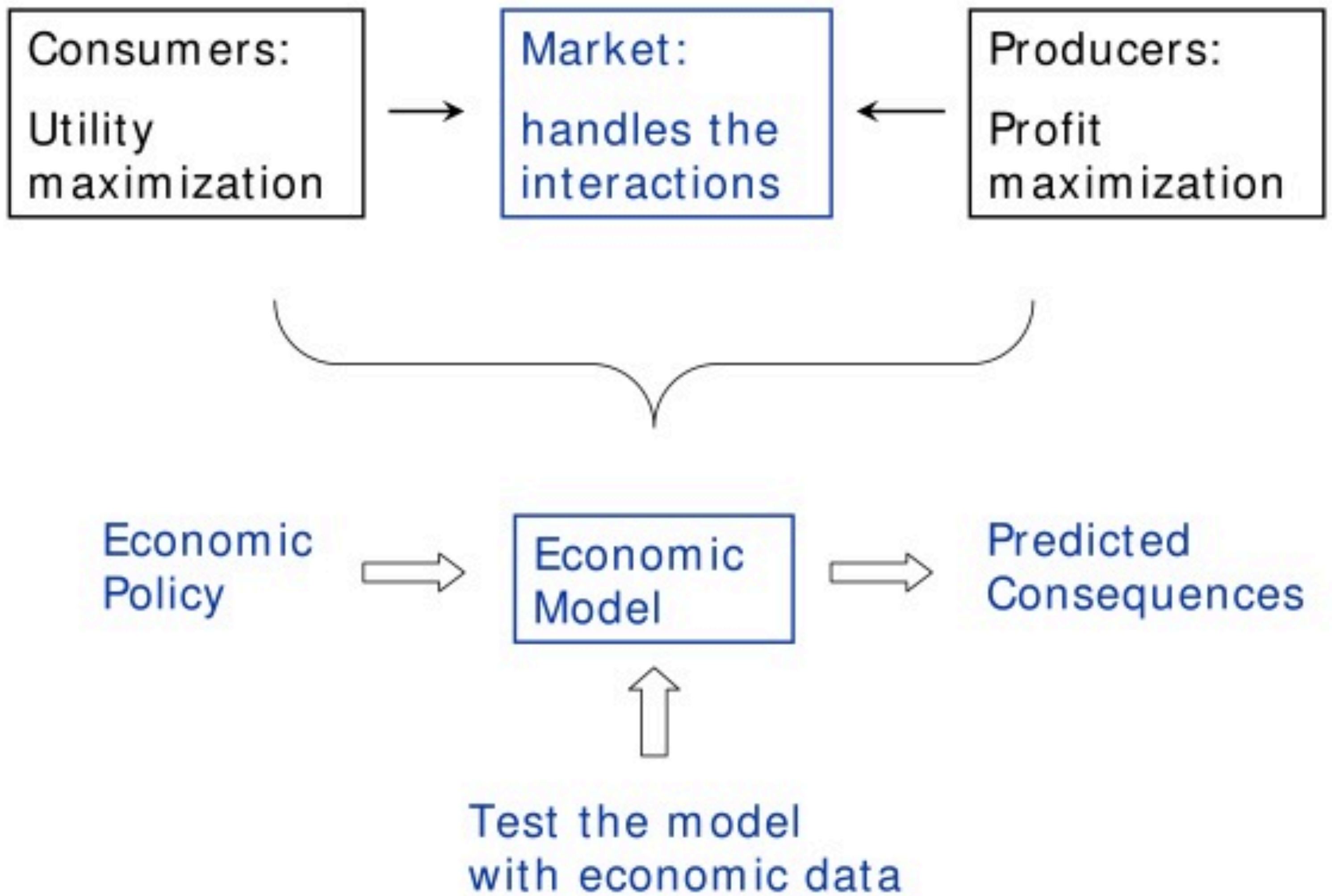


Figure 1: What is economics?

출처: 전병헌(경제수학 강의노트)

Examples of economic model

- 생산가능곡선모형
- 비교우위모형

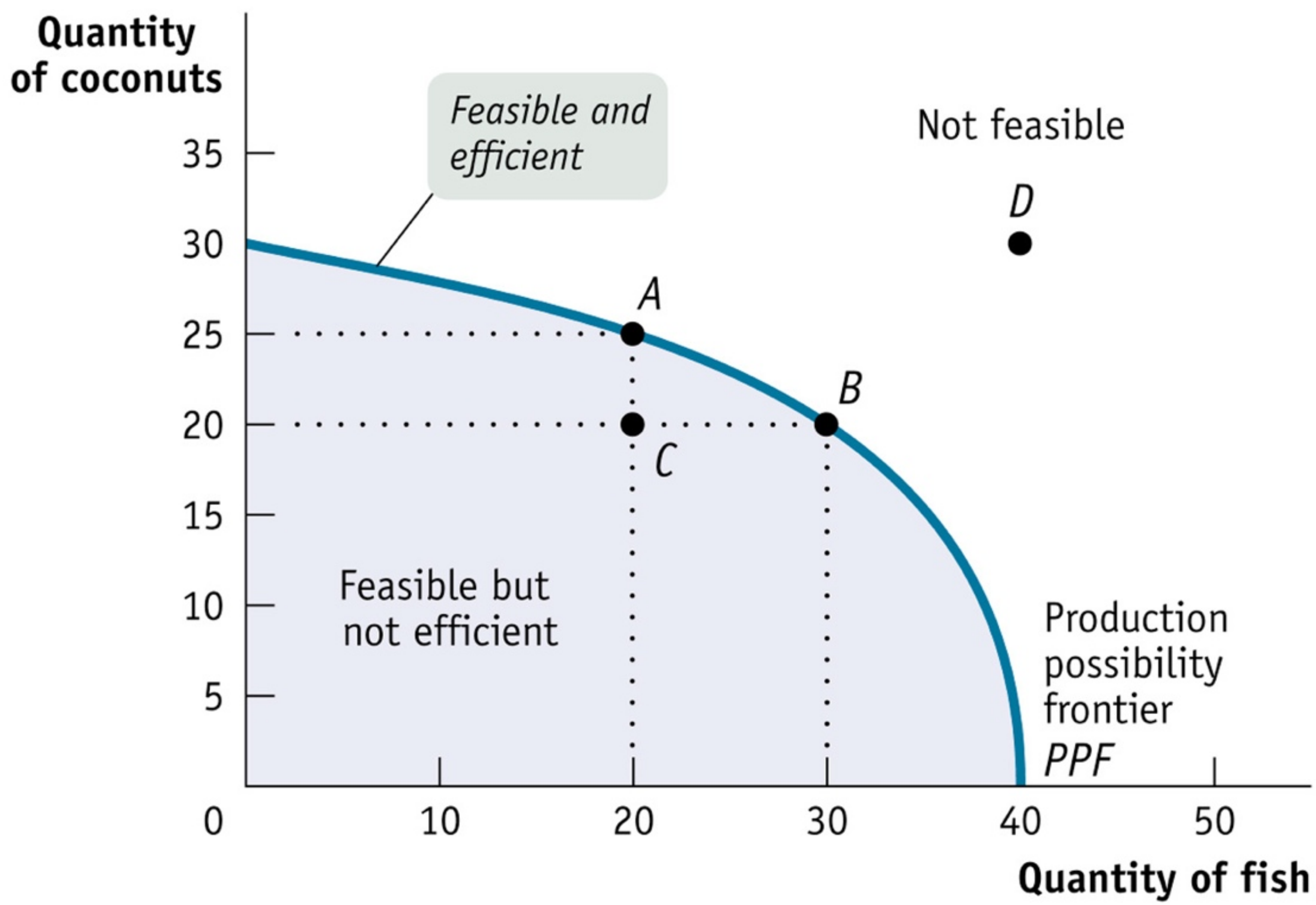
생산가능경계모형
Production Possibility Frontier Model

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

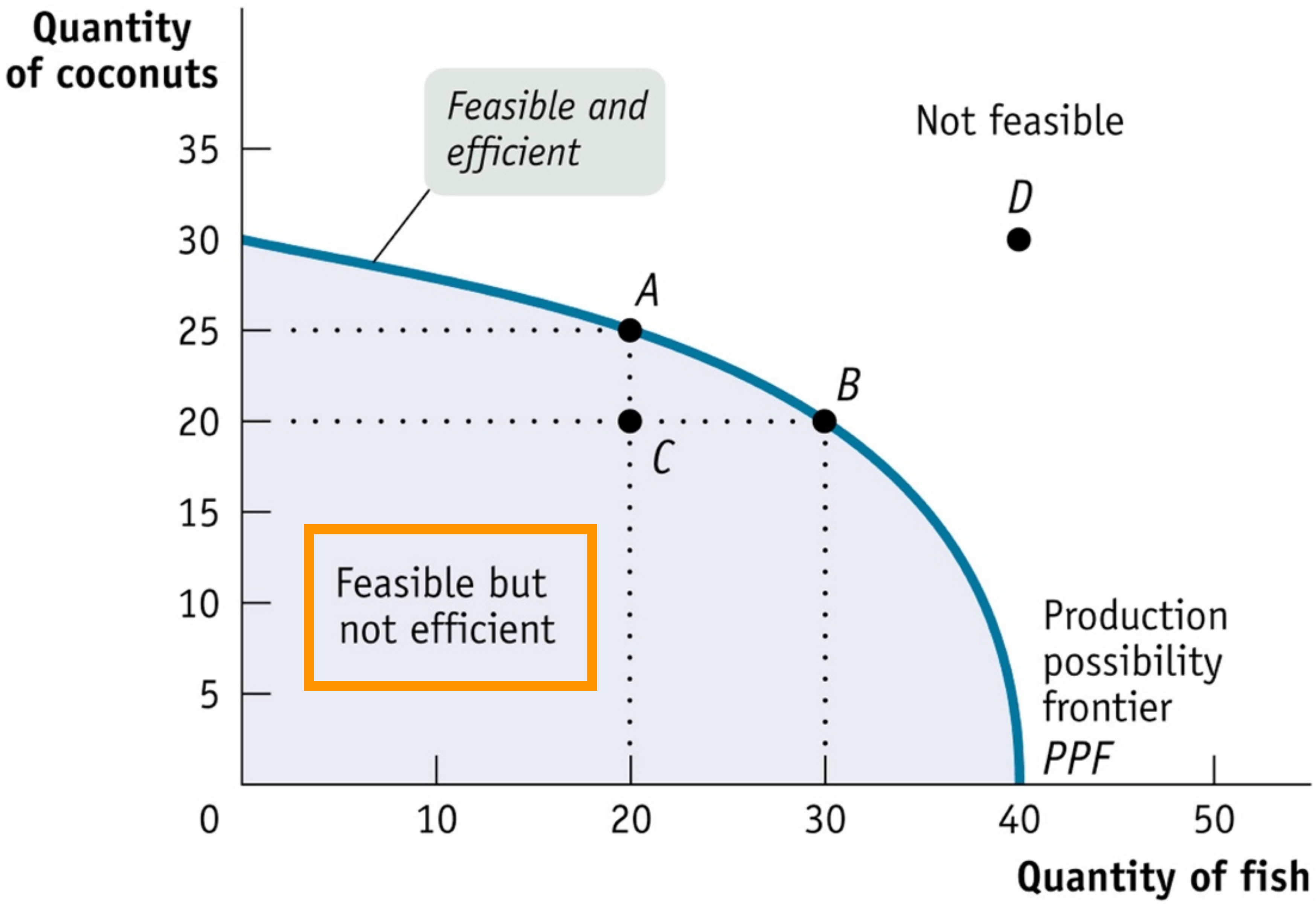
생산가능곡선
PPF

- PPF: Production Possibility Frontier
- 두 재화만을 생산하는 경제를 가정
- 다른 한 재화의 생산량을 고정했을 때 나머지 재화의 생산 가능량을 표시하여 완성
- 경계면은 최대 생산량을 의미

PPF: 코코넛과 물고기

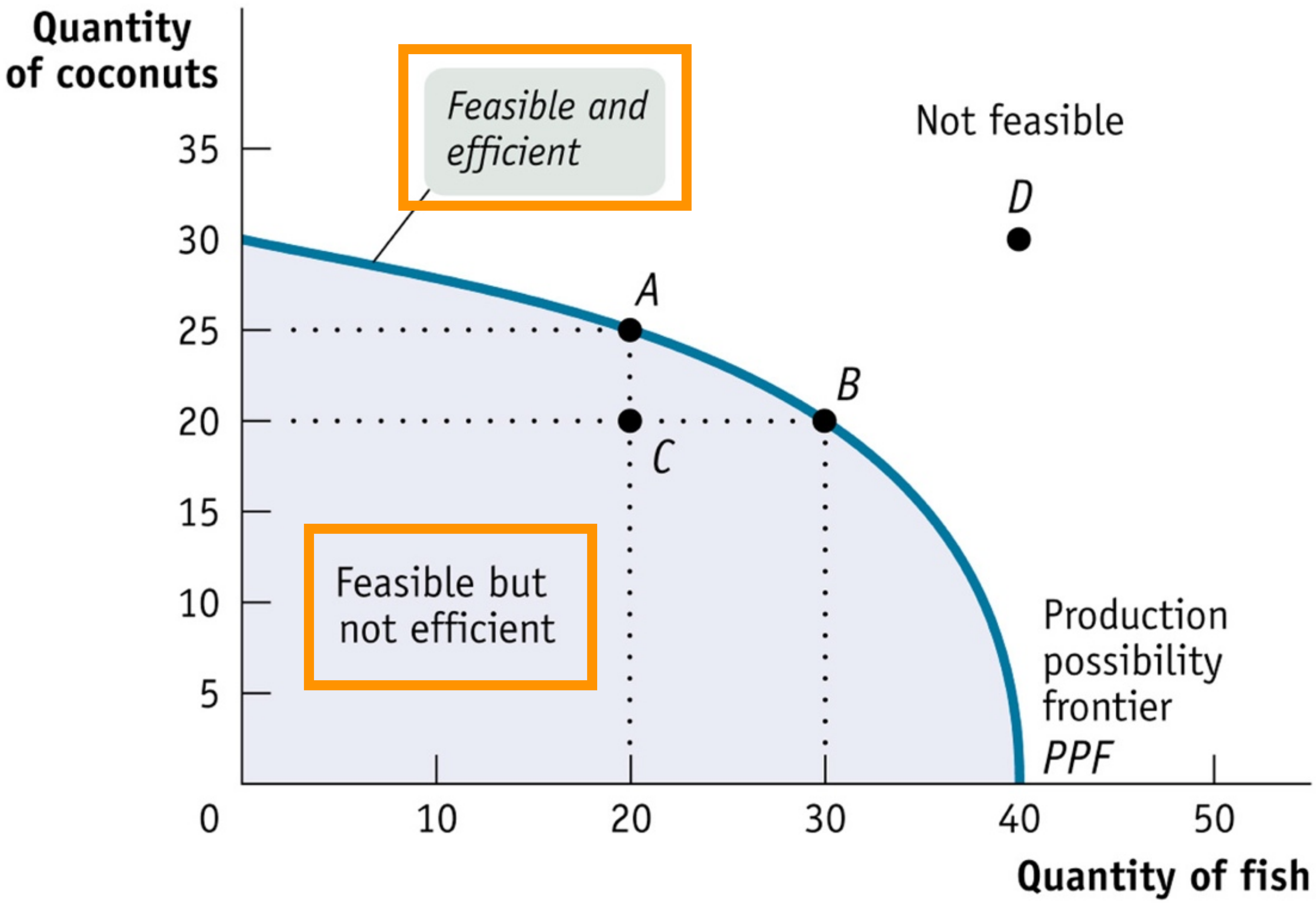

Quantity of coconuts
Feasible and efficient
Not feasible
D
A
B
C
35
30
25
20
15
10
5
0
10
20
30
40
50
Feasible but not efficient
Production possibility frontier PPF
Quantity of fish

PPF: 코코넛과 물고기



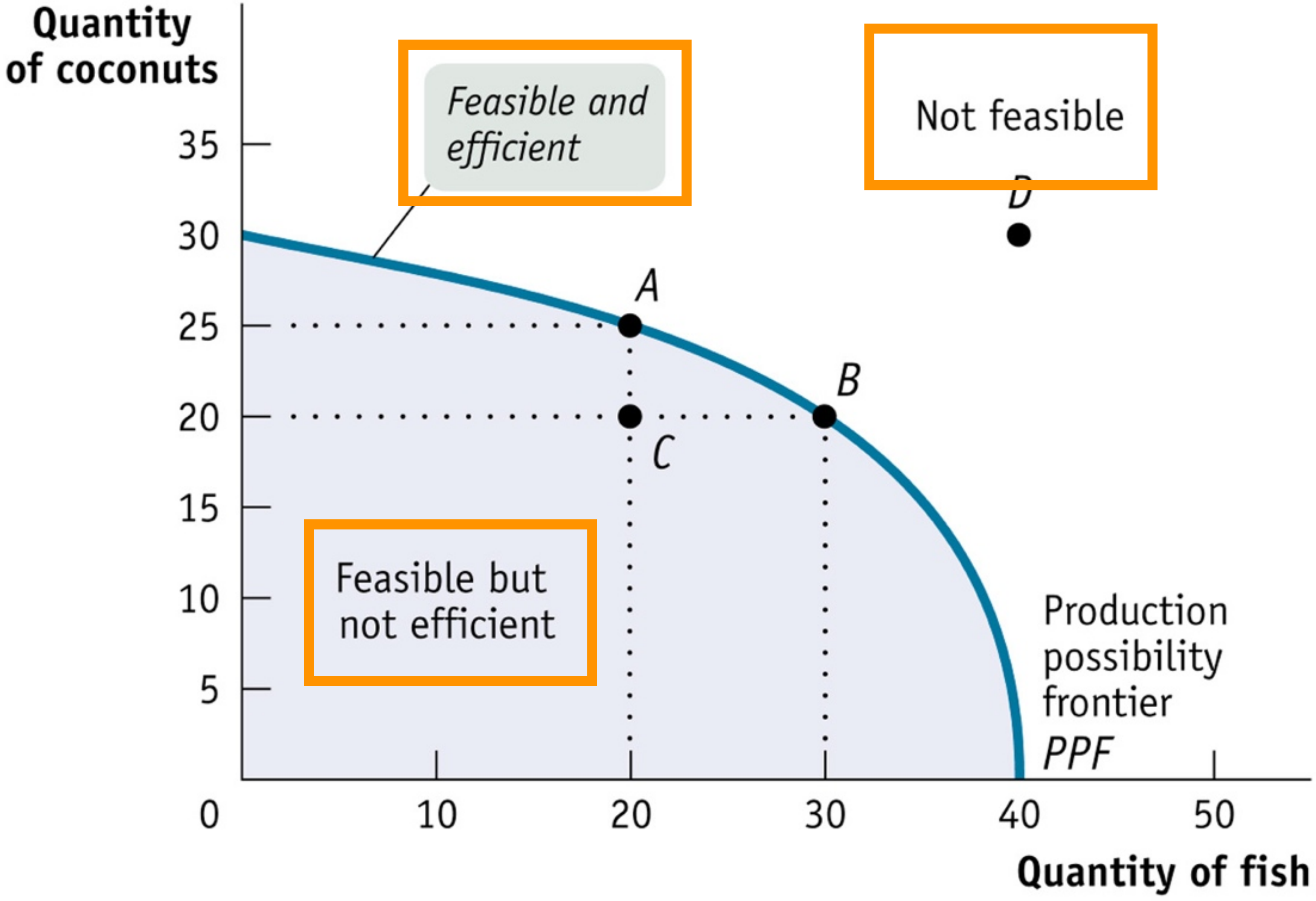
Quantity of coconuts
35
30
25
20
15
10
5
0
10
20
30
40
50
Quantity of fish
Feasible and efficient
Not feasible
D
A
B
C
Feasible but not efficient
Production possibility frontier PPF

PPF: 코코넛과 물고기



Quantity of coconuts
35
30
25
20
15
10
5
0
Feasible and efficient
Not feasible
D
A
B
C
Feasible but not efficient
Production possibility frontier PPF
10
20
30
40
50
Quantity of fish

PPF: 코코넛과 물고기

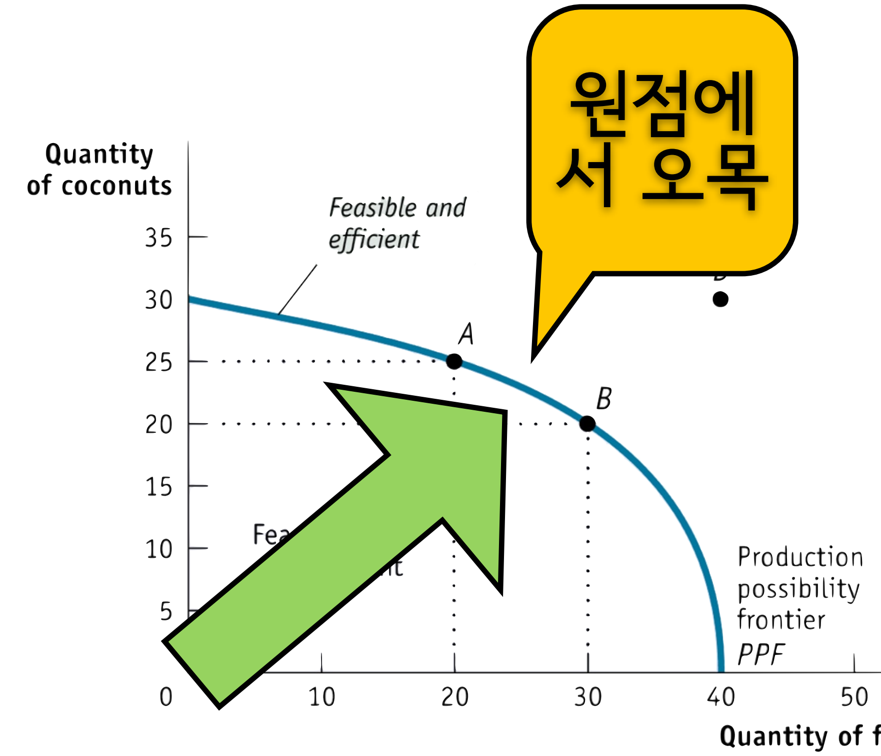


Quantity of coconuts
35
30
25
20
15
10
5
0
10
20
30
40
50
Quantity of fish
Feasible and efficient
Not feasible
D
A
B
C
Feasible but not efficient
Production possibility frontier PPF

가능성과 효율성

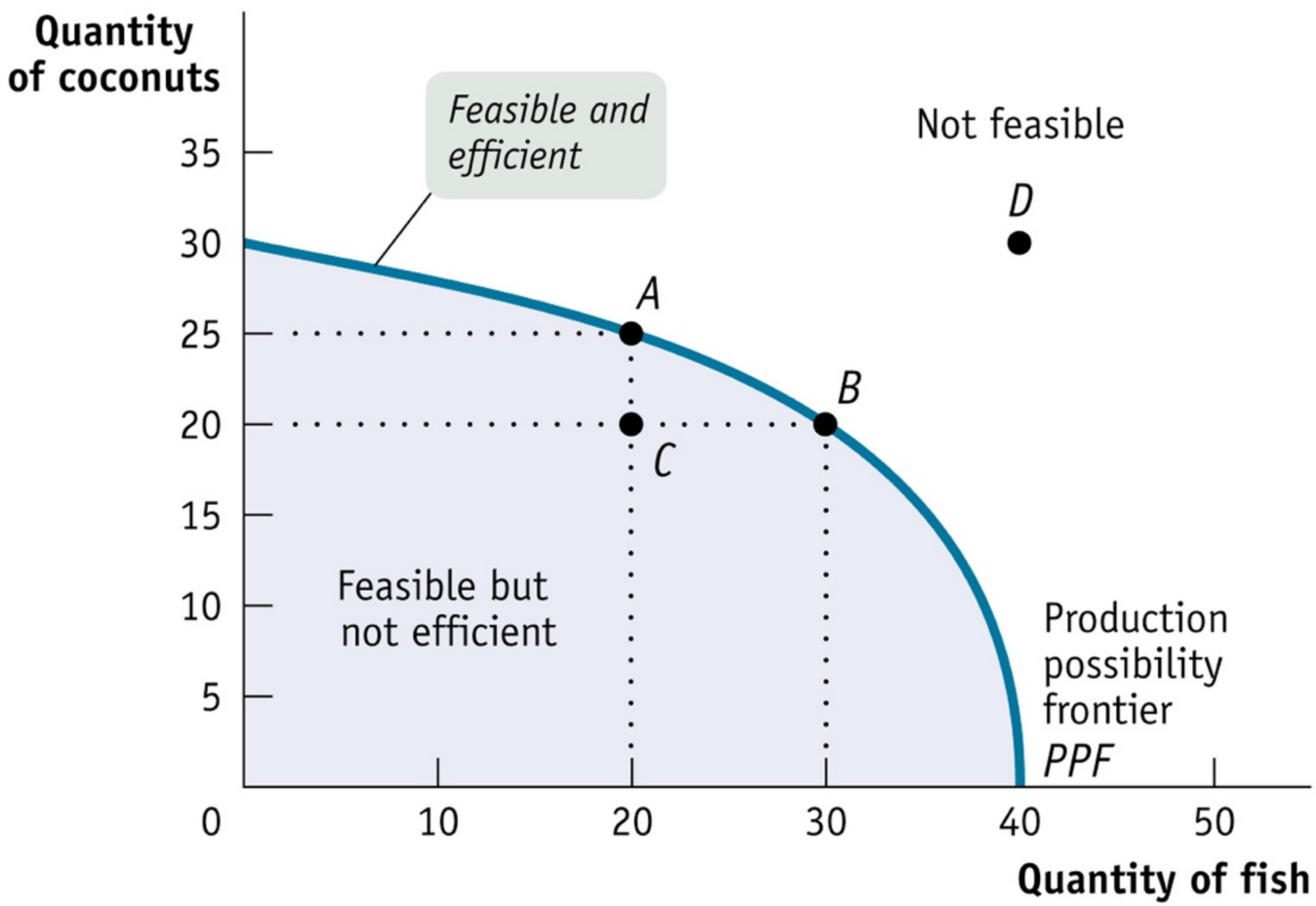
- 가능성: 생산량을 실현할 수 있는가?
- 효율성: 파레토 효율적인가? 즉, 생산물 A의 감소 없이 생산물 B의 생산 증가가 가능한가?
- PPF 내부는 실현가능성을 의미
- PPF 곡선 경계는 효율성을 의미

PPF의 모양

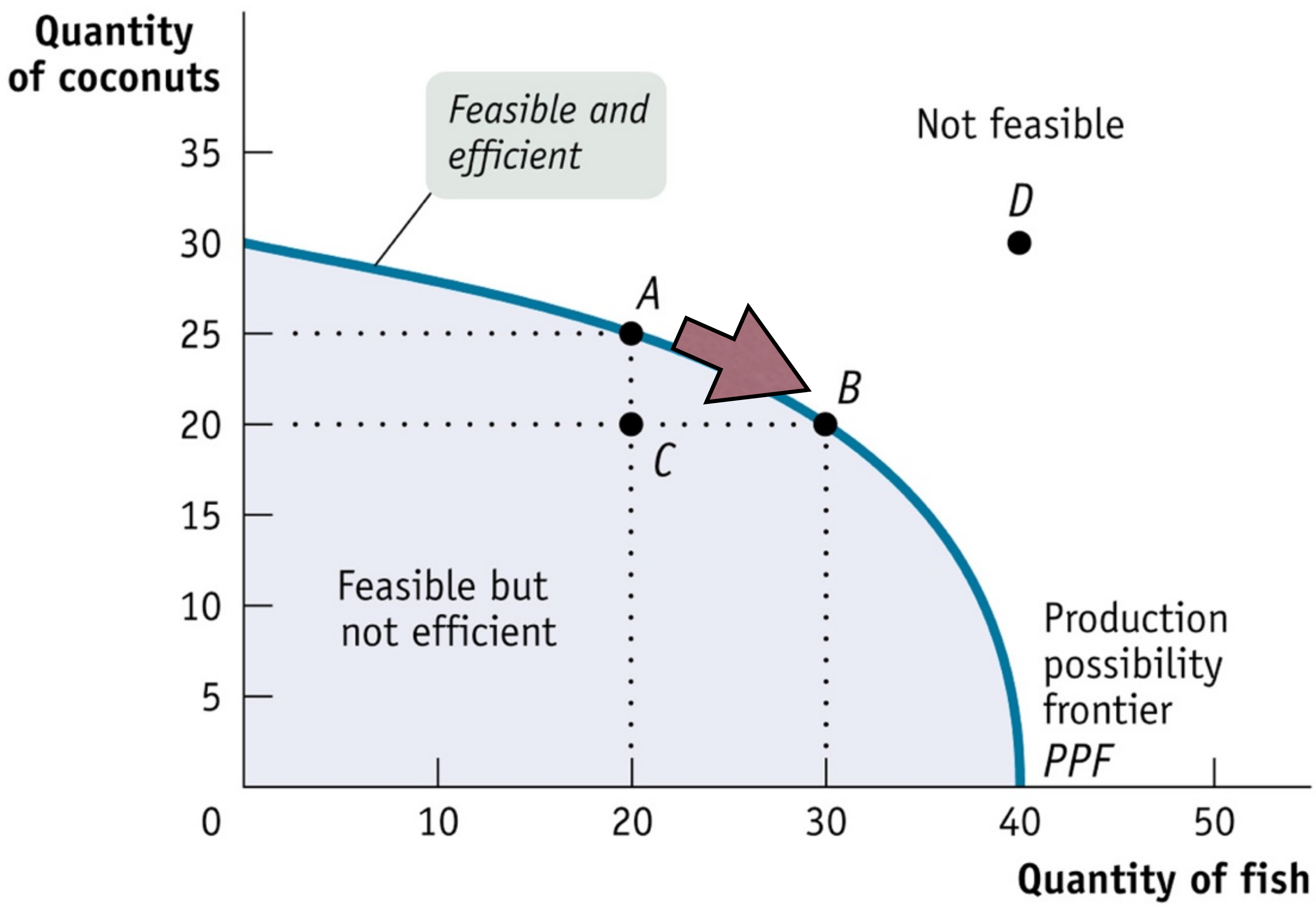


- 왜 원점에서 보았을 때 오목한 모양인가?
- Q. 그 의미는 무엇인가?
  - A. 기회비용체증
- 기회비용 = PPF의 기울기

기회비용체증
Increasing Opportunity Cost

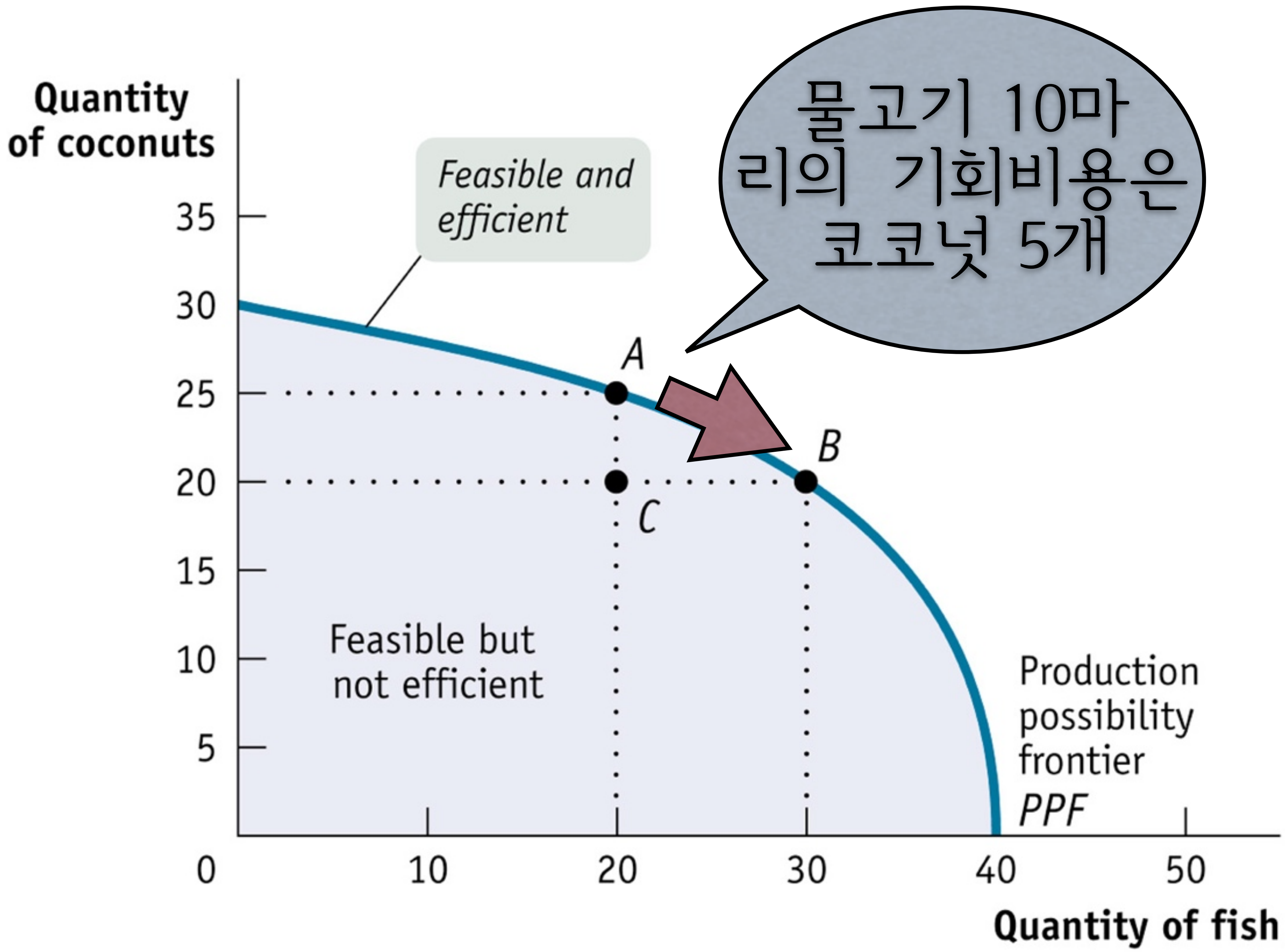


기회비용체증
Increasing Opportunity Cost



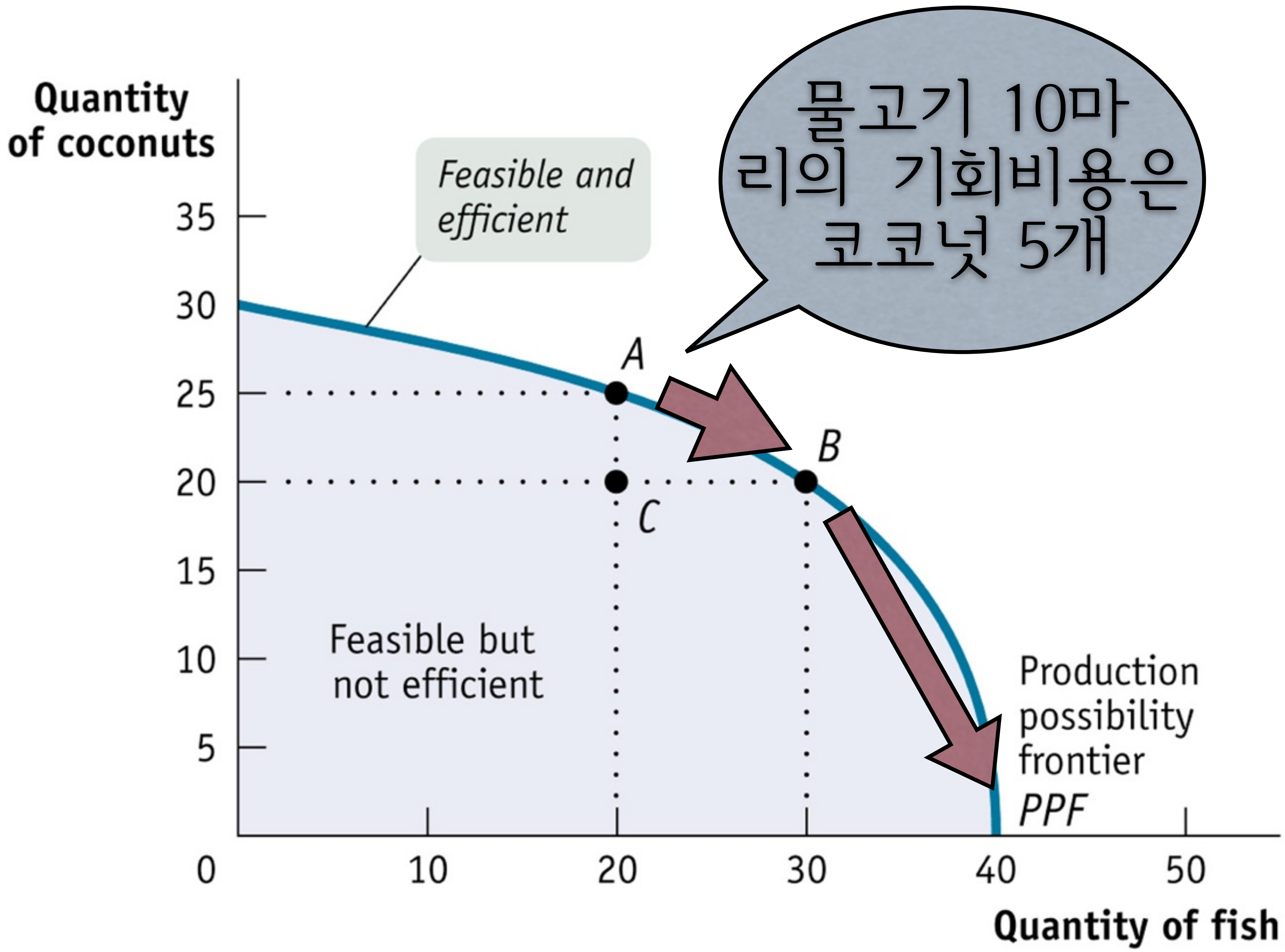
Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

기회비용체증
Increasing Opportunity Cost

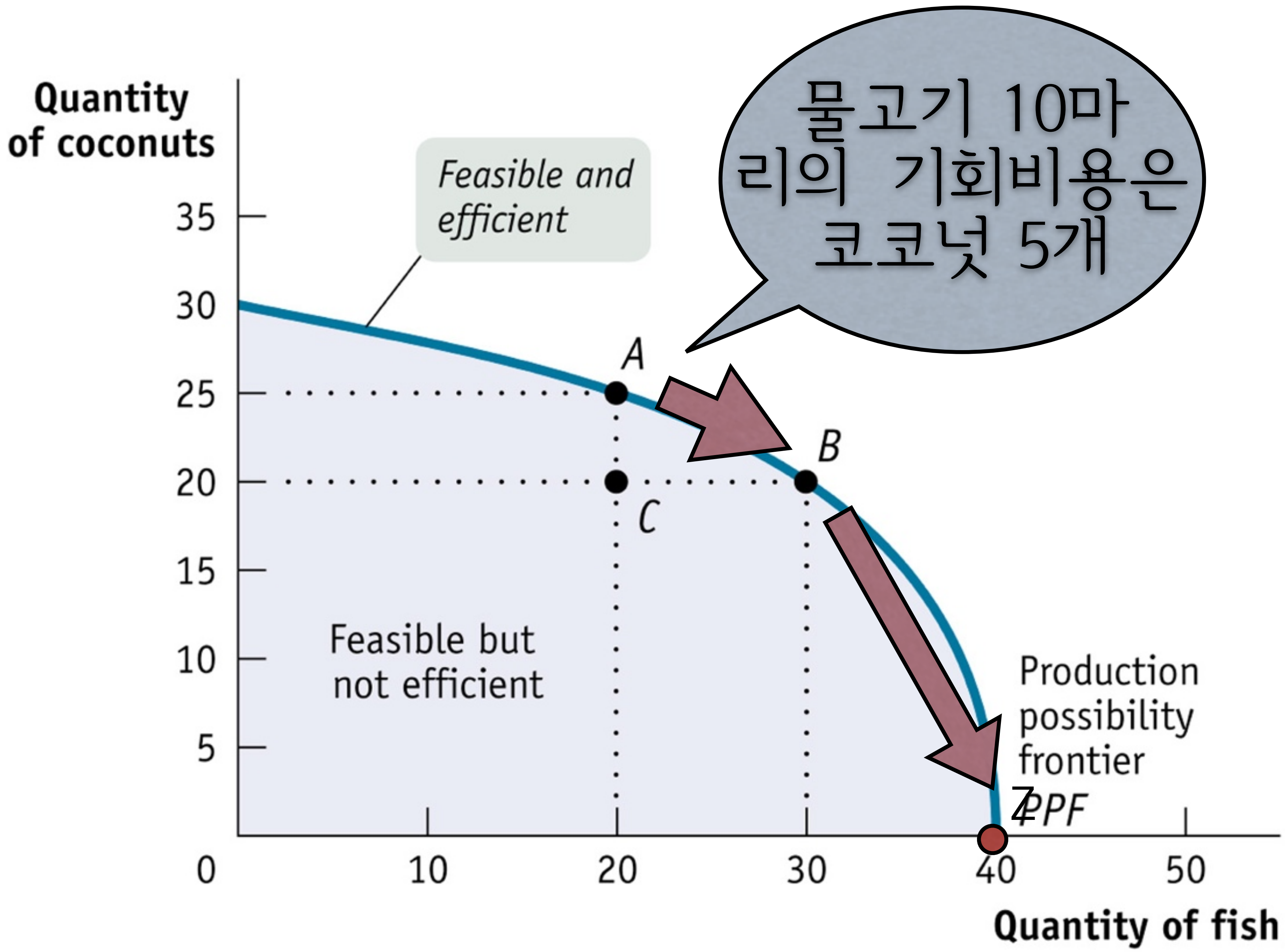


Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

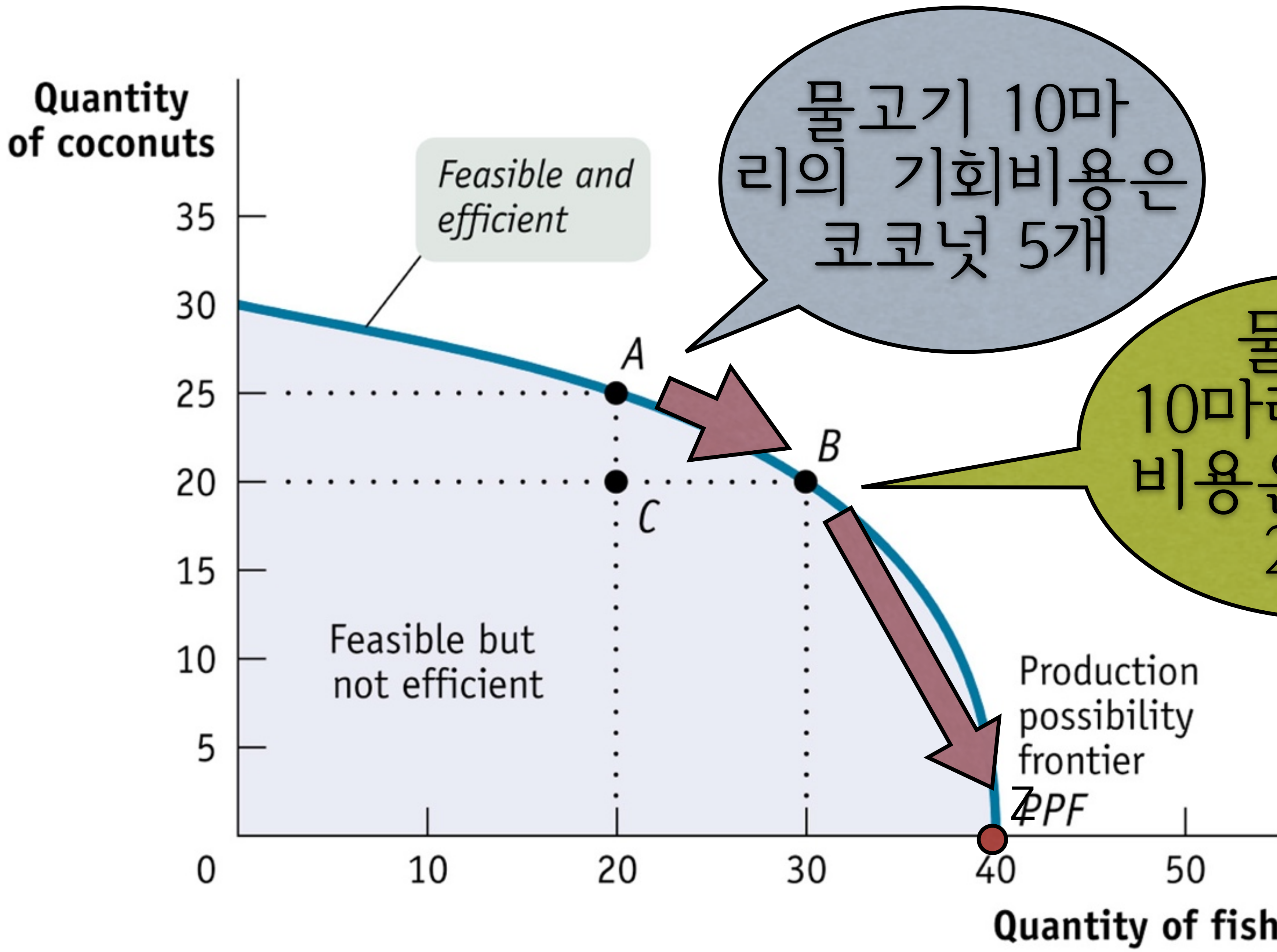
기회비용체증
Increasing Opportunity Cost



기회비용체증
Increasing Opportunity Cost



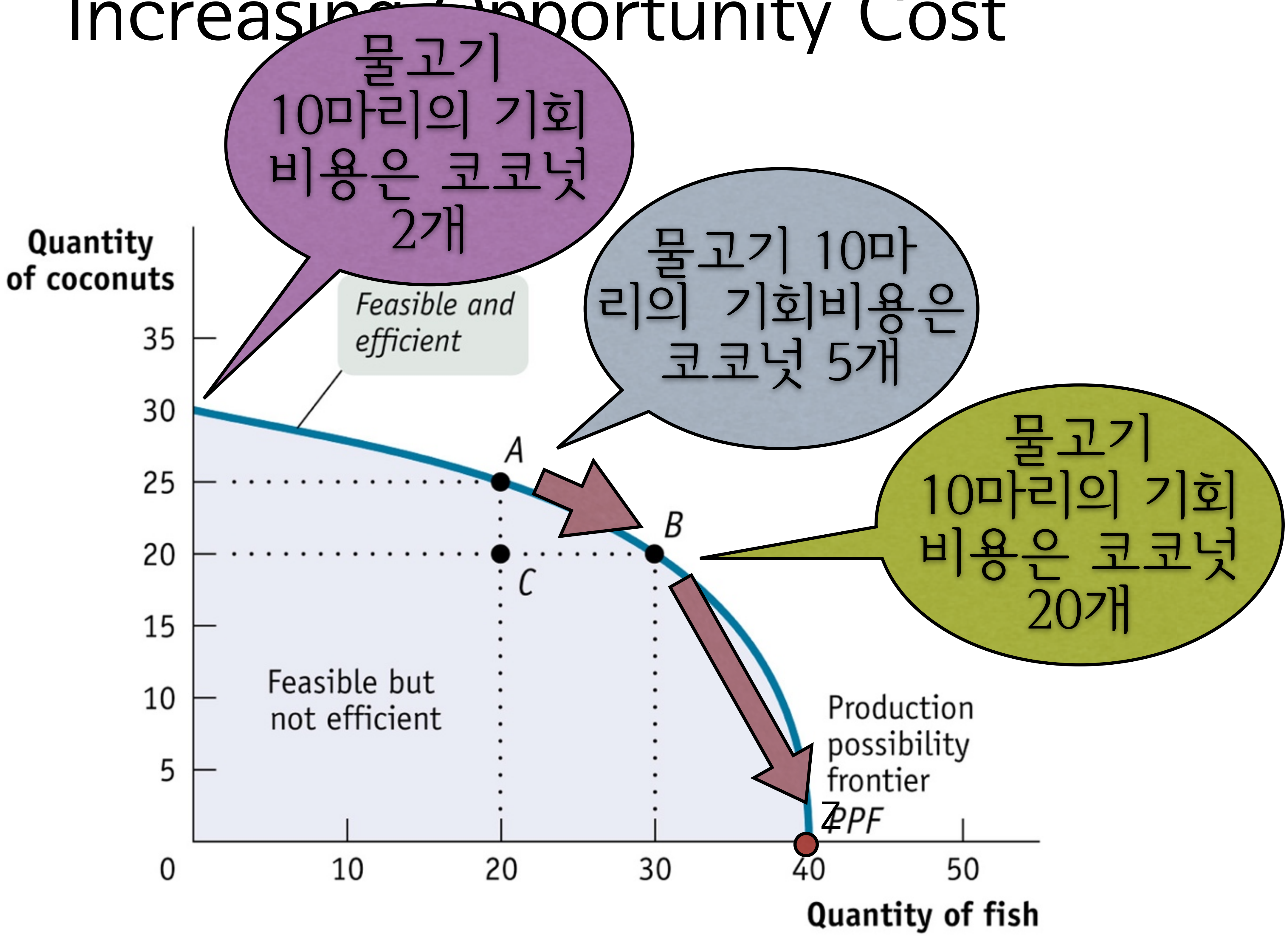
기회비용체증
Increasing Opportunity Cost



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

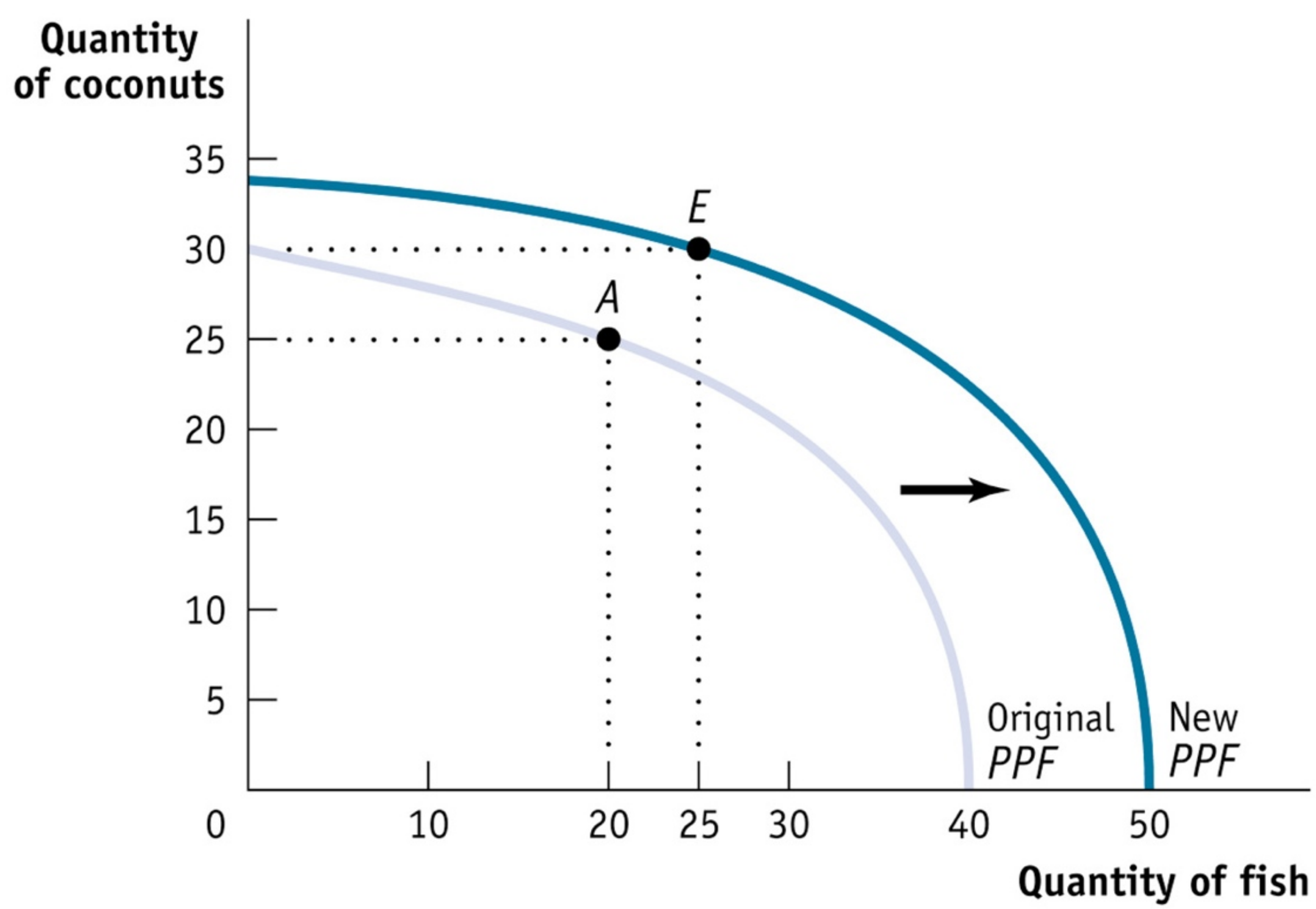
기회비용체증

Increasing Opportunity Cost



생산력의 발전과 PPF

- 경제성장: 한 경제가 재화와 서비스를 생산할 수 있는 능력이 커지는 것
- PPF모형에서 경제성장은 PPF의 경계가 원점을 기준으로 바깥쪽으로 확장되는 것으로 표현



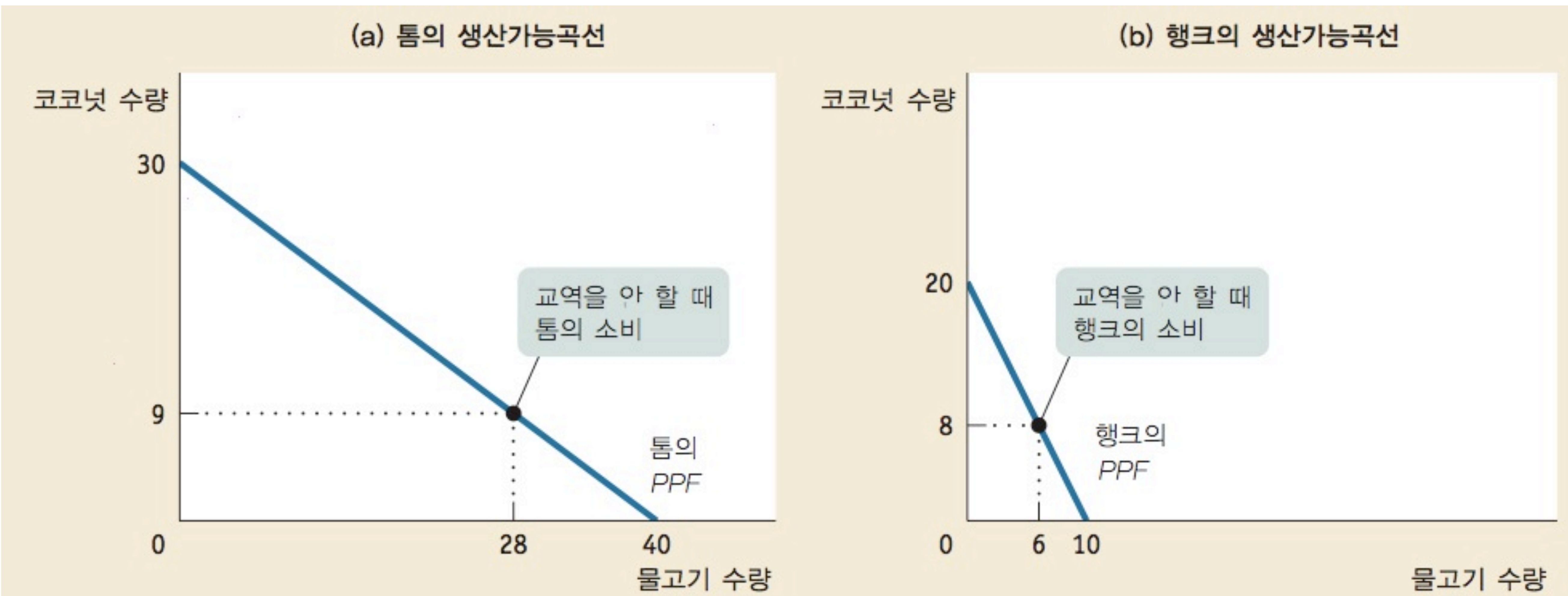
비교우위모형

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

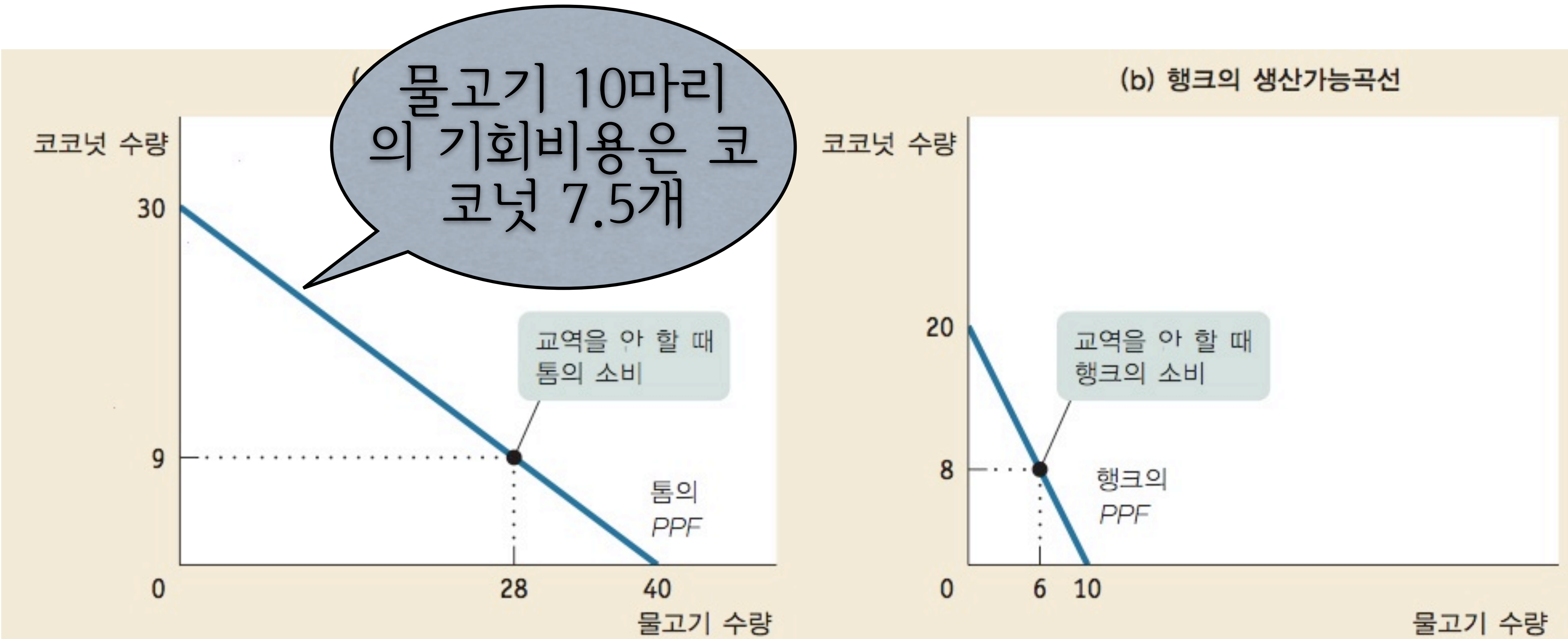
비교우위모형의 의미

- 2행위자(A,B), 2상품(코코넛, 물고기) 모형
- 단순화를 위해 기회비용 불변하는 경우를 생각: 이 경우 PPF는 직선이 됨
- A: 코코넛의 채집이 특기이고, B: 물고기 획득이 특기일 경우:
    - A는 코코넛에 집중, B는 물고기에 집중하여 교환하는 것이 훨씬 이득
- B가 모든 면에서 능력이 떨어지는 경우는?

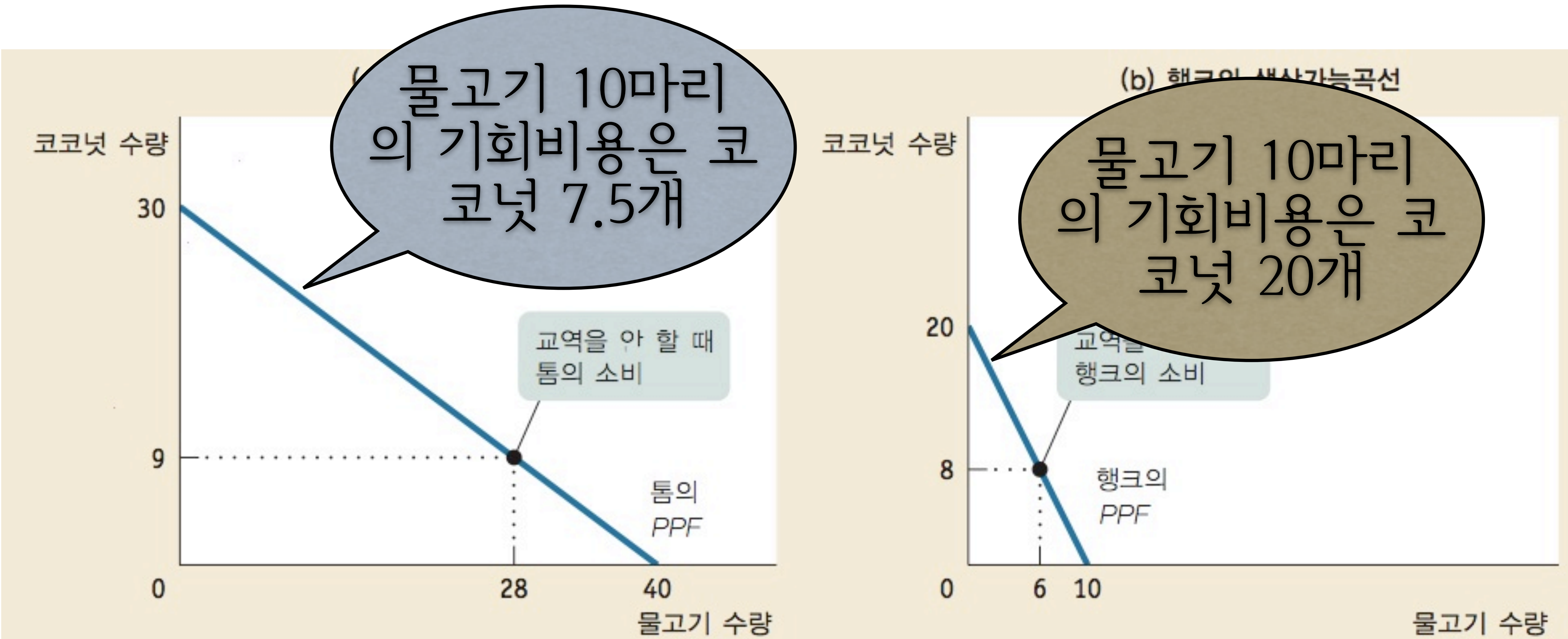
A,B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



A,B의 PPF:
B가 모두 열등할 경우



A,B의 PPF:
B가 모두 열등할 경우



비교우위
Comparative Advantage

표 2-1

톰과 행크의 물고기와 코코넛에 대한 기회비용

	톰의 기회비용	행크의 기회비용
물고기 1마리	코코넛 3/4개	코고넛 2개
코코넛 1개	물고기 4/3마리	물고기 1/2마리

비교우위
Comparative Advantage

표 2-1

톰과 행크의 물고기와 코코넛에 대한 기회비용

	톰의 기회비용	행크의 기회비용
물고기 1마리	코코넛 3/4개	코고넛 2개
코코넛 1개	물고기 4/3마리	물고기 1/2마리

비교우위
Comparative Advantage

표 2-1

톰과 행크의 물고기와 코코넛에 대한 기회비용

	톰의 기회비용	행크의 기회비용
물고기 1마리	코코넛 3/4개	코코넛 2개
코코넛 1개	물고기 4/3마리	물고기 1/2마리

교역과 생산성

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

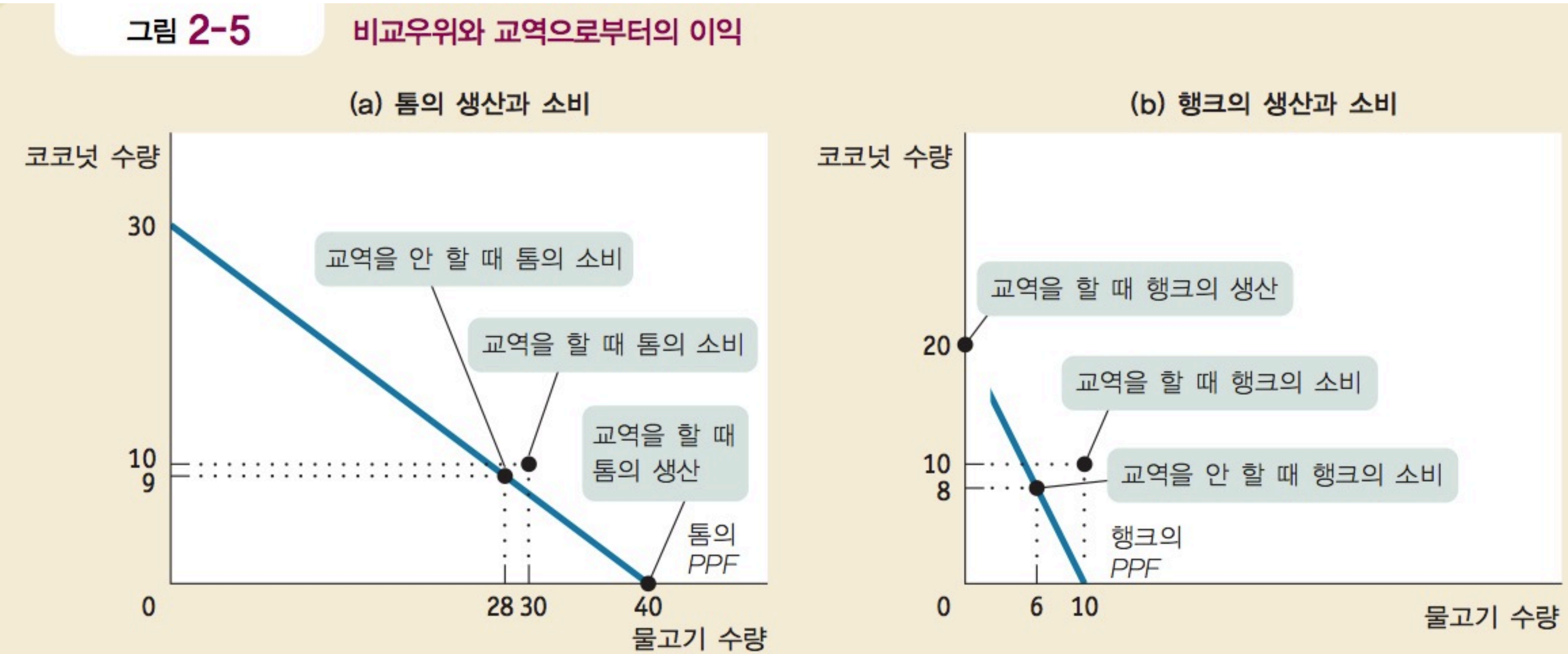
교역과 생산성

교역전	톰	행크	total
코코넛	9	8	17
물고기	28	6	34

교역과 생산성

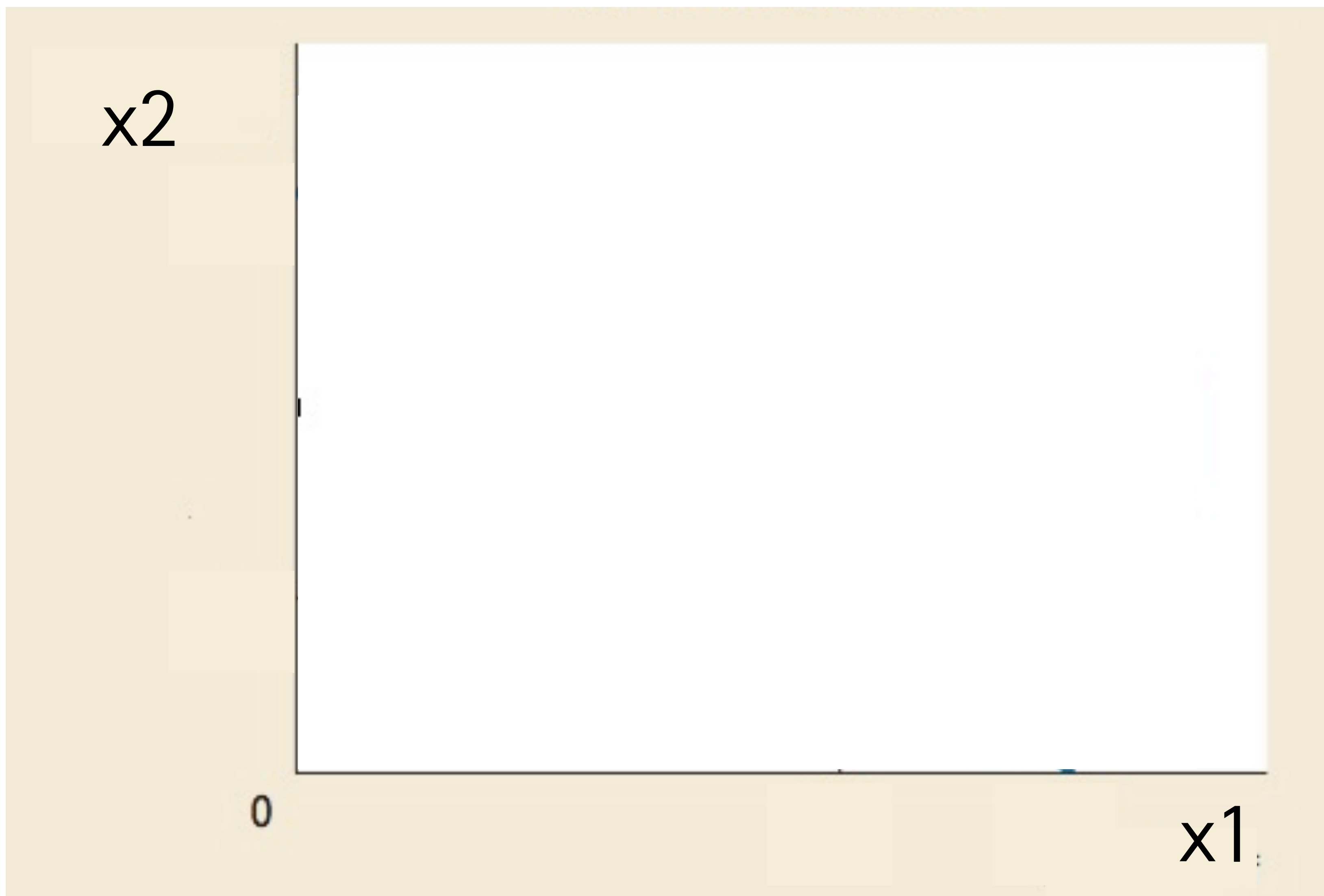
교역전	톰	행크	total
코코넛	9	8	17
물고기	28	6	34
교역후	**톰**	**행크**	**total**
코코넛	0	20	20
물고기	40	0	40

교역후의 PPF

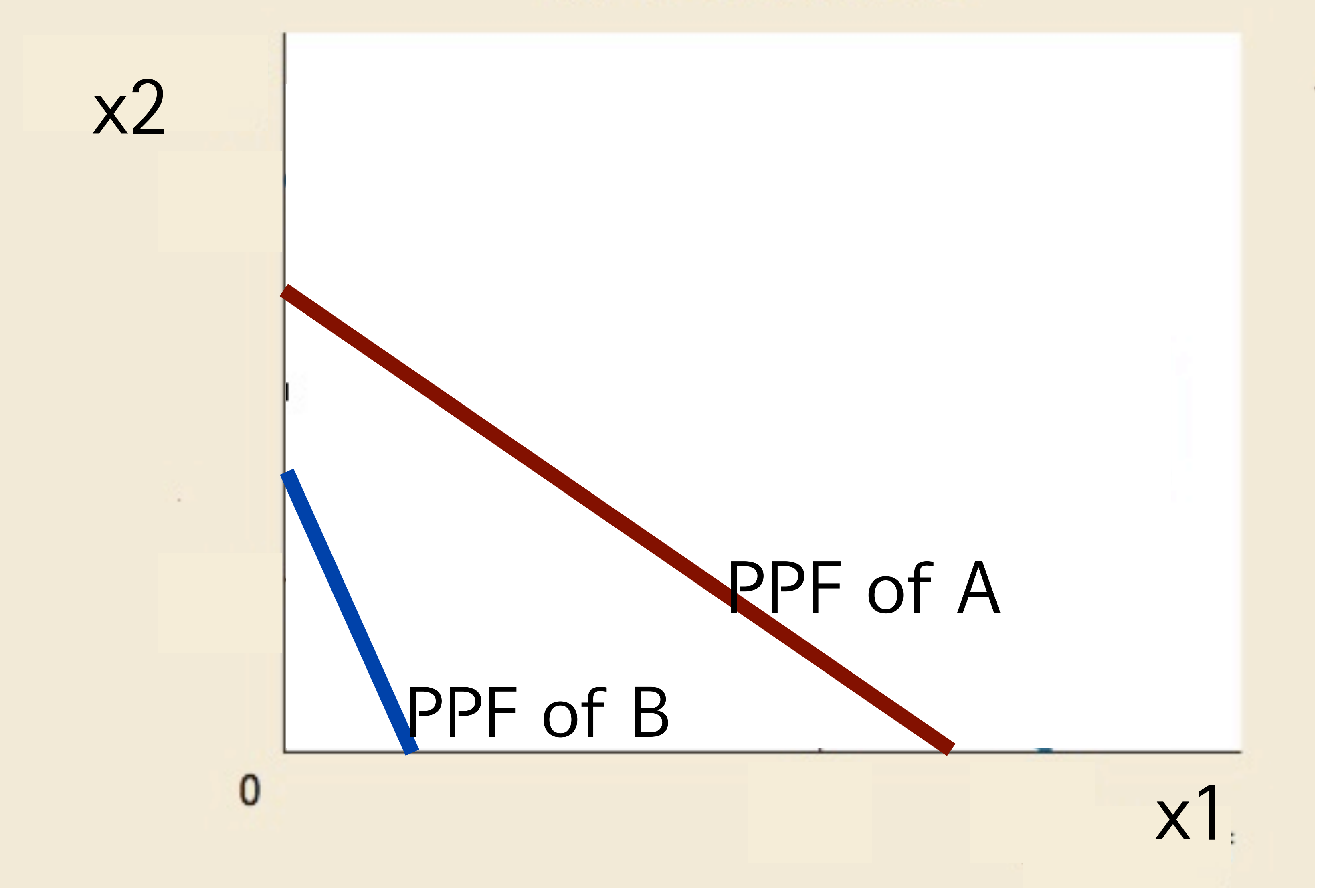


Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

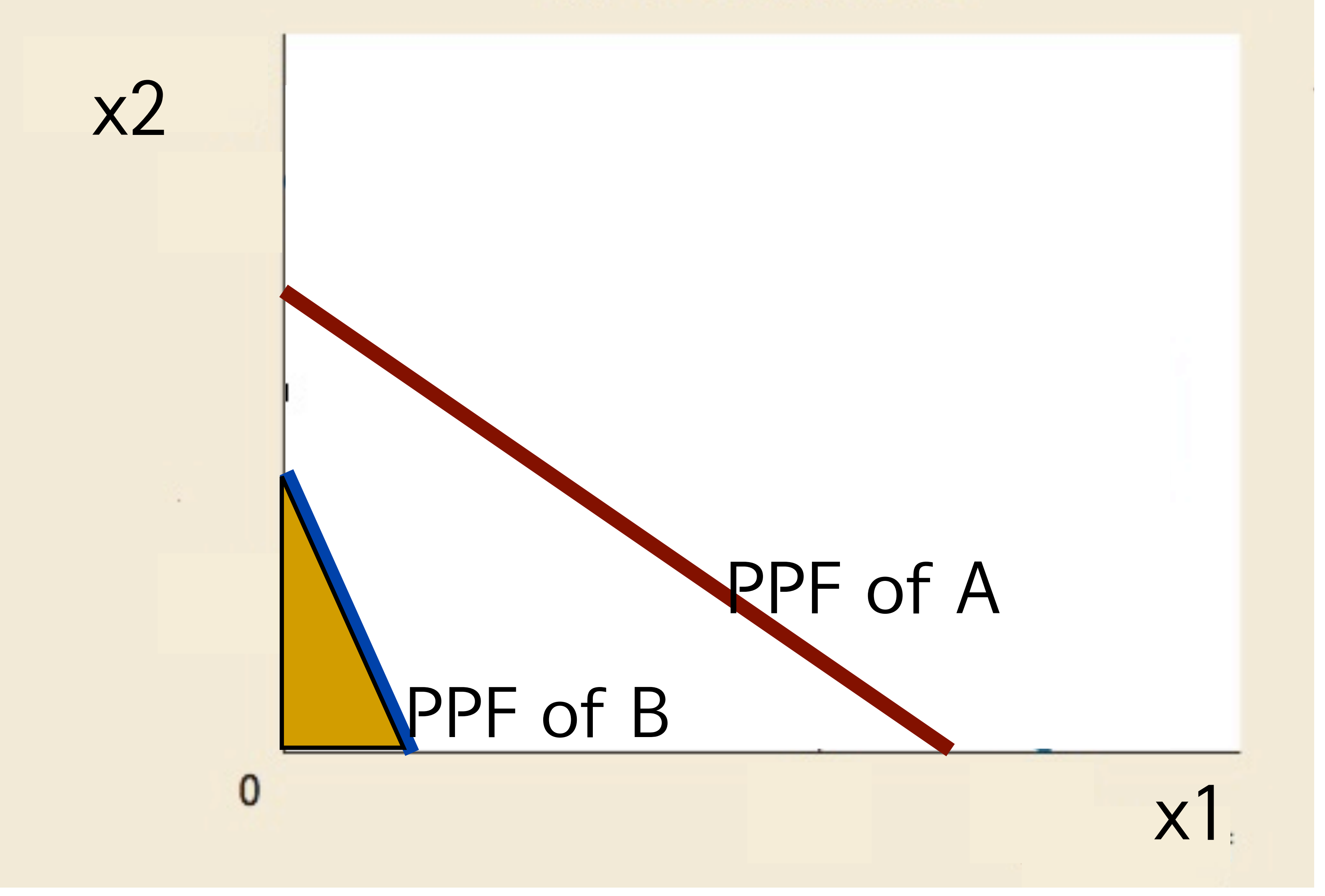
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



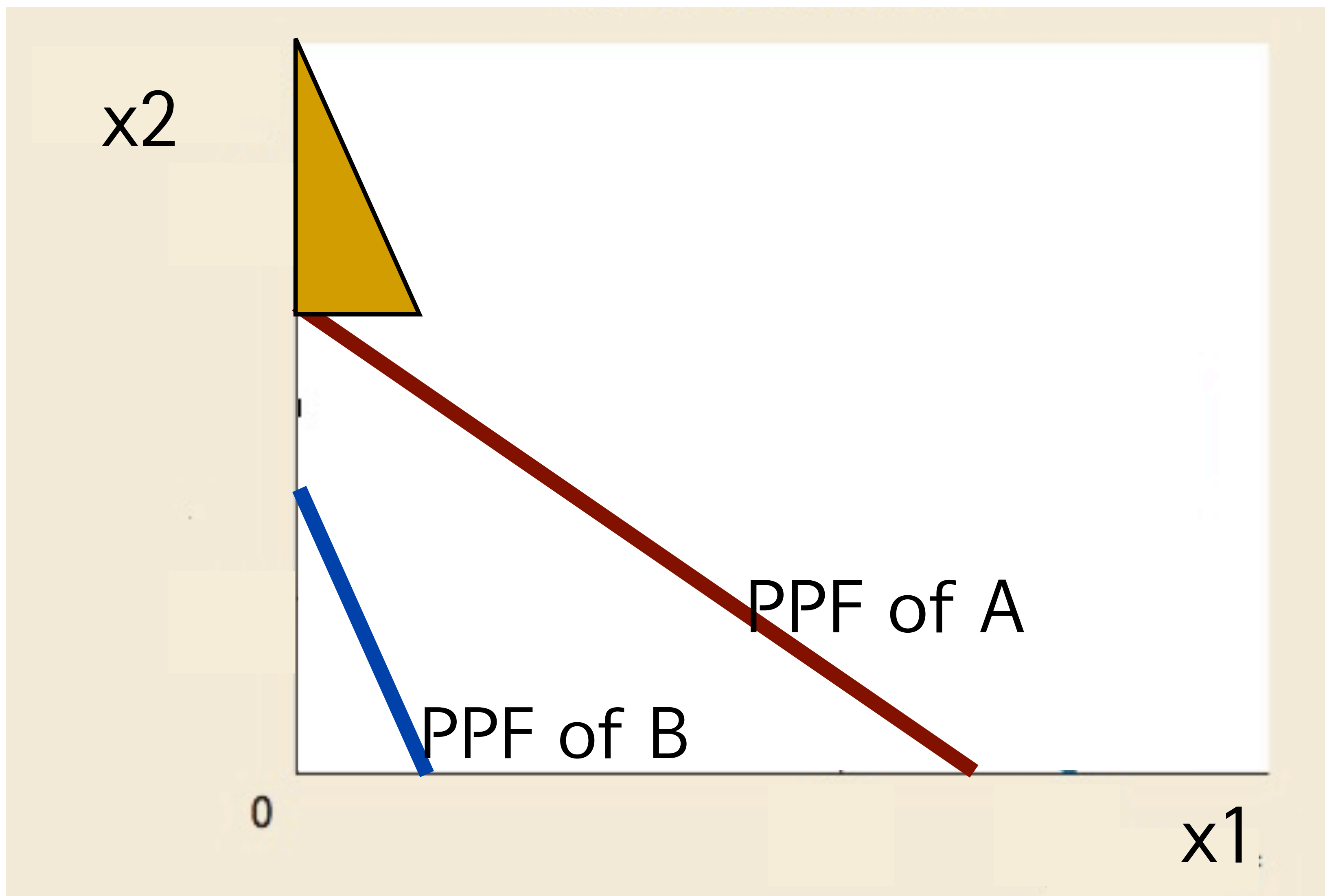
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



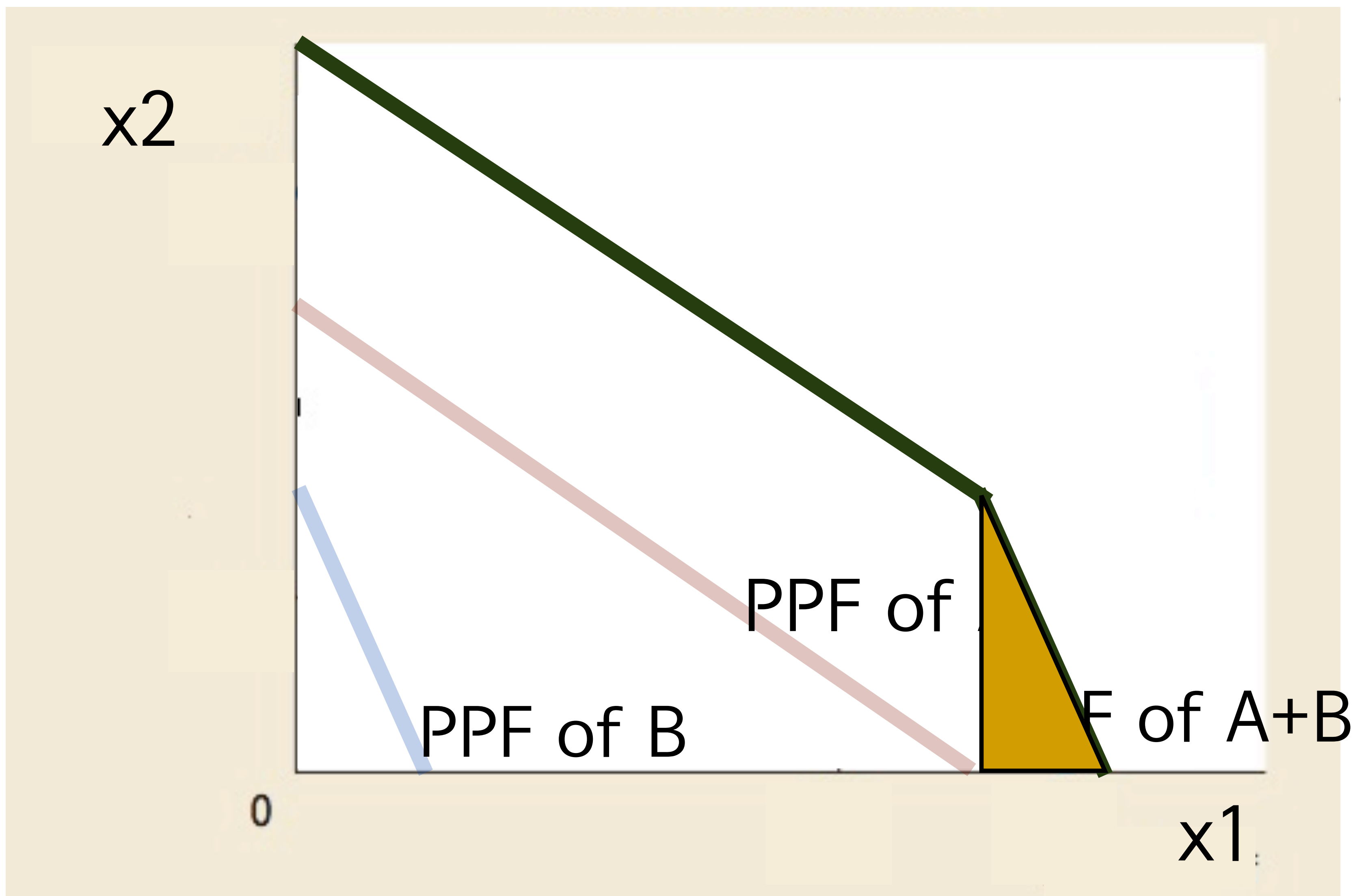
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



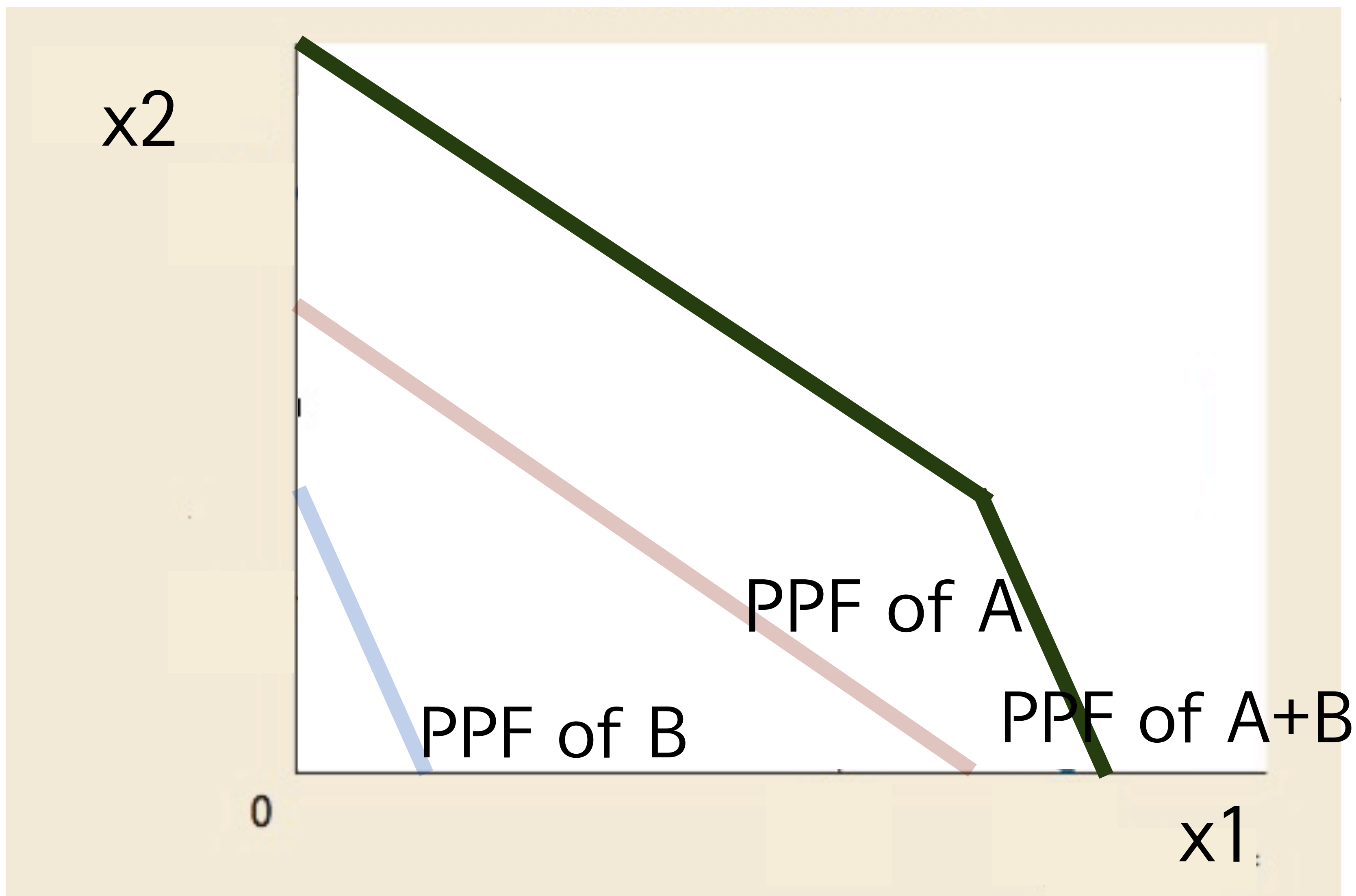
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



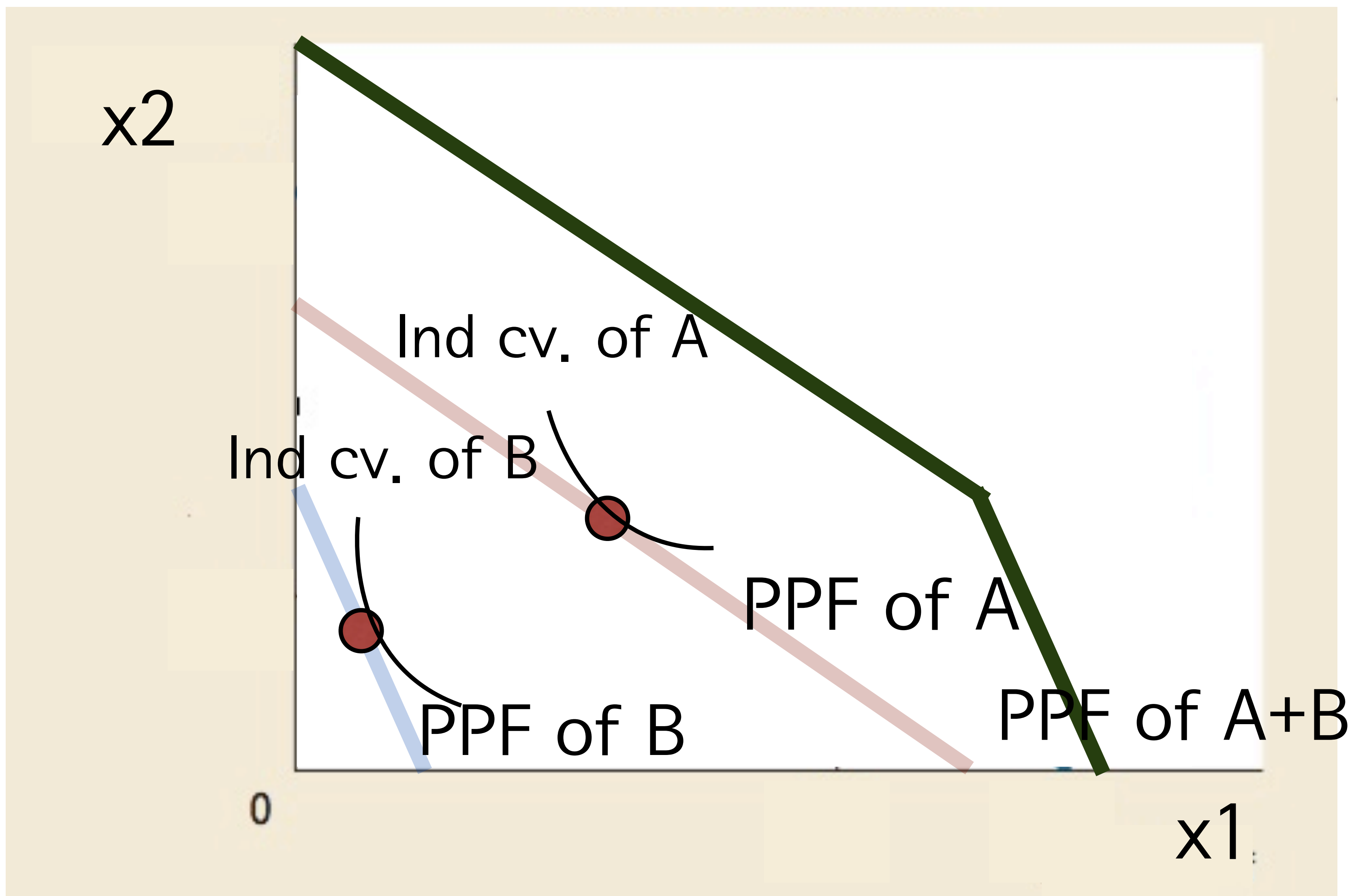
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



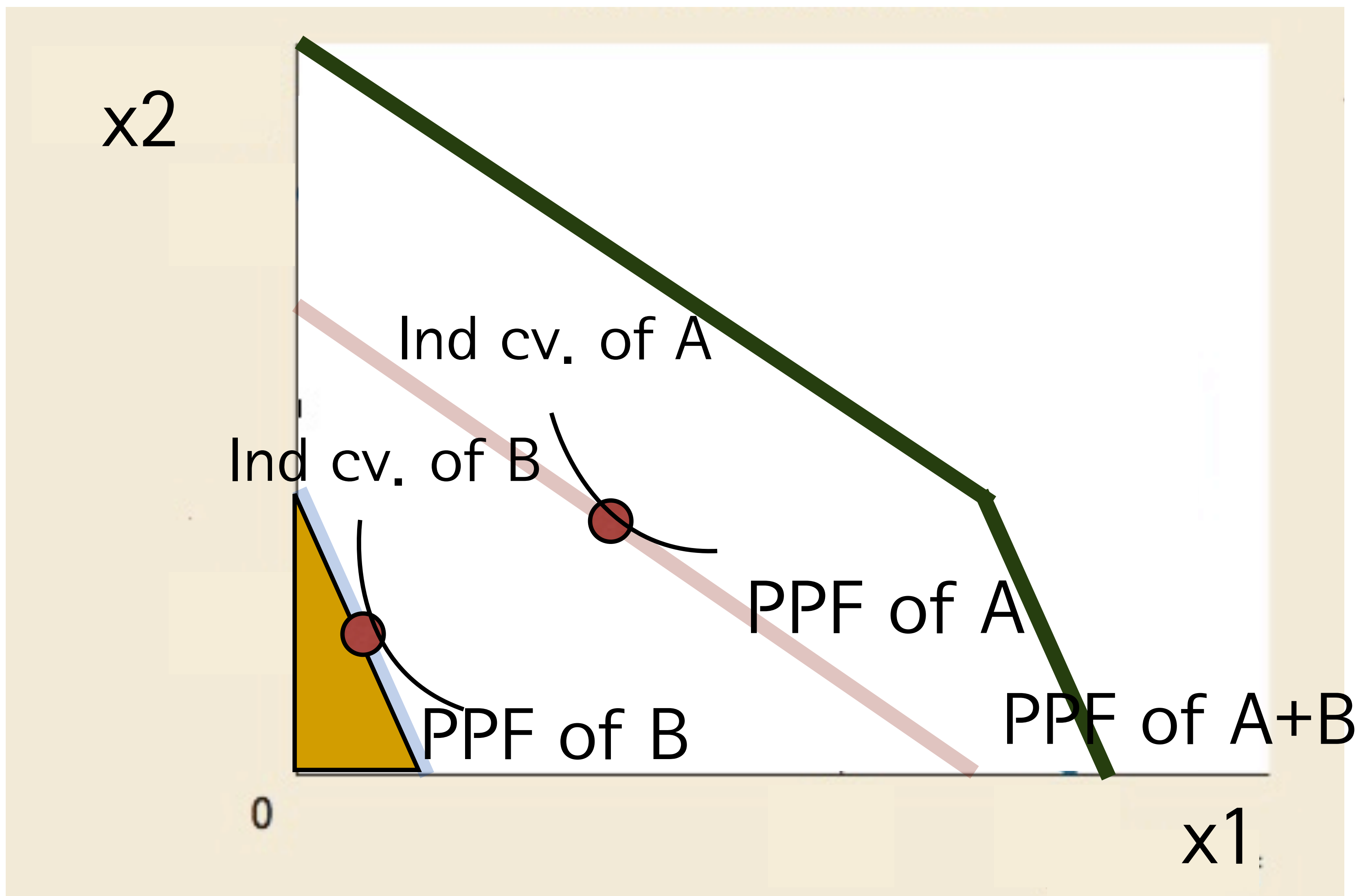
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



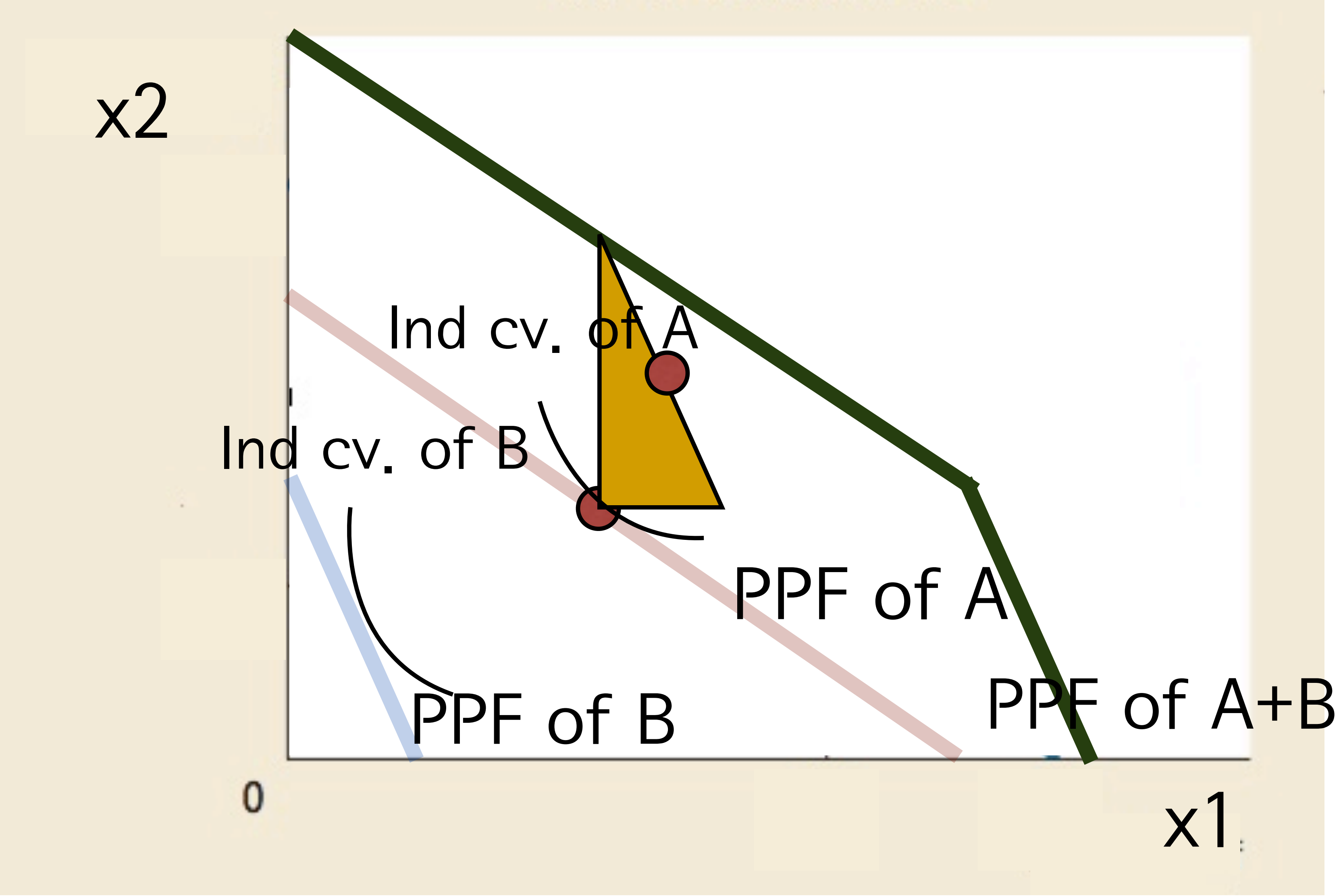
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



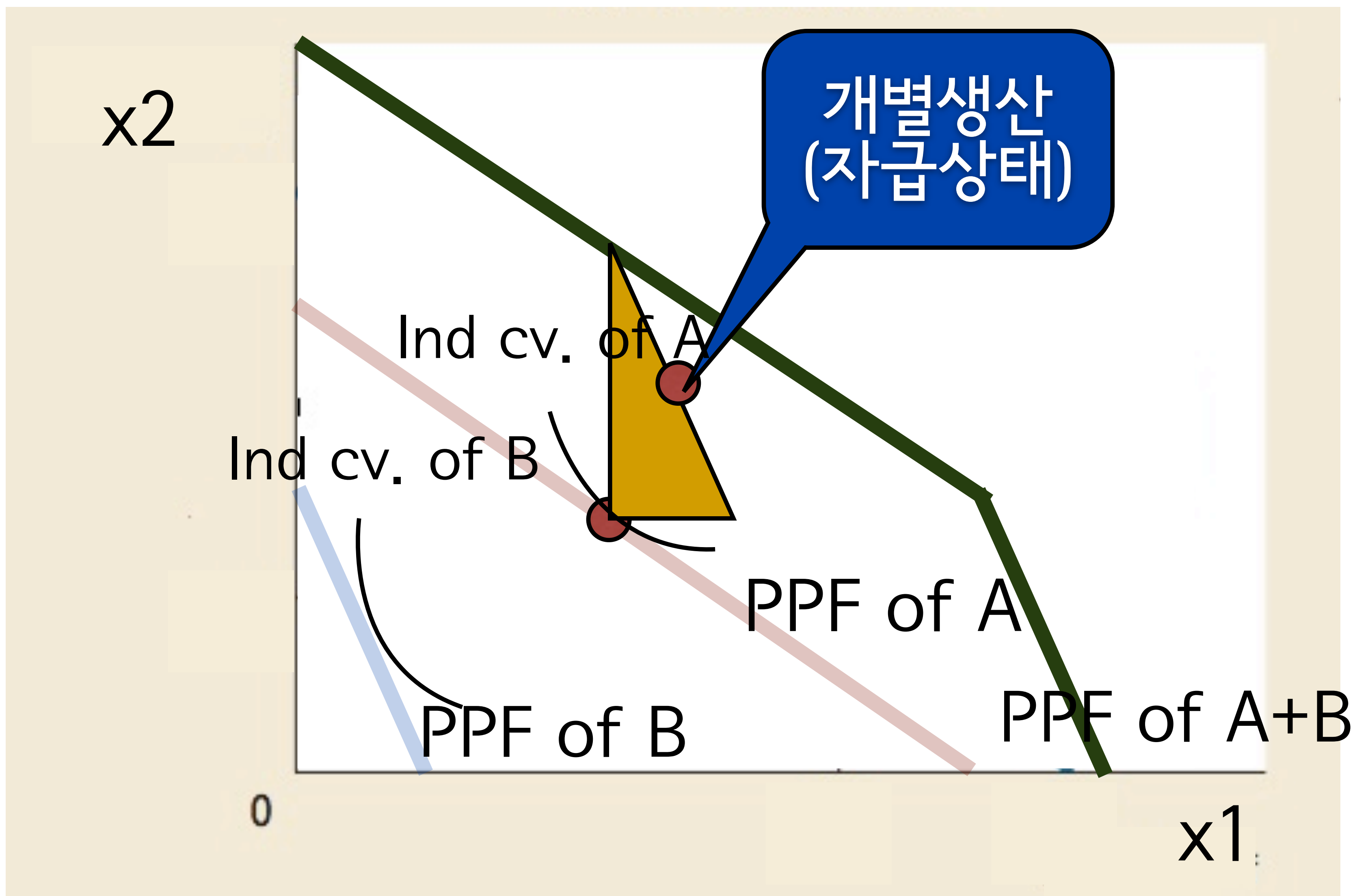
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



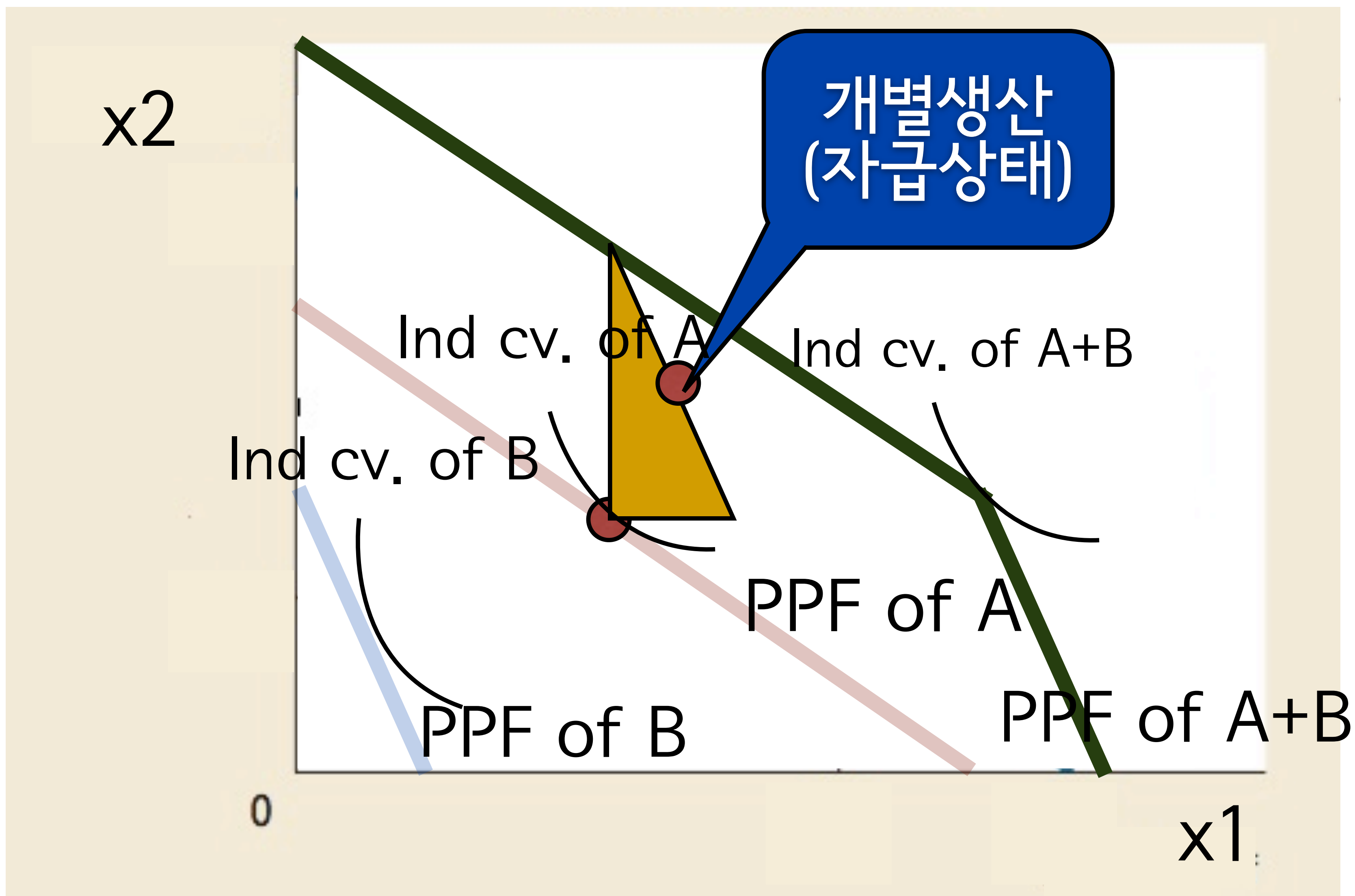
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



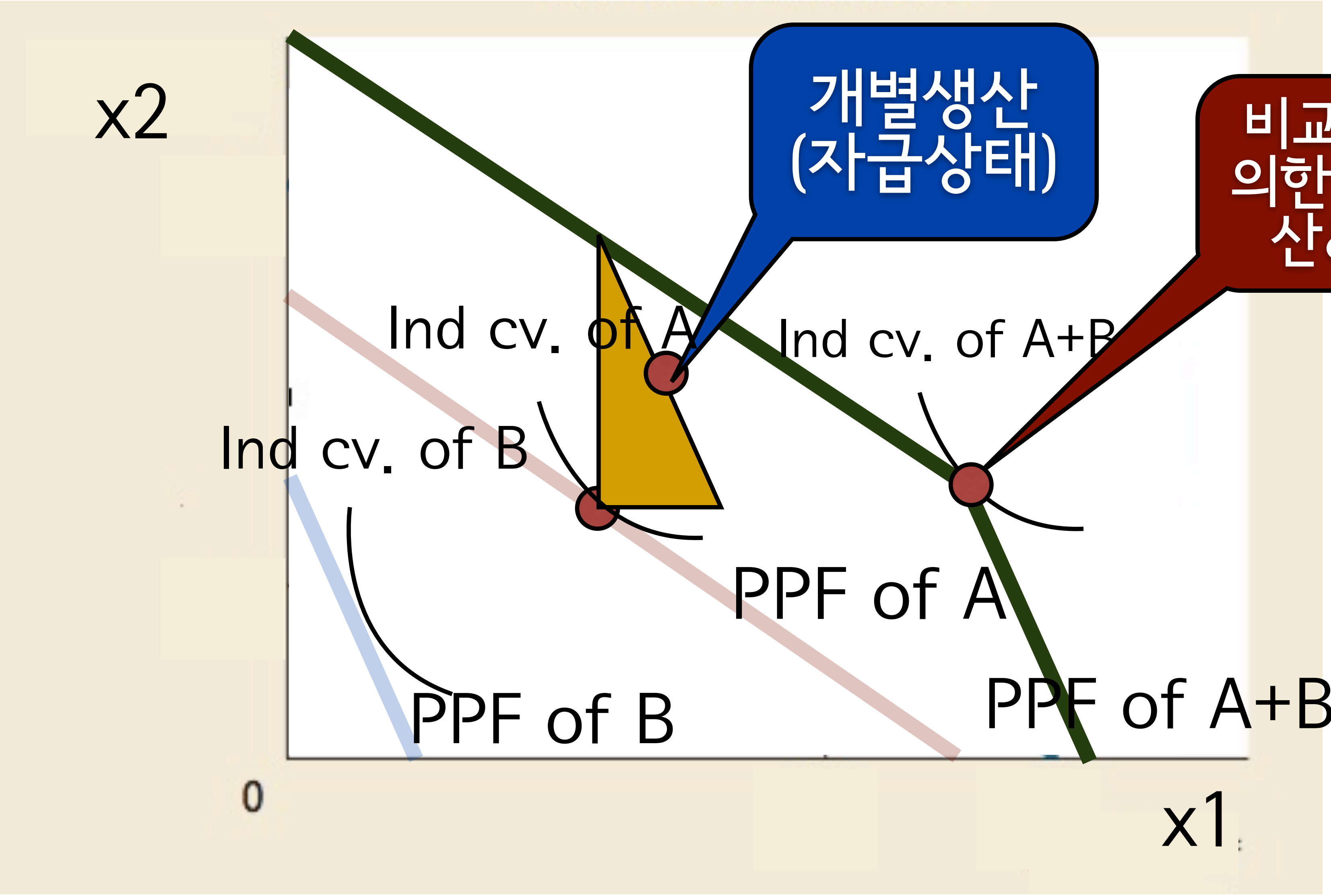
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



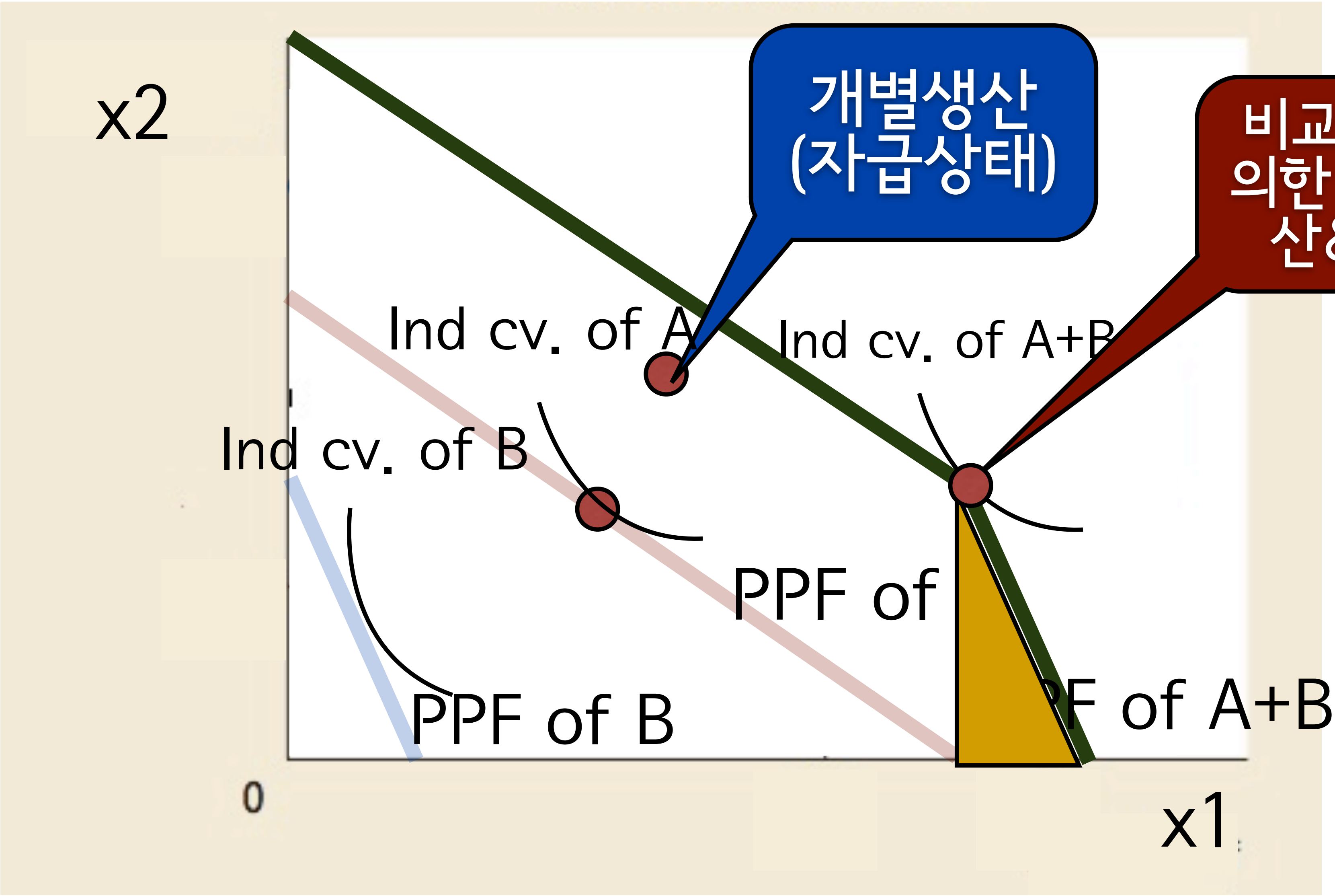
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



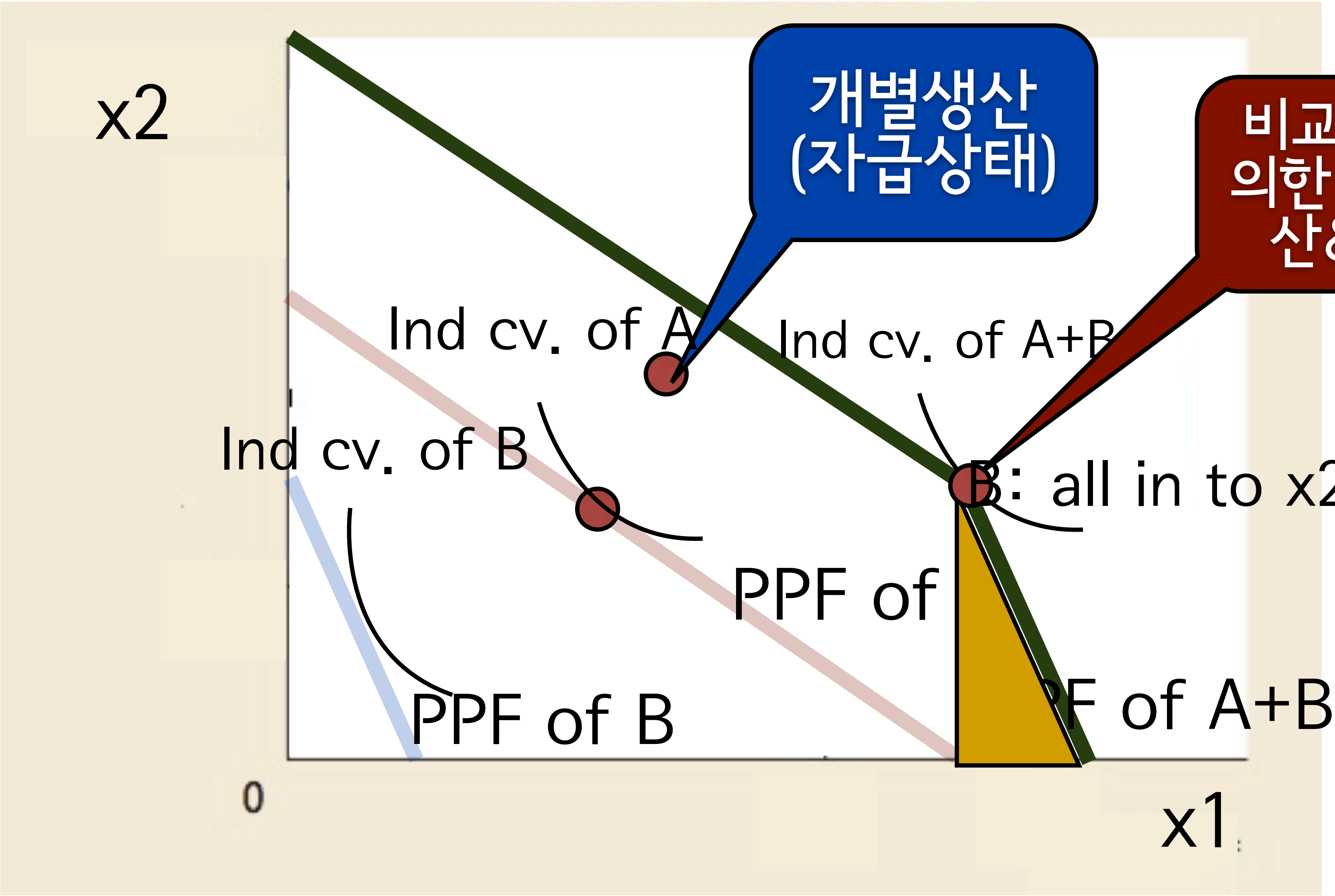
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



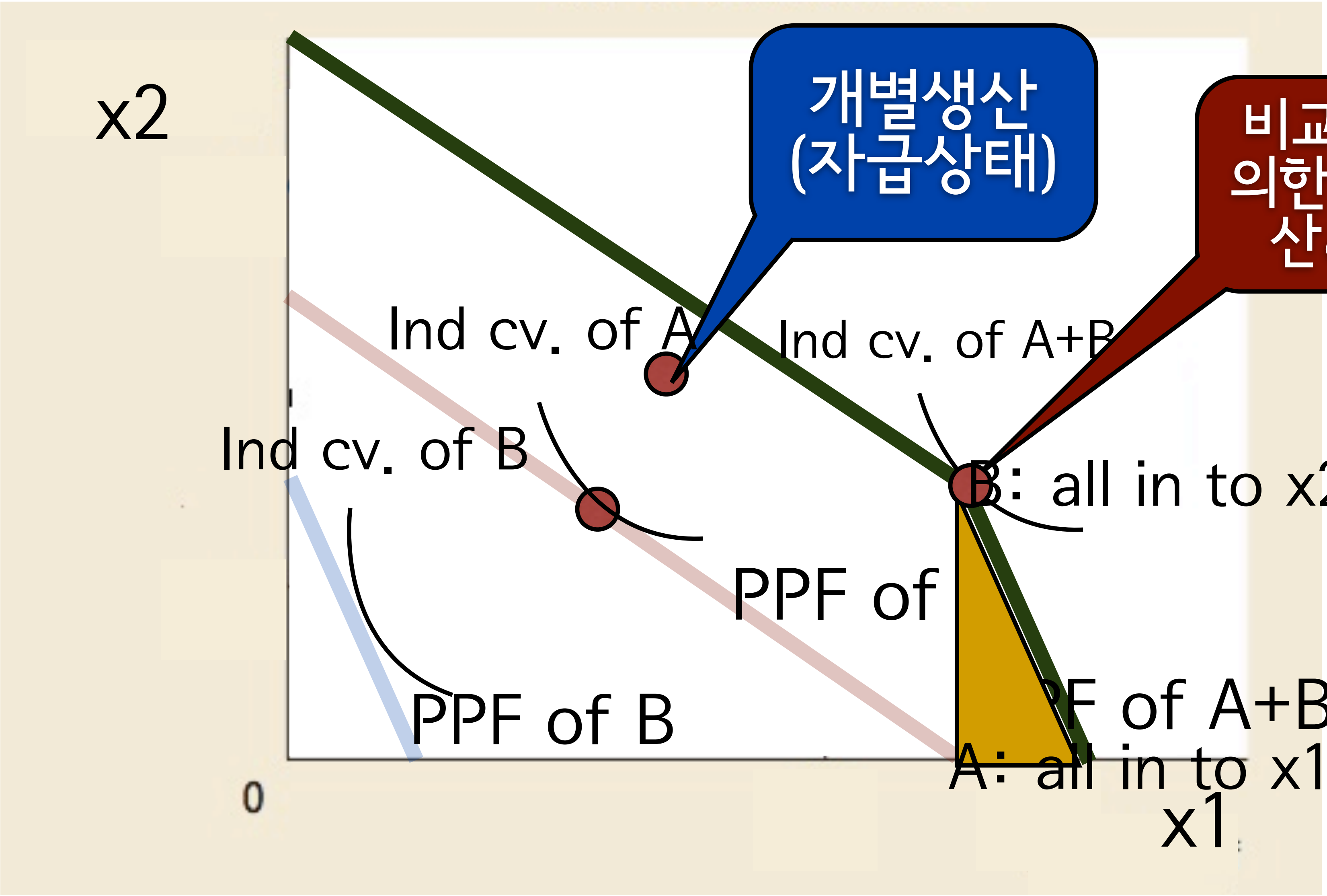
일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



일반화: A+B의 PPF:
B가 모두 열등할 경우



일반화: A+B의 PPF: B가 모두 열등할 경우



비교우위론과 국제무역

- 같은 모형을 국제무역에 적용 가능
- 국가간 상품의 상대적 생산성 차이(상대적 우위: 비교우위) 존재
  - 저개발국: 노동집약적 산업에 상대우위 존재하는 경향
  - 선진국: 자본집약적 산업에 상대우위 경향

비교우위모형의 함의

- 설령 모든 면에서 절대우위가 있다 하더라도 상대적으로 더 생산성이 있는 부문에 집중해서 생산하고 교역하는 것이 단독생산보다 더 유리하다.
- 제조업이 신흥산업국에, 고부가가치산업이나 고급서비스업이 선진국에 특화되는 현상을 설명하는 모델
- 반론: 사다리 걷어차기(장하준)

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

모형의 응용

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

실증적 경제학과 규범적 경제학

- 실증적 경제학(Descriptive economics):
  - 실제 관찰되는 경제학적 과정을 설명
  - “왜, 어떻게 그러한 현상이 발생/전개/소멸하는가?”
- 규범적 경제학(Normative economics):
  - 경제학적 처방에 대한 판단, 혹은 경제학적 정책에 대한 의사결정과 연관
  - “무엇을 어떻게 하는 것이 가장 나은가?”

정책 판단의 요소

- 파레토 개선: 다른 결과들은 나빠지지 않고 최소한 한 결과는 개선되는 경우
  - 정책 A의 결과가 정책 B의 결과와 비교했을 때 파레토 개선이라고 볼 수 있는 경우 정책 A가 우월 -- 개선에 대한 분석의 출발
- 문제는 파레토 개선이 가능하지 않은 경우의 존재:
  - trade-off: 어떤 측면은 개선되지만 다른 측면이 개악되는 경우
    - 일반적으로는 이러한 상황이 일반적
    - 파레토 효율성 개념으로는 판단 불가능

Basic Structure of Micro Economic Model

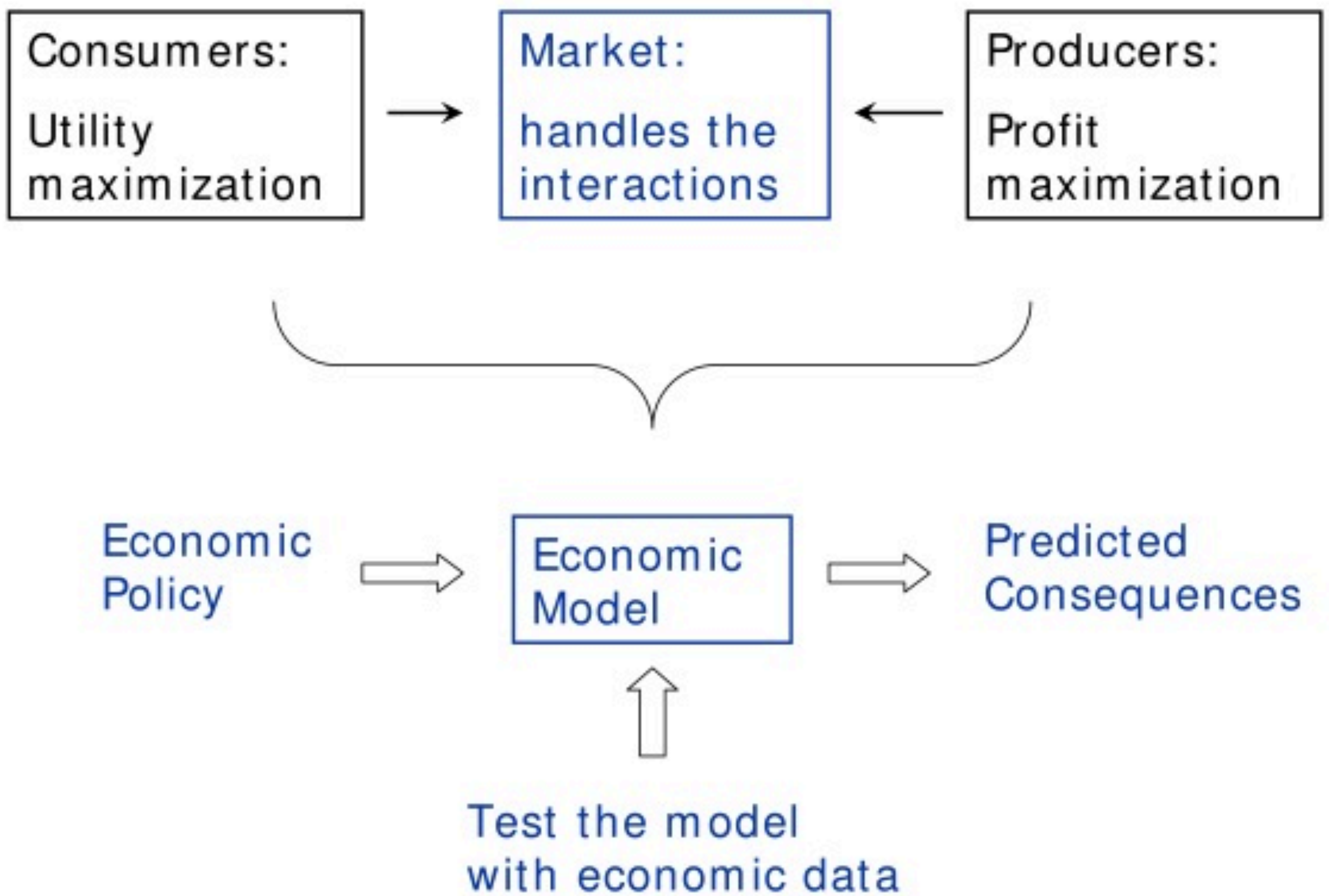


Figure 1: What is economics?

Basic Structure of Micro Economic Model

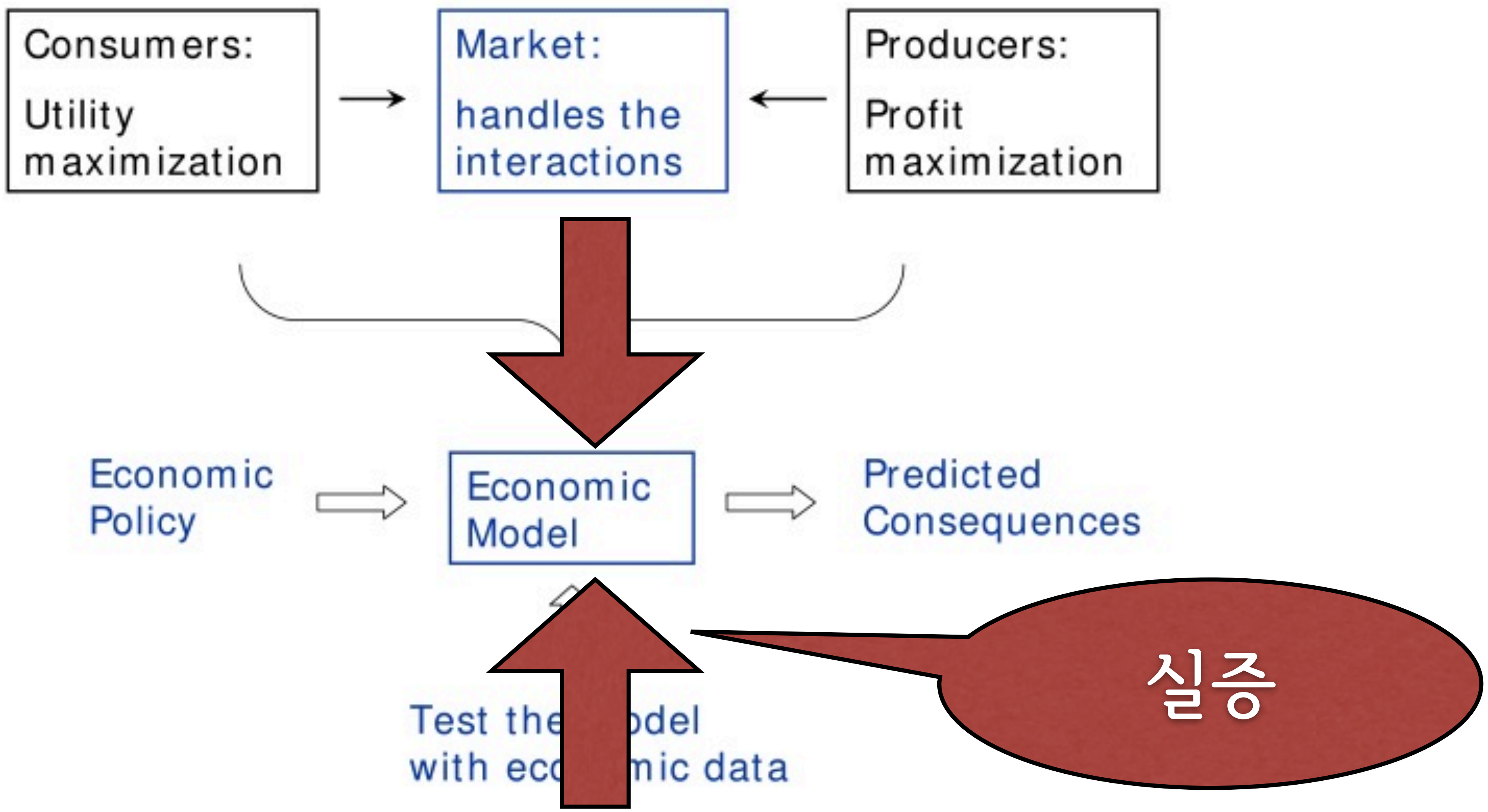


Figure 1: What is economics?

Basic Structure of Micro Economic Model

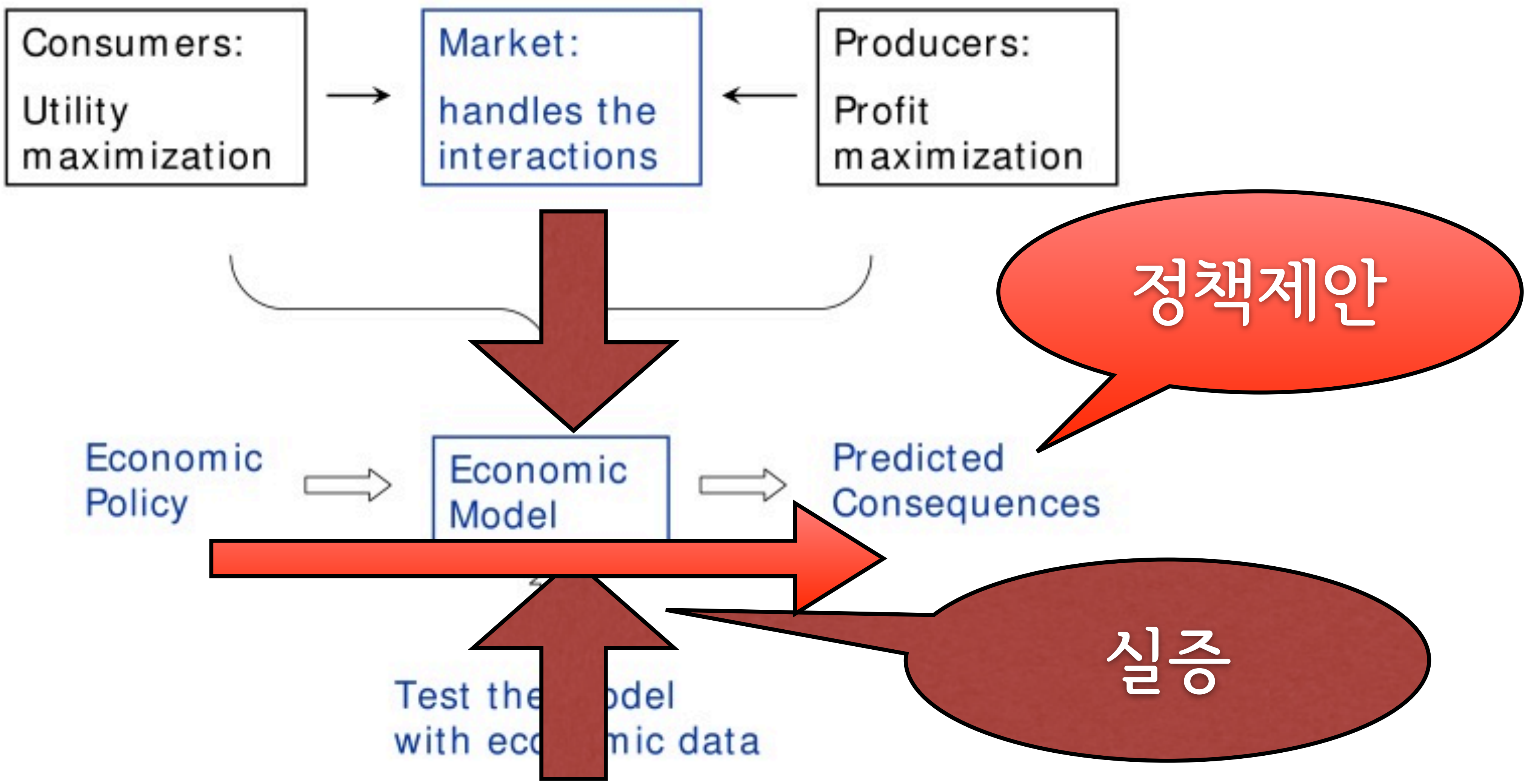


Figure 1: What is economics?

Next Topic

- 변수와 그래프

Understanding Graph

경제원론1, 조남운
economics1.namun@gmail.com

Outline

- 변수,함수,그래프, 그리고 경제모형
- 그래프의 종류
- 곡선의 기울기
- 수치정보에 대한 그래프

변수, 함수, 그래프, 그리고 경제모형

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

변수
Variable

- 하나 이상의 값을 갖는 양(Quantity)을 대표하는 수. 단위가 있음 (비율 제외)
  - ex: 한국의 환율(KRW/USD)
  - 단위가 같아야만 더하거나 뺄 수 있음
- 상수(constant): 오직 하나의 값을 가지는 수량을 대표하는 수
  - ex: 지구의 반지름(km), 빛의 속도(km/s)

함수(function)

- 정의: 변수들 사이의 관계
- y=f(x): 1변수 함수
  - f는 x와 y의 관계에 대한 이름(함수의 이름)
  - ex) f: N×{데자와버튼,컨피던스버튼}→{데자와,컨피던스}×N
    - N: 동전집합(100원짜리로 가정)
    - 데자와: 600원, 컨피던스: 1000원
    - f(n,데자와버튼)=
    - f(n,컨피던스버튼)=

함수의 그래프 Graph of Function

- 두 변수간의 상호관계를 좌표평면상에 나타낸 것
- 인간의 공간지각능력상 그래프는 3차원 이상을 그릴 수 없음
- 4차원 이상의 상호관계(다변수함수)는 대수적인 방법으로만 분석 가능
- 관련과목: 경제수학

간단한 그래프의 예

- 야구장과 음료수
- 고찰대상: 야구장의 온도(화씨)와 팔리는 음료수의 양(병)
  - 가로축 변수: 야구장의 온도(화씨)
  - 세로축 변수: 음료수 판매량(병)

외부온도(화씨)와 음료수 판매량: 측정

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

외부온도(화씨)와 음료수 판매량: 측정

x-variable: outside temperature		*y*-variable: number of sodas sold	Point
0 °F	-18℃	10	*A*
10	-12℃	0	*B*
40	4℃	30	*C*
60	15℃	50	*D*
80	27℃	70	*E*

그래프로 표현하기

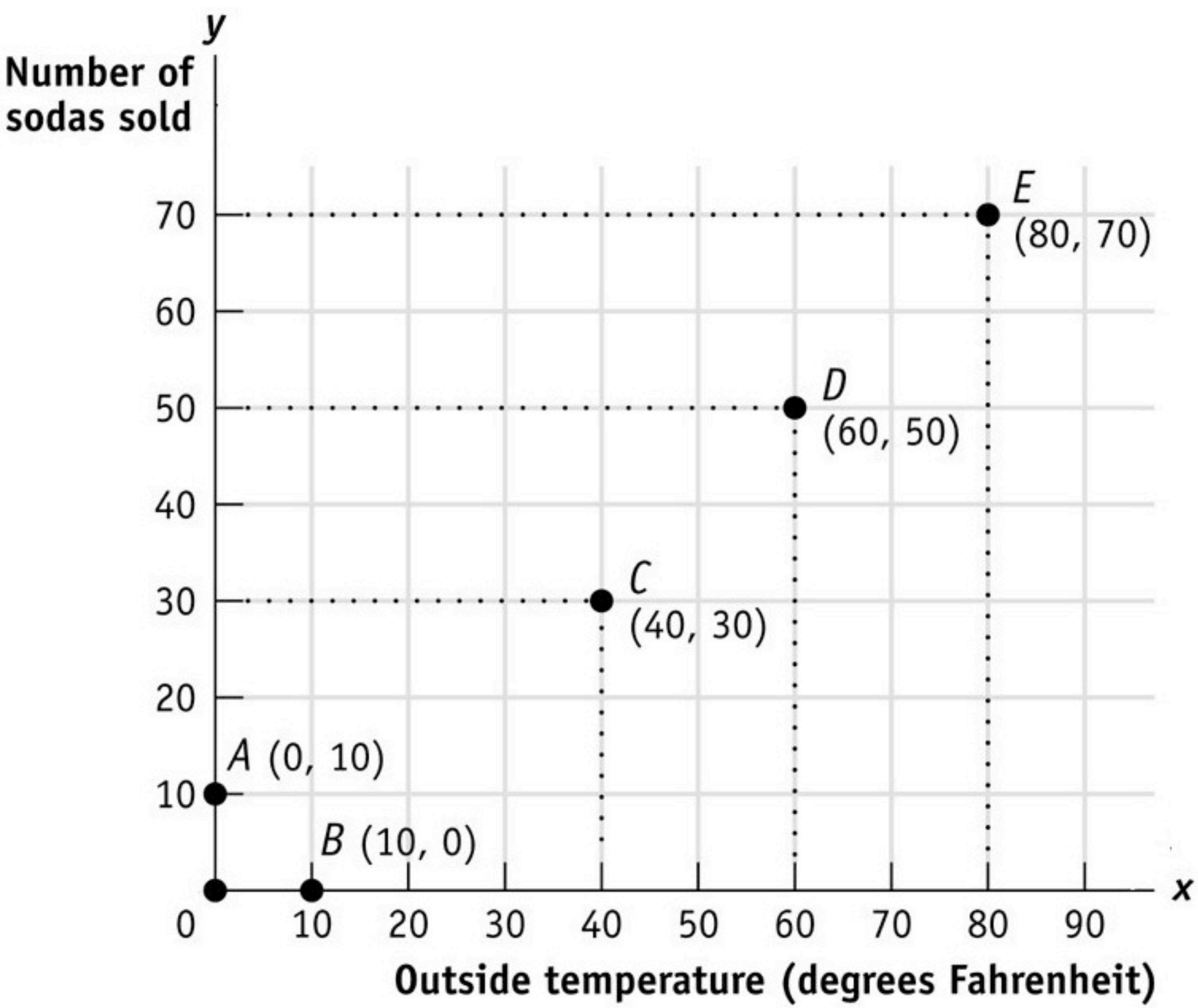
x-variable: outside temperature		*y*-variable: number of sodas sold	Point
0 °F	-18℃	10	*A*
10	-12℃	0	*B*
40	4℃	30	*C*
60	15℃	50	*D*
80	27℃	70	*E*

ariable: mber of das sold	Point
10	*A*
0	*B*
30	*C*
50	*D*
70	*E*

그래프로 표현하기

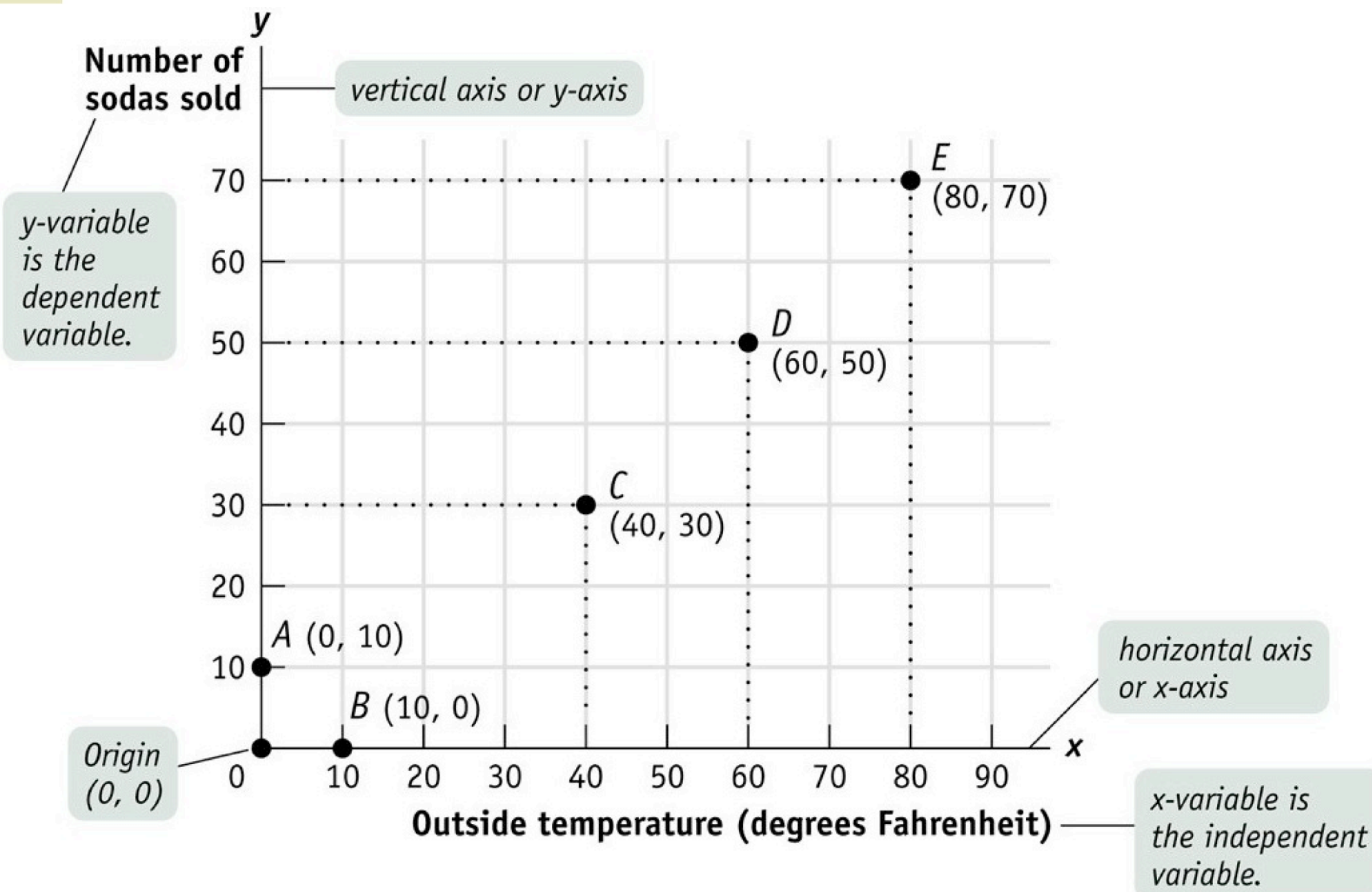
ariable: mber of das sold	Point
10	*A*
0	*B*
30	*C*
50	*D*
70	*E*

그래프로 표현하기



ariable: mber of das sold	Point
10	A
0	B
30	C
50	D
70	E

그래프로 표현하기



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

2변수 그래프에서 유의할 점들

- 언제나 축의 의미를 명시할것!
  - 일반적으로 두 변수 중 원인이 되는 독립변수 (independent variable)는 가로축에 표현
  - 두 변수 중 영향을 받는 변수인 종속변수 (dependent variable)는 세로축에 표현
- 경제학에서는 예외적으로 y축에 독립변수를 표시하는 경우가 있음(가격과 수량관계)

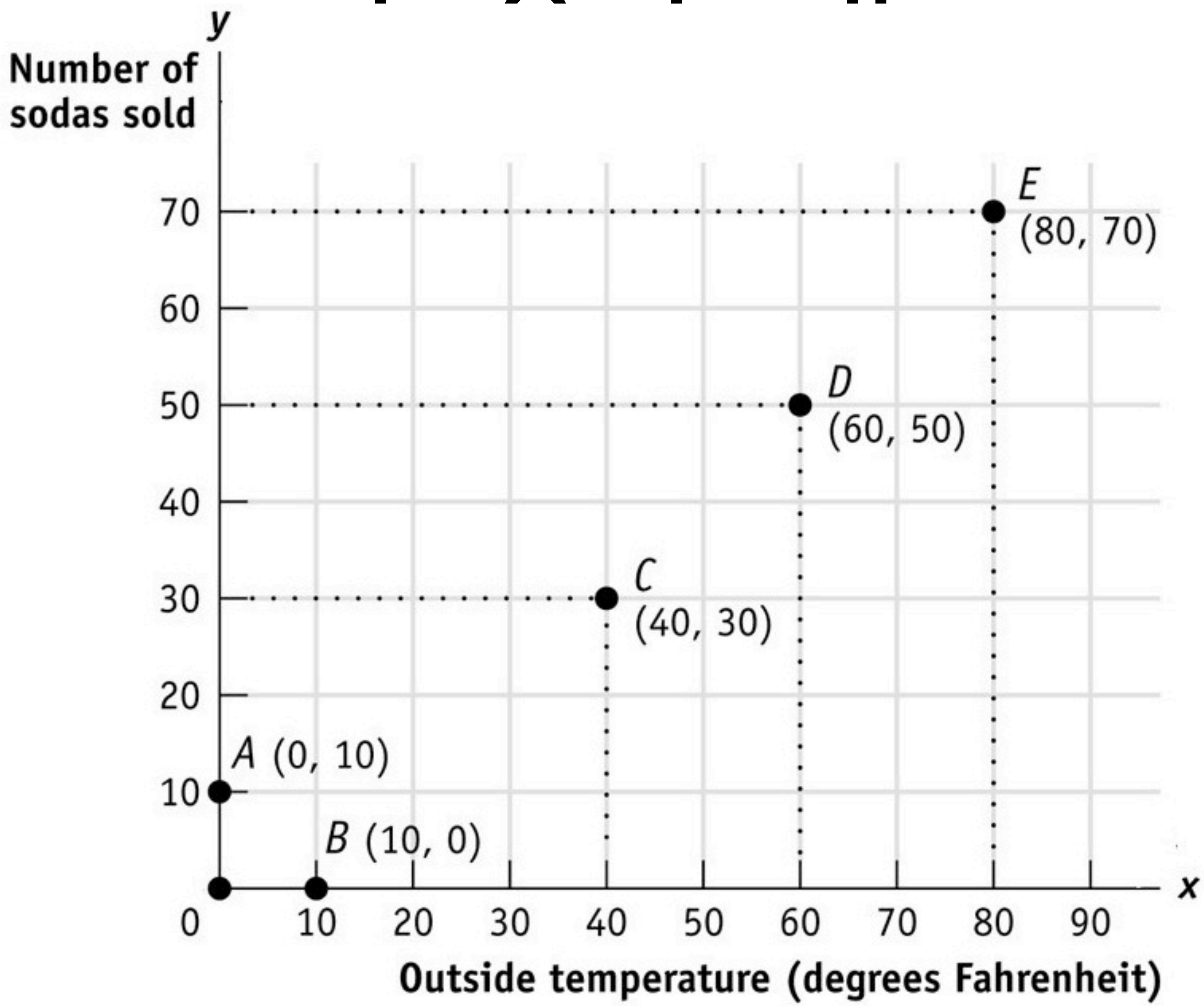
그래프의 곡선(curve)

- 두 변수간의 관계를 선으로 표현할 경우 그 선을 곡선이라고 함
- 그래프의 모든 선은 곡선이라고 명명: 직선도 포함
  - 두 변수간의 관계가 직선으로 나타날 경우: 선형관계(linear relationship)
  - 그렇지 않은 경우: 비선형관계(nonlinear relationship)

상관관계
Relationship

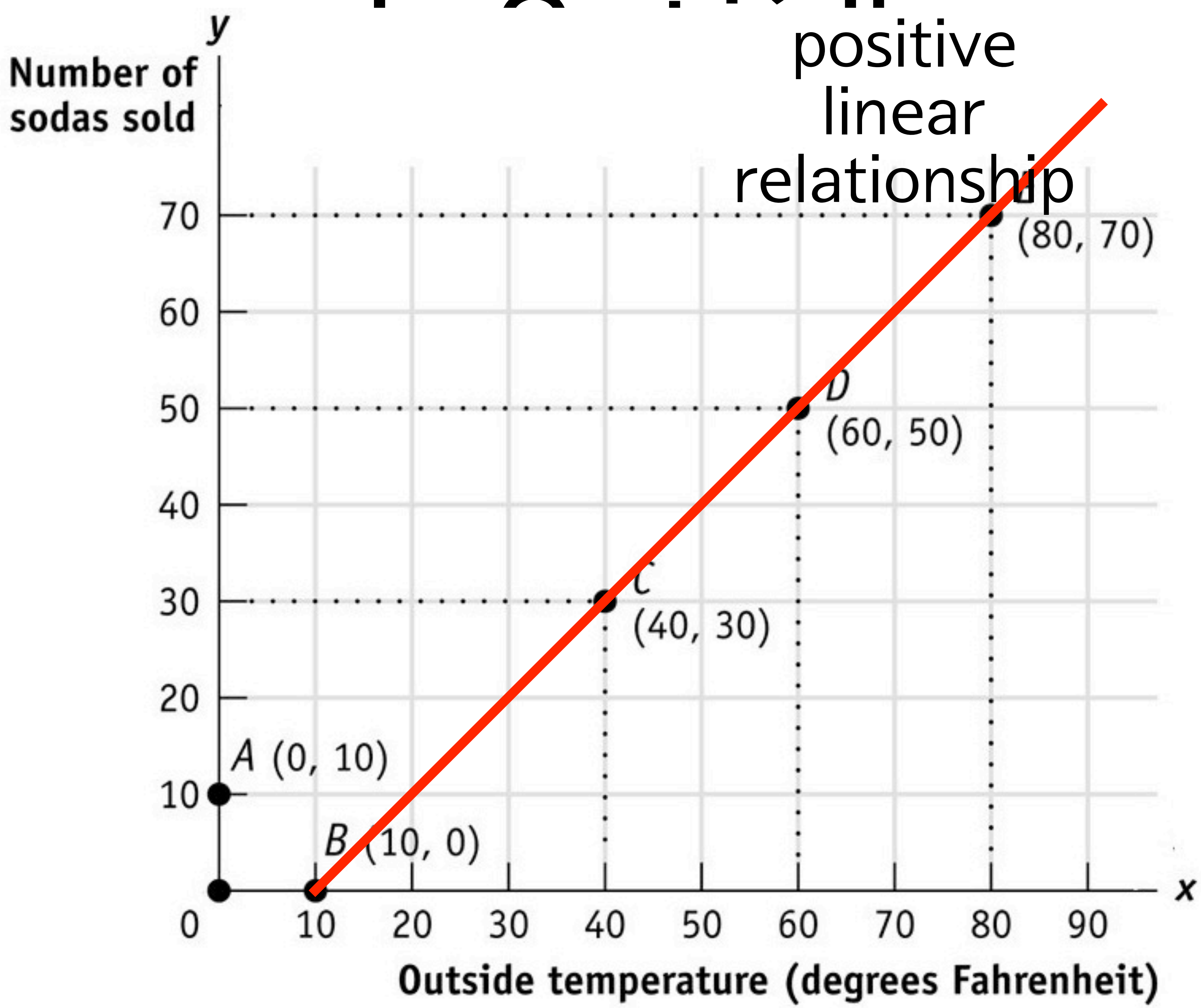
- 양(+)의 상관관계: 독립변수가 증가할 때 종속변수가 증가할 경우
- 음(-)의 상관관계: 독립변수가 증가할 때, 종속변수가 감소하는 경우

선형 관계



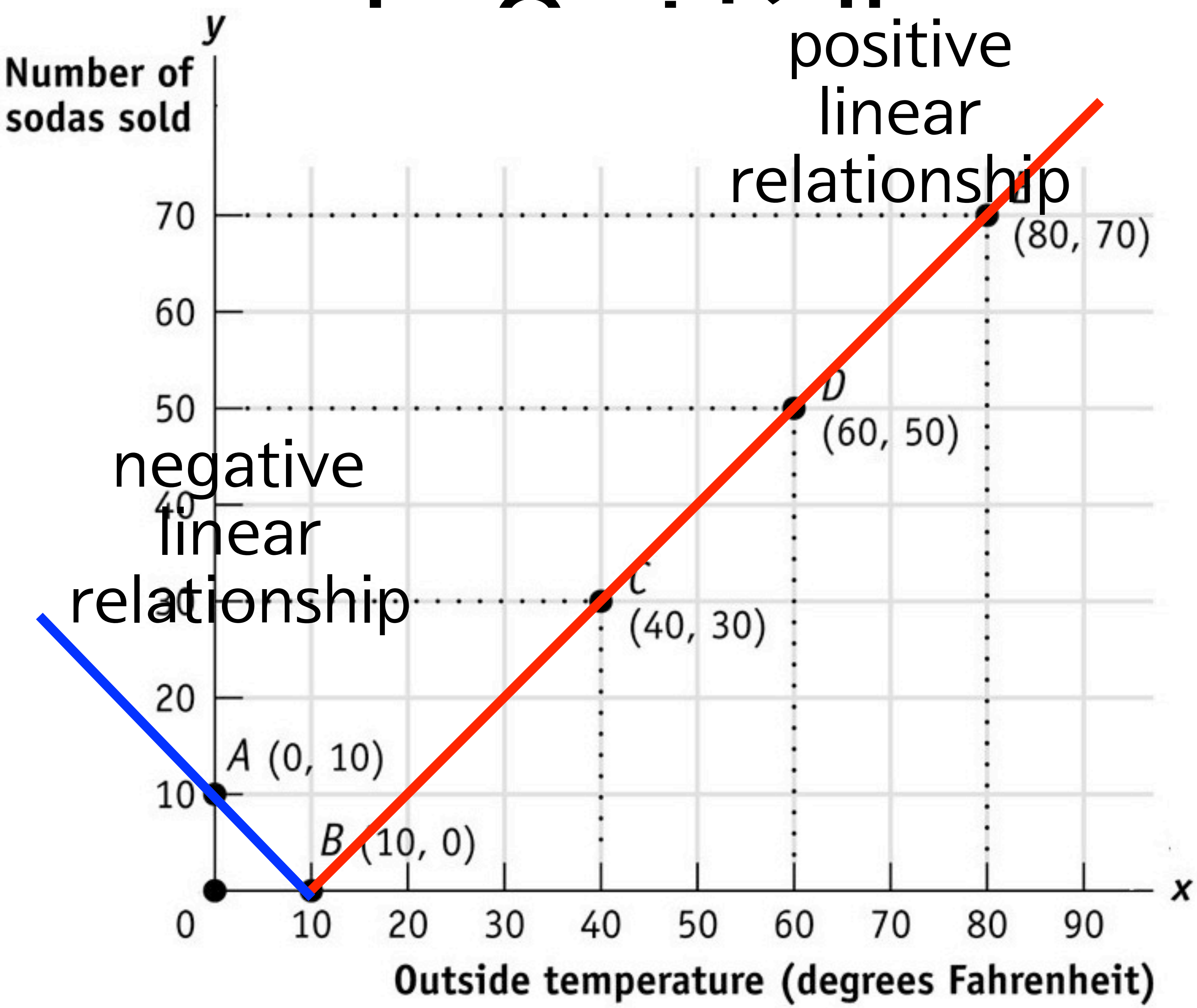
** 주의: 선상의 모든 점들이 측정되었다는 전제

선형 관계



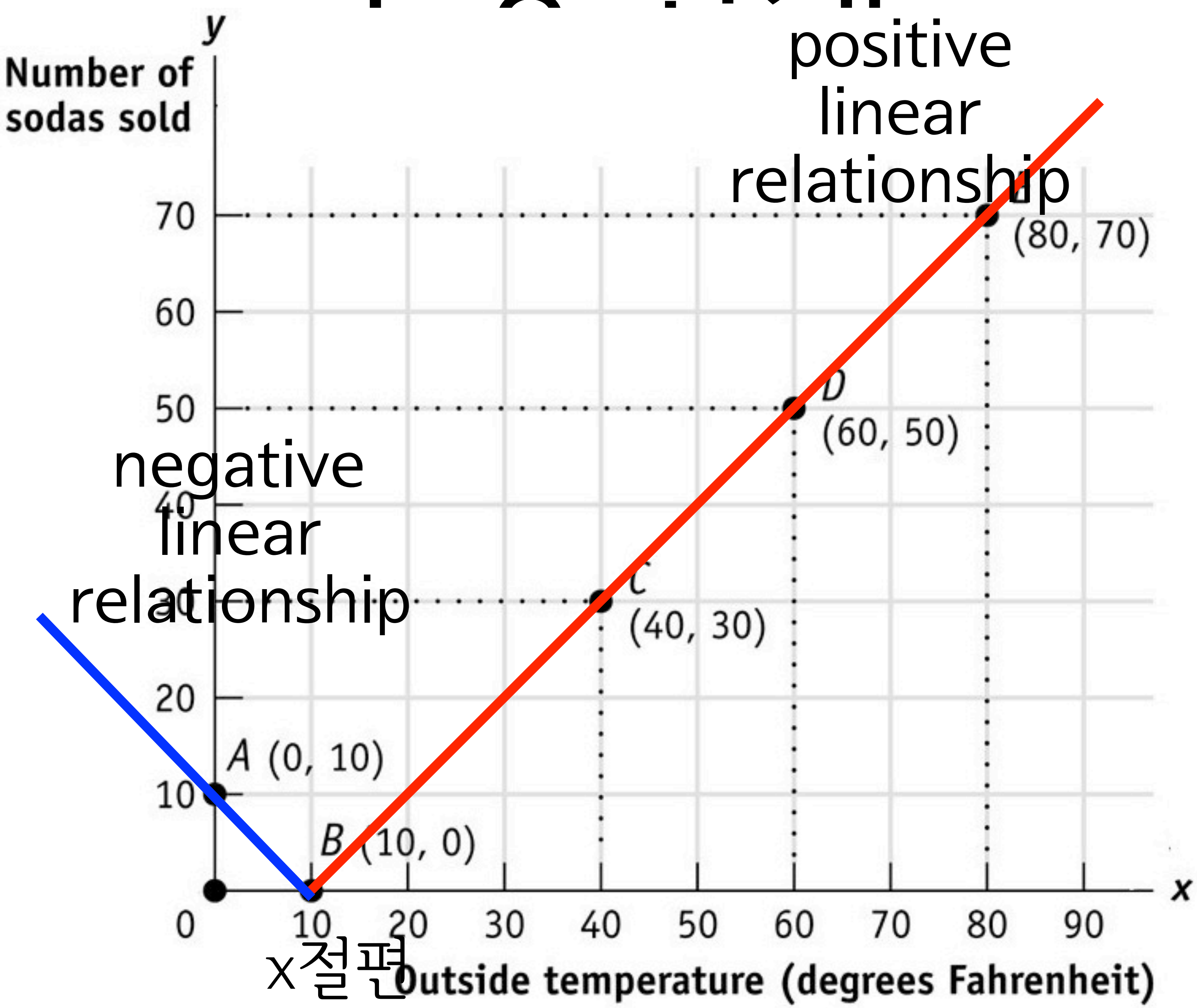
** 주의: 선상의 모든 점들이 측정되었다는 전제

선형 관계



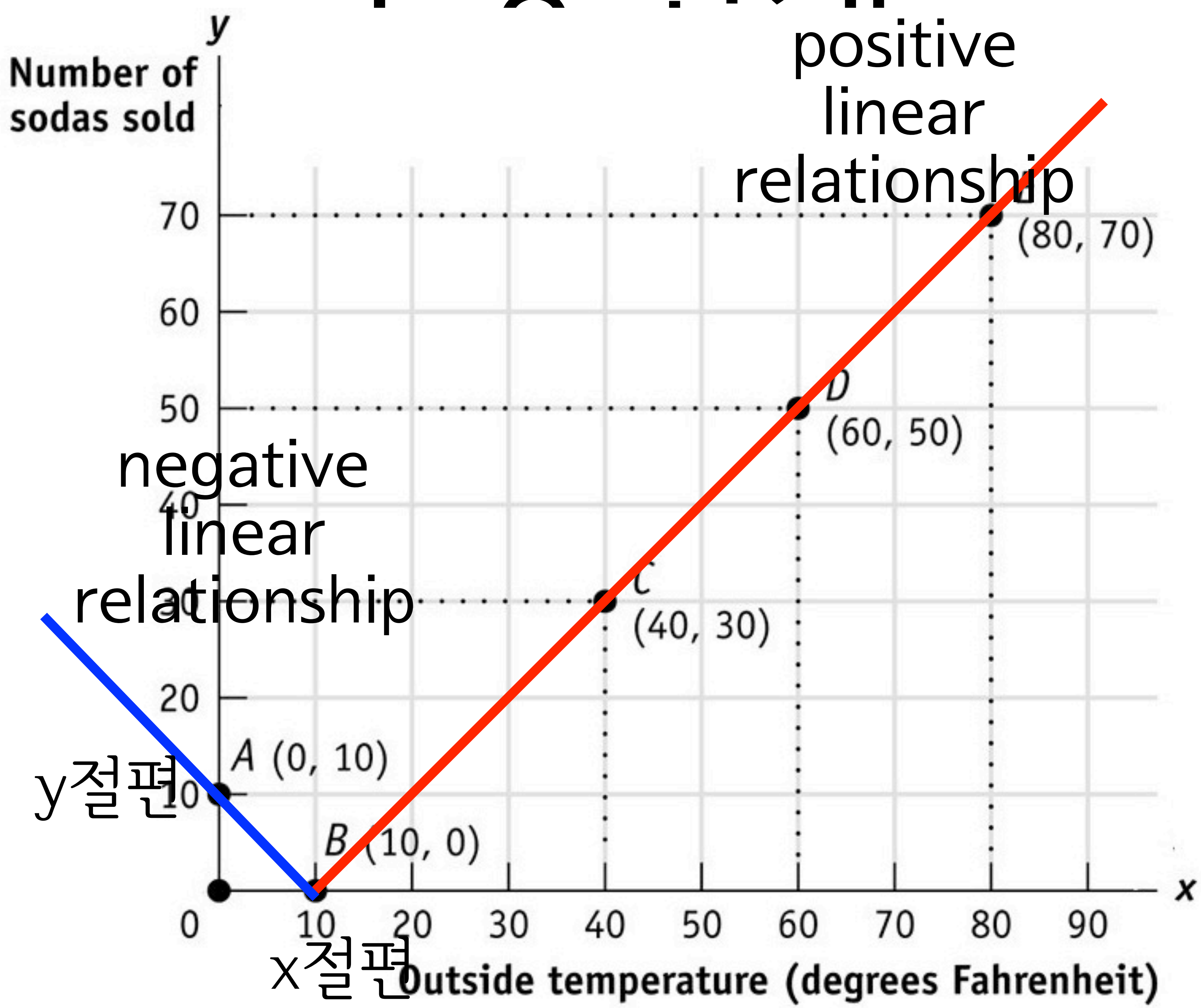
** 주의: 선상의 모든 점들이 측정되었다는 전제

선형 관계



** 주의: 선상의 모든 점들이 측정되었다는 전제

선형 관계



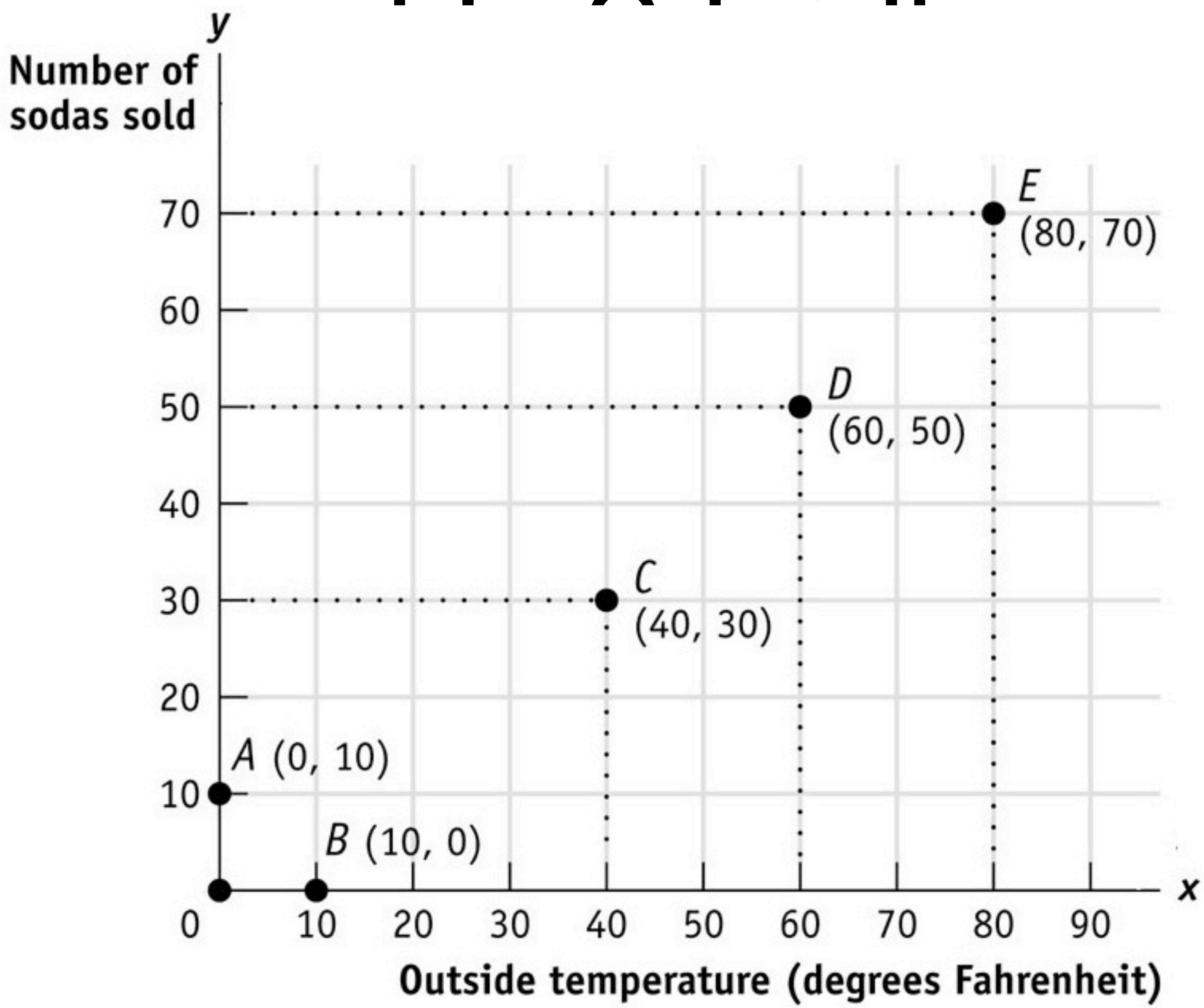
** 주의: 선상의 모든 점들이 측정되었다는 전제

표본추출을 통한 상관관계 분석시 유의사항

- 확실한 것은 관측치 뿐:
  - 나머지 상관관계는 통계적 추론으로 메꿔야 함
  - 앞의 경우 기온과 판매량의 상관관계가 두 가지 선형관계로 추정되지만, 이것만으로는 확신할 경우 오류발생의 가능성도 있음
  - 최악의 경우 잘못된 추정으로 이어질 수 있음
- 관련과목: 계량경제학 (추천입문서: "통계학의 피카소는 누구일까?")

비선형관계

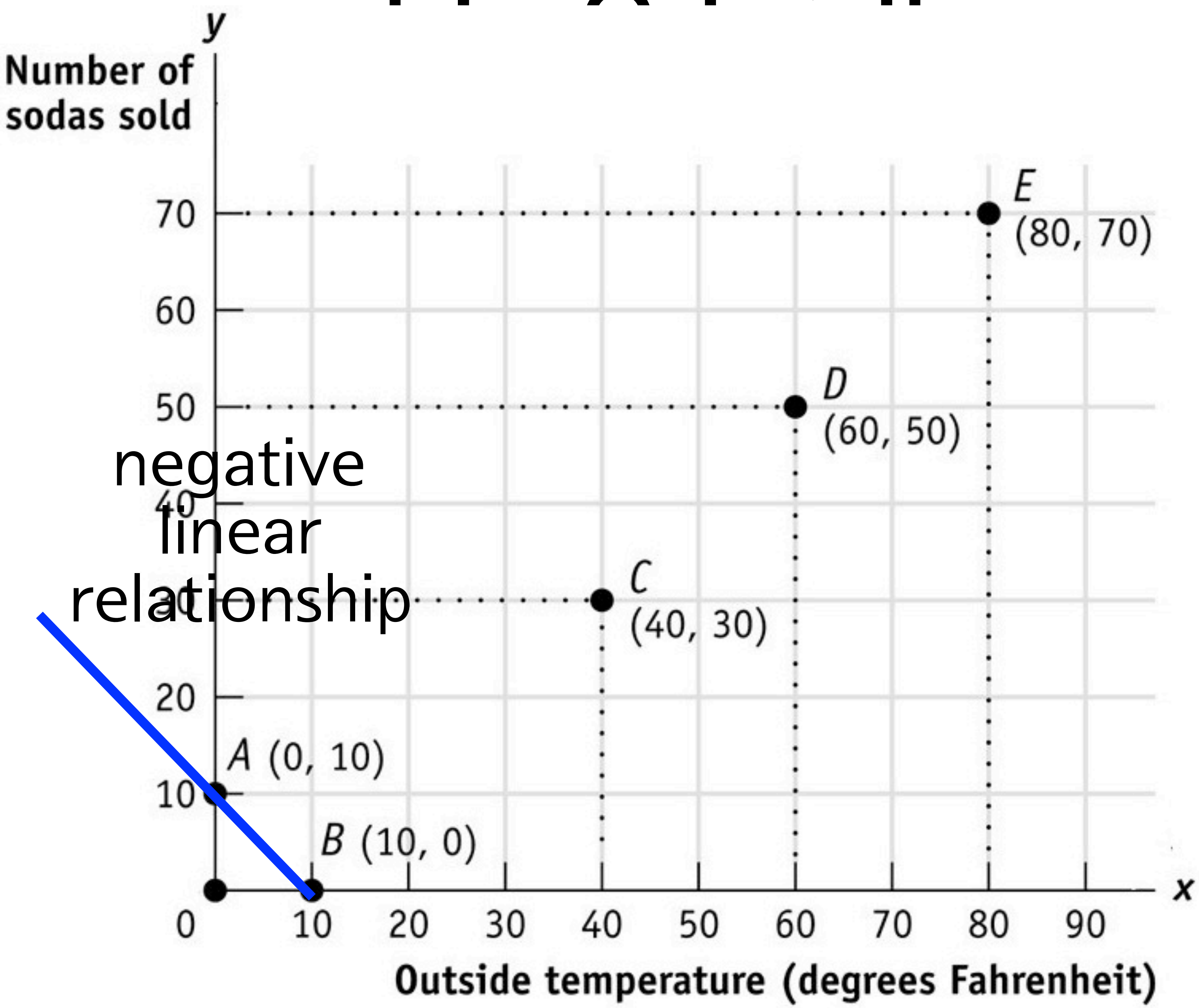
N ip



y
Number of sodas sold
70
60
50
40
30
20
10
0
E (80, 70)
D (60, 50)
C (40, 30)
A (0, 10)
B (10, 0)
10 20 30 40 50 60 70 80 90
x
Outside temperature (degrees Fahrenheit)

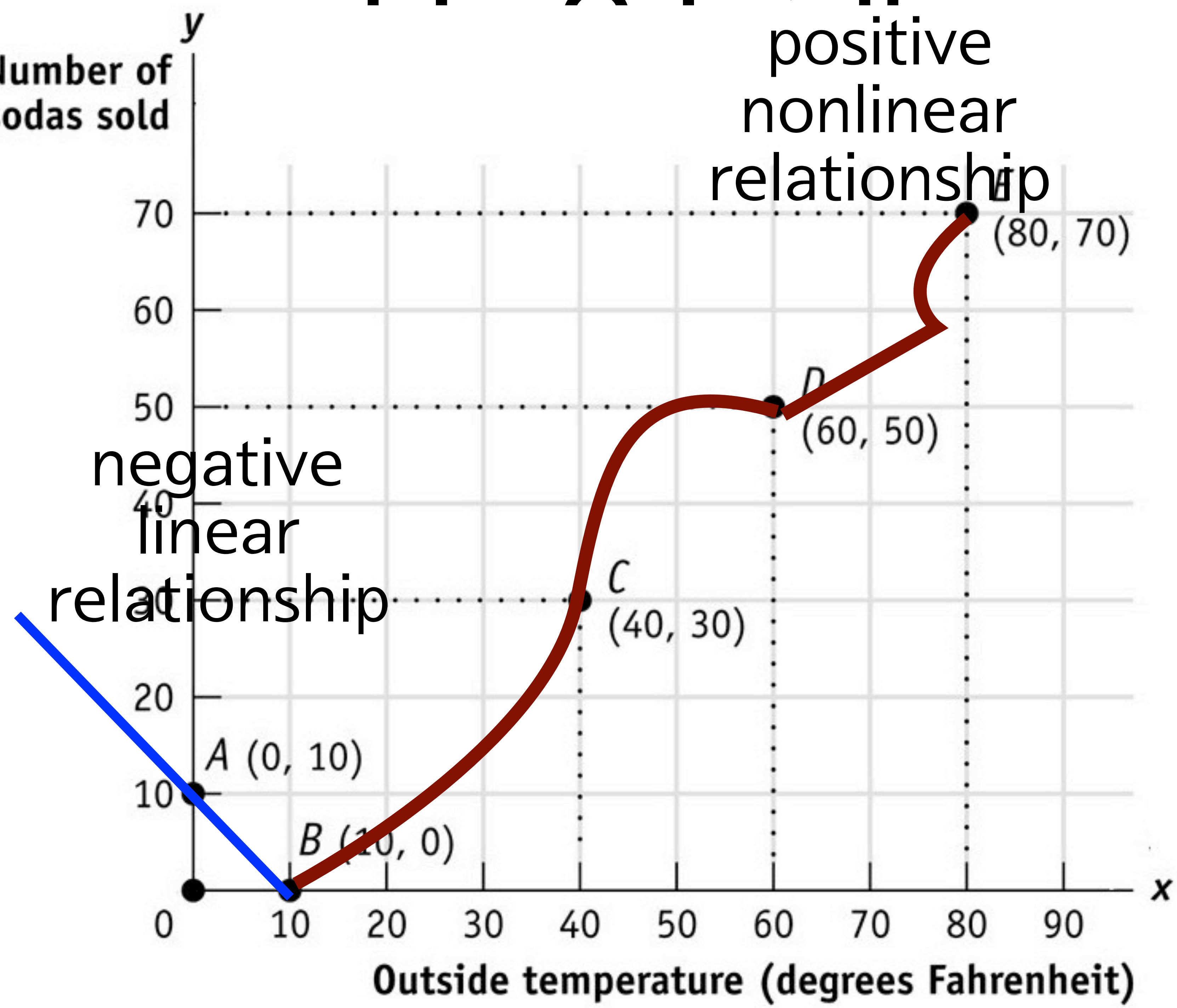
비선형관계

N ip


y
Number of sodas sold
70
60
50
40
30
20
10
0
E (80, 70)
D (60, 50)
C (40, 30)
A (0, 10)
B (10, 0)
negative linear relationship
x
10 20 30 40 50 60 70 80 90
Outside temperature (degrees Fahrenheit)

비선형관계

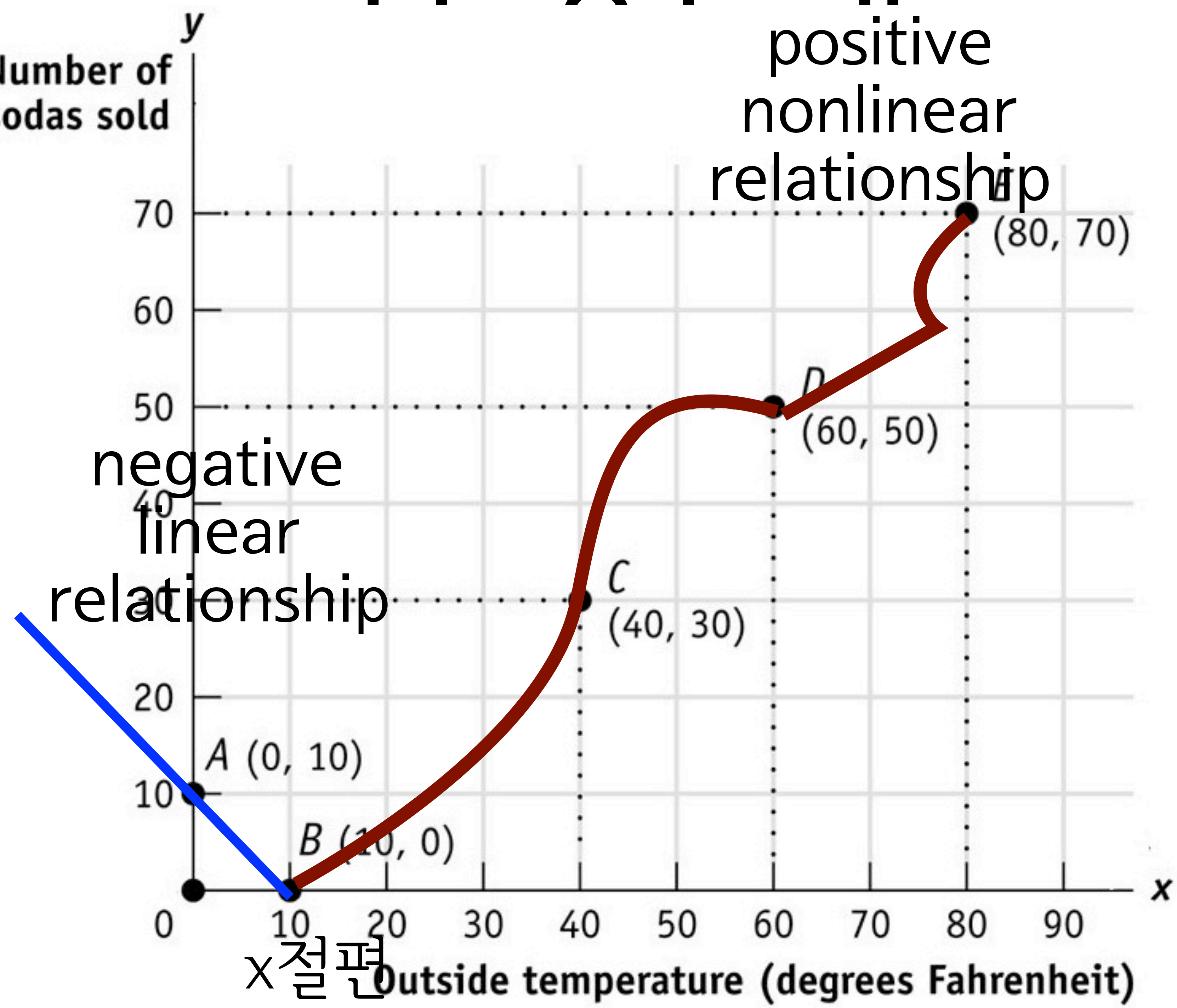
N ip



y
Number of sodas sold
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
x
Outside temperature (degrees Fahrenheit)
A (0, 10)
B (10, 0)
C (40, 30)
D (60, 50)
E (80, 70)
positive nonlinear relationship
negative linear relationship

비선형관계

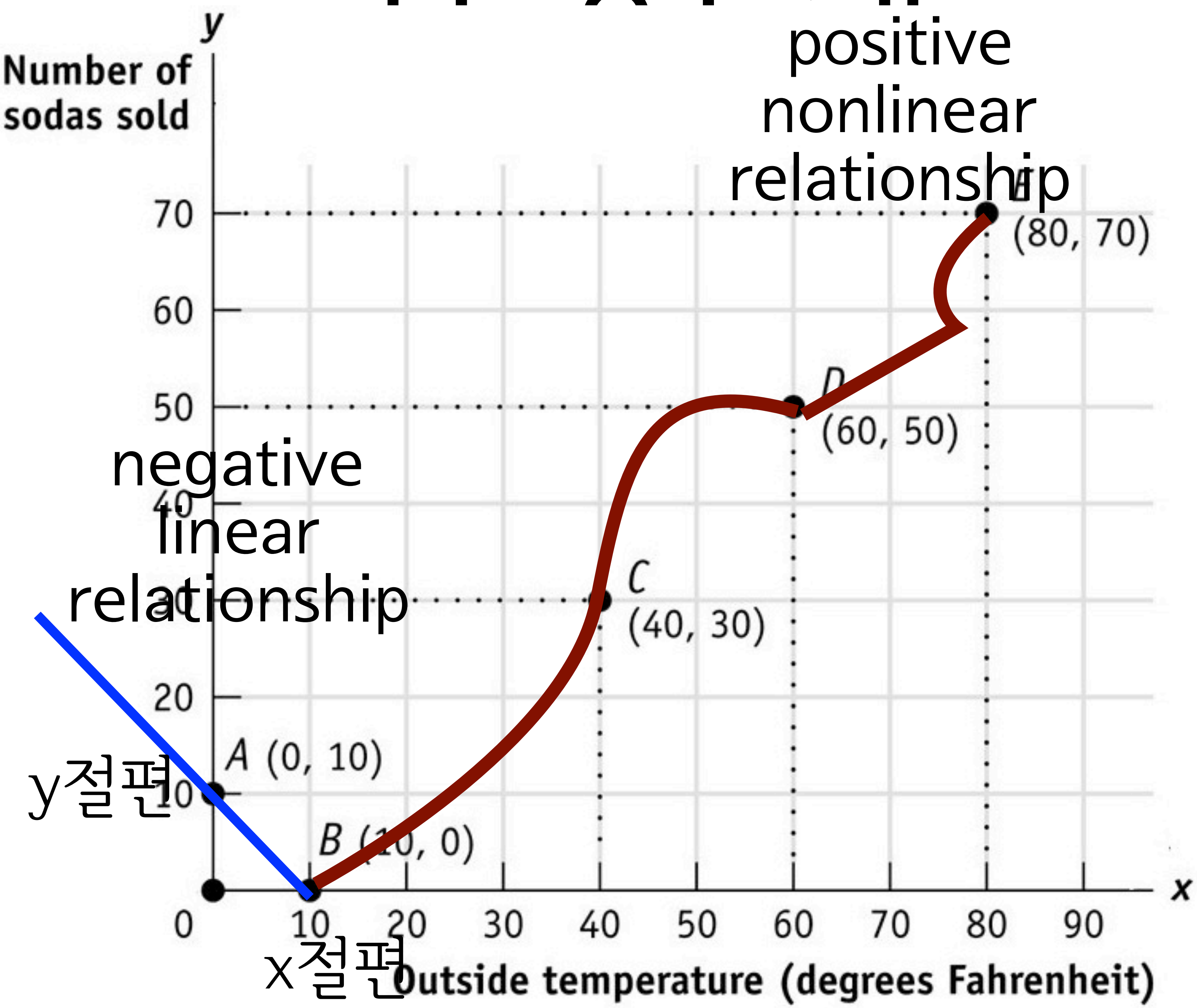
N ip



y
Number of sodas sold
positive nonlinear relationship
negative linear relationship
70
60
50
40
30
20
10
0
A (0, 10)
B (10, 0)
C (40, 30)
D (60, 50)
(80, 70)
10
20
30
40
50
60
70
80
90
x
x절편
Outside temperature (degrees Fahrenheit)

비선형관계

N ip



y
Number of sodas sold
positive nonlinear relationship
negative linear relationship
70
60
50
40
30
20
10
0
E (80, 70)
D (60, 50)
C (40, 30)
A (0, 10)
B (10, 0)
y절편
x절편
10 20 30 40 50 60 70 80 90
x
Outside temperature (degrees Fahrenheit)

곡선의 기울기
Slope of Curve

관련과목: 경제수학

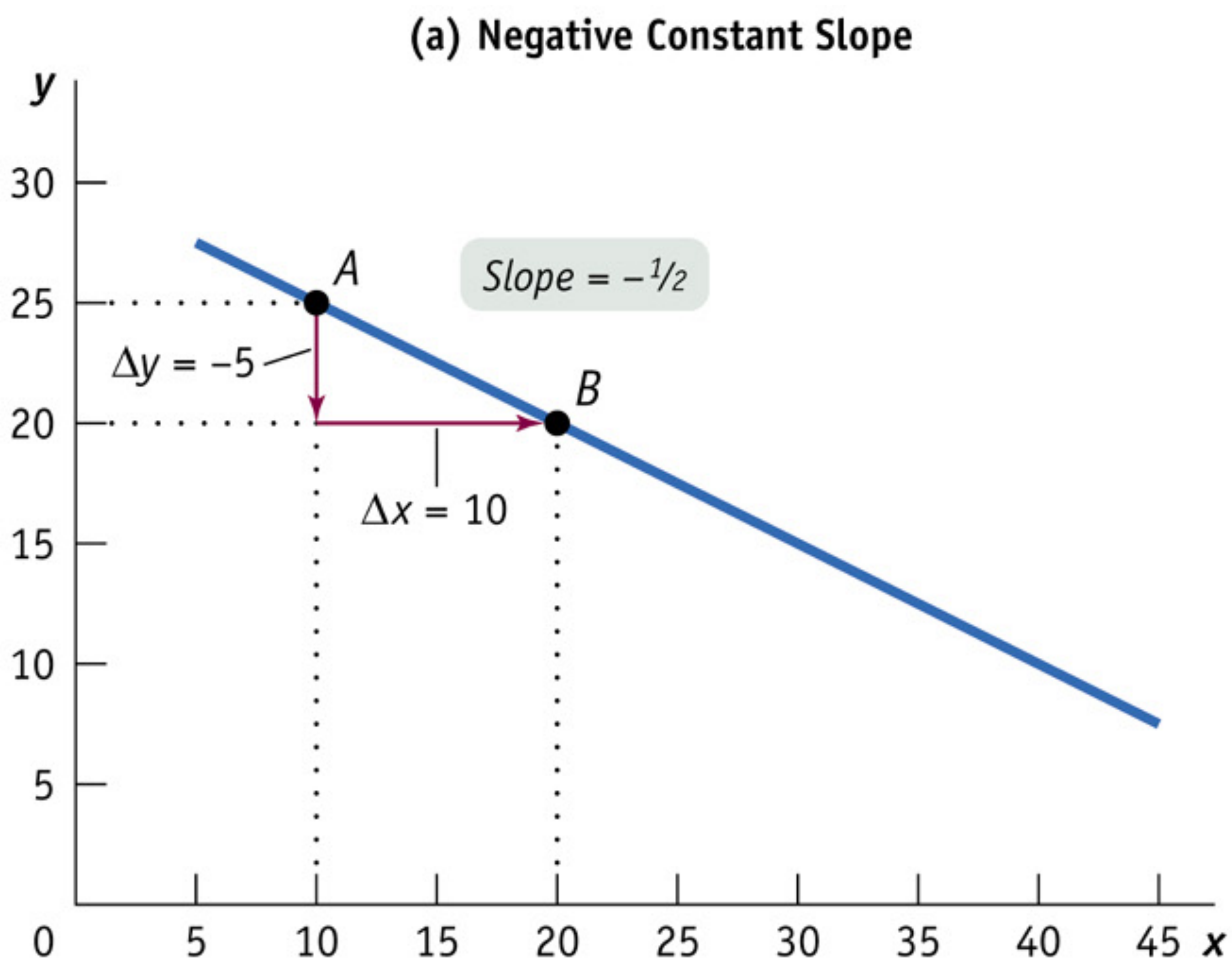
Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

곡선의 기울기
Slope of curve

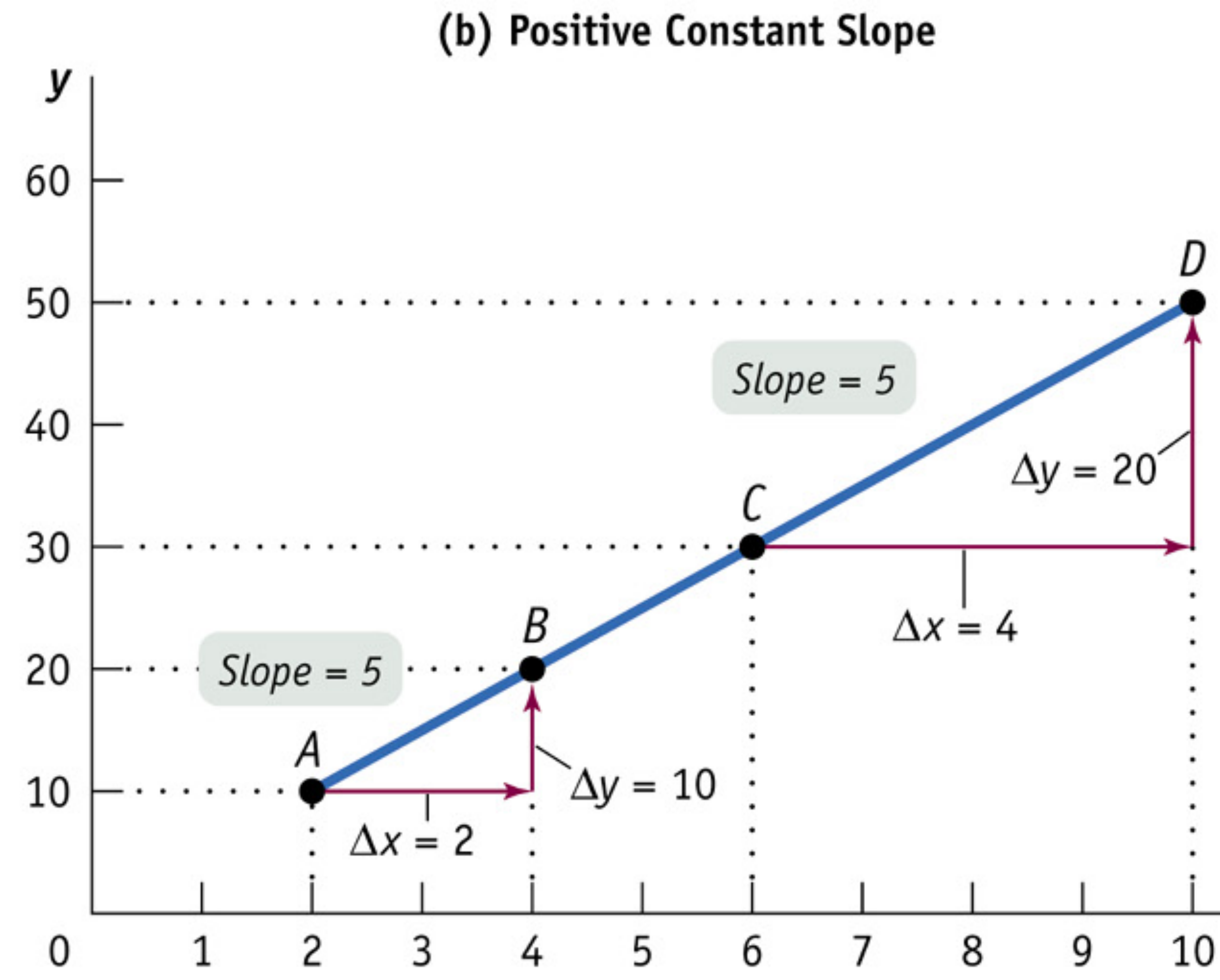
$$\frac{y\text{의 변화량}}{x\text{의 변화량}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{slope}$$

- 곡선의 가파른 정도를 나타내는 척도(measure)
- slope>0 : 양의 상관관계
- slope<0 : 음의 상관관계

Measuring Slope of Curve



Measuring Slope of Curve



수평,수직선과 기울기 Horizontal & Vertical Slope

- 수평선: slope = 0
- 수직선: slope = ∞
  - 의미: 두 변수간의 관계가 없음
  - 종속변수가 y변수일 경우: 수평
    - x의 값에 관계없이 y가 일정
  - 종속변수가 x변수일 경우: 수직

비선형곡선의 기울기 Slope of Nonlinear Curve

- 선형곡선과는 달리, 비선형곡선은 각 점에서의 기울기가 다름 → 각 점에 대한 기울기의 함수를 생각할 수 있음 → 도함수
  - 도함수(derivative): 종속변수에 대한 기울기의 함수
  - 도함수의 값은 각 점의 접선(tangent line)의 기울기와 같음

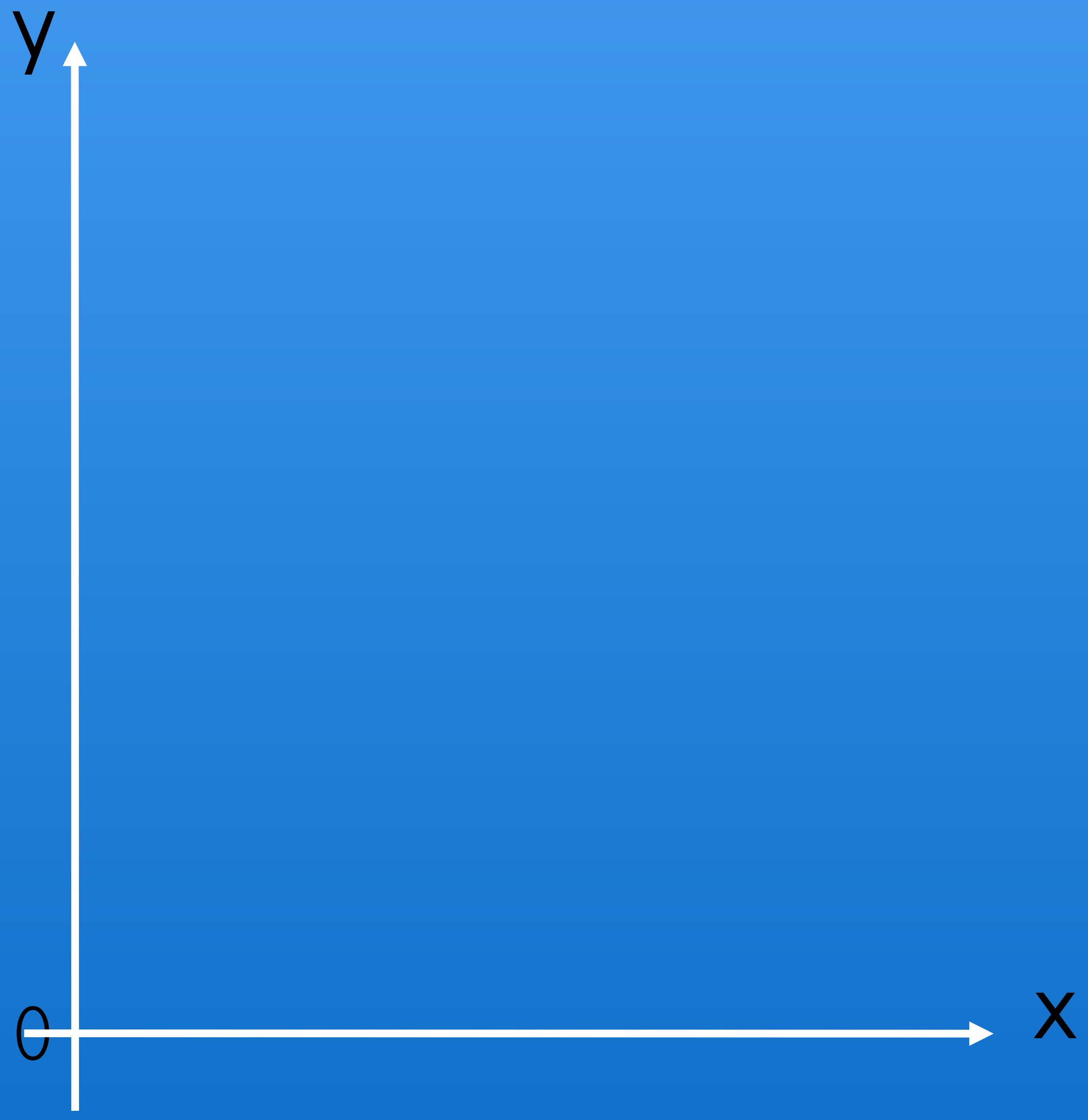
평균변화율

평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

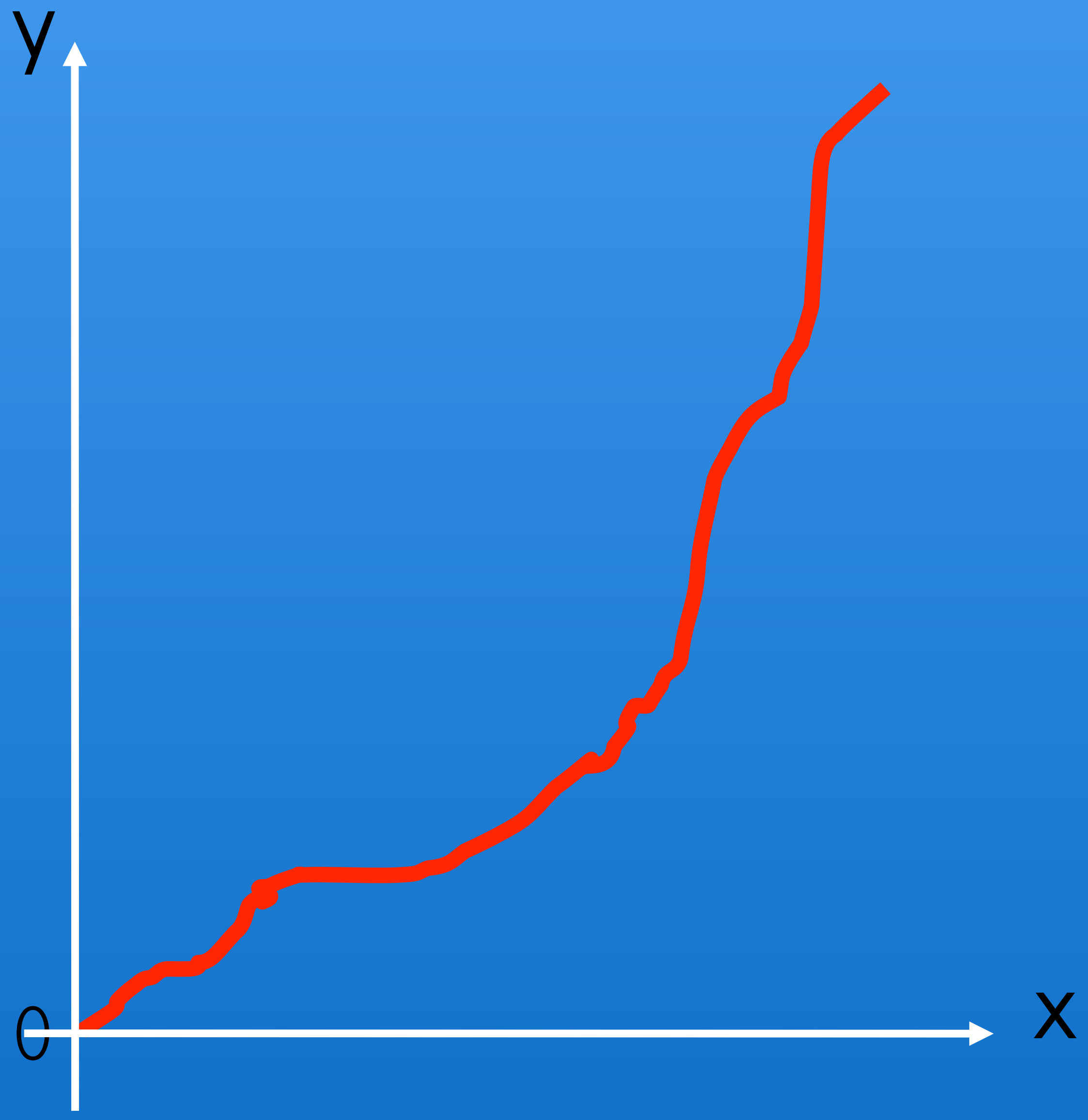
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



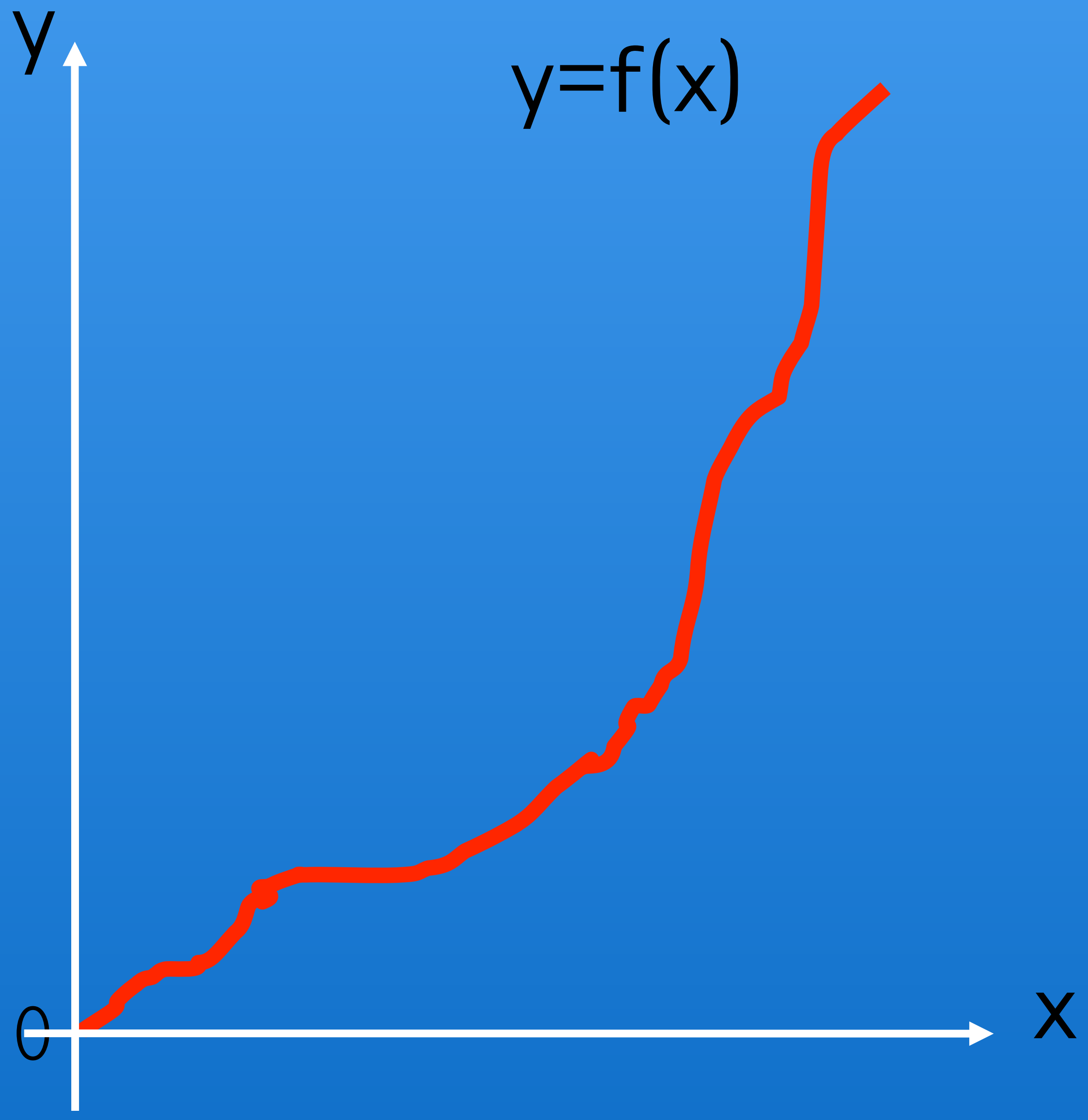
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



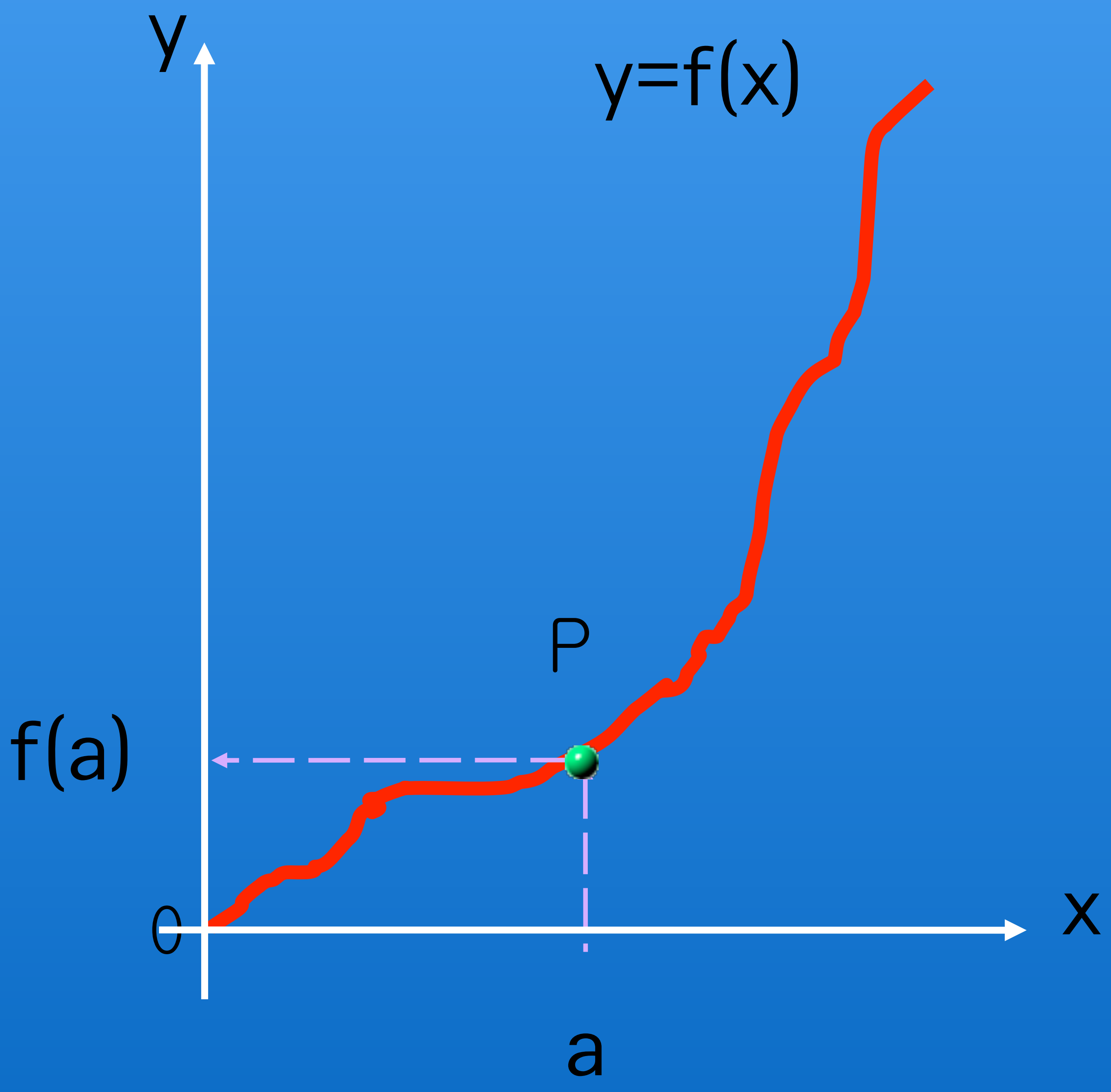
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



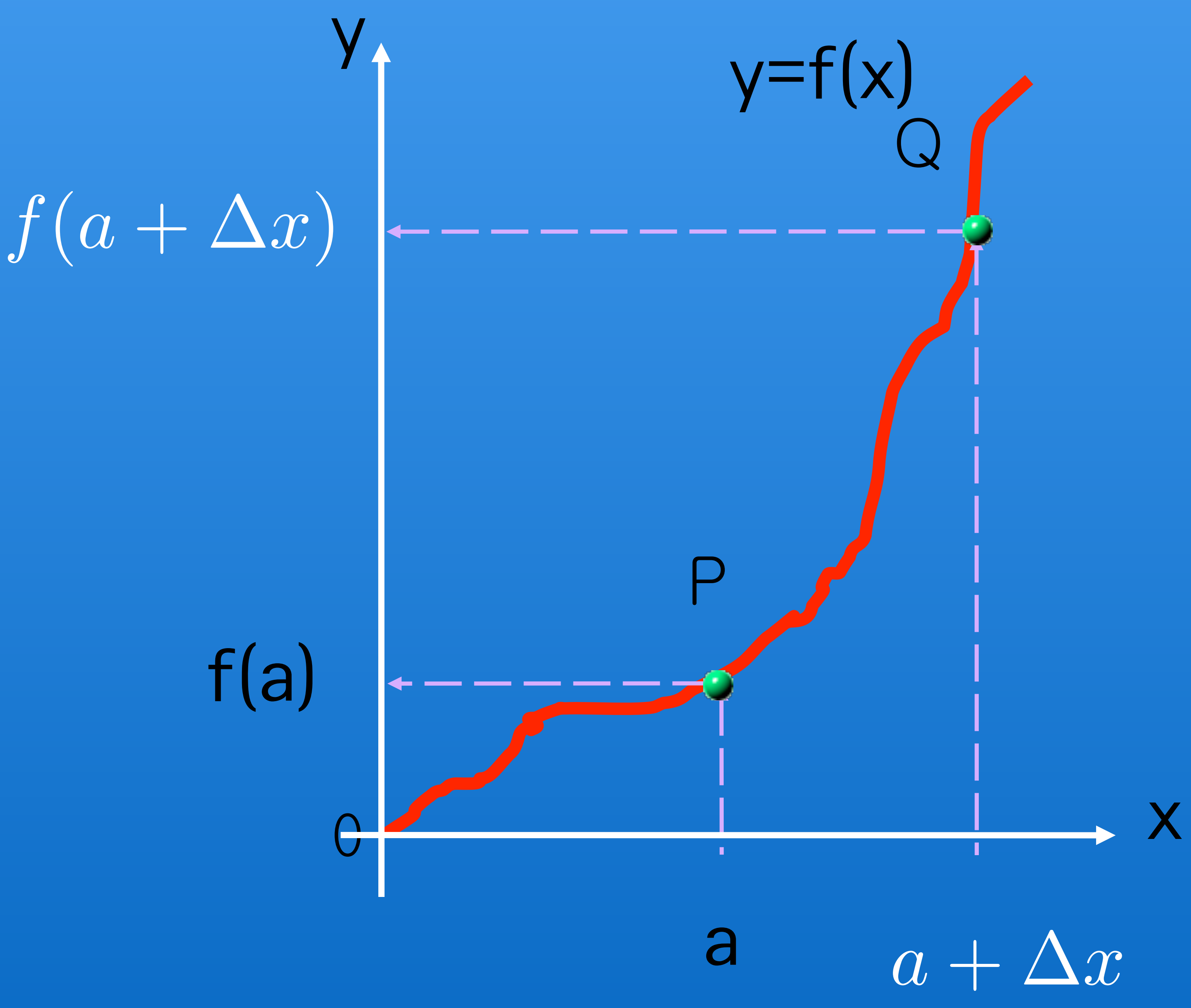
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



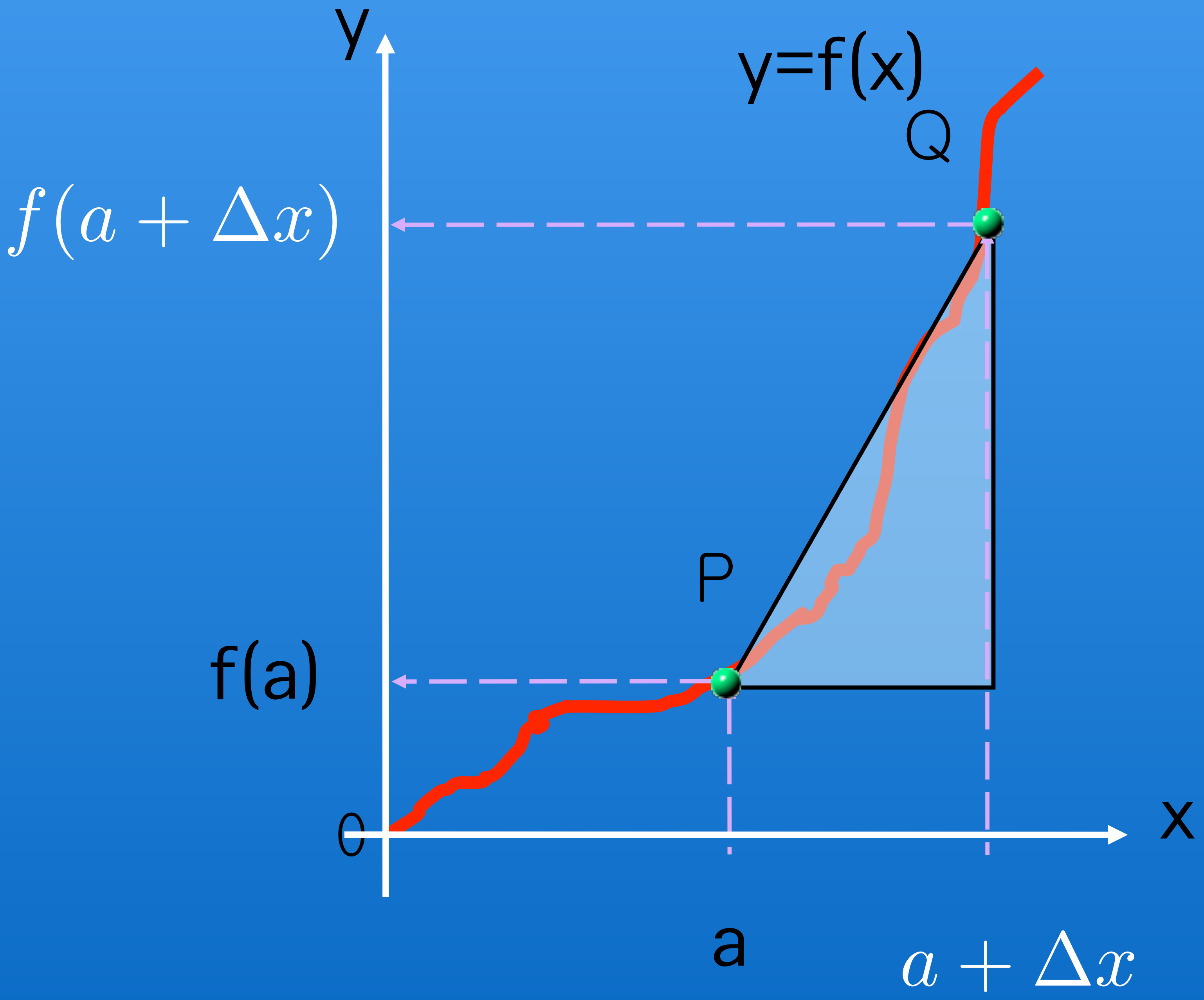
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



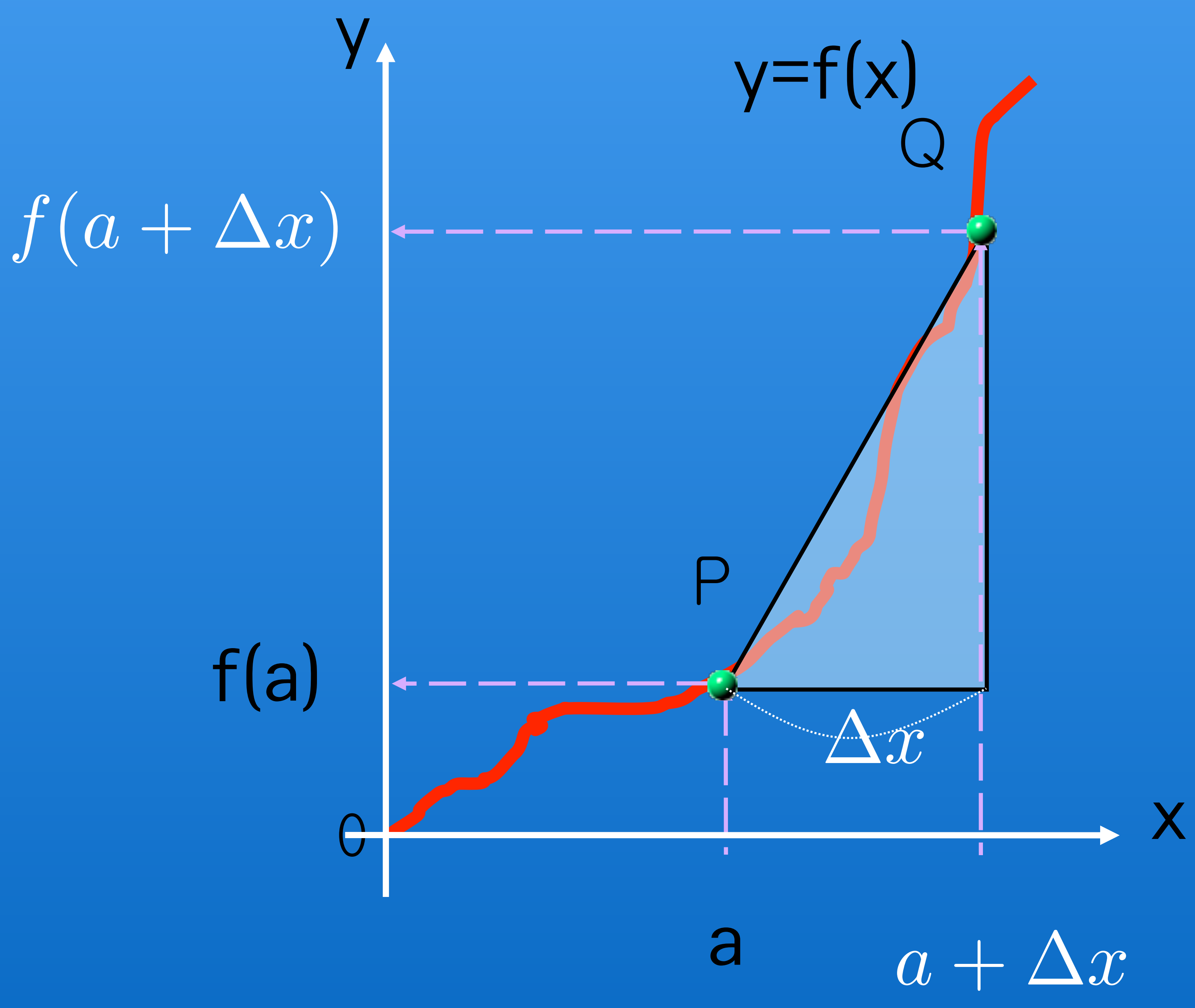
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



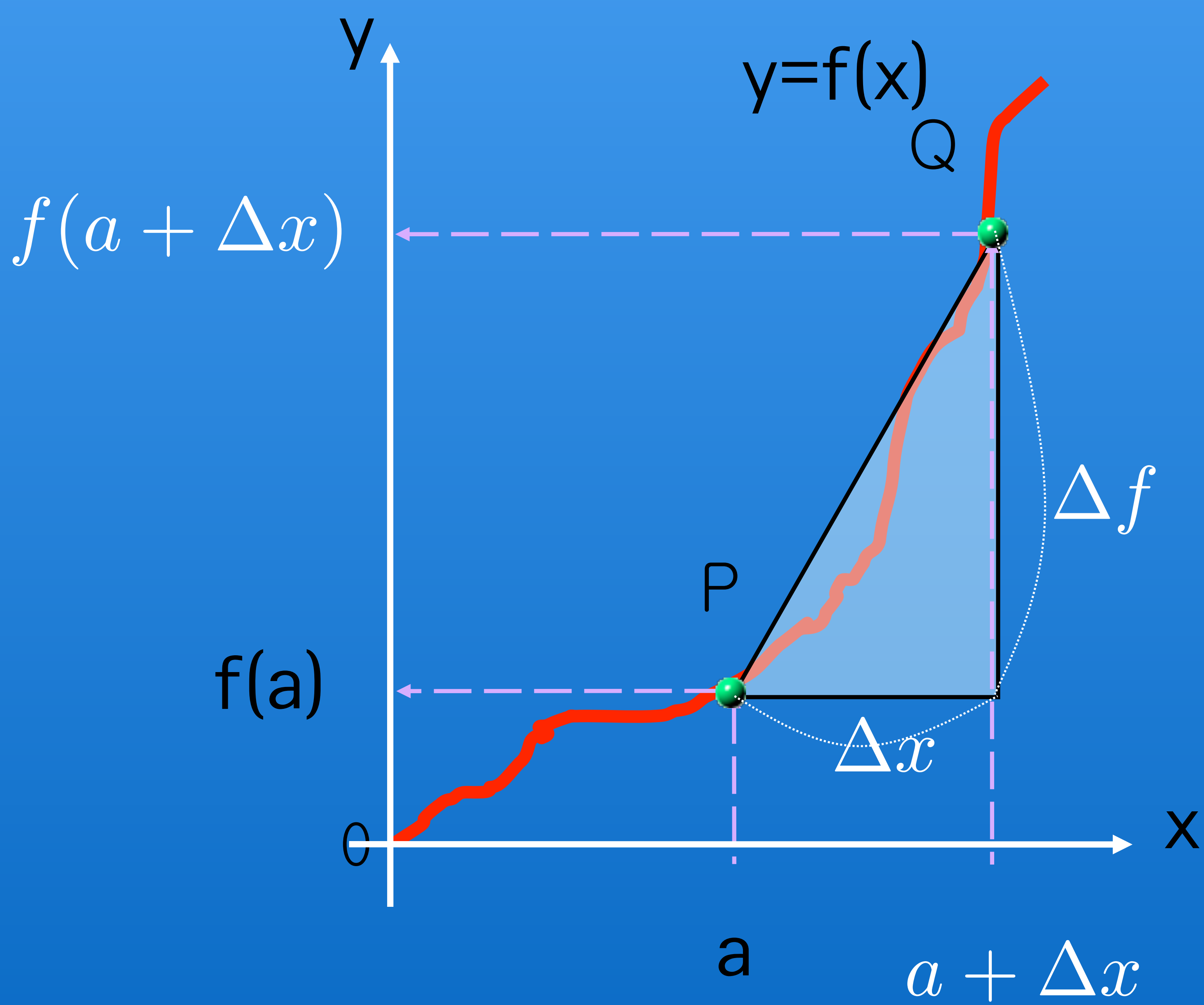
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



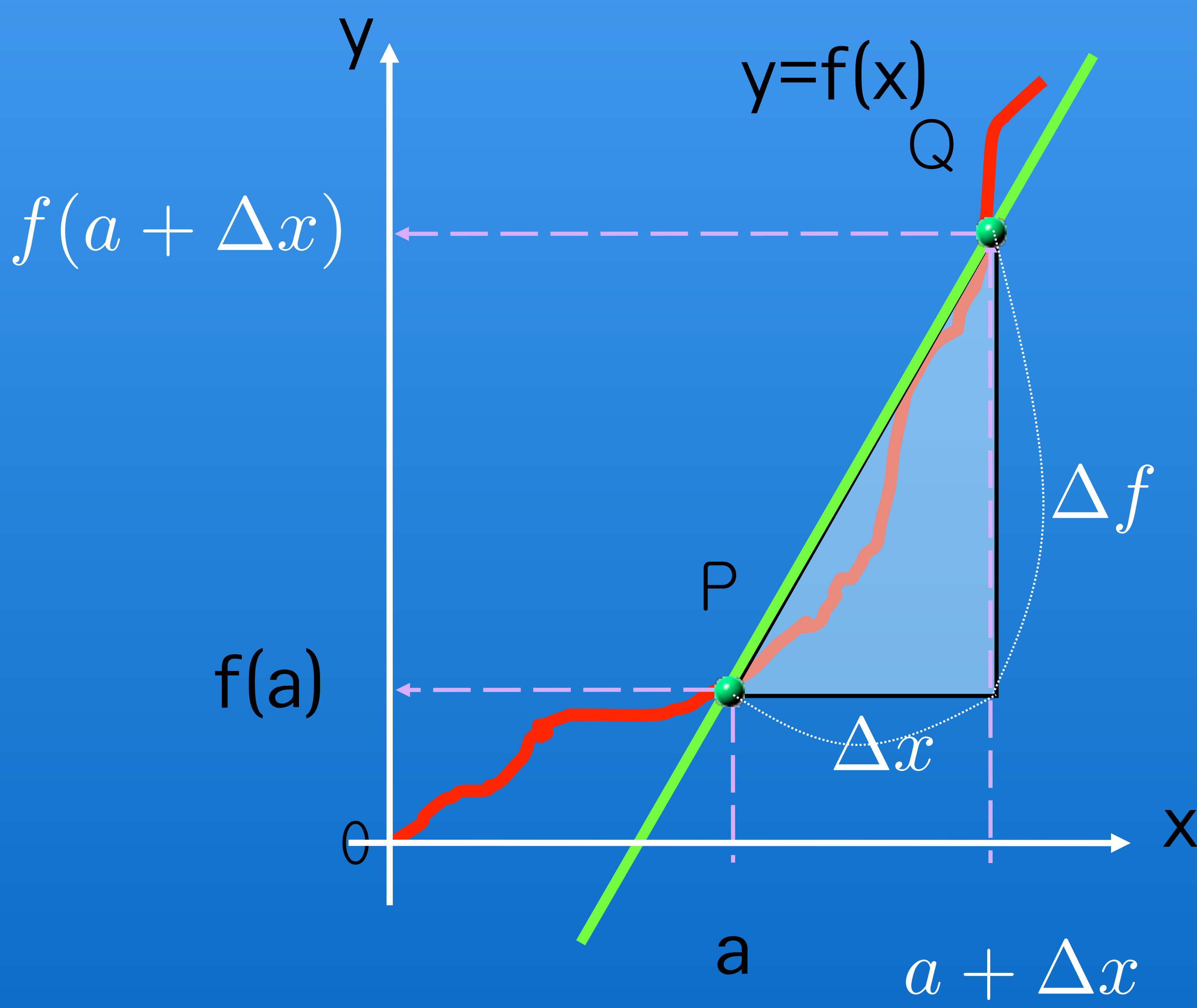
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



평균변화율

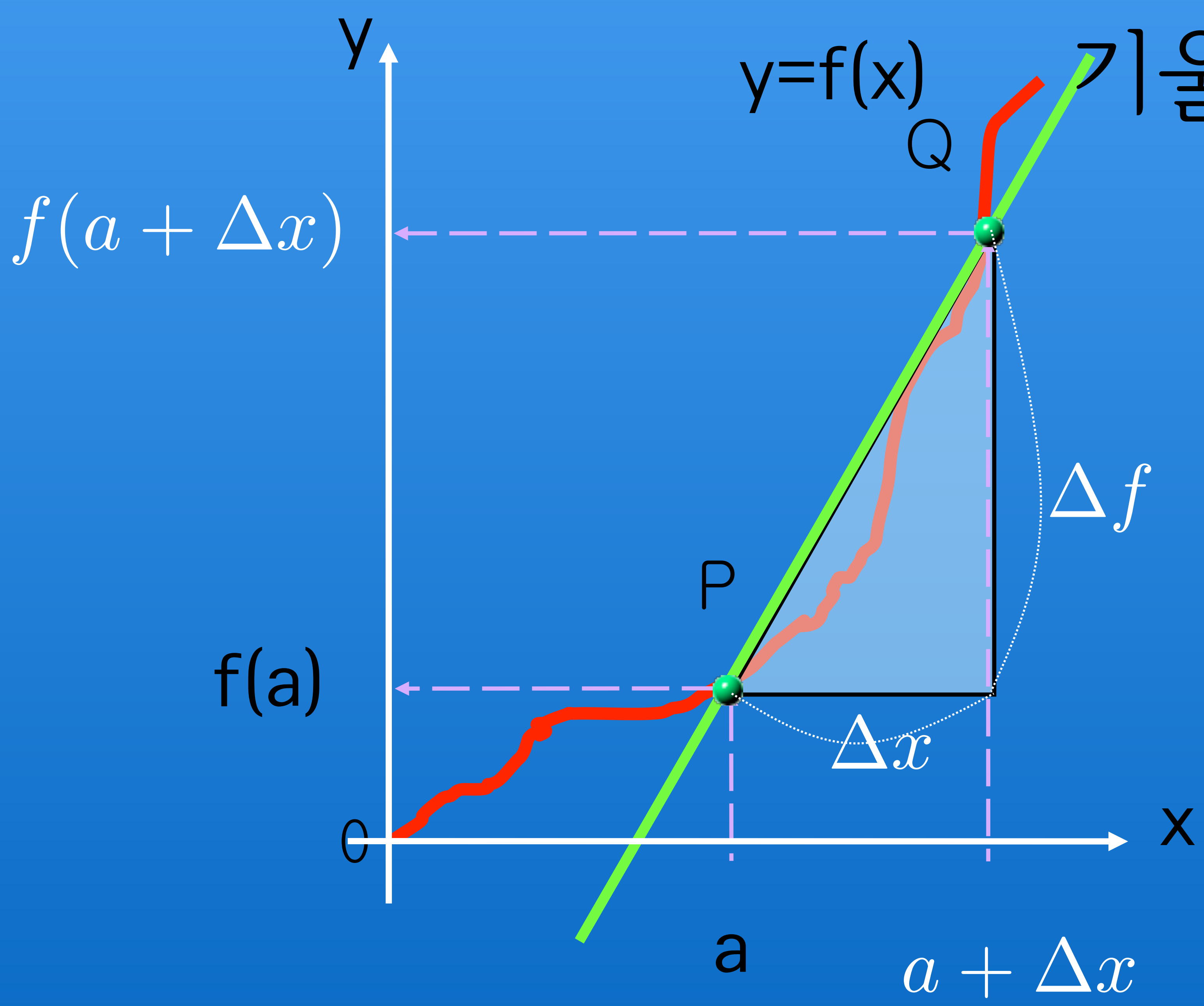
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

기울기: 평균변화율



순간변
화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

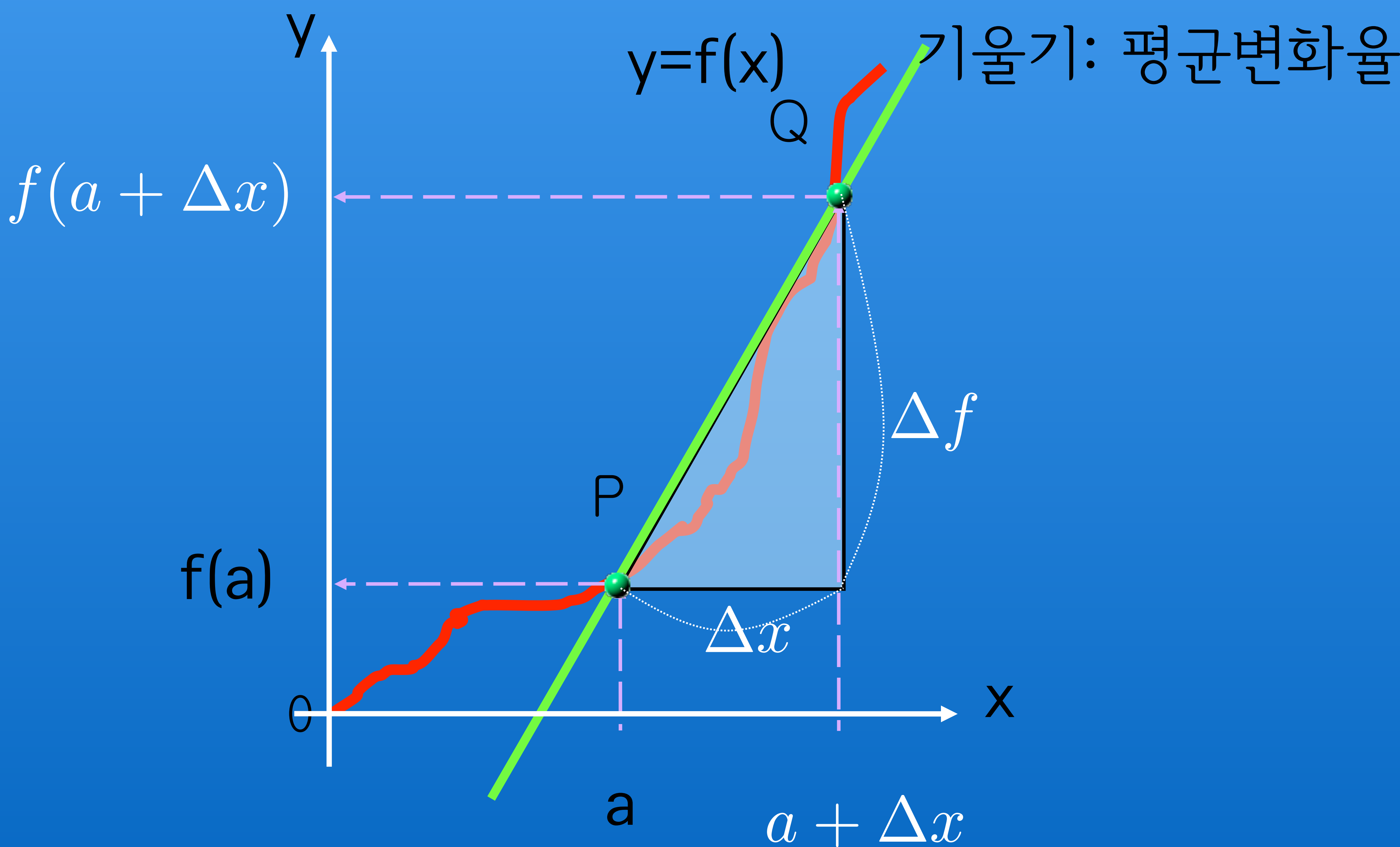
순간변
화율

$$\frac{x)}{;} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a + \Delta}{}$$

순간변
화율

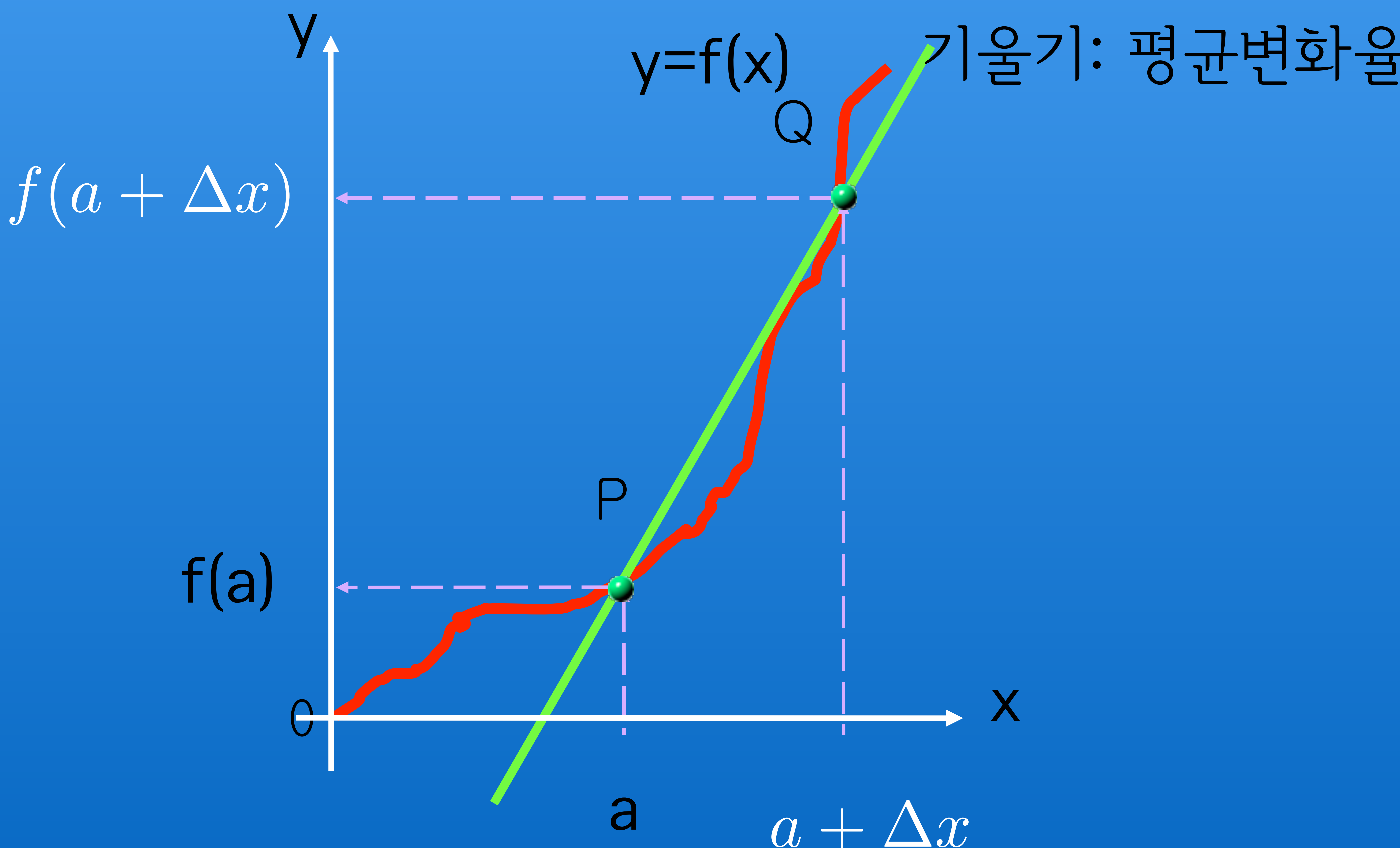
순간변화율

$$\frac{x)}{;} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta}{}$$



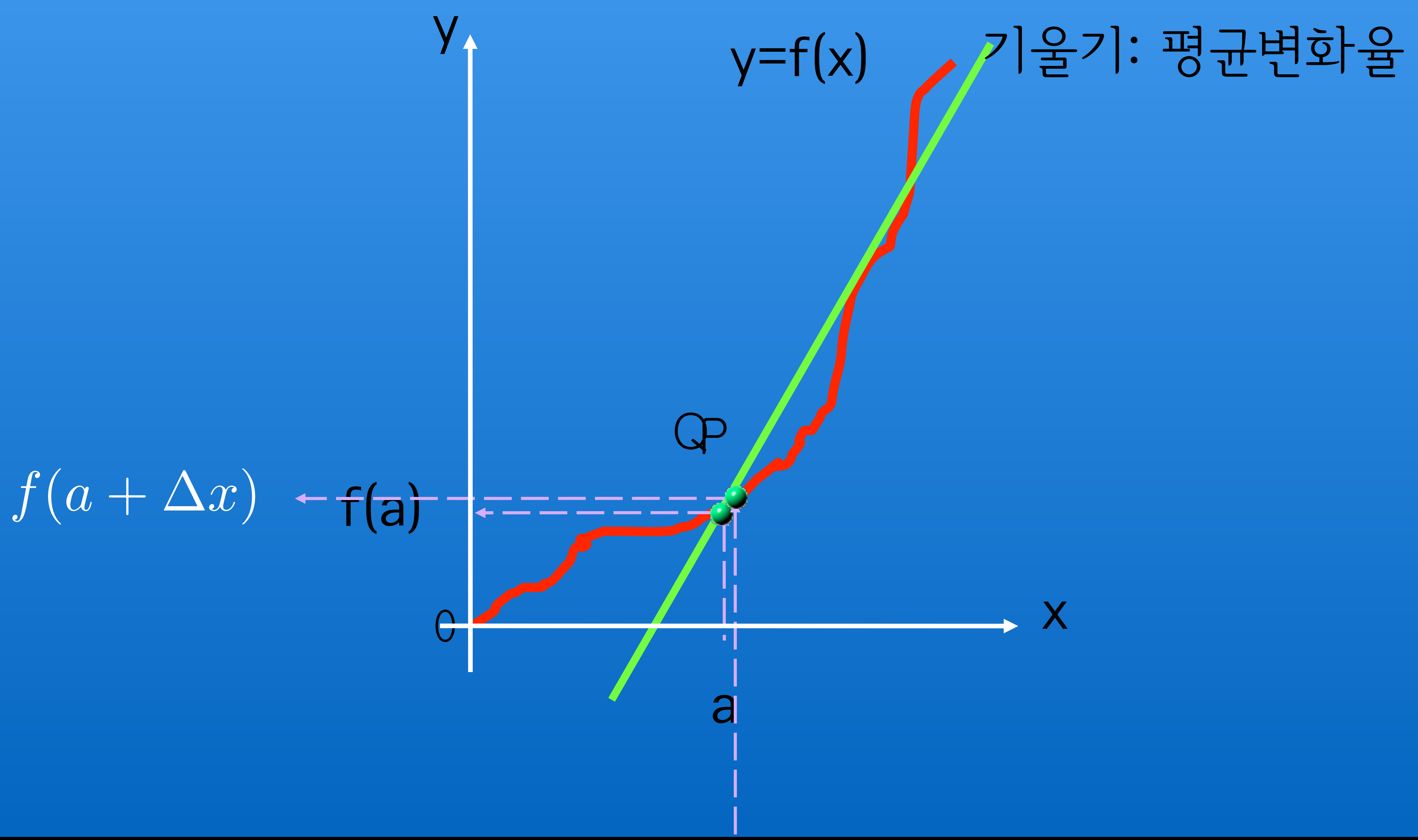
순간변화율

$$\frac{x)}{;} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+}{}$$



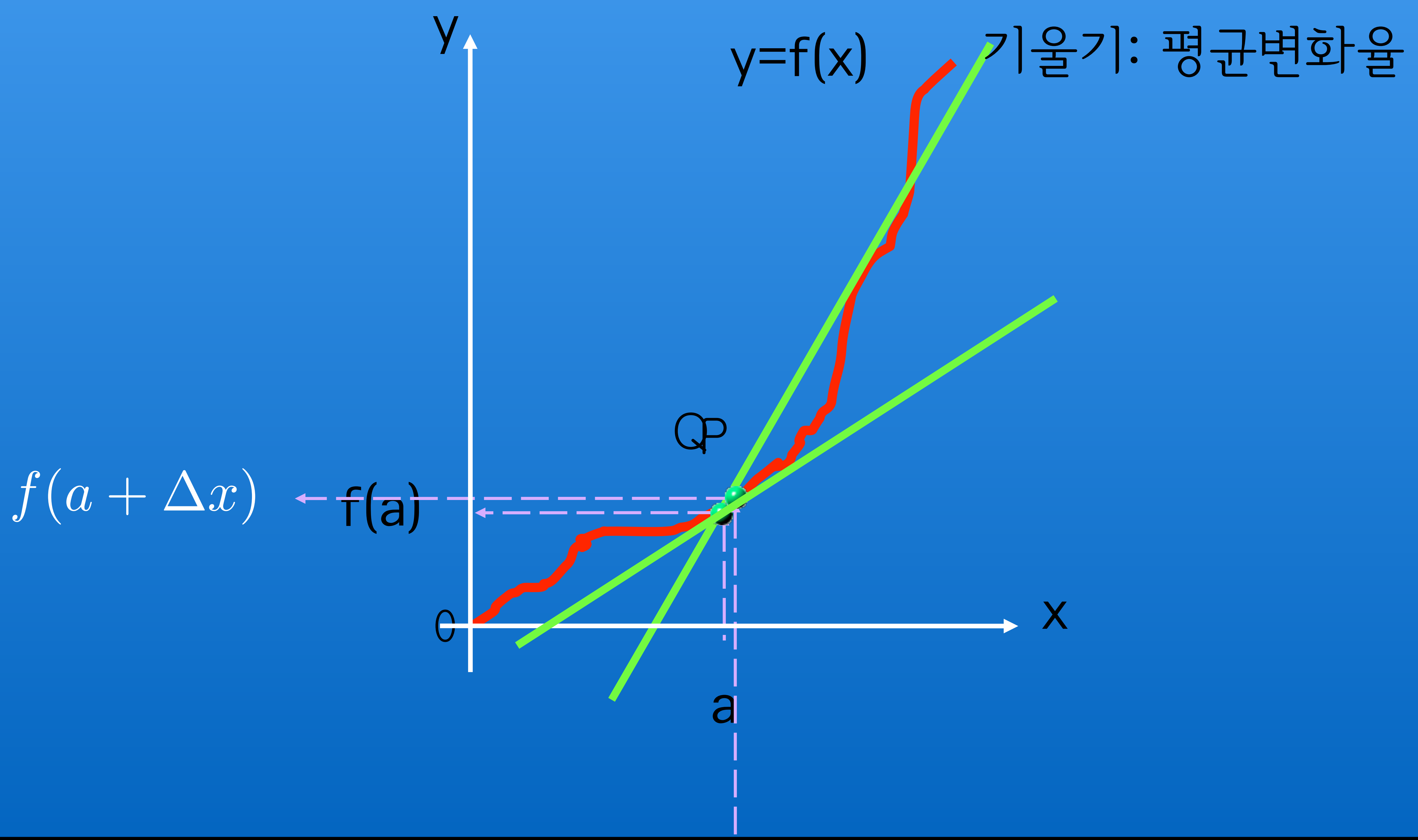
$$\frac{x)}{;} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a + \Delta}{\quad}$$

순간변화율



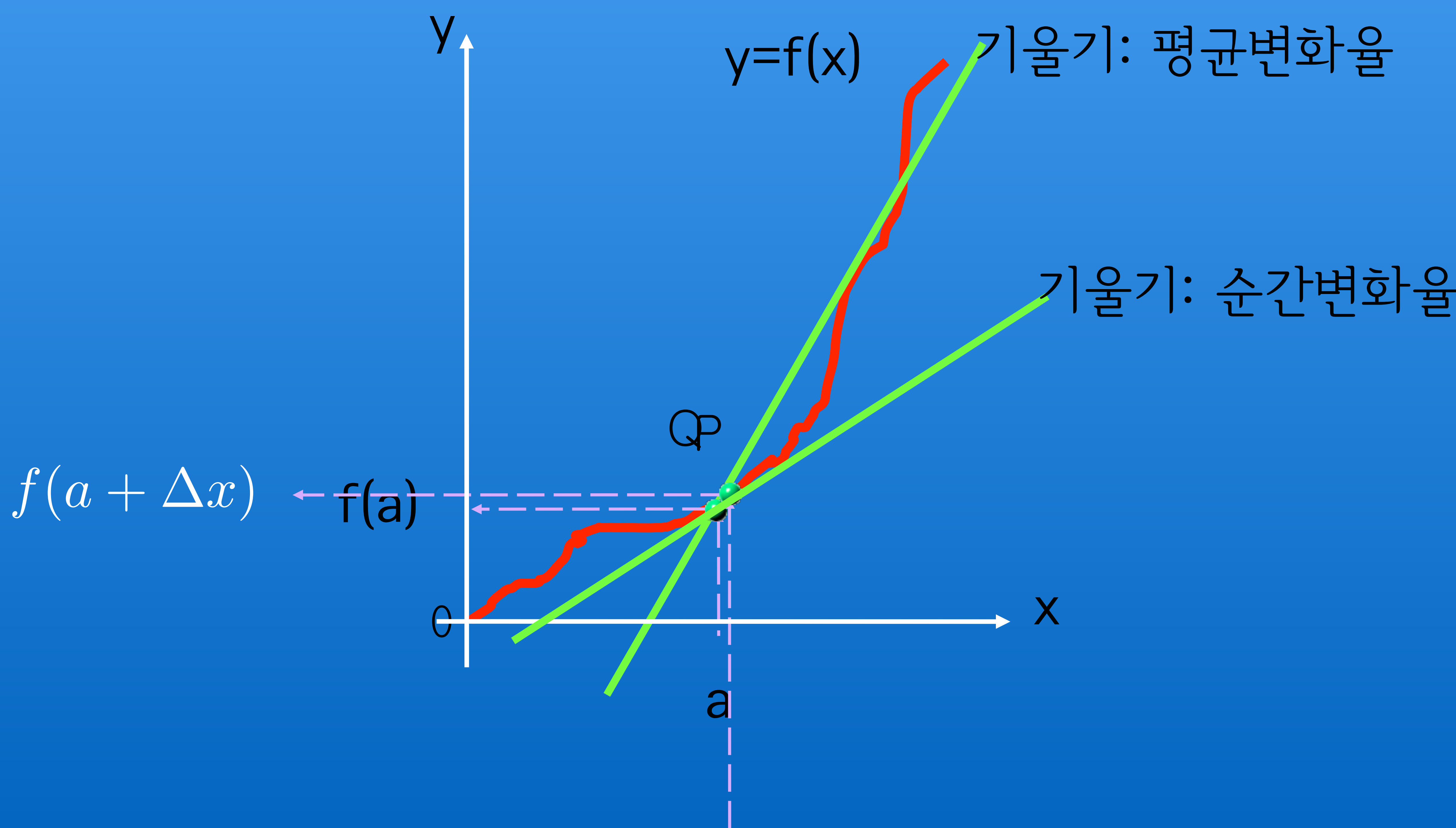
$$\frac{x)}{;} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a + \Delta}{}$$

순간변화율



순간변화율

$$\frac{x)}{;} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a + \Delta}{}$$



도함수

순간변화율에서 상수 a 대신 변수 x를 대입한 것

도함수

도함수

도함수

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a}{\Delta x}$$

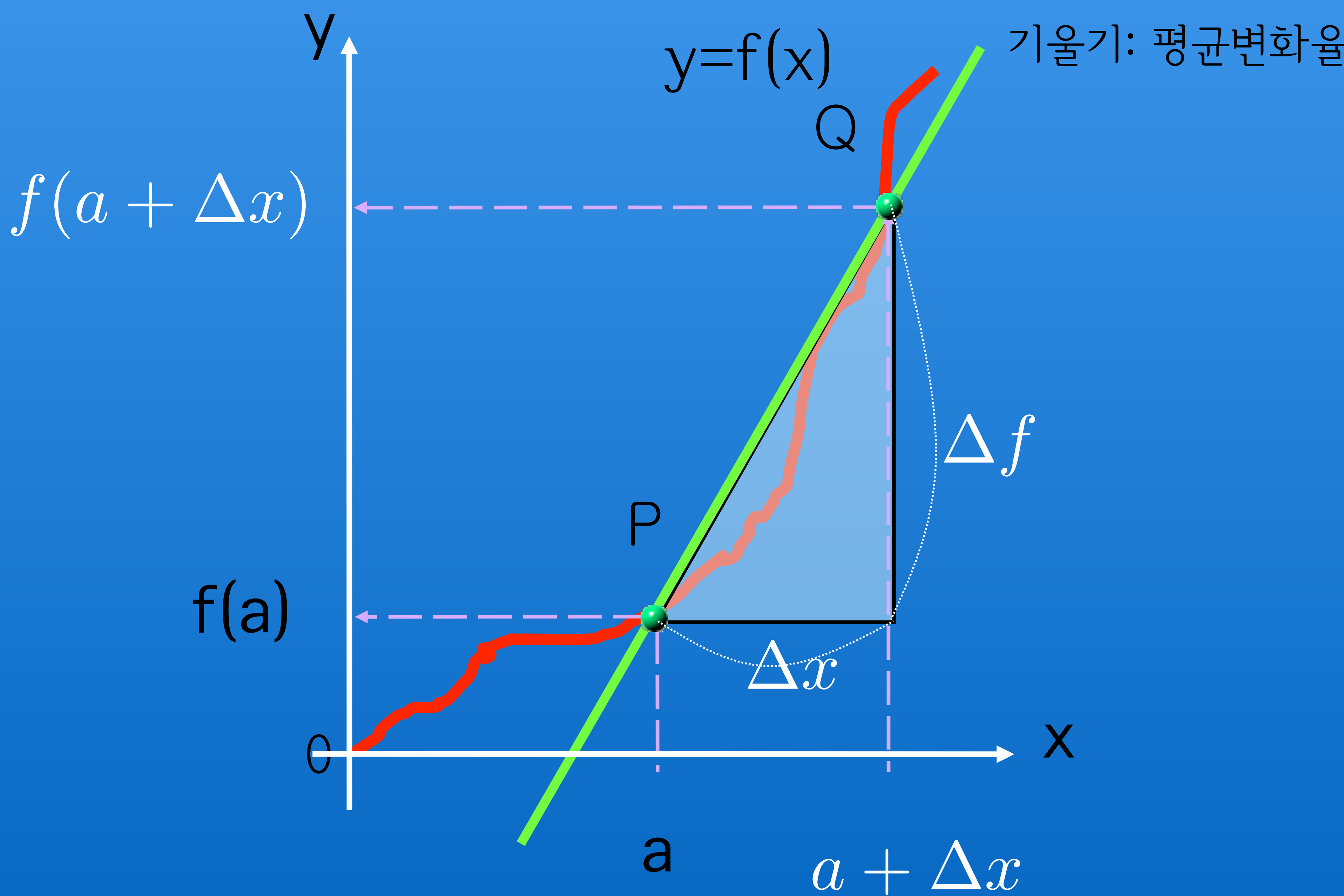
도함수

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

도함수

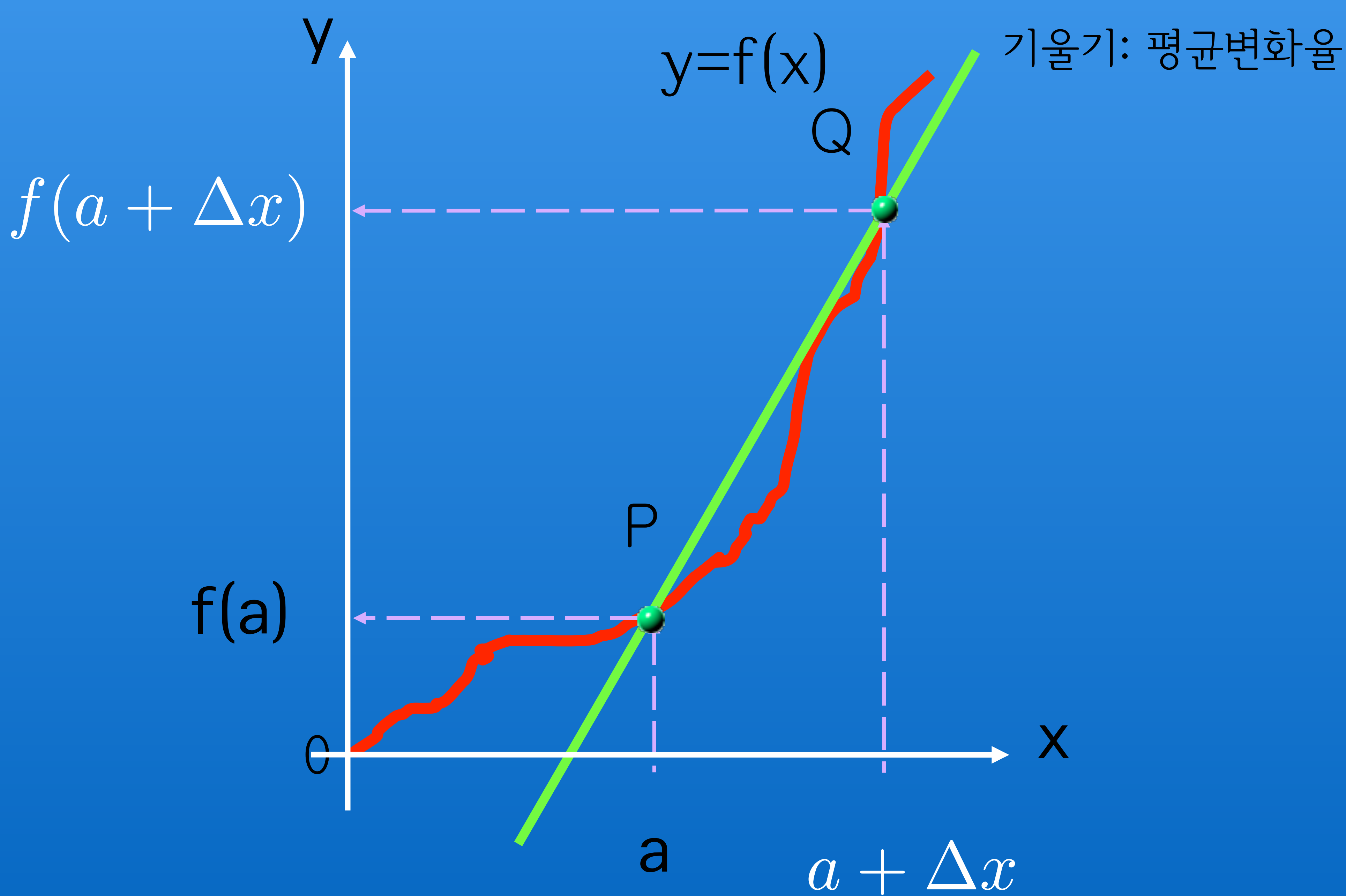
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

도함수



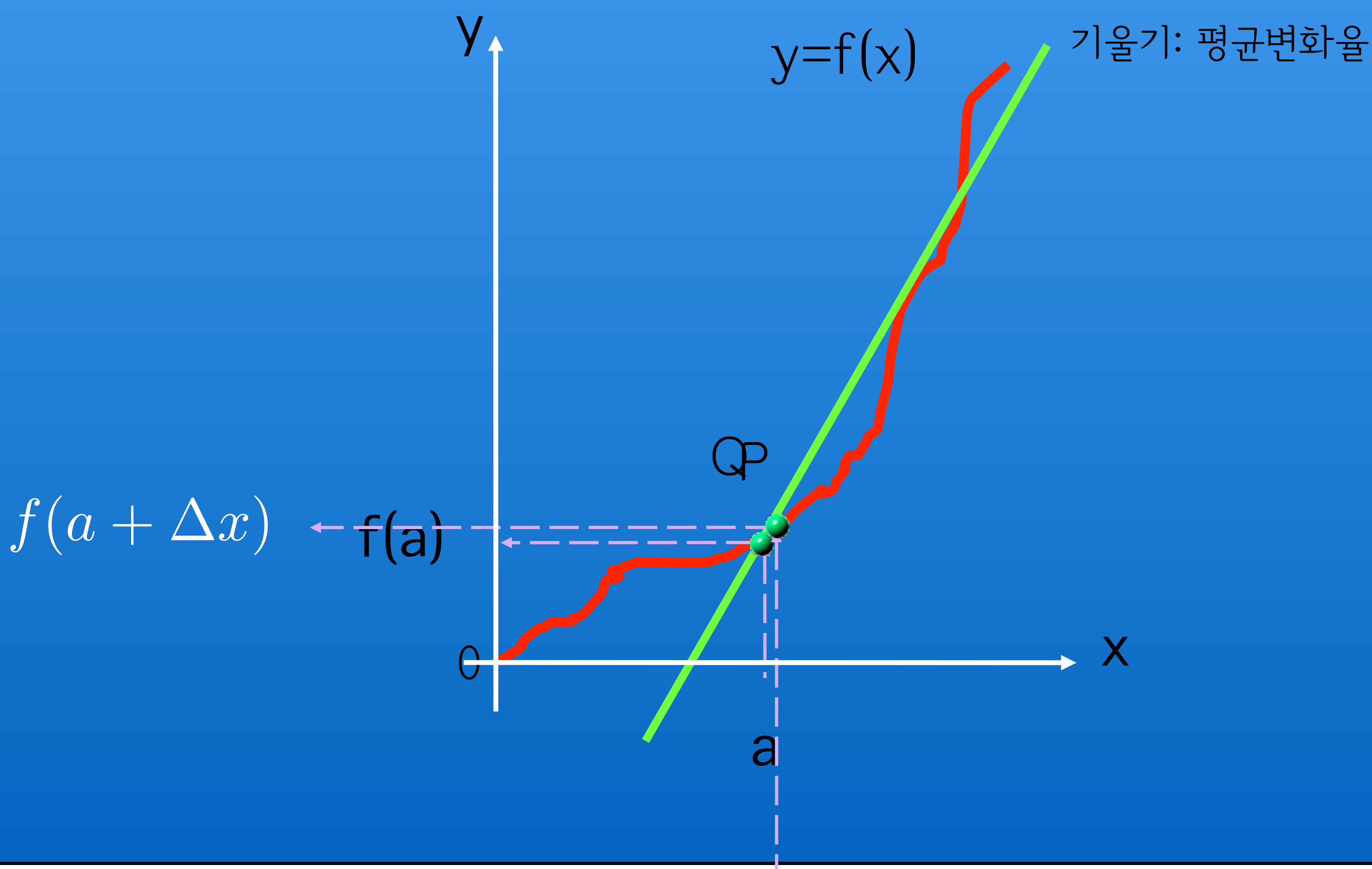
도함수

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



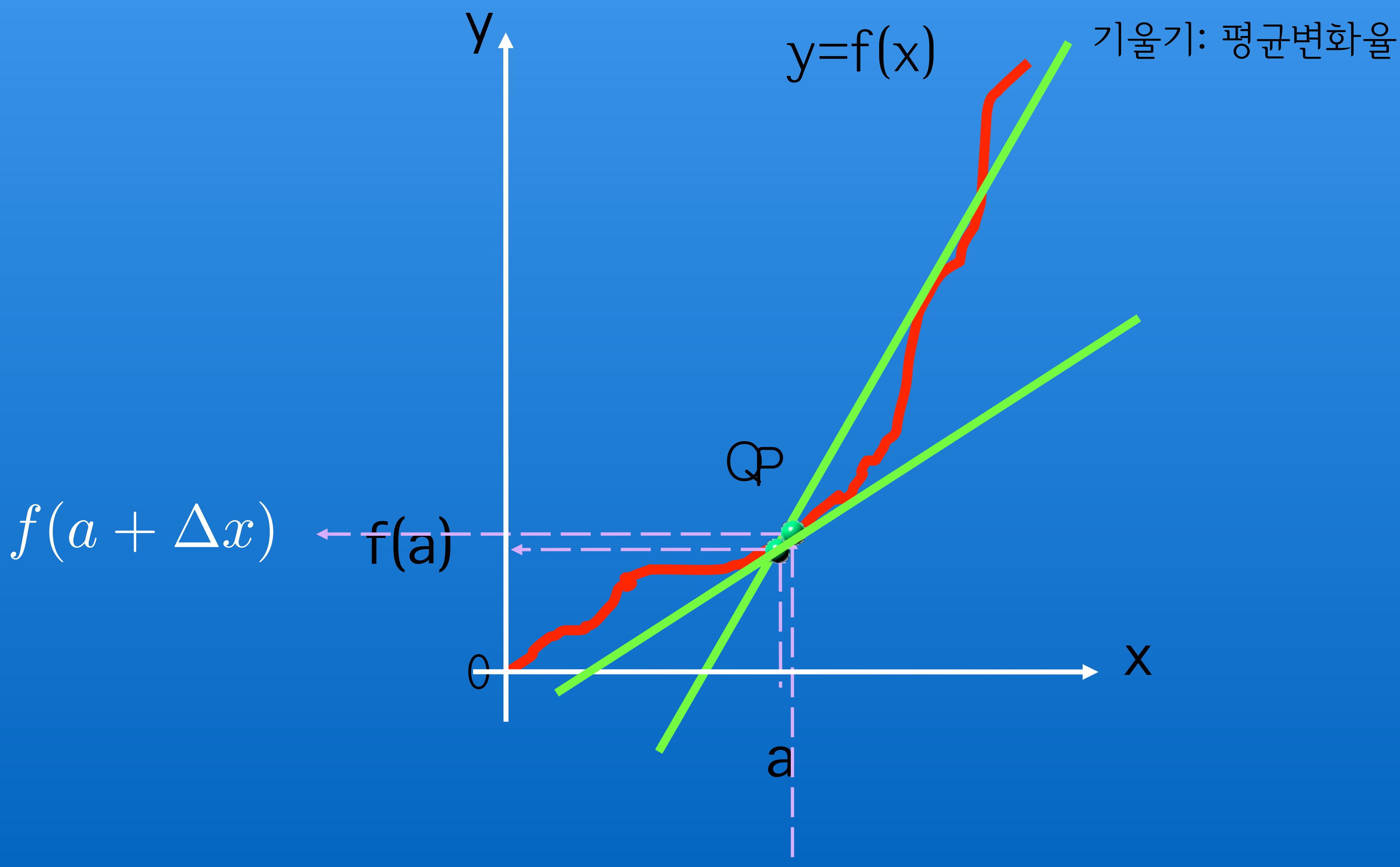
도함수

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



도함수

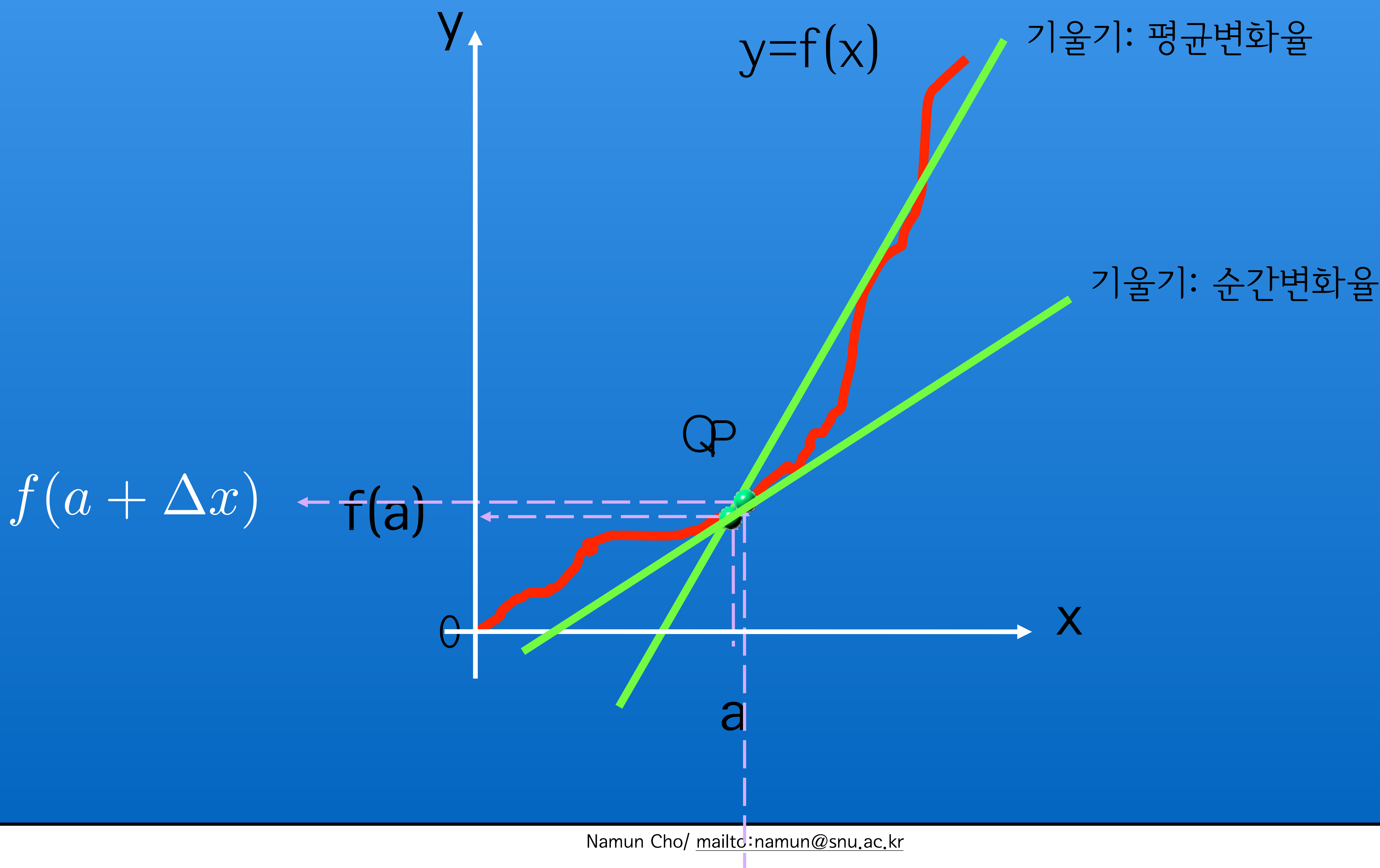
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

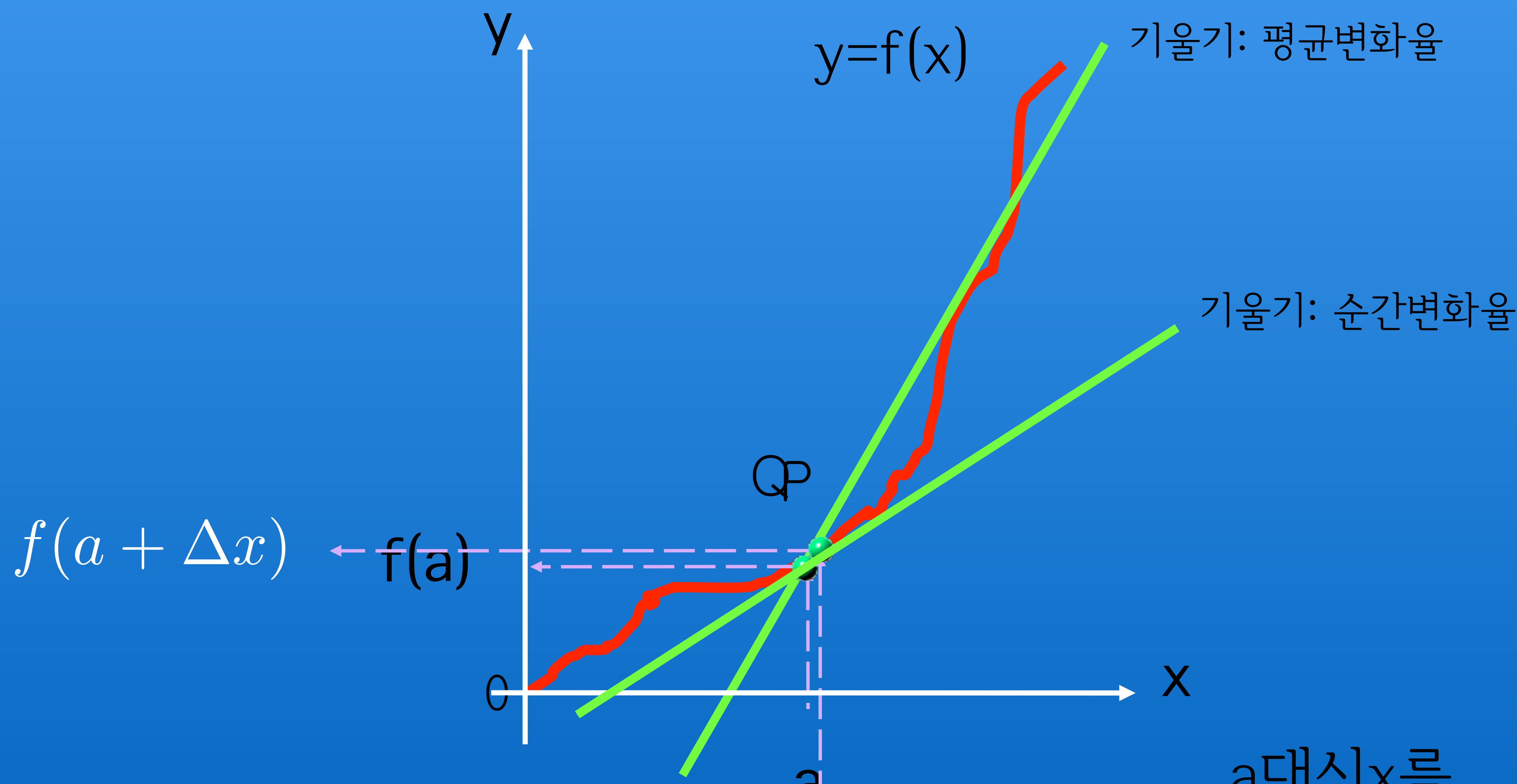
도함수

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



도함수

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



a대신x를..

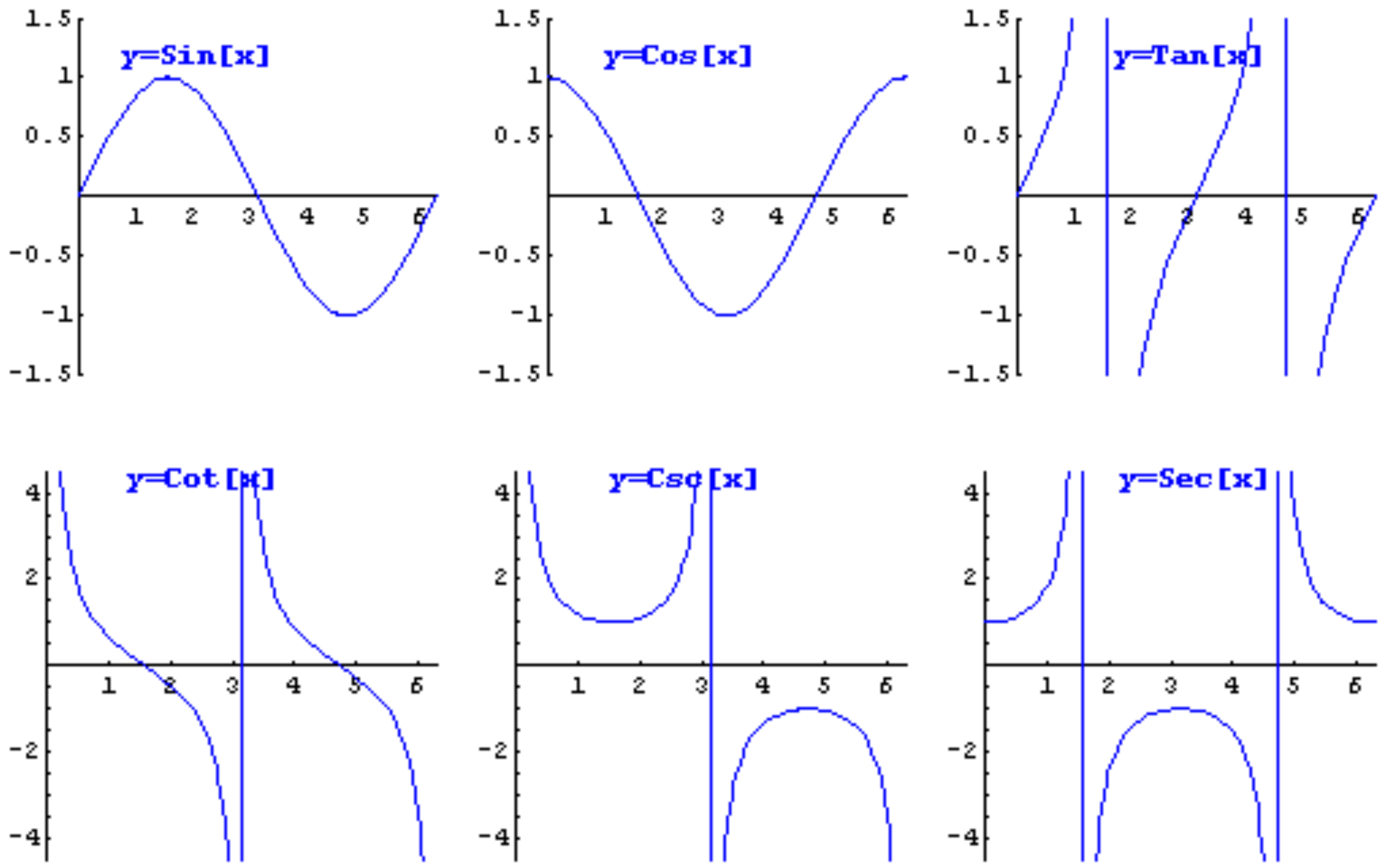
함수의 미분이란?

- 함수로부터 도함수(순간 기울기의 함수)를 도출하는 수학적 방법

극대, 극소란?

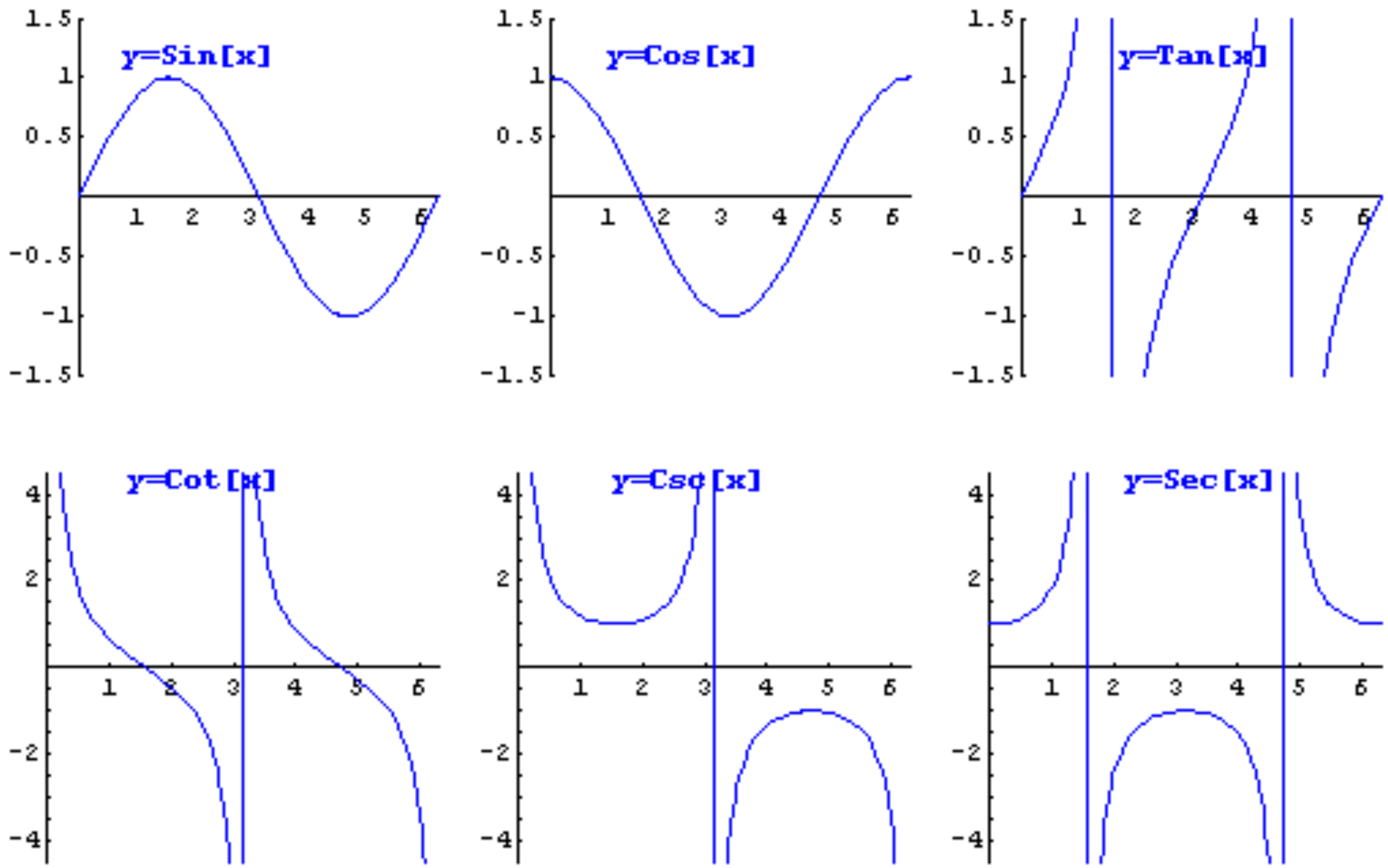
- 연속인 함수의 기울기가 양에서 음으로 변할때 변하는 경계점을 극대,
- 음에서 양으로 변할 때 변하는 경계점을 극소라고 함

극대, 극소



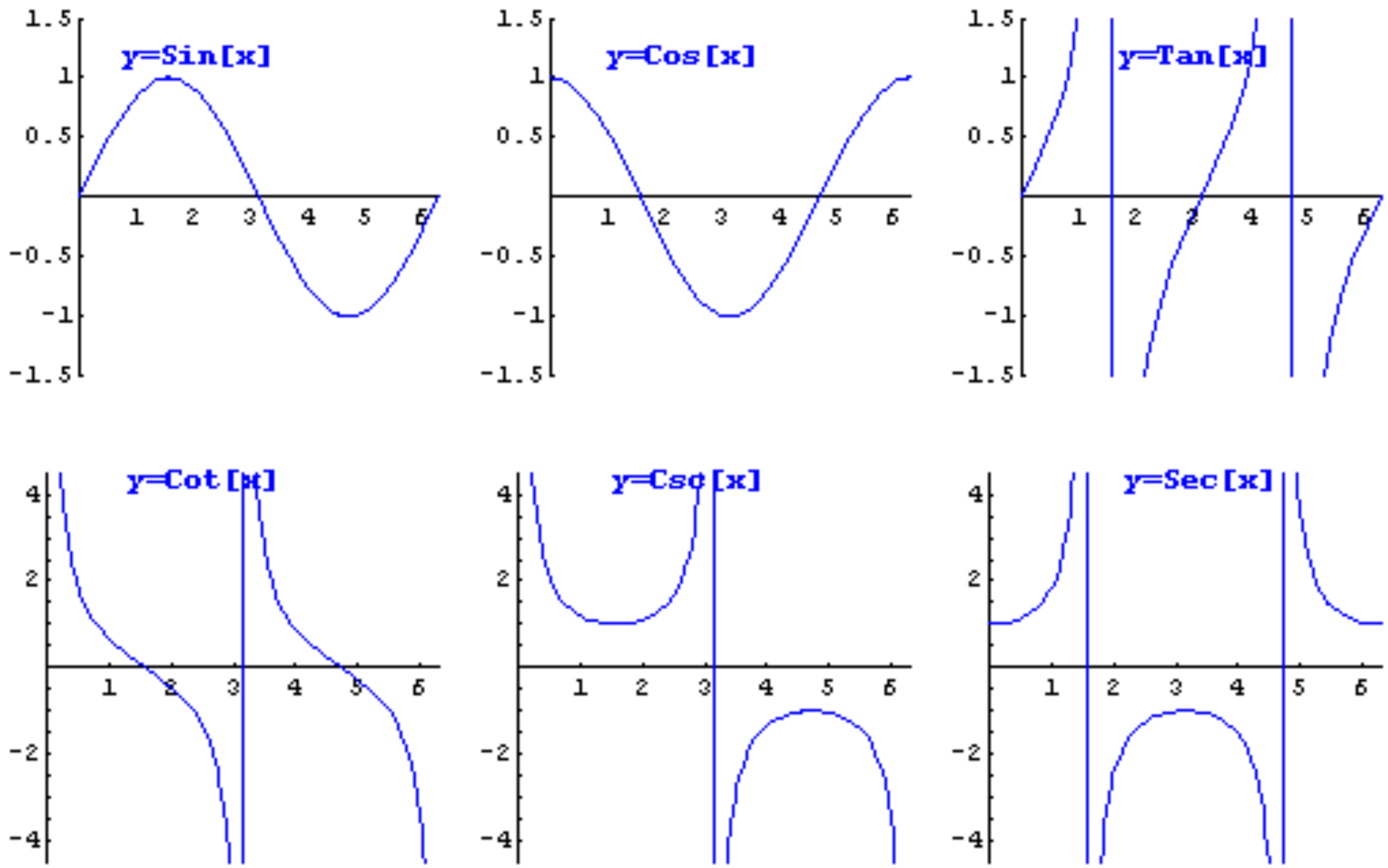
극대, 극소

극대



극대, 극소

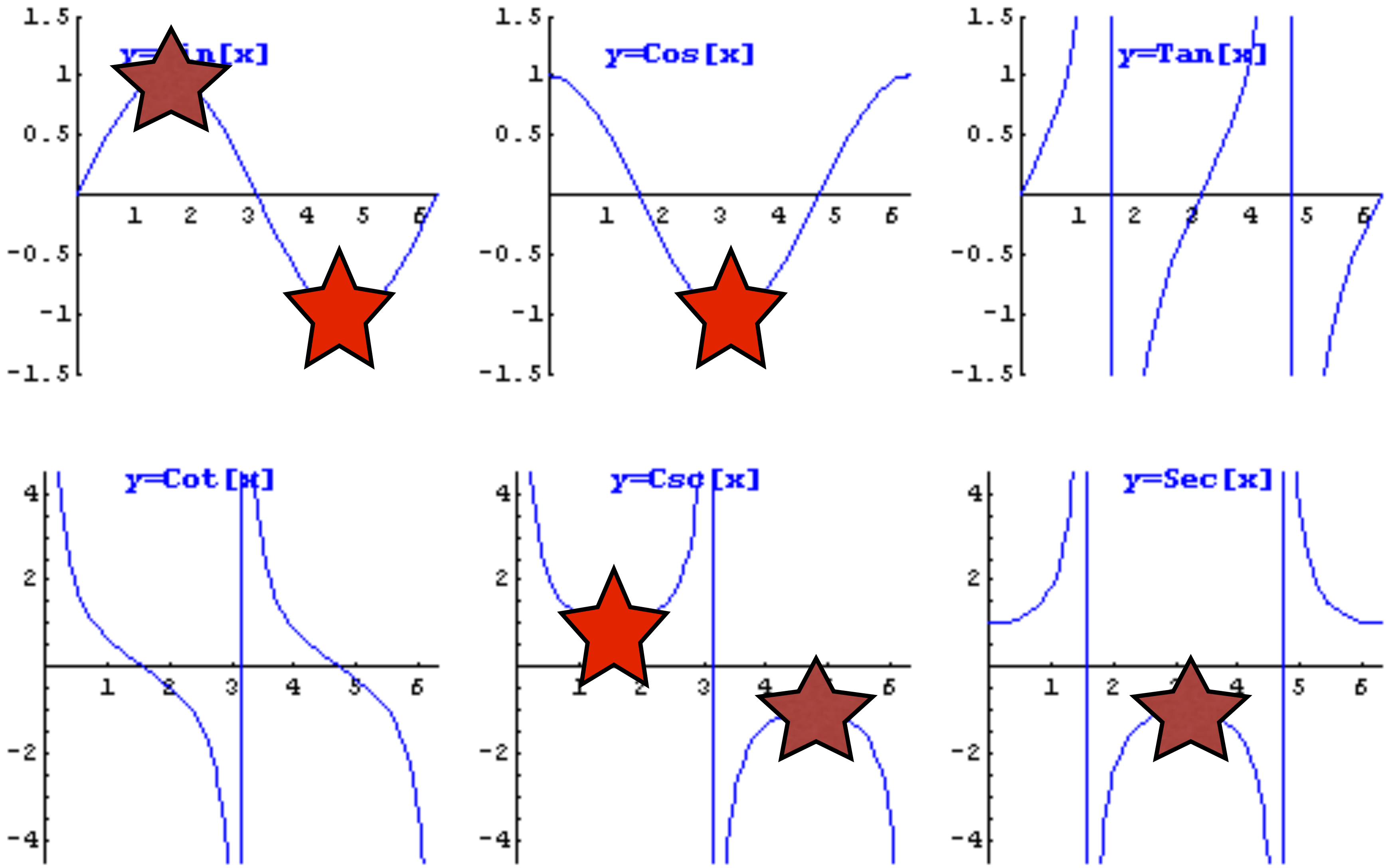
극대



극소

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

극대, 극소

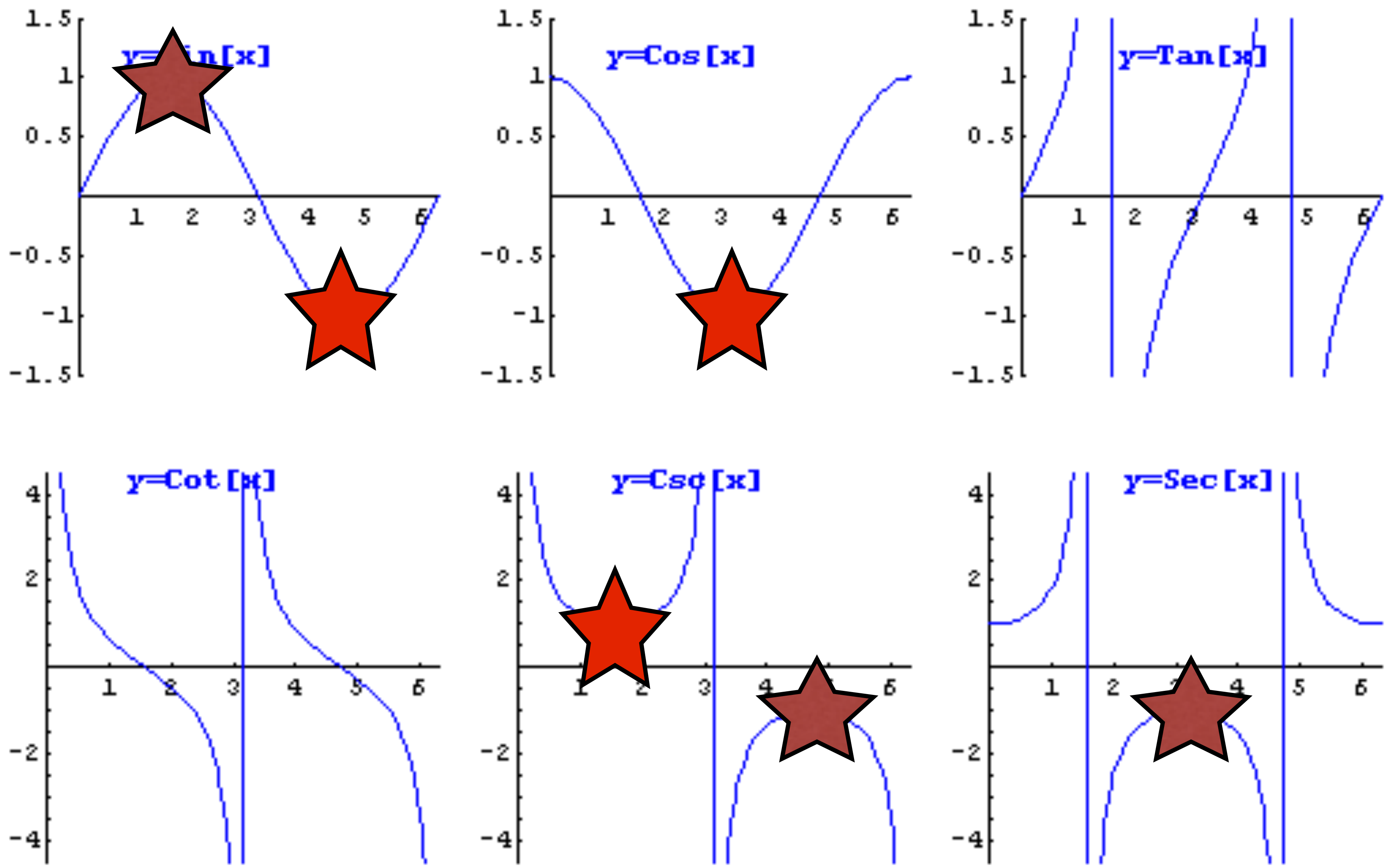


극대

극소

극대, 극소

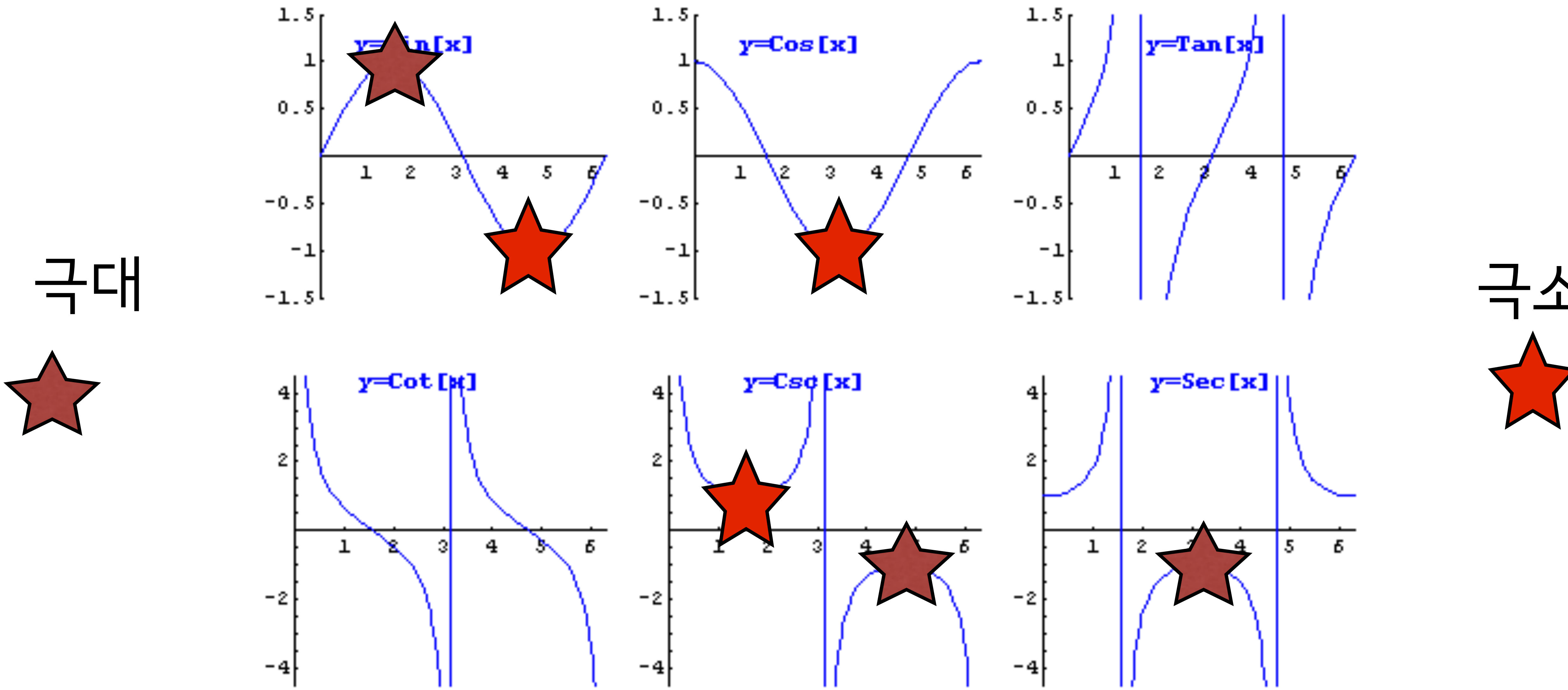
극대



극소

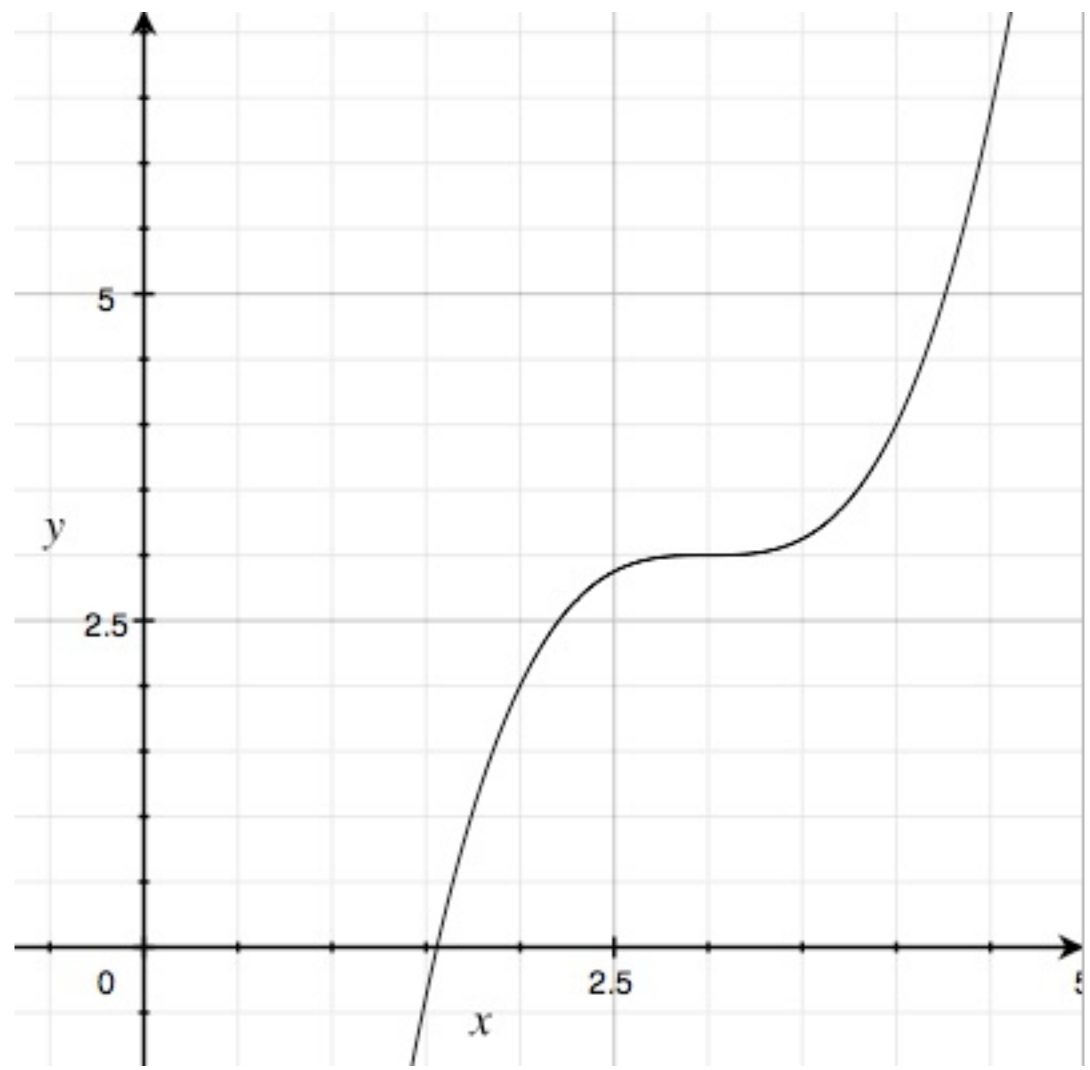
극대, 극소에서의 순간기울기 = 0

극대, 극소

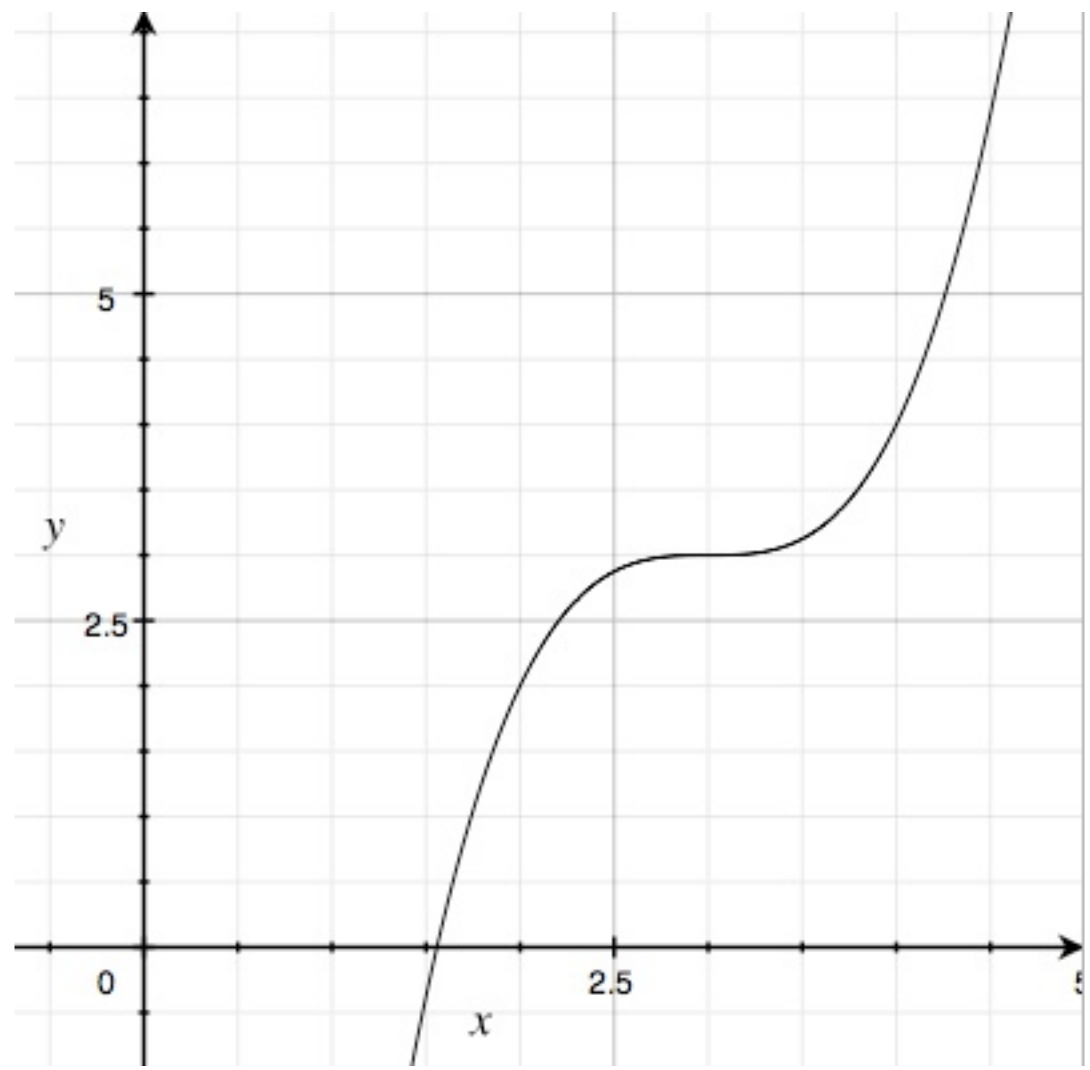


극대, 극소에서의 순간기울기 = 0
주의: 기울기가 0이라고 극대/극소는 아님

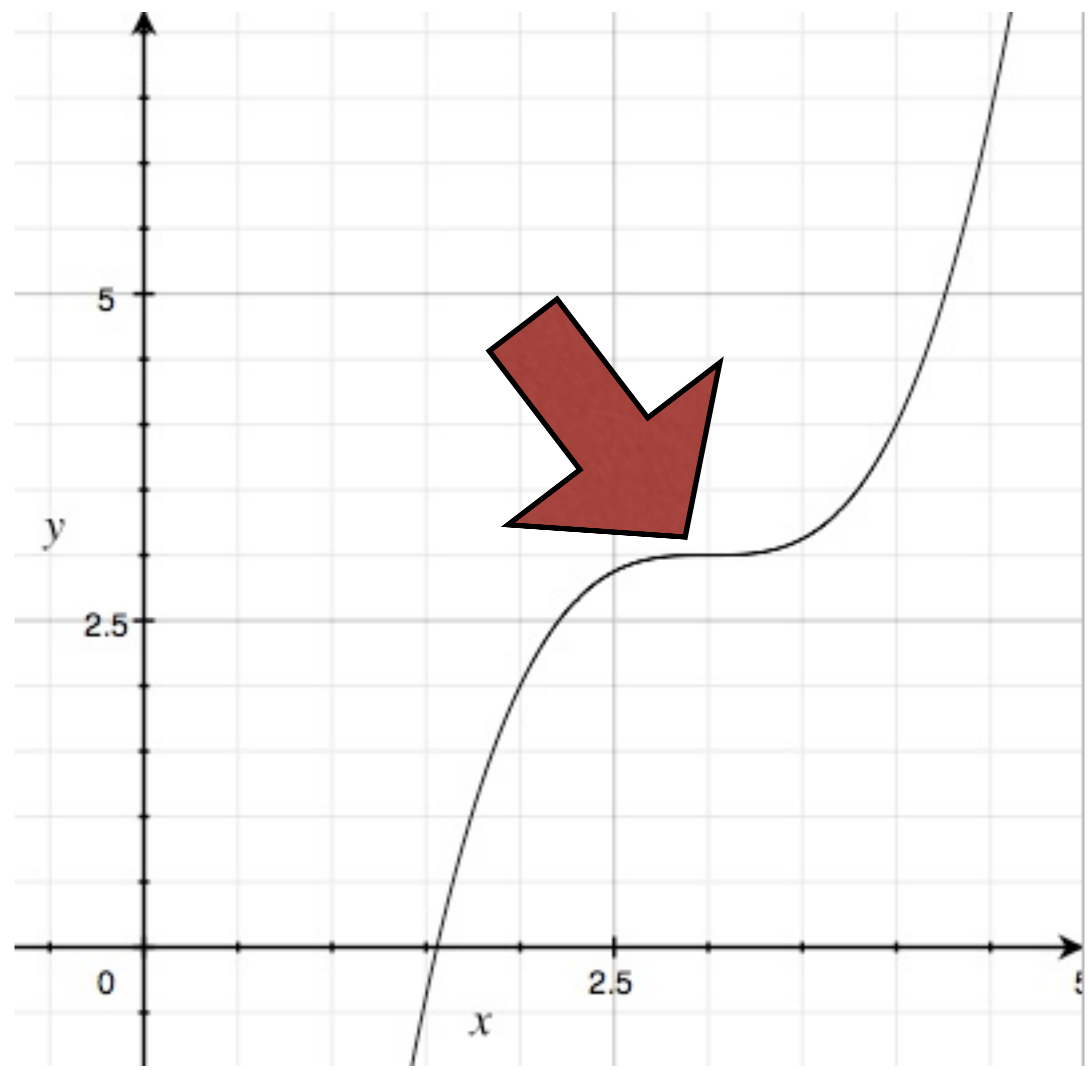
기울기는 0이지만 극대/극소는 아닌 경우



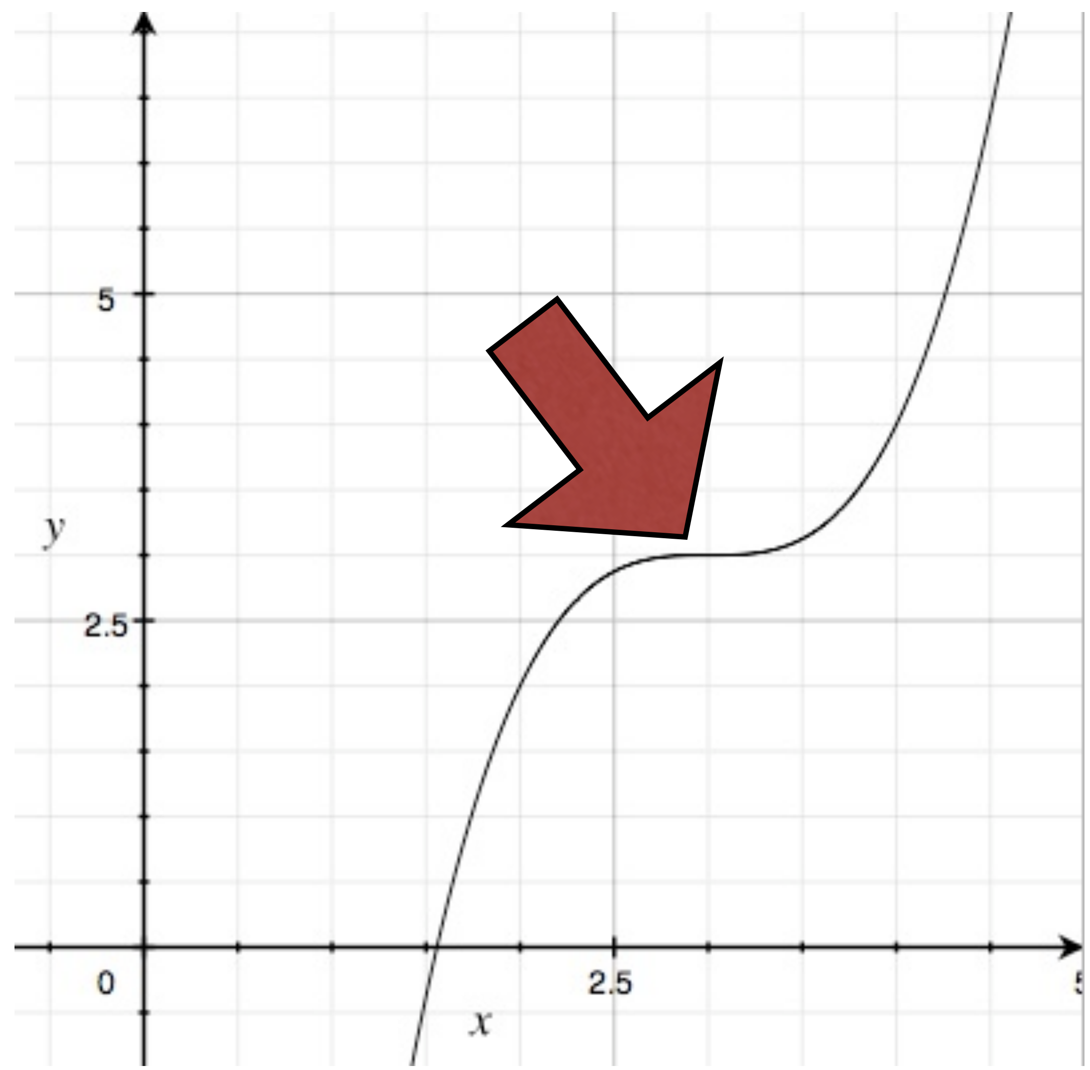
기울기는 0이지만 극대/극소는 아닌 경우



기울기는 0이지만 극대/극소는 아닌 경우

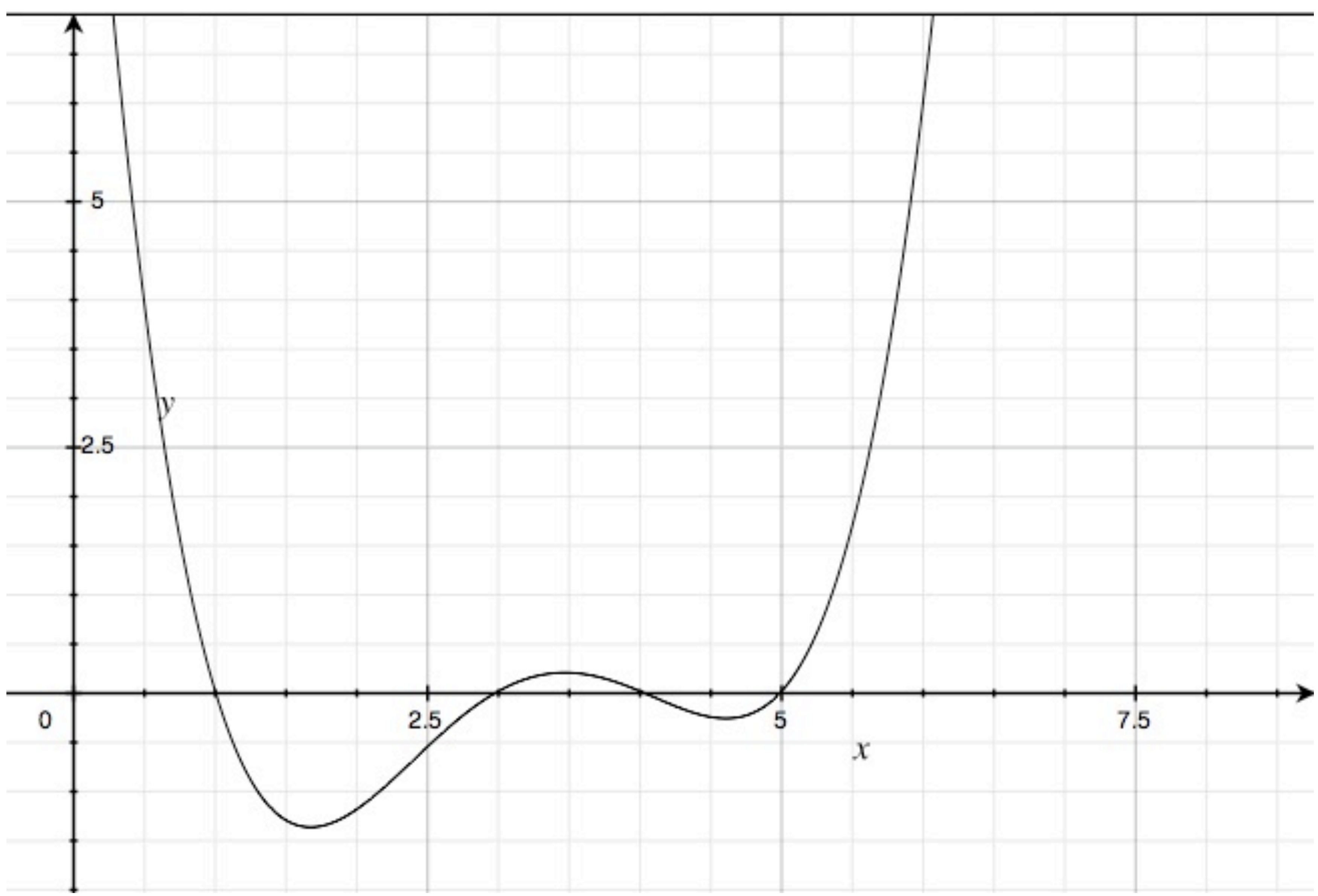


기울기는 0이지만 극대/극소는 아닌 경우

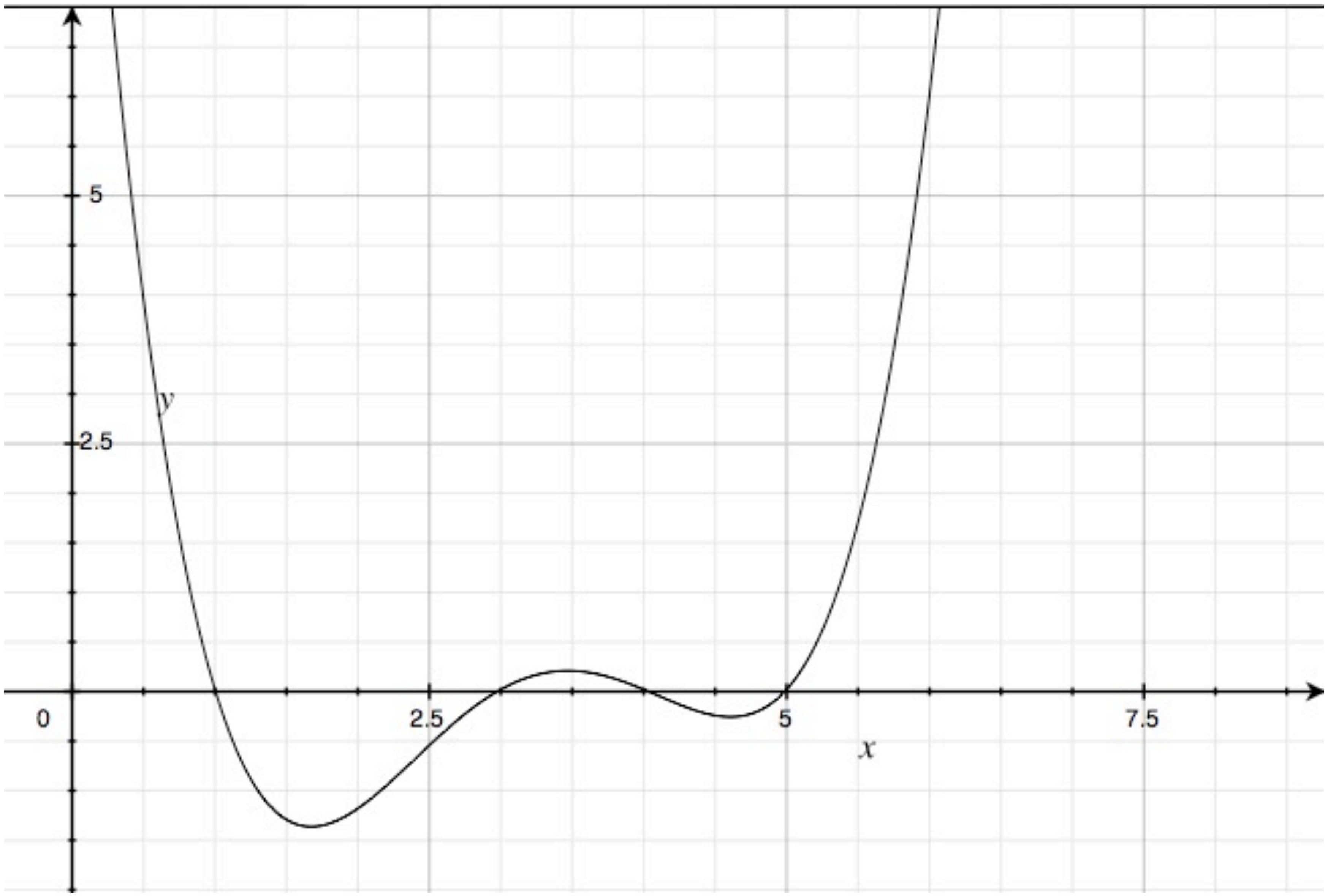


변곡점:
곡선의 성질이
변하는 점

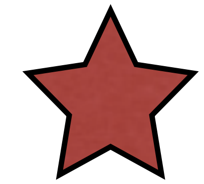
최대/최소와 극대/극소



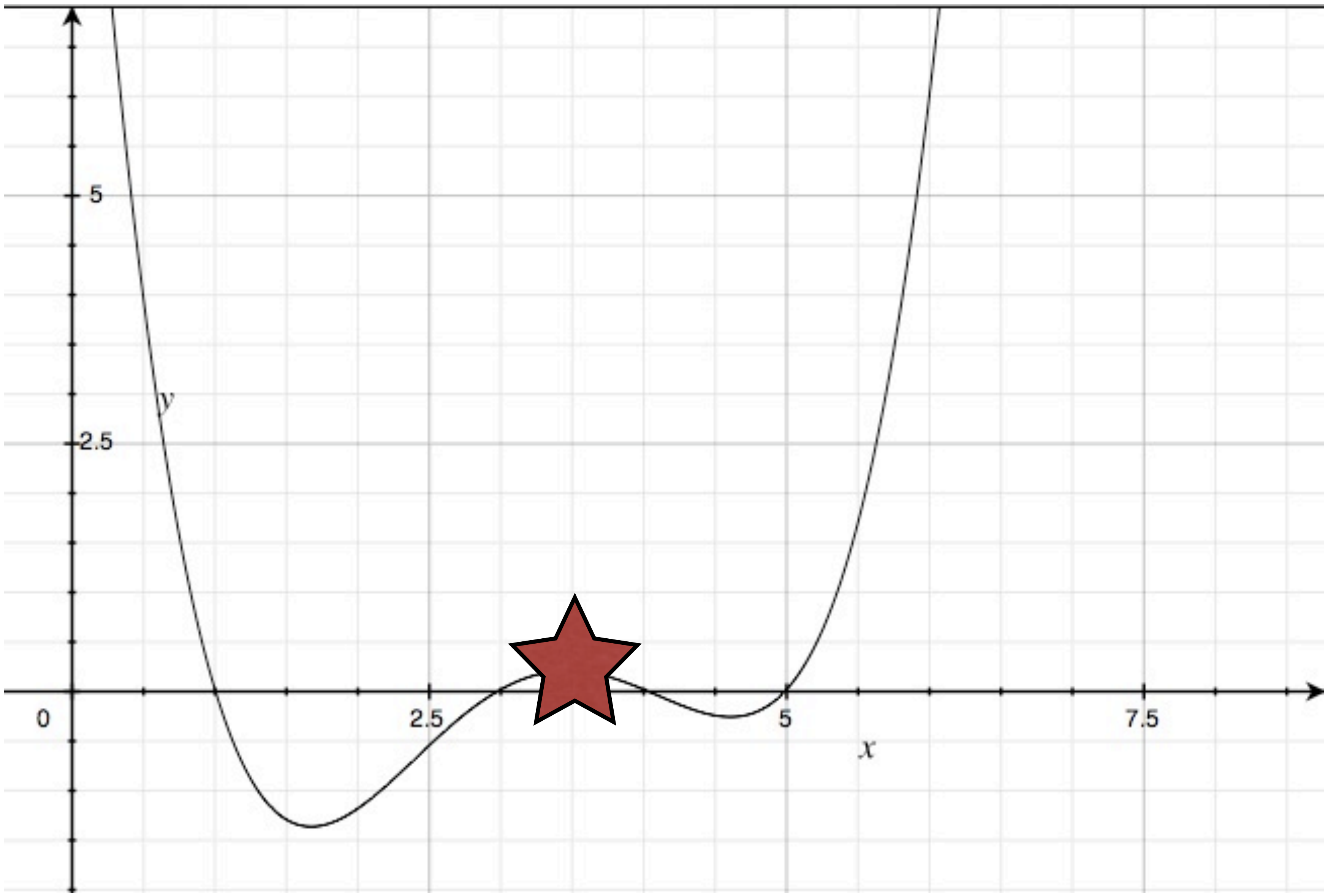
최대/최소와 극대/극소



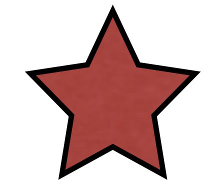
극대점 :



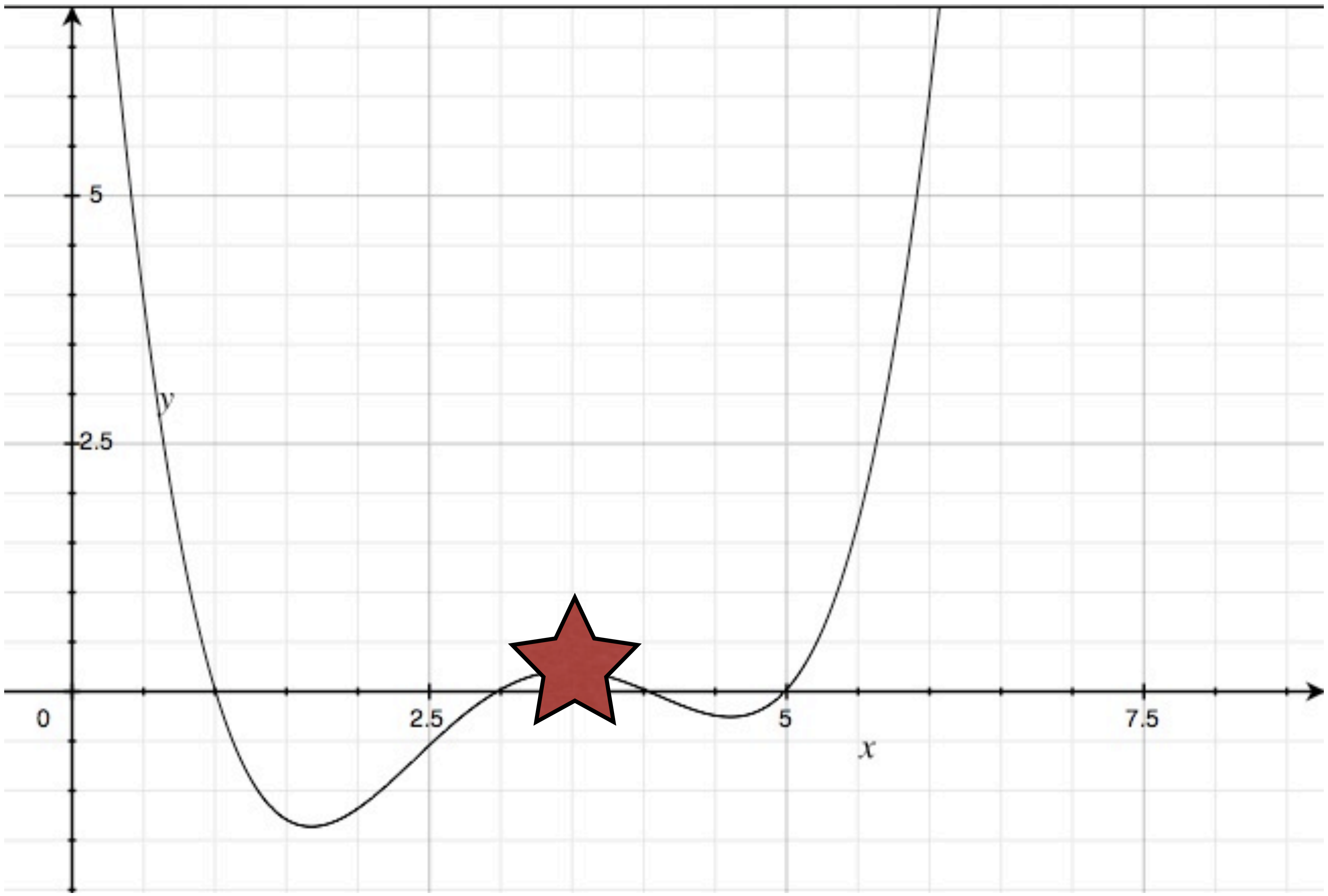
최대/최소와 극대/극소



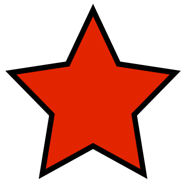
극대점 :



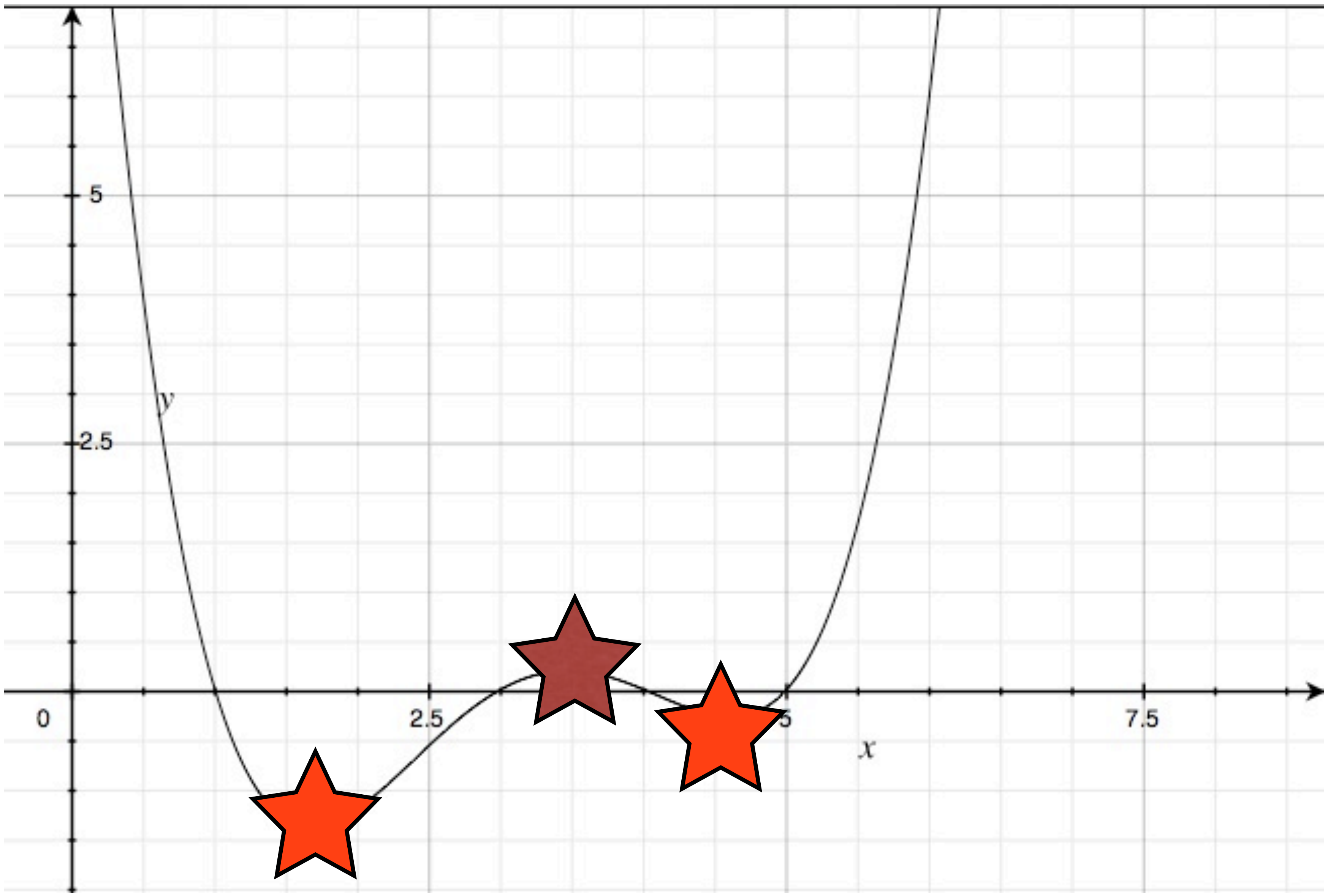
최대/최소와 극대/극소



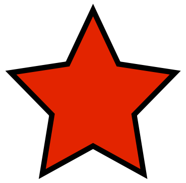
극대점 : 

극소점 : 

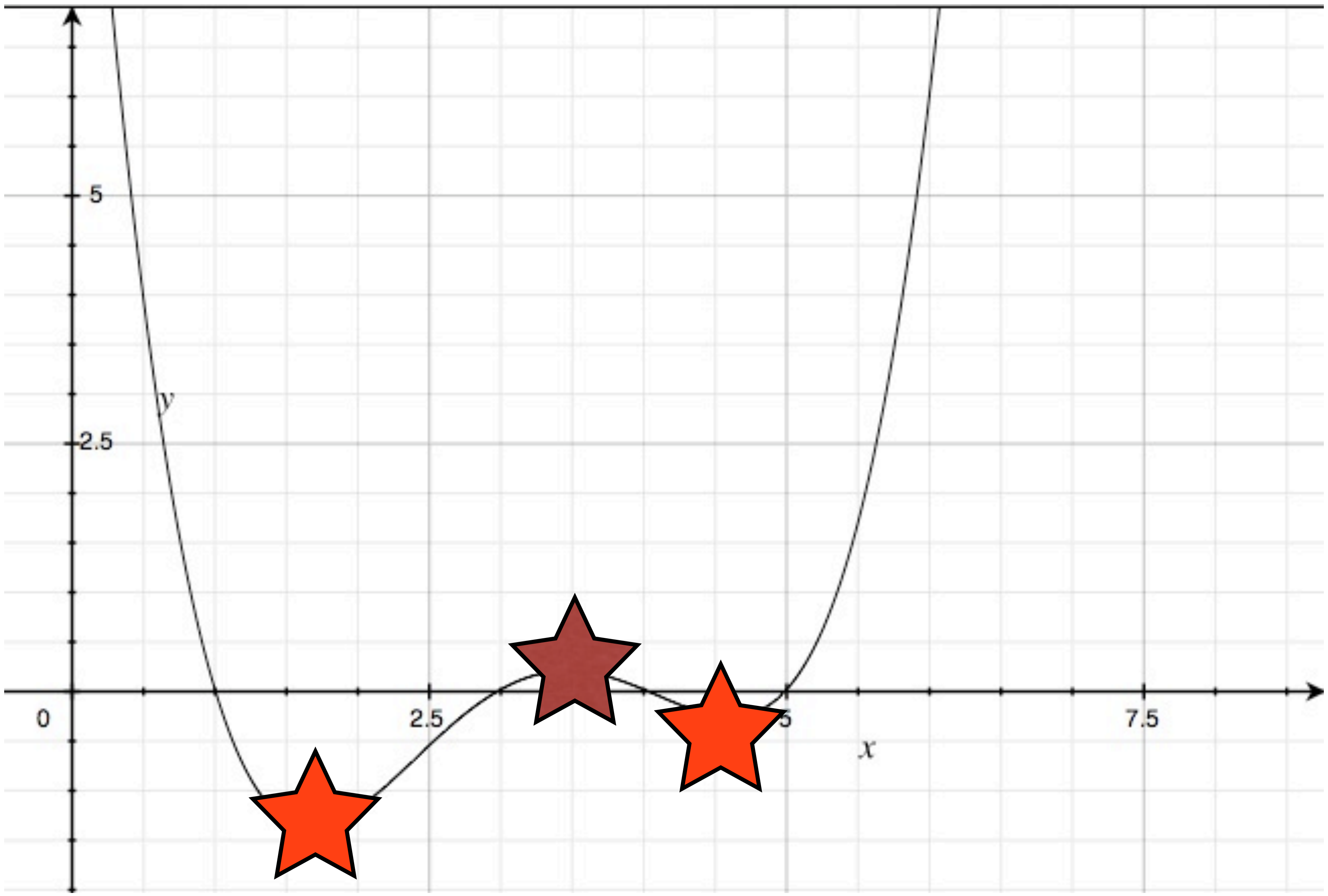
최대/최소와 극대/극소



극대점 : 

극소점 : 

최대/최소와 극대/극소



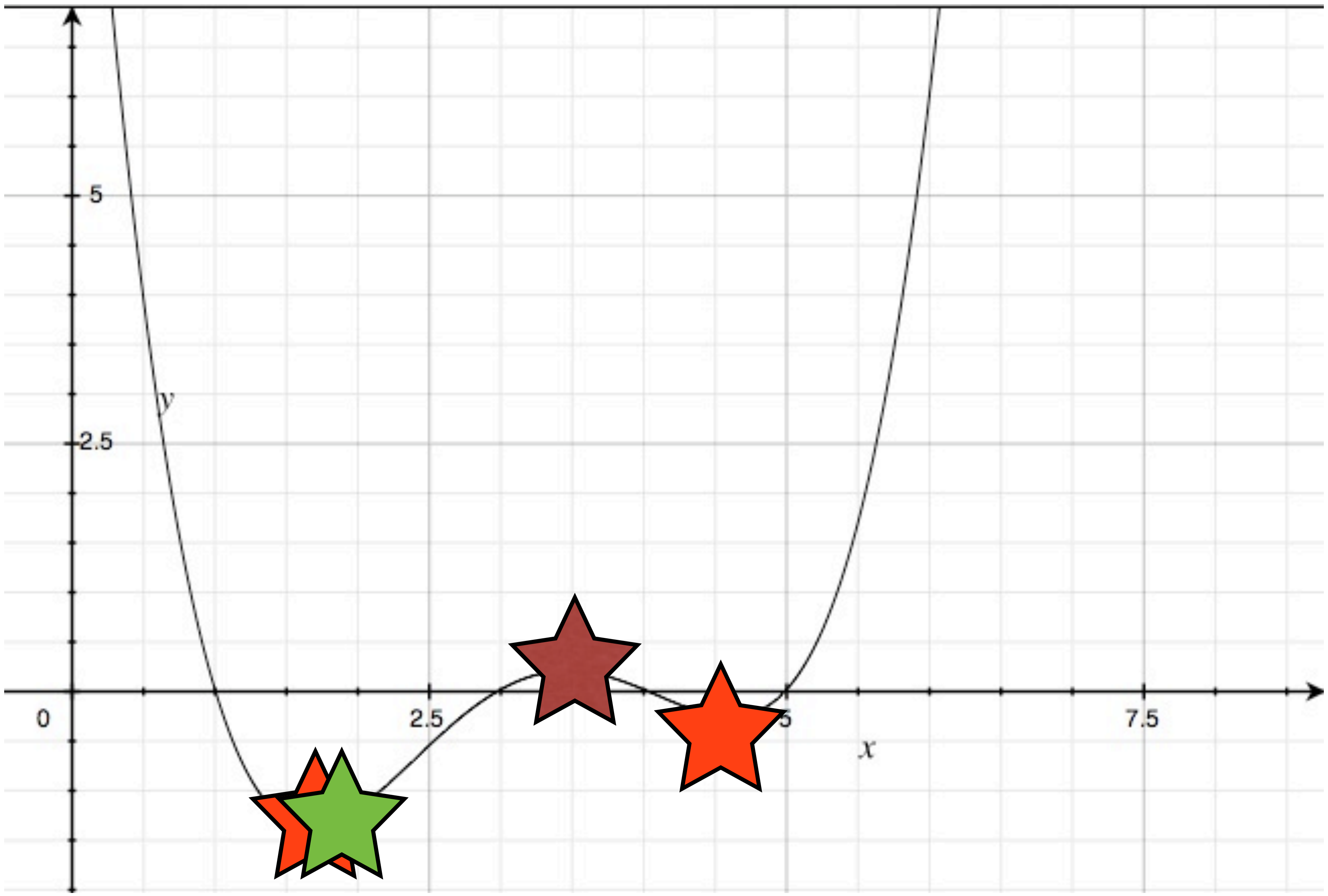
극대점 :

극소점 :

최소점 :

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

최대/최소와 극대/극소



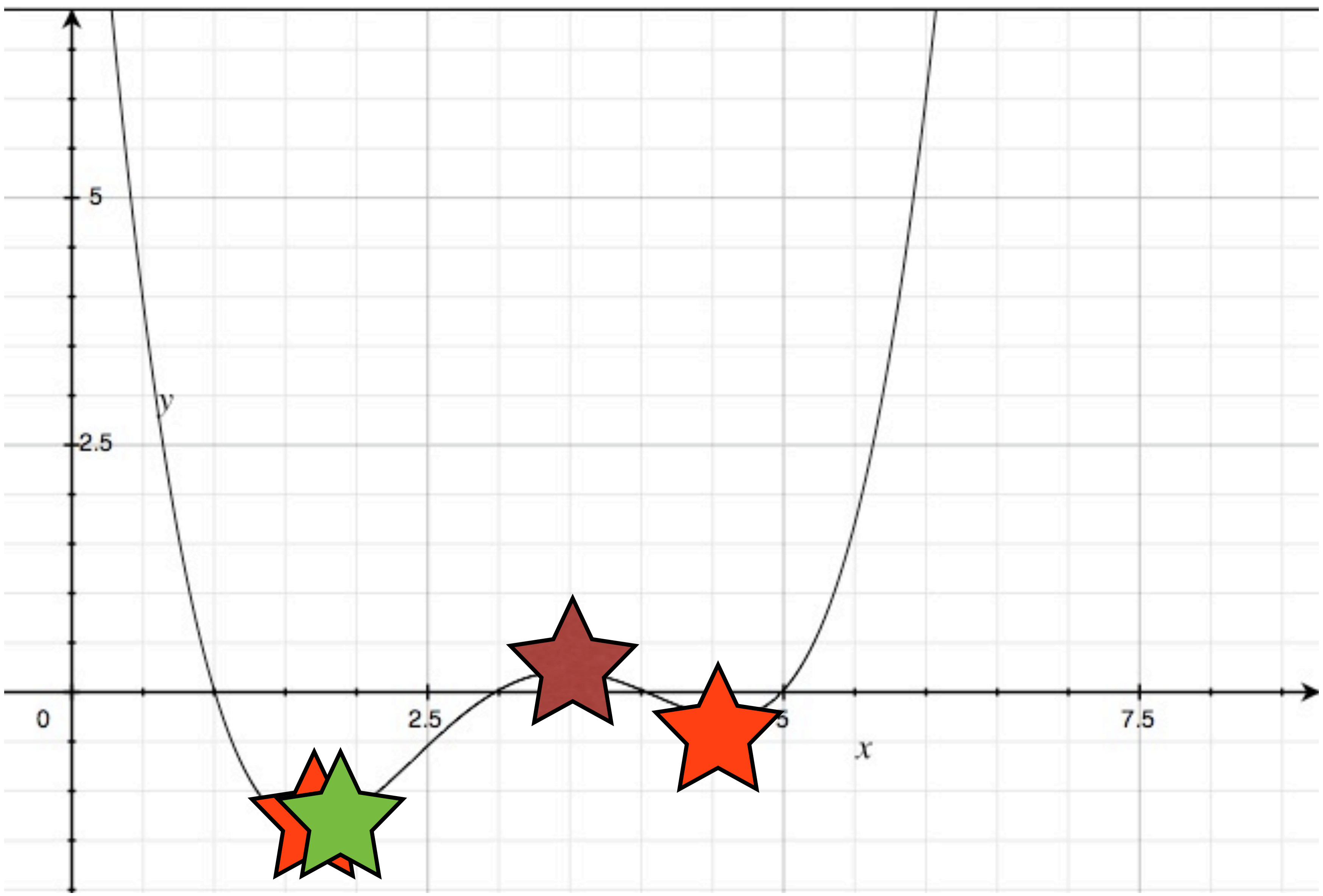
극대점 :

극소점 :

최소점 :

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

최대/최소와 극대/극소



극대점 :

극소점 :

최소점 :

최대점 :

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

극대, 극소의 의미

- 최소한 극대[극소]는 그래프상에서 지역적으로는 최대[최소]를 의미
- 극대[극소]점들 중 최소한 하나는 그래프 전체에서 가장 큰[작은] 점일 수 있음
- 경제학 모형에서의 수학적 해법은 대개 최적점 즉, 목적함수를 나타내는 곡선상에서의 최대점이나 최소점을 찾는 문제임

수치정보를 나타내는 그래프 (시각화)

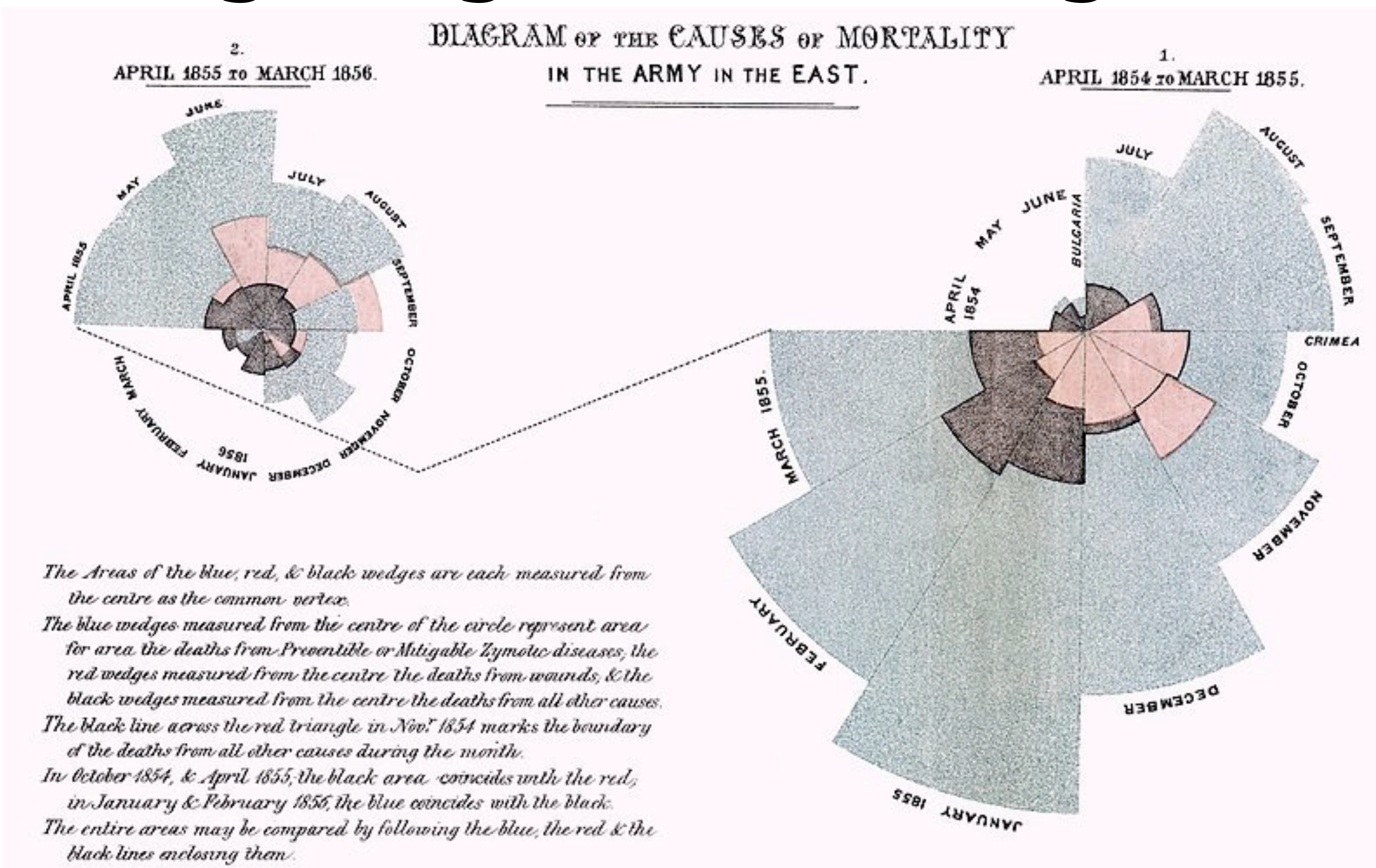
관련과목: 계량경제학

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

수치그래프

- 그래프는 인과관계 분석 뿐만 아니라 자료를 요약하여 나타내는 데에도 사용
- 수치그래프: 단순히 수치적 정보만을 나타내는 그래프
- 시계열 그래프, 산포도, 파이도표, 막대그래프
- 경제 패턴과 경향 식별 등에 도움을 줌
- Florence Nightingale(1820-1910)의 알려지지 않은 통계학적 업적: Visualization

Causes of Mortality: Polar Area Diagram (Nightingale rose diagram)

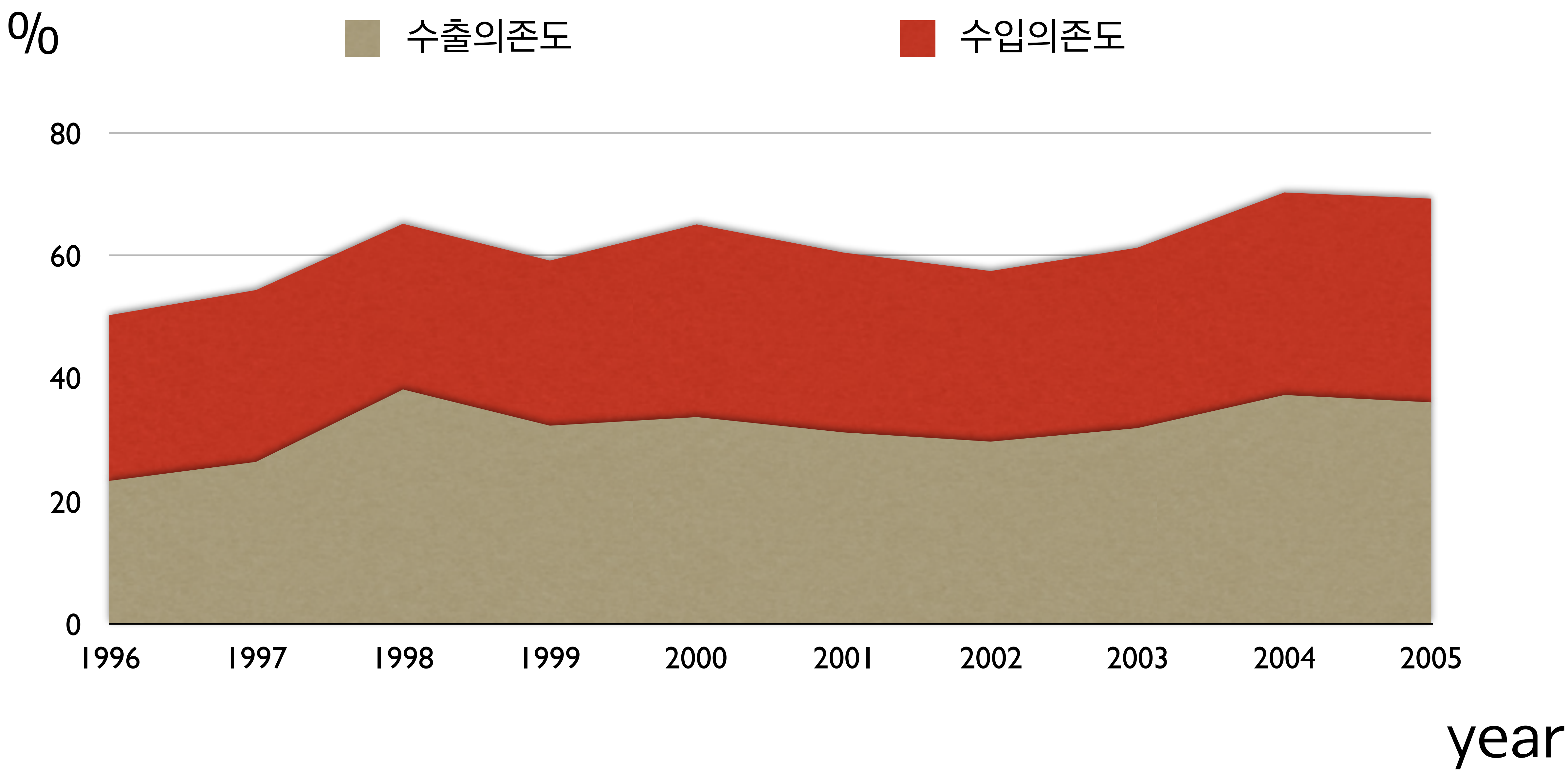


Source: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/17/Nightingale-mortality.jpg

시계열 그래프
Time-series graph

- 가로축: 시간
- 세로축: 변수값
- 변수값이 시간에 따라 어떻게 변하는지 나타냄
- 시간에 따른 추세에 대한 정보 제공

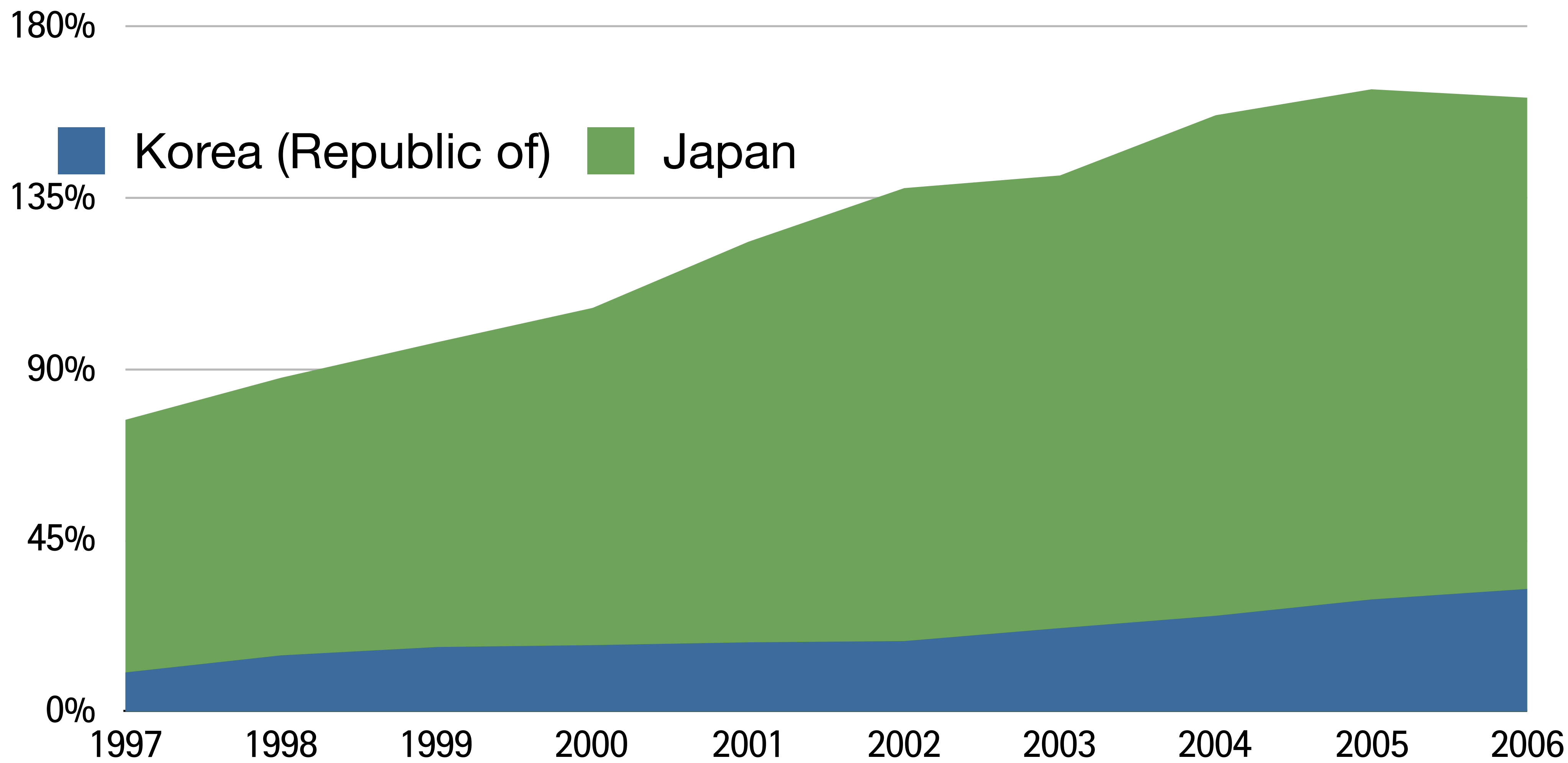
대한민국의 수출입의존도



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

Public Debt:

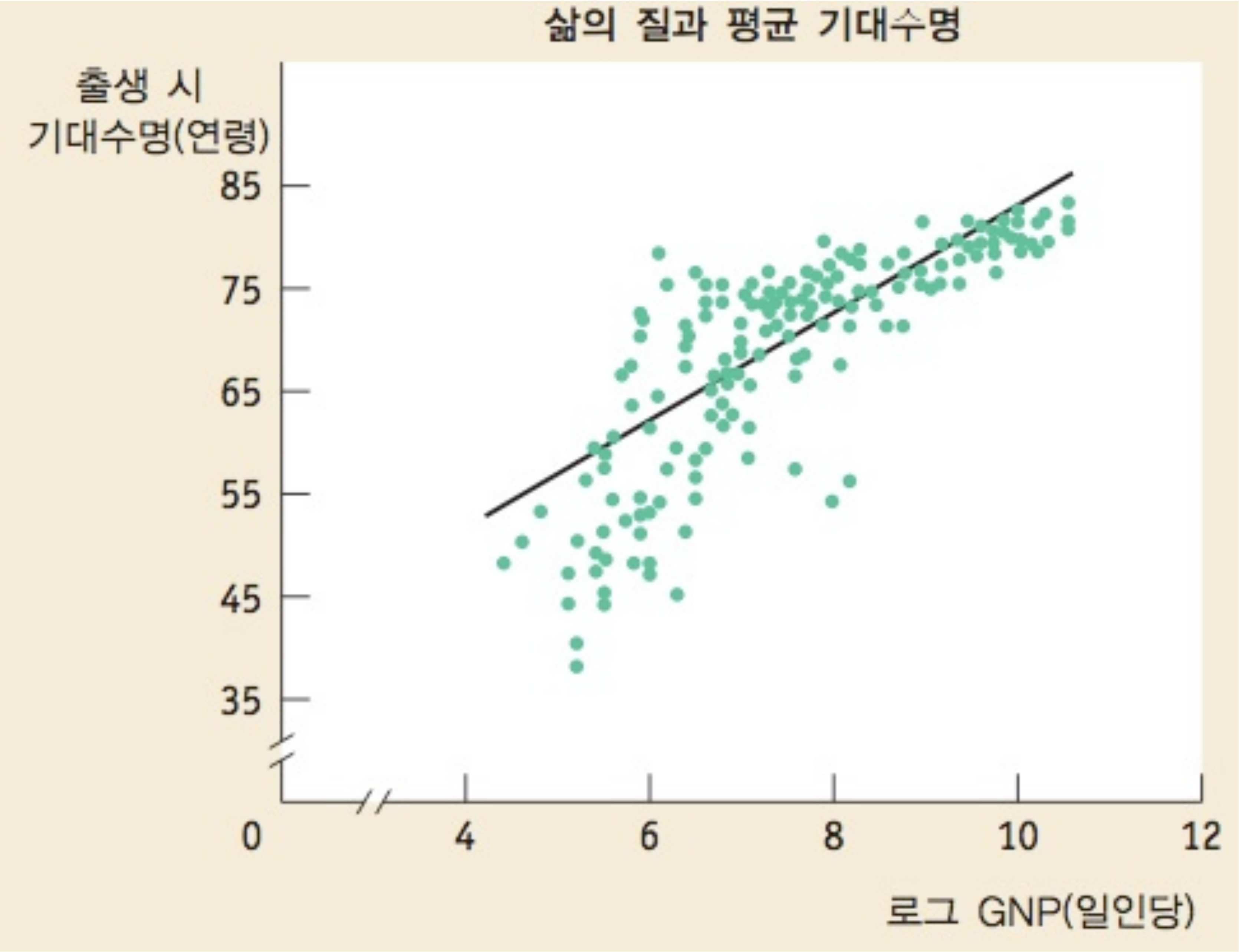
Korea and Japan, % of GDP (by OECD)



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

산포도
Scatter diagram

- x변수와 y변수의 관측값을 점으로 표시
- 두 변수간의 상관관계를 대체적으로 알고자 할 때 사용



삶의 질과 평균 기대수명
출생 시
기대수명(연령)
85
75
65
55
45
35
0
4
6
8
10
12
로그 GNP(일인당)

막대그래프
Bar graph

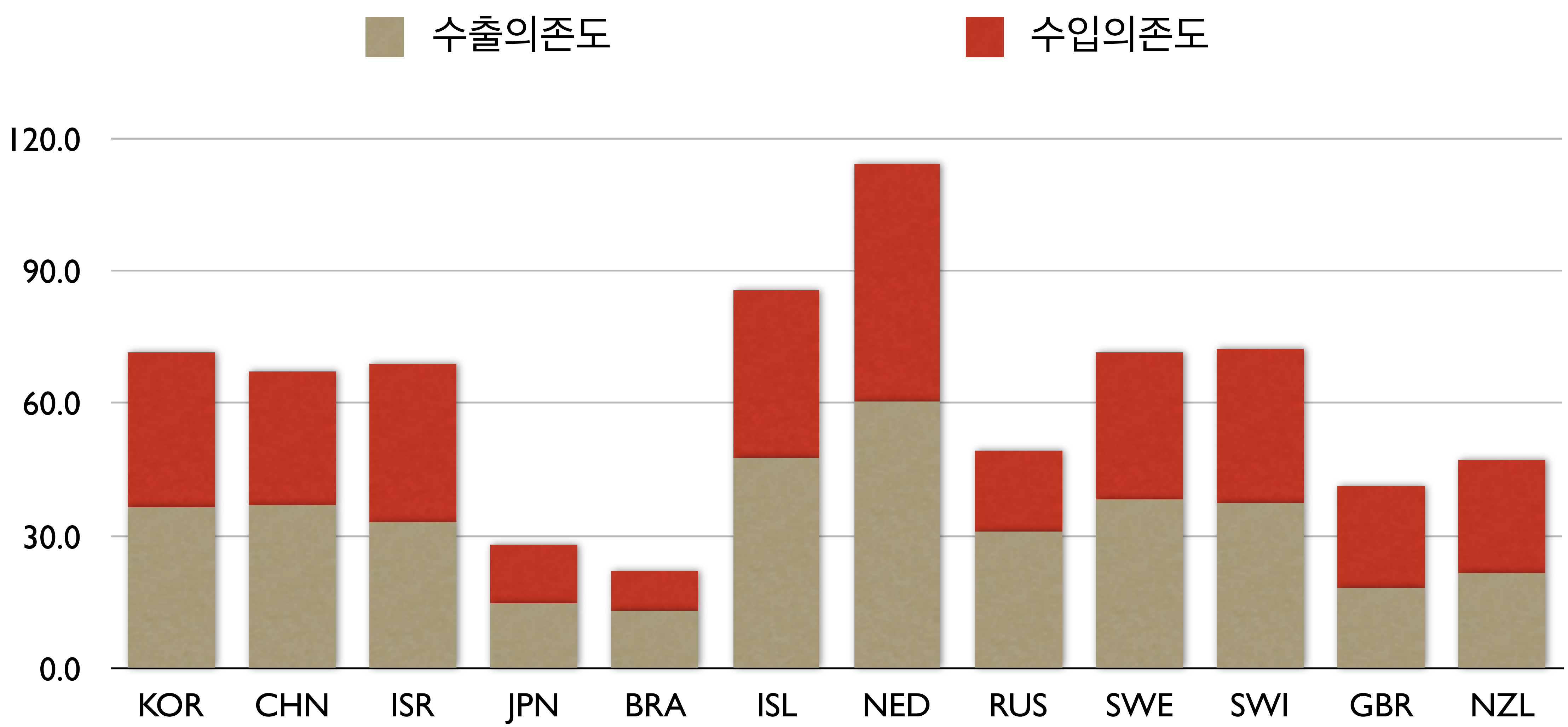
- 변수의 값을 가리키는 서로 다른 높이 혹은 길이를 가진 막대들로 구성
- 가로축(혹은 세로축)을 기준으로 관찰하고자 하는 변수의 차이를 관찰

국가별 대외의존도 비교

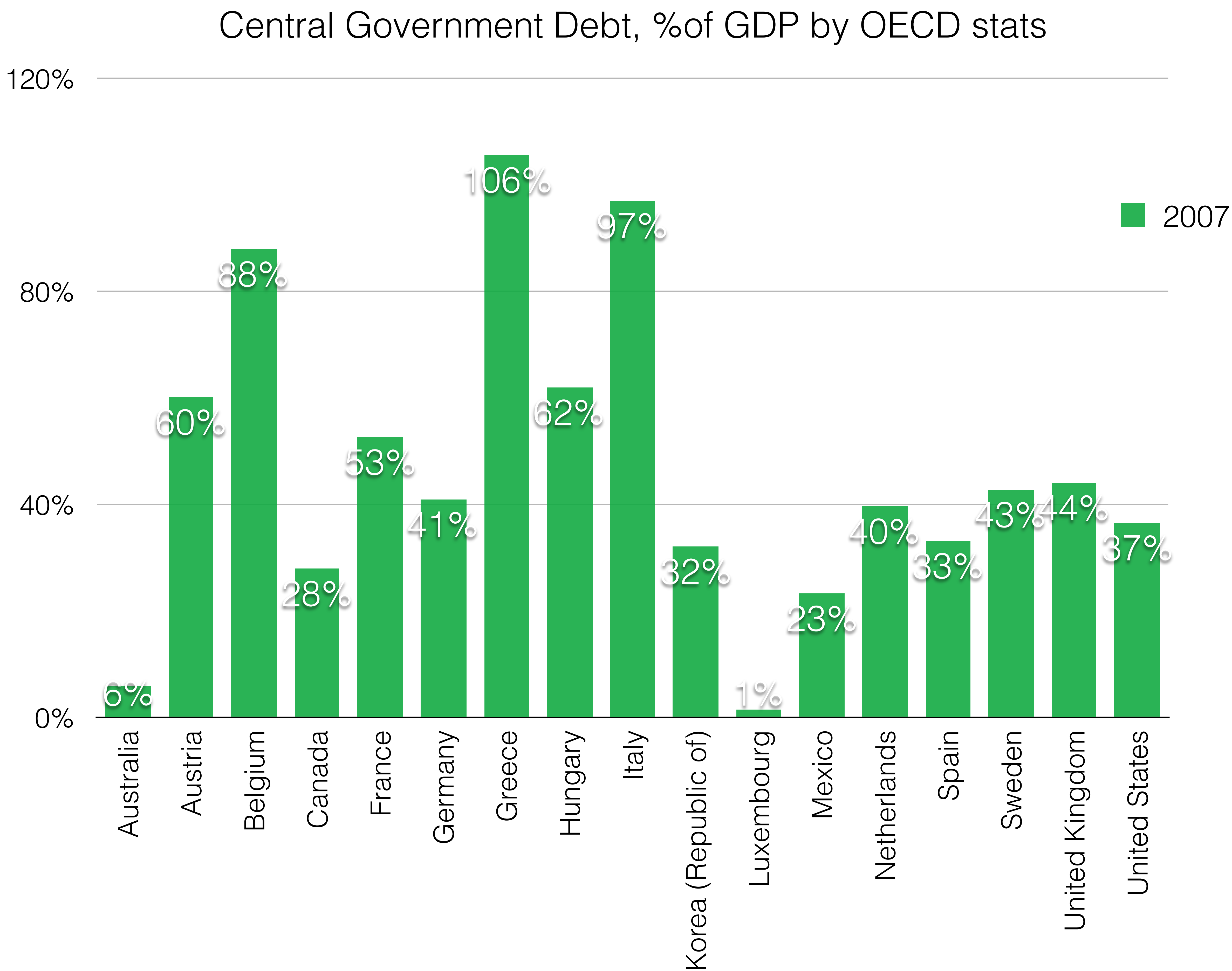
대외의존도(%) = (수출량+수입량)/GDP*100

국가별 대외의존도 비교

대외의존도(%) = (수출량+수입량)/GDP*100



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

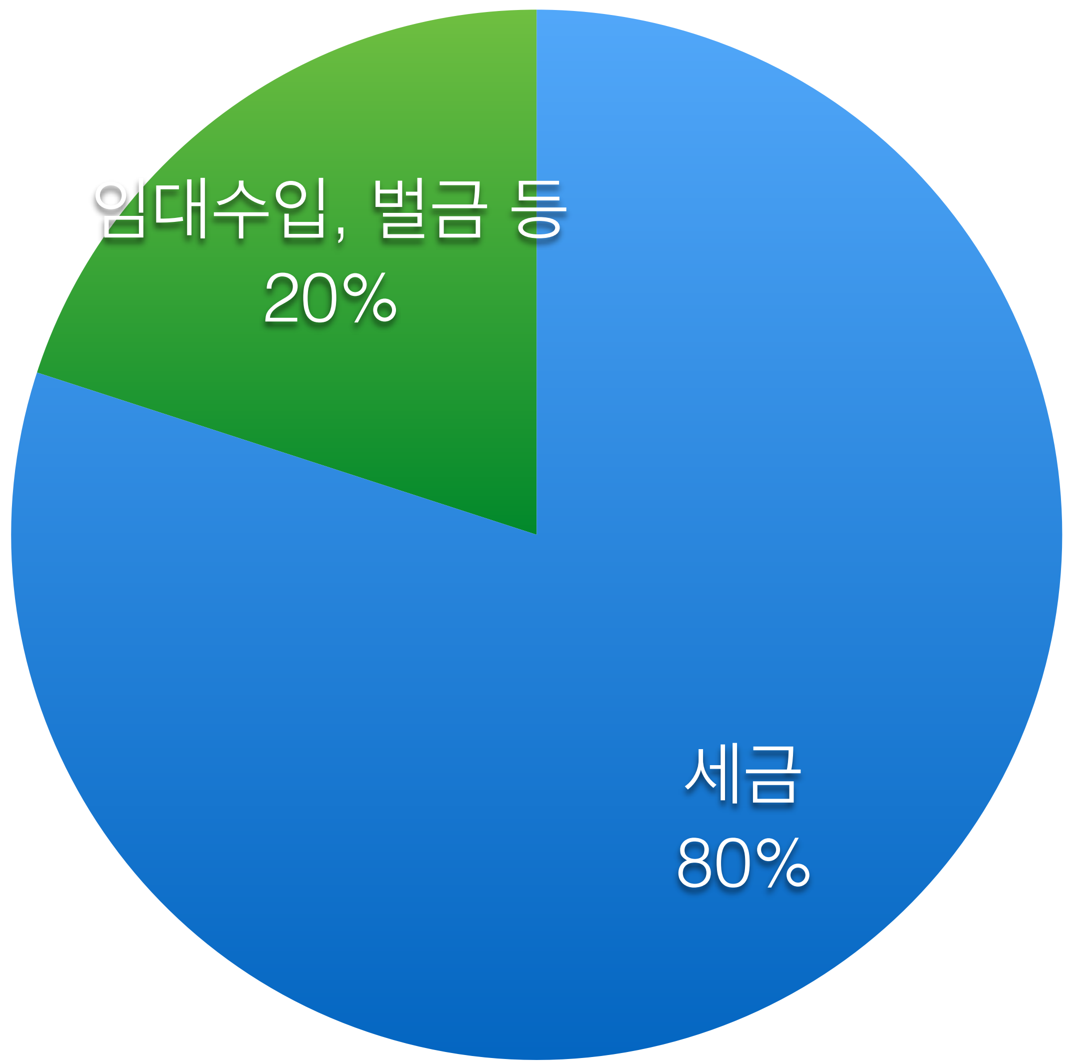


Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

파이 도표
Pie chart

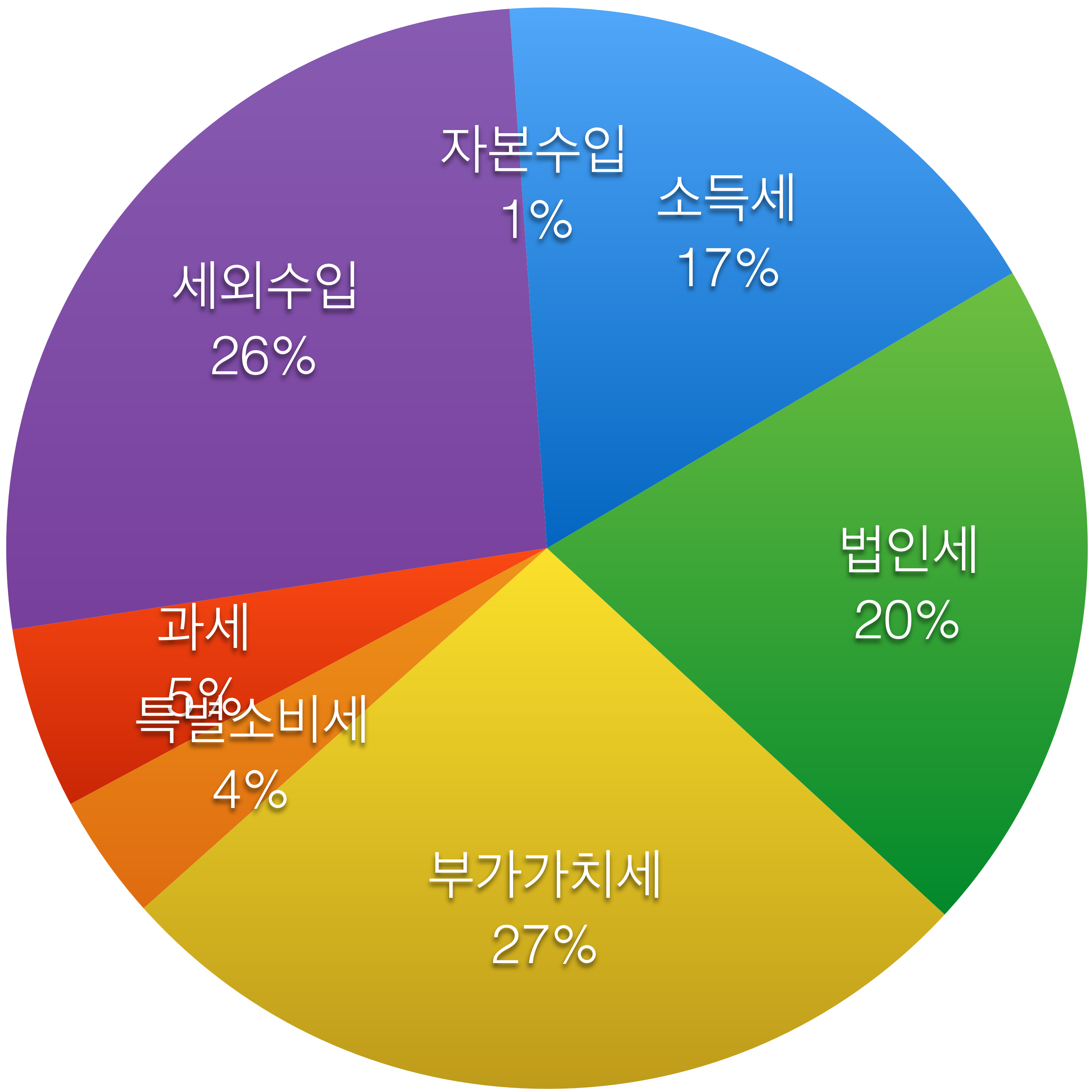
- 관찰하고자 하는 대상의 구성을 비율로 원 위에 표현

정부 수입(approx.)
Gov. Income of Korea



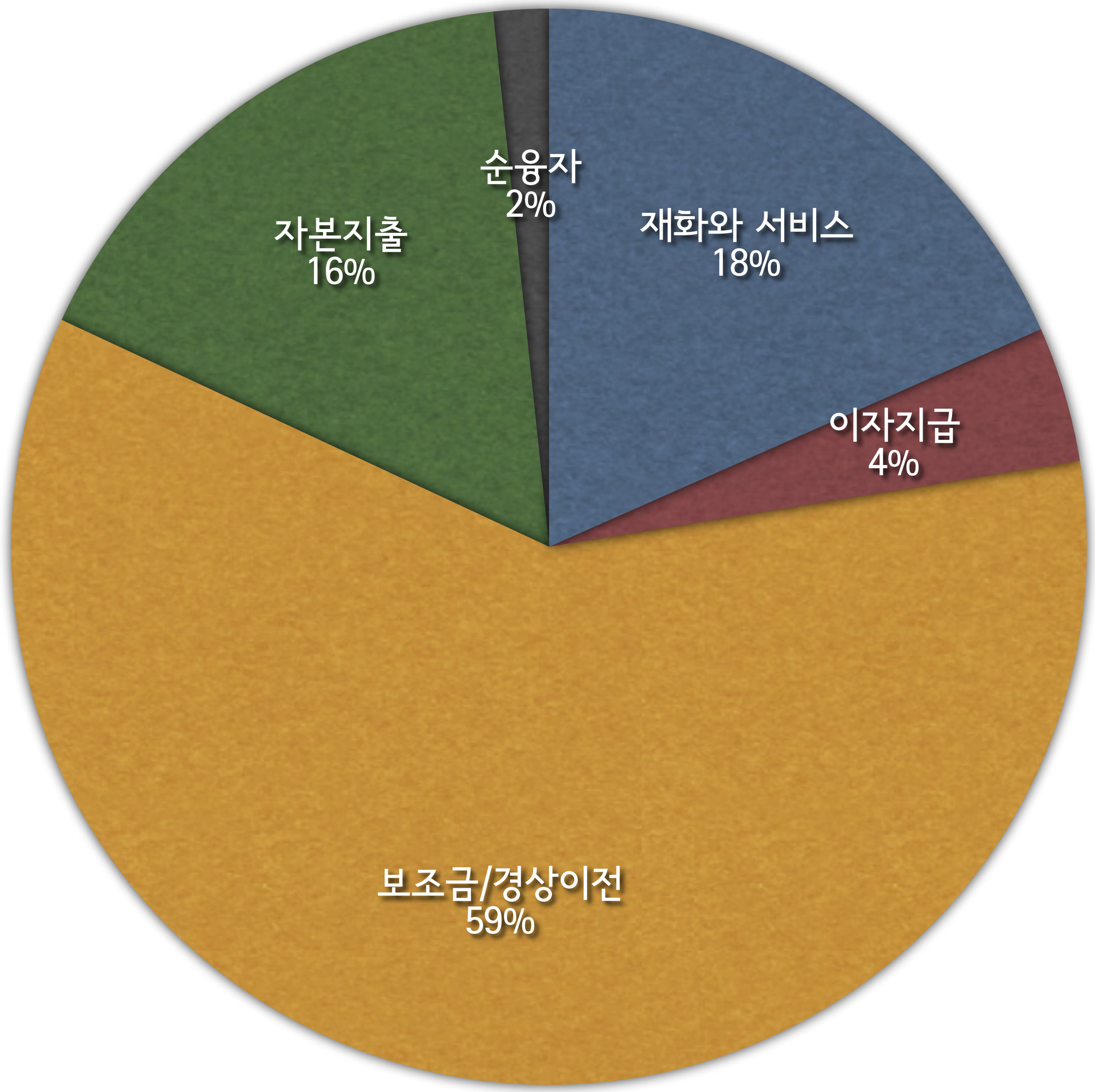
Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

정부 수입 상세(2003)
Detail: Gov. Income - Kor. 2003



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

정부지출 상세(2003)
Detail: Gov. Expenditure - Kor, 2003



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

그래프 해석시 주의사항

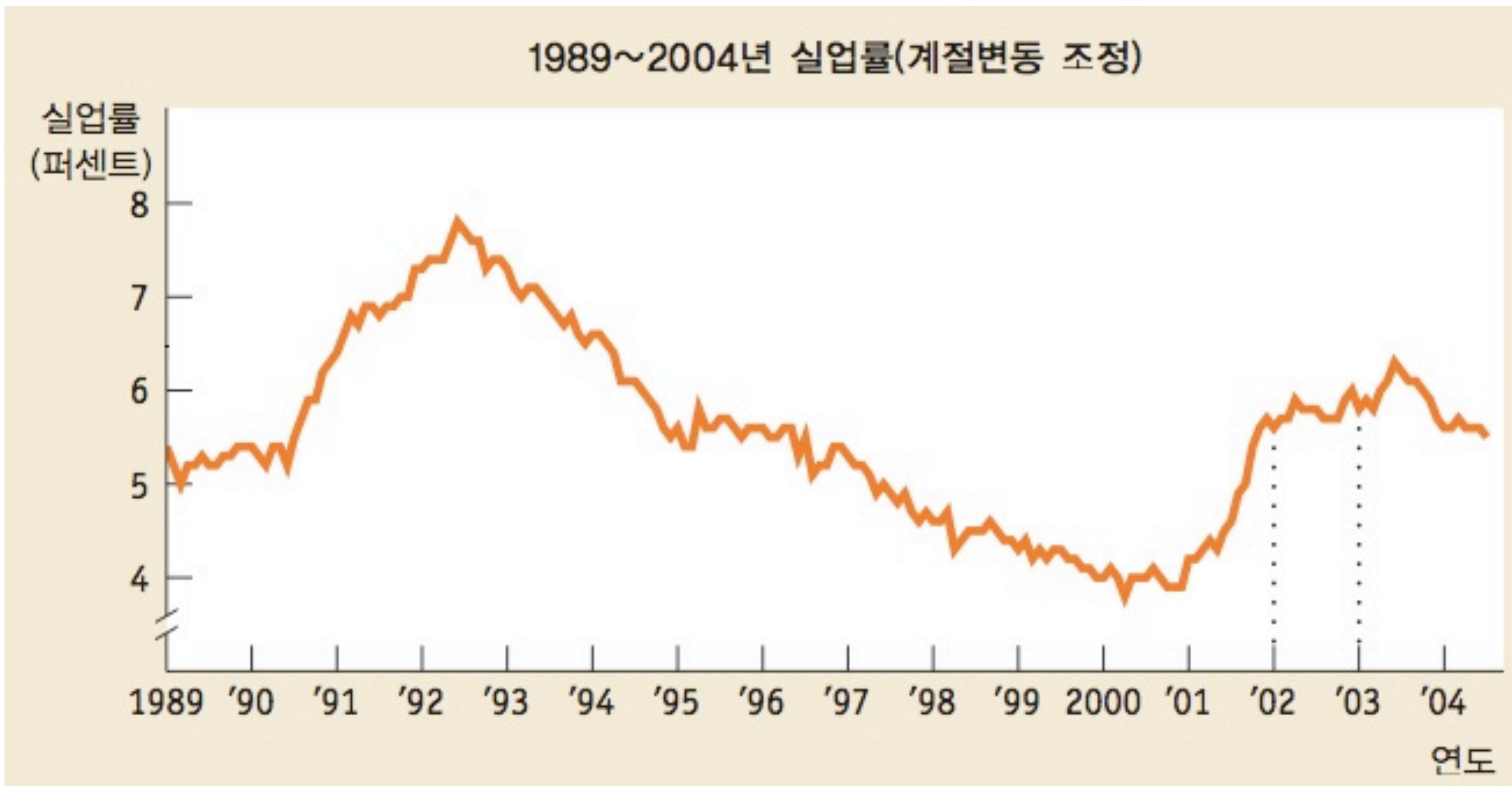
- 그래프 구조의 특성
- 누락된 변수
- 역의 인과관계

그래프 구조의 특성

- 축의 의미와 눈금에 유의할 것
- 그래프의 잘라낸 부분도 유의
- 증가율인가? 절대량인가?

주의1: 눈금단위에 따른 착시

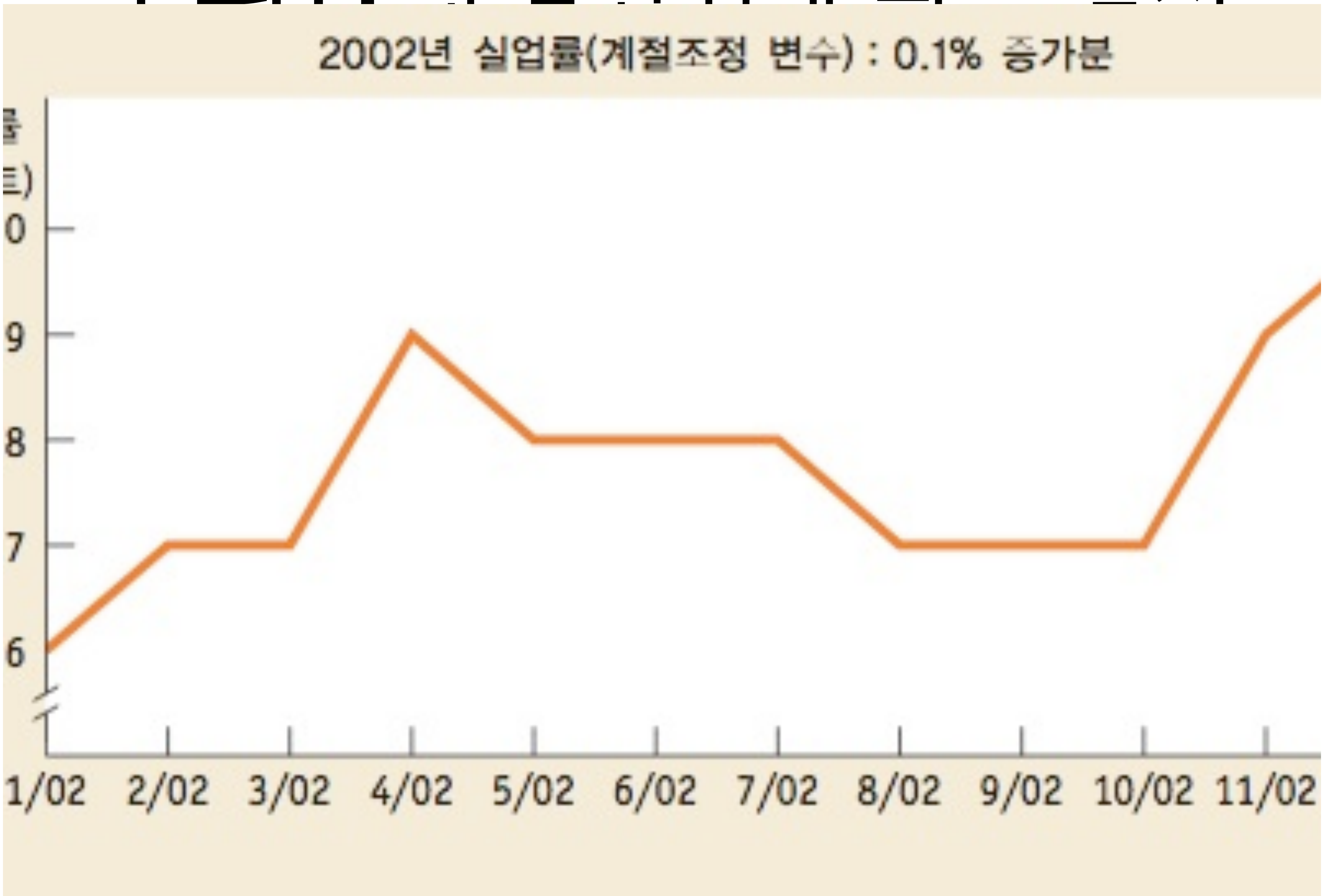
주의1: 눈금단위에 따른 착시



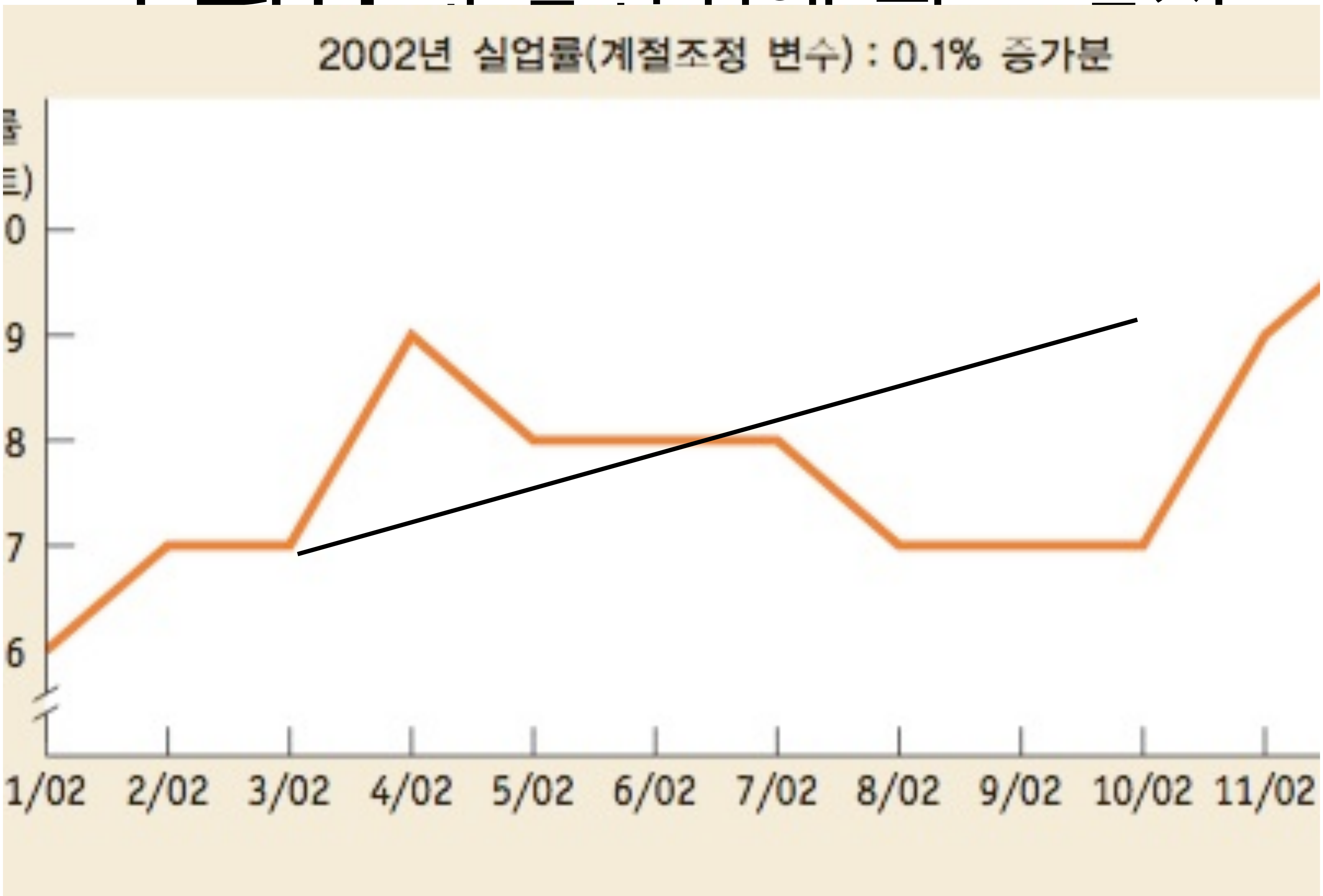
주의1: 눈금단위에 따른 착시

주의1: 눈금단위에 따른 착시

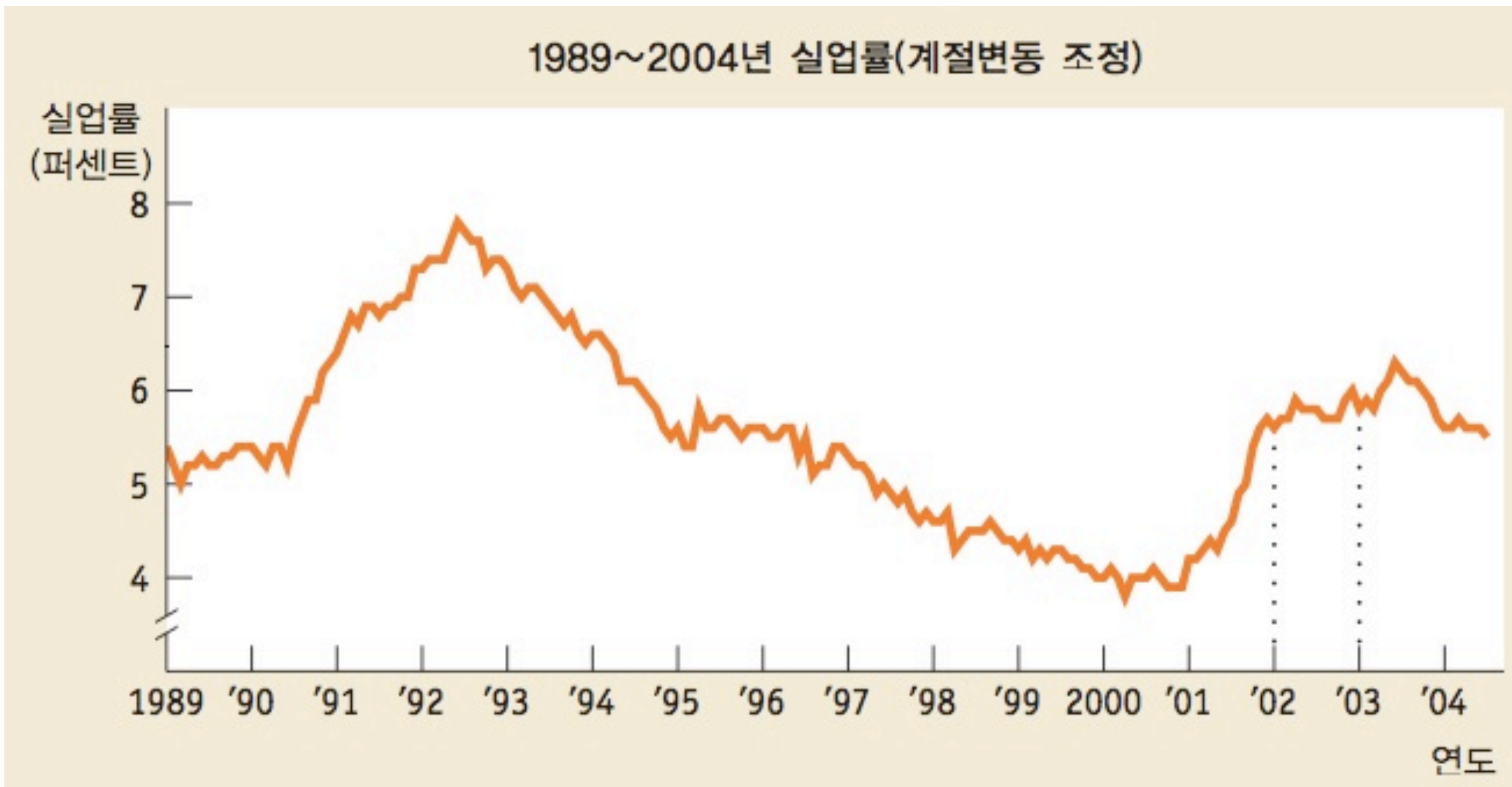
주의1: 눈금단위에 따른 착시



주의1: 눈금단위에 따른 착시

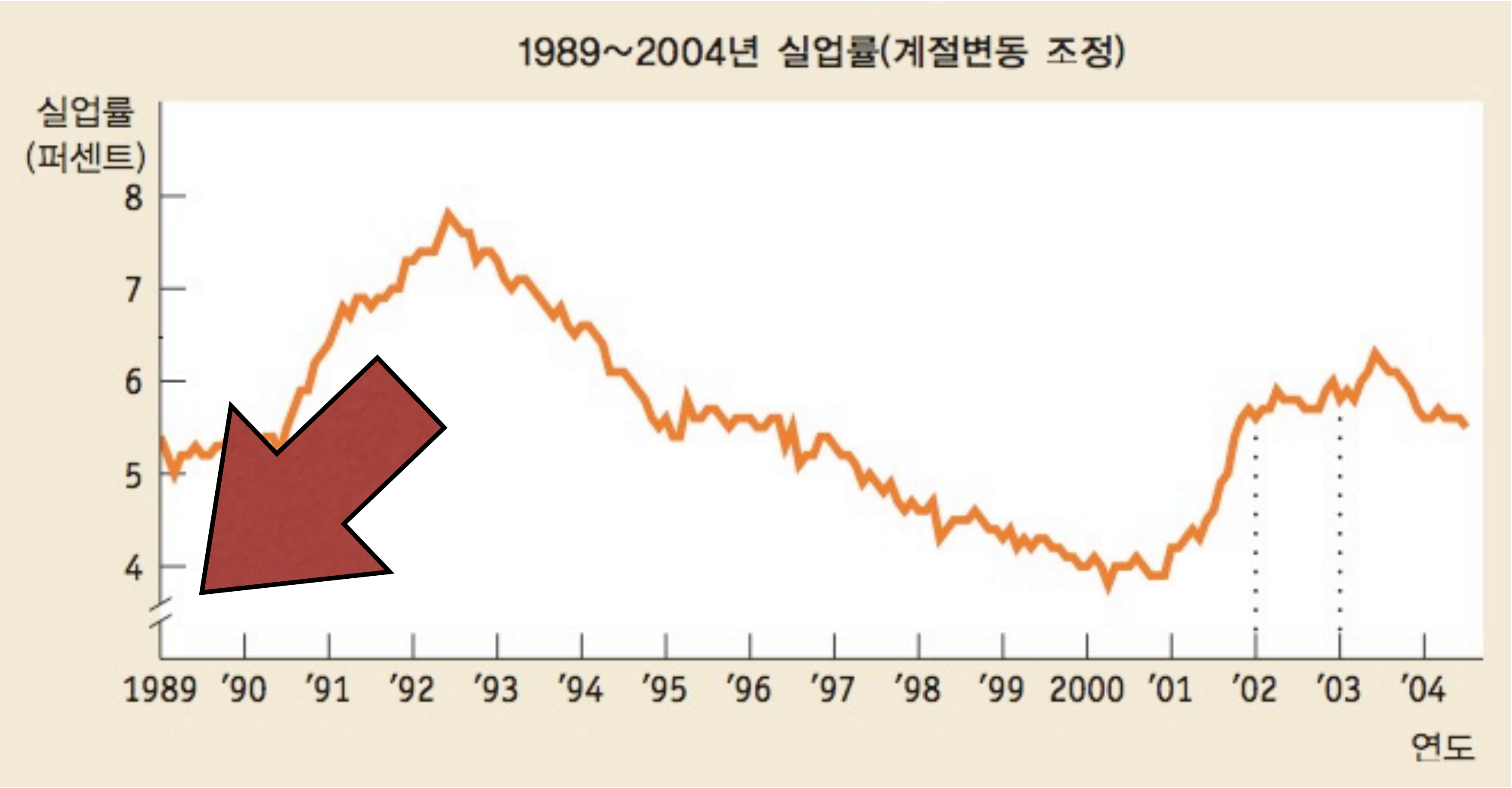


주의2: 축의 잘라낸 부분



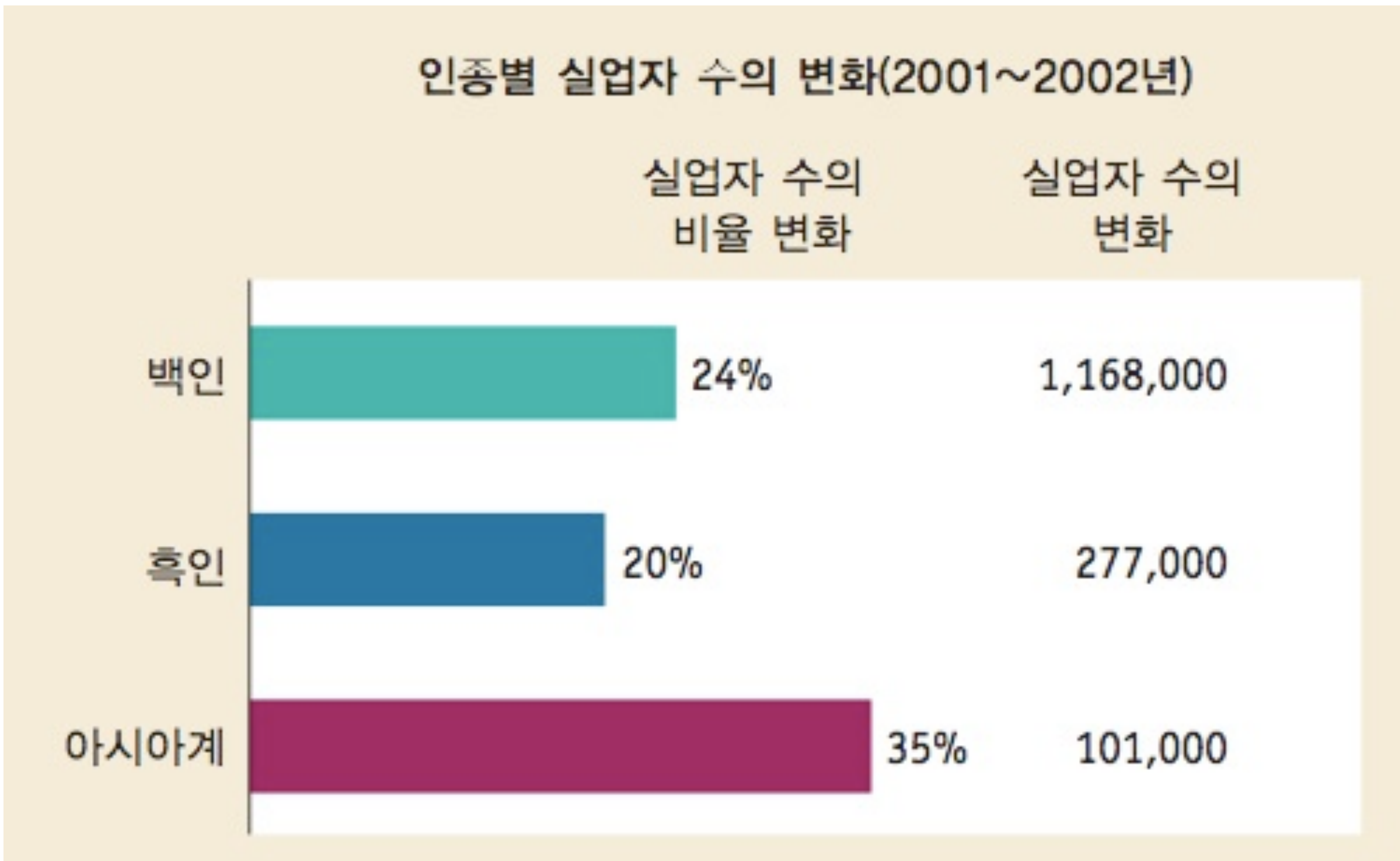
1989~2004년 실업률(계절변동 조정)
실업률
(퍼센트)
8
7
6
5
4
1989 '90 '91 '92 '93 '94 '95 '96 '97 '98 '99 2000 '01 '02 '03 '04
연도

주의2: 축의 잘라낸 부분



1989~2004년 실업률(계절변동 조정)
실업률
(퍼센트)
8
7
6
5
4
1989 '90 '91 '92 '93 '94 '95 '96 '97 '98 '99 2000 '01 '02 '03 '04
연도

주의3: 비율변화와 절대량의 변화



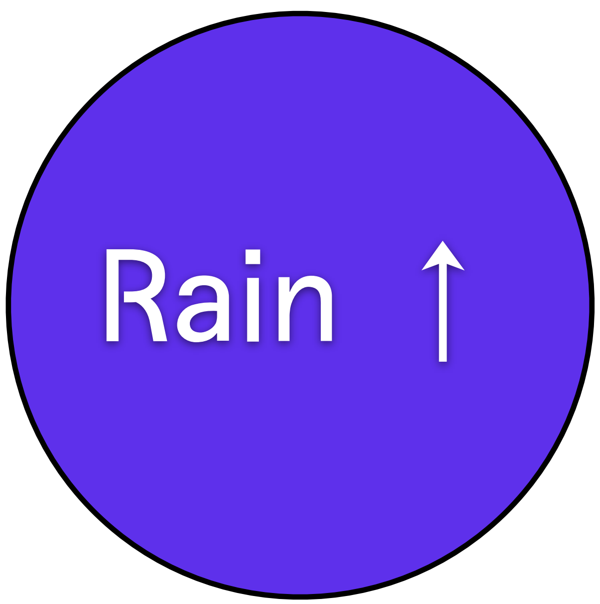
누락변수
Omitted variable

- 양[음]의 상관관계가 바로 직접적 인과관계를 의미하는 것은 아님
- ex. 우산판매량과 비옷판매량간에는 양의 상관관계: 핵심 독립변수인 날씨가 누락되어있음
- 핵심적 변수를 누락할 경우 추론에 근본적인 문제가 발생

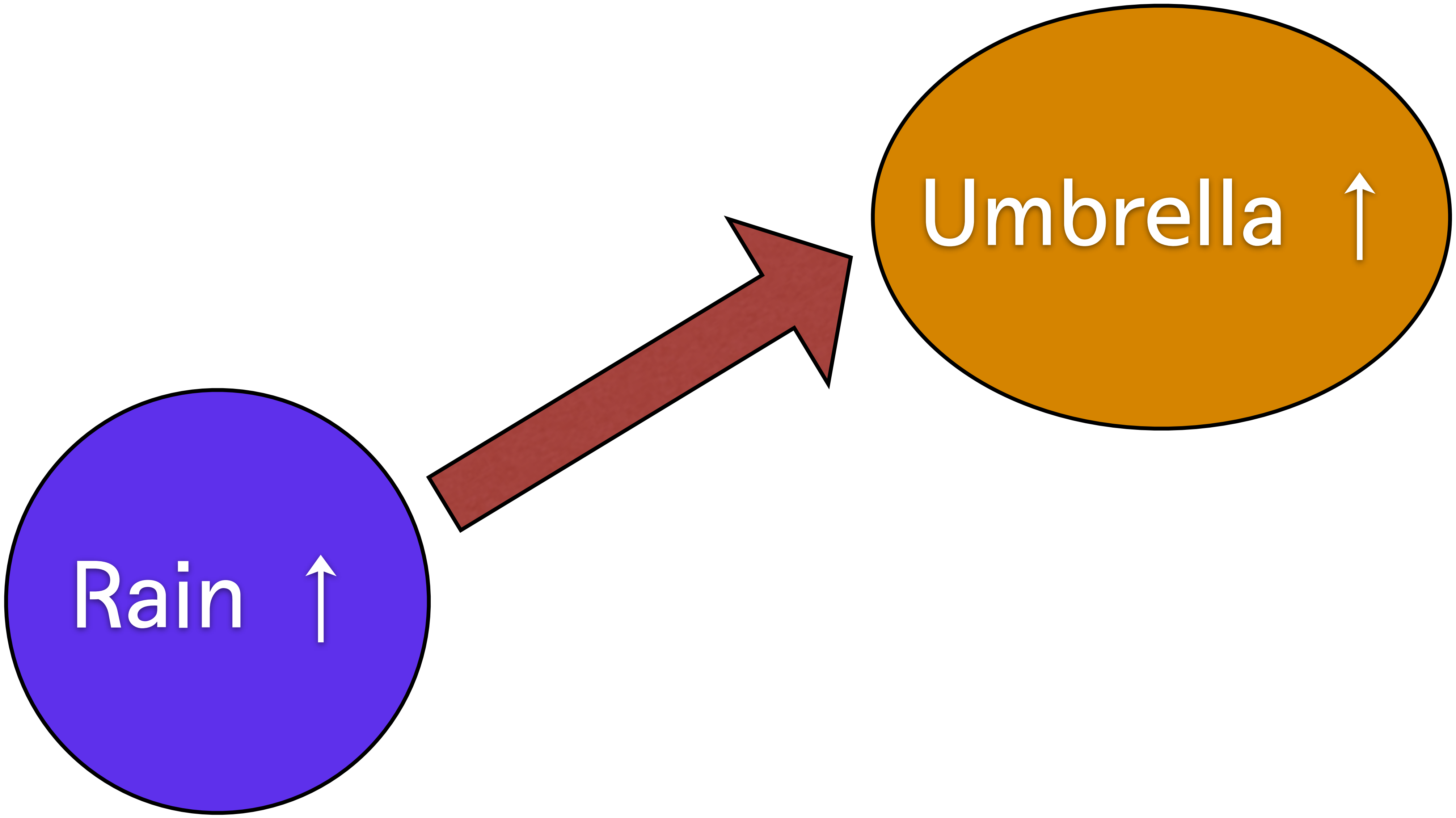
Omitted Causality

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

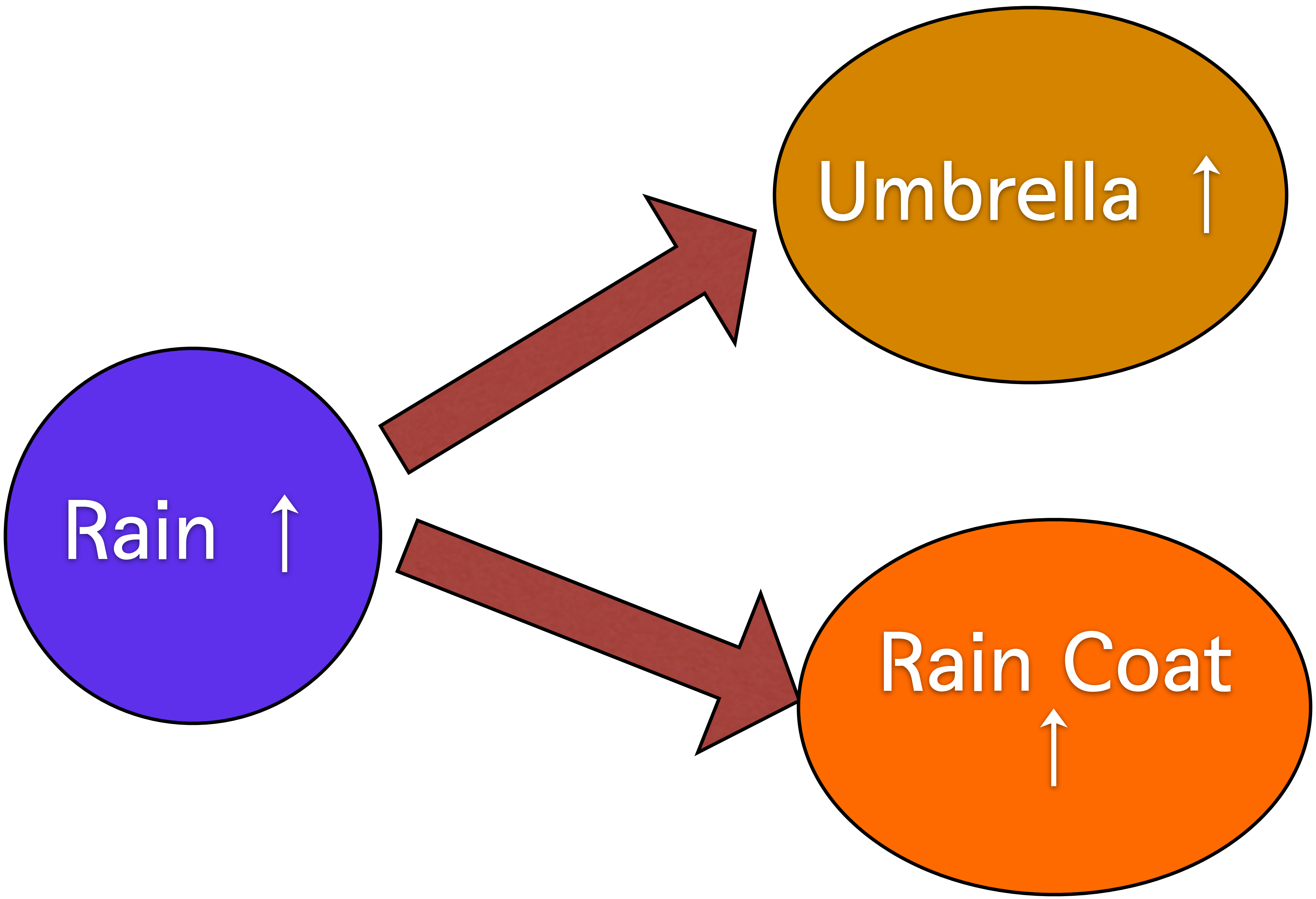
Omitted Causality



Omitted Causality

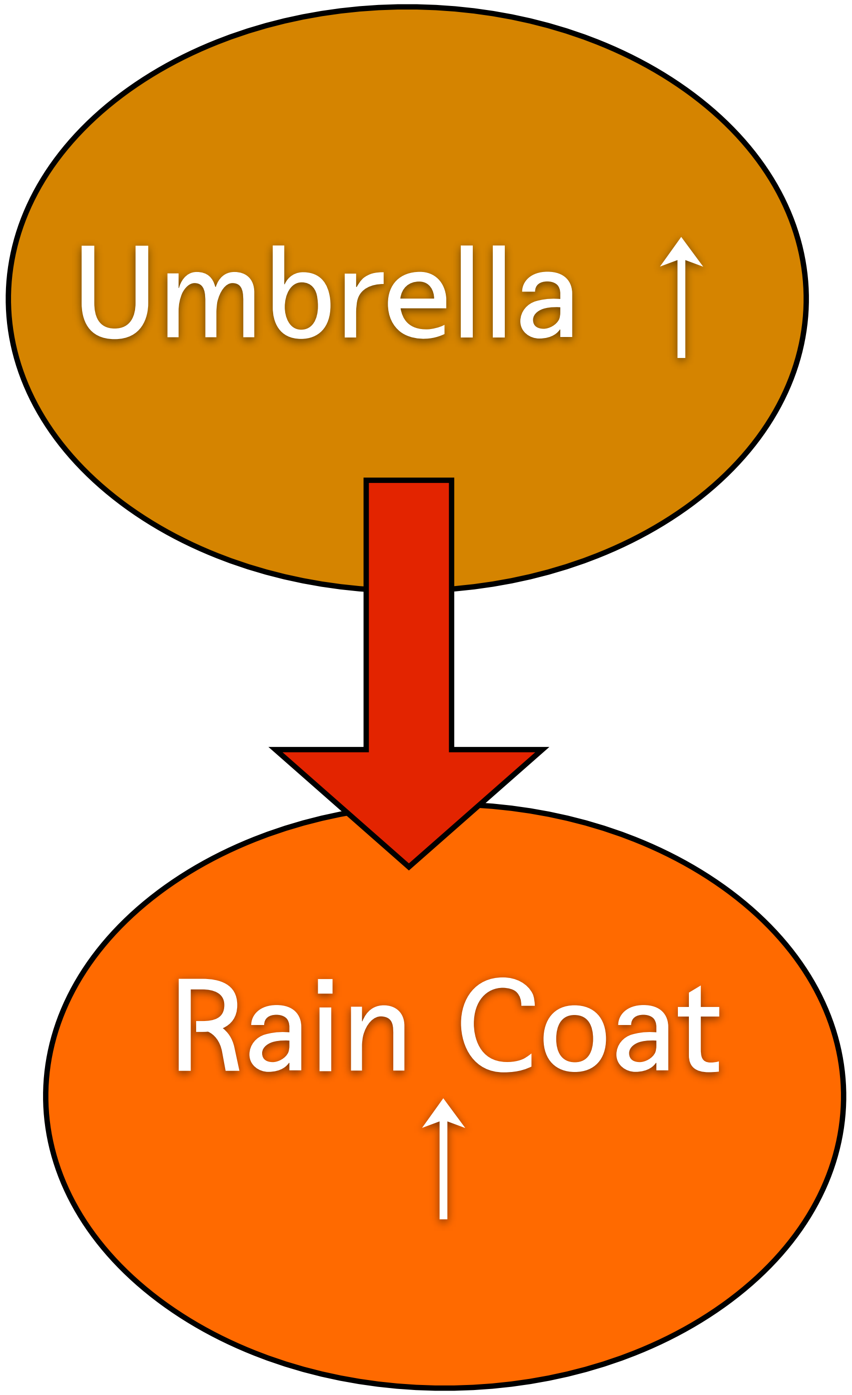


Omitted Causality



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

Omitted Causality

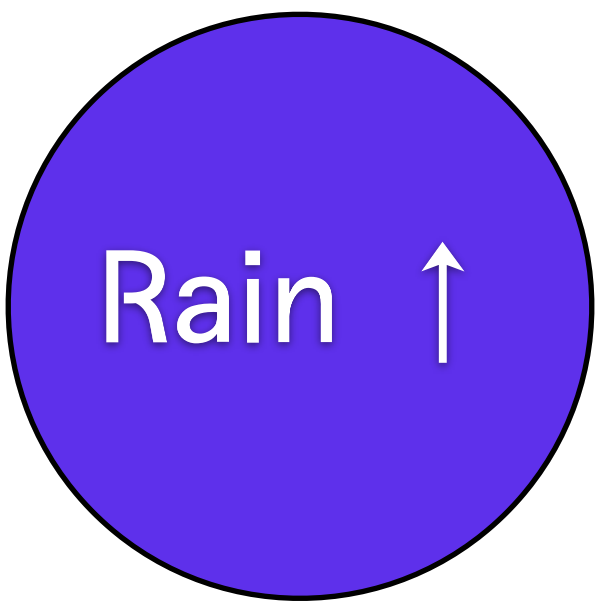


역의 인과관계
Reverse causality

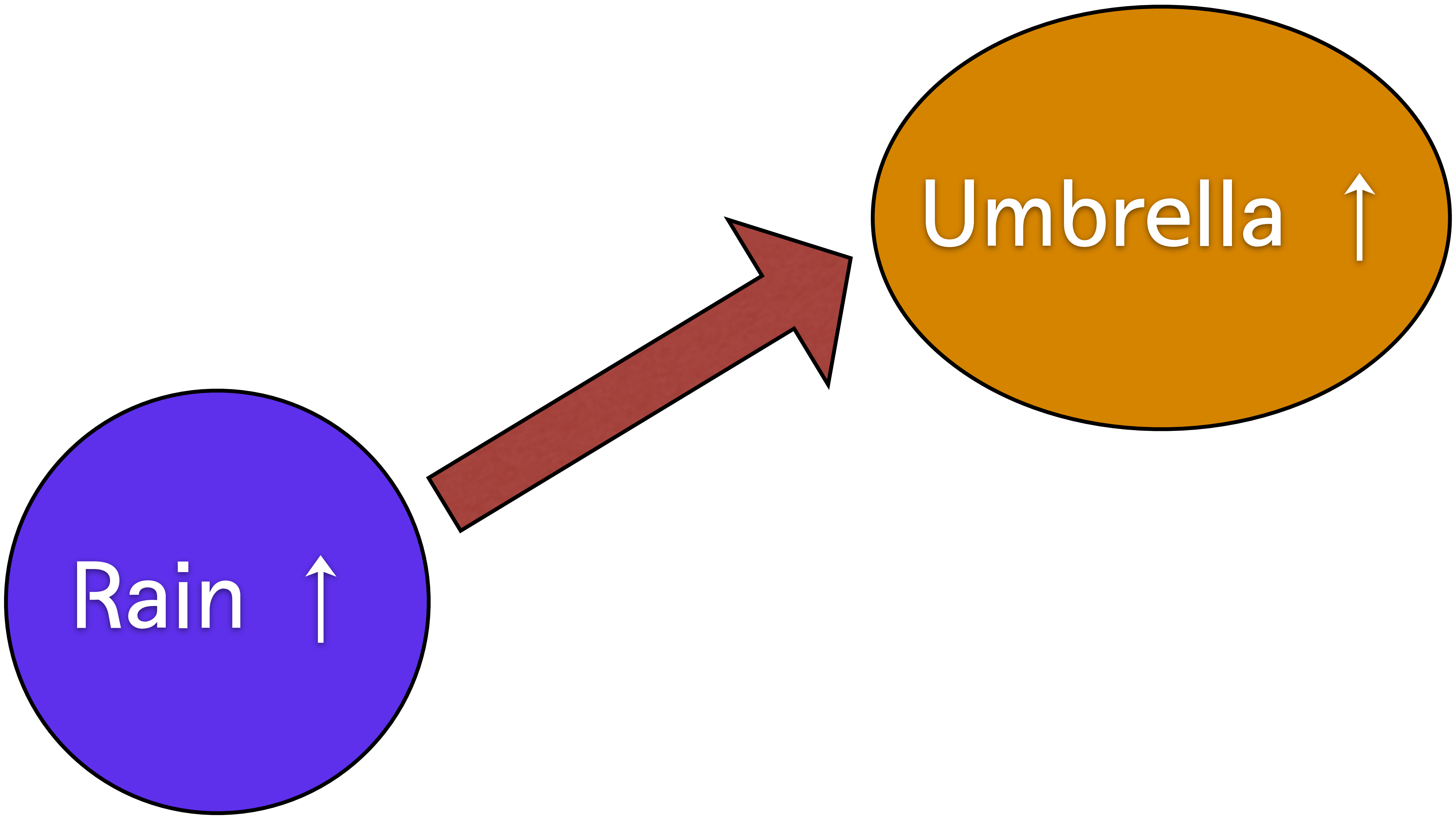
- 독립변수와 종속변수의 혼동
- 예) 비의 양과 우산판매량 사이에 양의 상관관계가 관찰: 우산판매량을 독립변수로 본다면, 우산 판매량이 많으면 비가 온다는 추론 가능

Reverse Causality

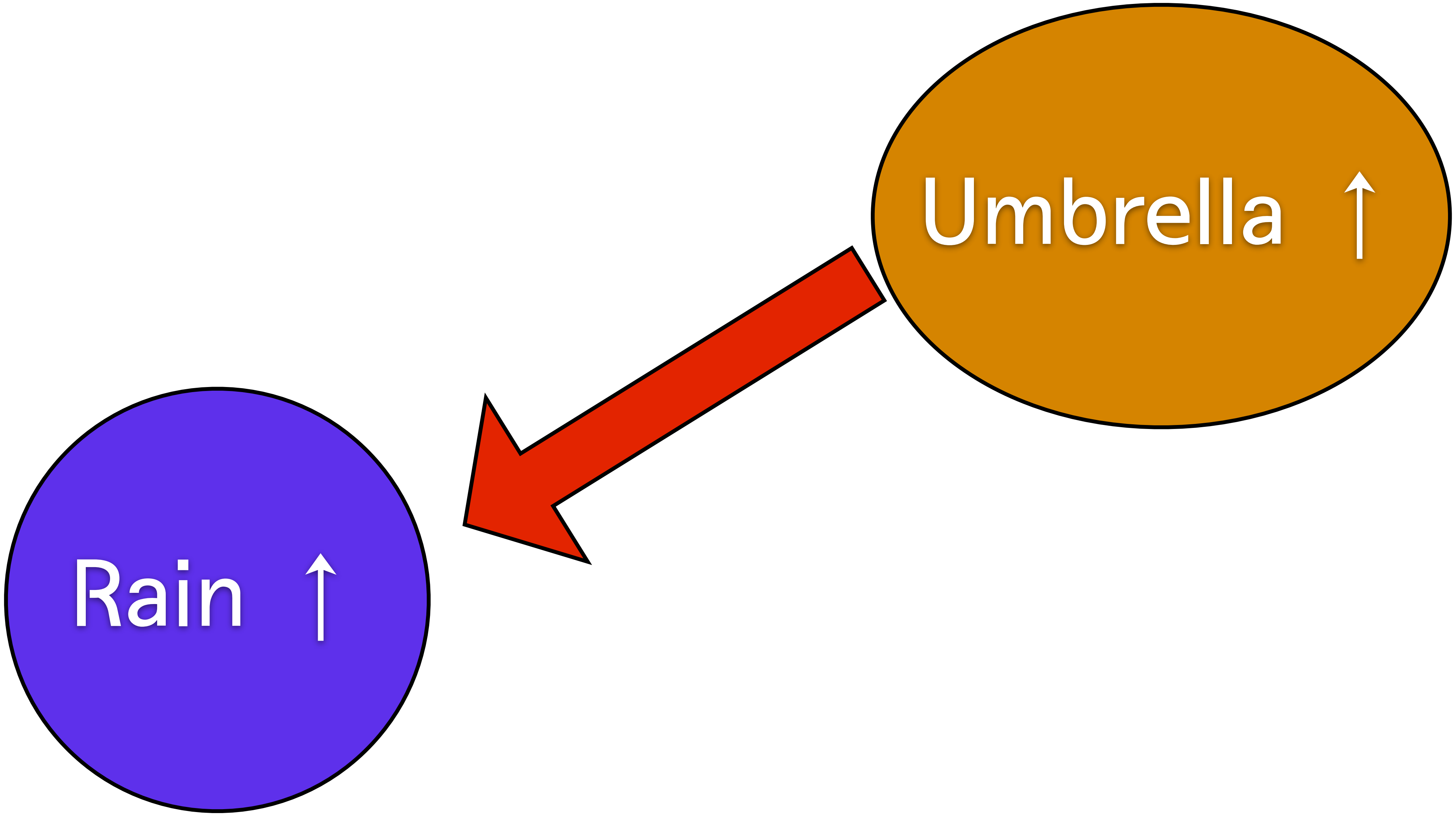
Reverse Causality



Reverse Causality



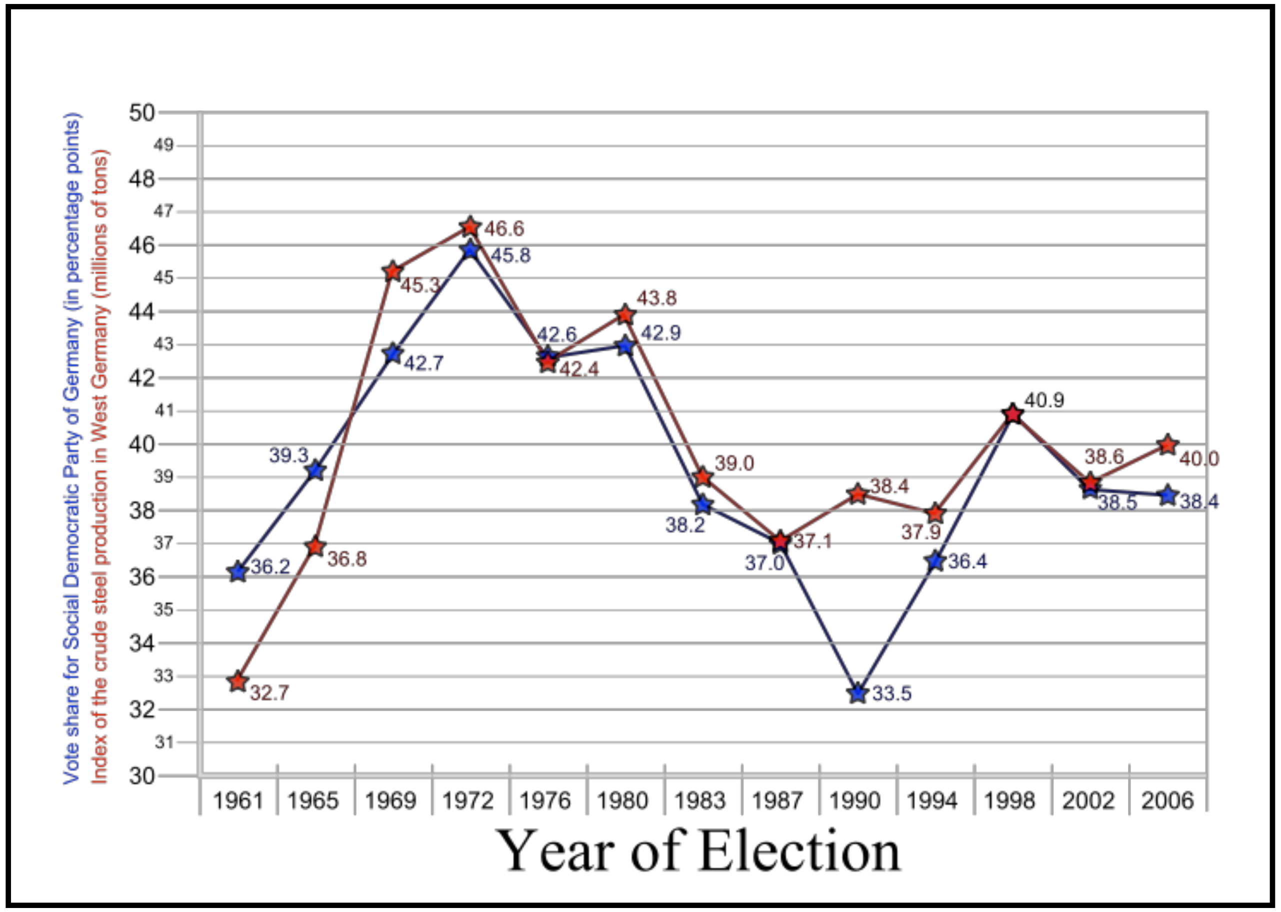
Reverse Causality



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

미어샤이트의 법칙

- 독일 사민당의 득표율과 해당 년도의 조강(crude steel) 생산량간의 매우 강력한 양의 상관관계 존재
- 인과관계가 없는 상관관계의 사례



통계적 가설 검증
Statistical Hypothesis Testing

- 가설을 세우고 해당 가설이 타당한지 수리적으로 판단하는 수학적 기술
  - 귀무가설(null hypothesis): 입증하려는 가설이 성립하지 않을 것으로 보는 기본적 가설
    - 예) 앵커링 효과가 없다: 그룹간의 평균은 같다
  - 대립가설(alternative hypothesis): 입증하려는 가설
    - 예) 앵커링 효과가 있다: Q1이 클수록 Q3이 크다

Fischer's Lady Tasting Tea

- 밀크티 := 홍차 + 우유
- 1920년대에 통계학자들도 동석하고 있던 한 티파티에서 한 여성이 다음과 같은 주장을 함
- "나는 우유를 붓고 홍차를 부은 밀크티와 홍차를 부은 뒤 우유를 부은 밀크티를 구분할 수 있다"
- 이에 즉석에서 실험이 진행됨

실험 디자인

- 가설: 이 부인은 두 타입의 밀크티를 식별할 수 있는가?
  - 또는, 밀크티는 어떤 것을 먼저 부었는지에 따라 맛이 달라지나?
- 8잔의 밀크티를 준비
  - 4잔은 우유먼저, 나머지 4잔은 홍차를 먼저 부음
  - 순서를 뒤섞고 각 밀크티의 일련번호와 타입을 기록해둠 (부인은 알 수 없는 방식으로)
- 부인은 한잔씩 맛을 보고 어떤 타입인지 식별
- 통계적 가설검정을 통해 가설을 검정

통계 추론의 주의사항

- 위 실험의 과정과 결말은 가설 검정 부분에서 다룰 것임
- 다만 한 가지 알아두어야 할 것이 있음
- 통계적 추론은 오직 기각 (reject)만 가능하다는 것
  - 채택 (accept)는 불가능함

통계적 추론의 예 (2)

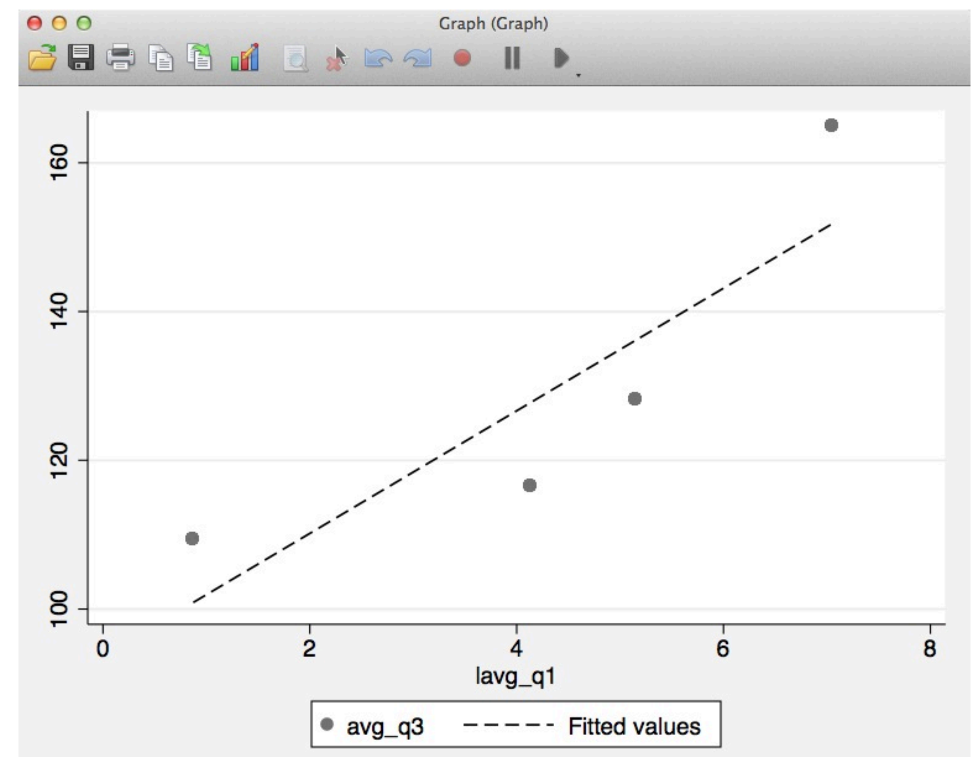
- 문제의 단순화를 위해 주사위 게임으로 룰을 변경
  - 높은 눈이 많이 나오는 쪽이 이김
- 상대가 10번 연속으로 주사위 눈금 6이 나왔음
- Question 발생!

가능한 두 가지 가설

- 가설 1: "너 주사위에 어떤 장치를 해서 계속 6이 나오게 했지?"
  - 위 사실만으로는 추론 불가능
- 가설 2: "너 공정한 주사위를 쓰지 않았지?"
  - 위 사실만으로는 추론 가능

가설검정 절차

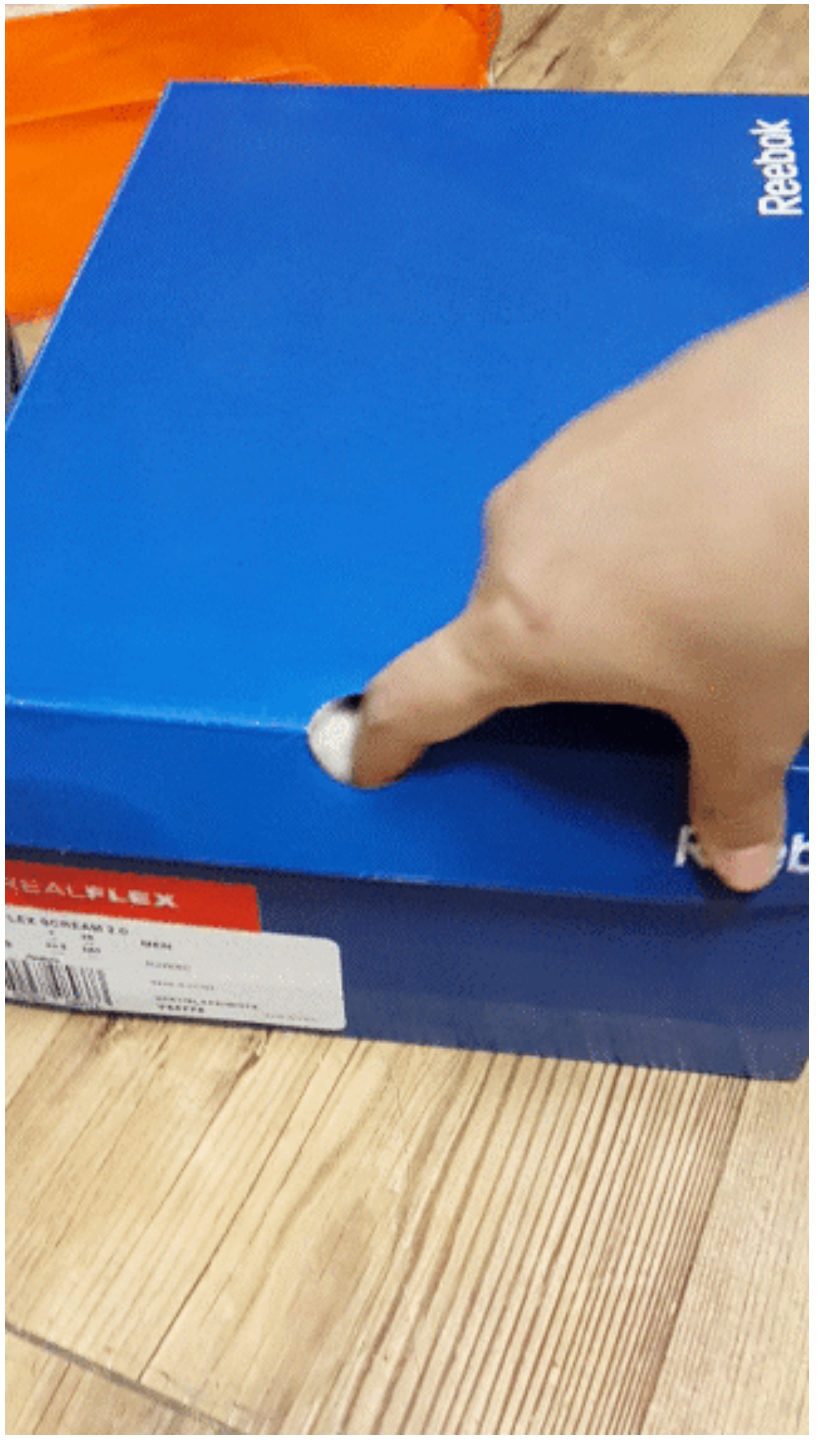
- 앵커링이 없다고 가정(귀무가설) → 오른쪽과 같은 그룹별 평균 차이가 발생할 확률 계산(p-value)
- p-value<유의수준확률
  - 귀무가설 기각
- p-value>유의수준확률
  - 귀무가설 기각불가
- 관련과목: 계량경제학
- 추천도서: "통계학의 피카소는 누구일까?"



Next Topic

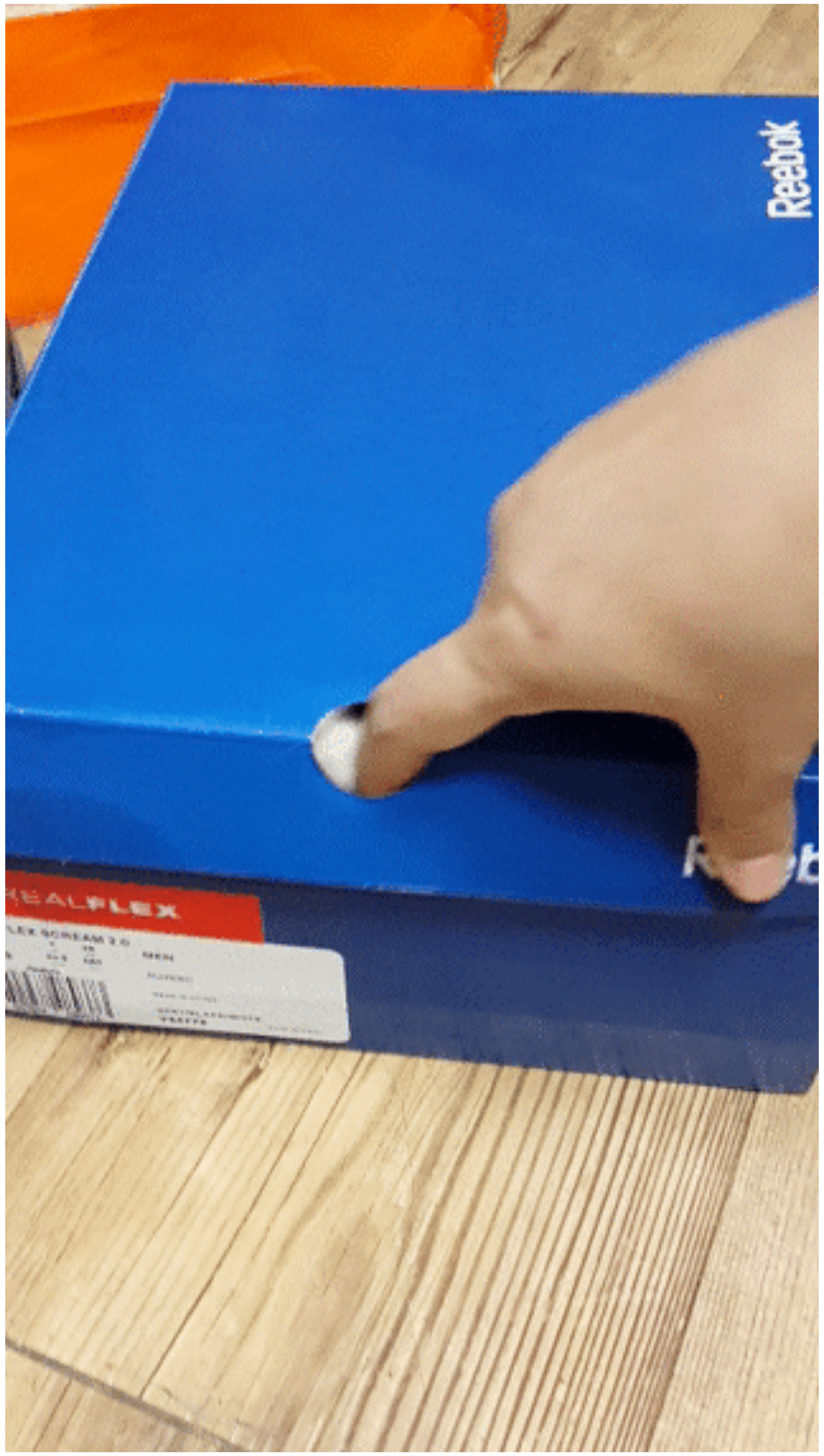
- 공급과 수요(Supply and Demand)

수고하셨습니다!



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

수고하셨습니다!



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr