게임이론 기초

경제원론1

조남운

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

Topics

- 동시선택게임
- 내쉬균형
- 전개형 게임

죄수의 딜레마 게임

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

역사

- 원래 수학적인 정식화는 Merrill Flood 와 Melvin Dresher (1950)
- 현재의 이야기대로는 Albert W. Tucker (1951)

Albert W. Tucker

죄수의 딜레마의 보수행렬
Prisoners' Dilemma: Payoff Table

- 두 죄수 A,B는 완전히 격리되어 있음

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방, 50년	10년, 10년

보수행렬: 가능한 모든 행동들에 대한 보수가 정의된 표

우월전략 (B)
Dominant Strategy of B

- 우월전략: 상대방의 모든 전략에 대해 언제나 유리한 전략

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방, 50년	10년, 10년

우월전략 (B)
Dominant Strategy of B

- 우월전략: 상대방의 모든 전략에 대해 언제나 유리한 전략

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

우월전략 (B)
Dominant Strategy of B

- 우월전략: 상대방의 모든 전략에 대해 언제나 유리한 전략

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년	, 석방

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

우월전략 (B)
Dominant Strategy of B

- 우월전략: 상대방의 모든 전략에 대해 언제나 유리한 전략

A가 부인할 경우:
자백이 우월전략

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년	, 석방

우월전략 (B)
Dominant Strategy of B

- 우월전략: 상대방의 모든 전략에 대해 언제나 유리한 전략

A가 부인할 경우:
자백이 우월전략

수감기간	B:부인	B:자백
A: 자백	50년	, 10년

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

우월전략 (B)
Dominant Strategy of B

- 우월전략: 상대방의 모든 전략에 대해 언제나 유리한 전략

수감기간	B:부인	B:자백
A: 자백	50년	, 10년

A가 부인할 경우: 자백이 우월전략

A가 자백할 경우: 자백이 우월전략

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

우월 전략 균형

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방, 50년	10년, 10년

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

우월 전략 균형

B의 우월전략

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방, 50년	10년, 10년

우월 전략 균형

B의 우월전략

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방, 50년	10년, 10년

A의 우월전략

우월 전략 균형

B의 우월전략

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방, 50년	10년, 10년

A의 우월전략

우월 전략 균형

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

A의 최적 대응

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방, 50년	10년, 10년

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

A의 최적 대응

수감기간		
A: 부인	1년,	50년,
A: 자백	석방,	10년,

A의 최적 대응

수감기간		
A: 부인	1년,	50년,
A: 자백	석방	10년,

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

A의 최적 대응

수감기간		
A: 부인	1년,	50년,
A: 자백	석방	10년

B의 최적 대응

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방 50년	10년 10년

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

B의 최적 대응

수감기간	B:부인	B:자백
	1년	, 석방
	50년	10년

B의 최적 대응

수감기간	B:부인	B:자백
	1년	, 석방
	50년	10년

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

B의 최적 대응

수감기간	B:부인	B:자백
	1년	, 석방
	50년	10년

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

내쉬 균형

플레이어들의 최적대응쌍

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방 50년	10년 10년

내쉬 균형

플레이어들의 최적대응쌍

수감기간	B:부인	B:자백
A: 부인	1년, 1년	50년, 석방
A: 자백	석방, 50년	10년 10년

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

우월전략 균형과 내쉬 균형의 관계

- 내쉬균형만이 게임이론에서의 답인 것은 아님
- 어떤 전략쌍이 우월전략 균형이라면 ⇒ 그 균형은 반드시 내쉬 균형임
- 어떤 전략쌍이 내쉬균형이라면 ⇒ 그 균형은 우월전략균형 일수도 있지만, 아닐 수도 있음
- 우월전략균형은 내쉬균형보다 강한 개념
    - 우월전략이 존재하지 않는 게임이 대다수
    - 내쉬균형은 모든 유한게임에서 존재함

게임의 구성요소

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

(비협조적) 게임이론의 대전제

- 경기자들의 합리성은 모든 경기자들의 공통지식 (초합리성)
- 게임의 구성요소 (참가자, 전략, 결과, 보수)는 모든 경기자 사이의 공통지식

게임의 4가지 구성요소

- 모든 게임은 아래 구성요소들이 누락없이 구체적으로 정의할 수 있어야 함
  - 참가자 (Players, or Participants)
  - 전략 (Actions, or Strategies)
  - 결과 (Outcomes)
  - 보수 (Profits)

Players, or Participants

- 게임에서 행동을 결정하고 payoff를 얻는 주체
  - 즉, 게임의 주인공들
  - 사람일 수도 있지만 조직 등 집합체일 수도 있으며, 심지어는 사람으로 구성되지 않을 수도 있음
  - 반드시 대립적이어야만 하는 것은 아님
- 참가자는 반드시 2명 이상이어야 함
- 이론적으로 분석할 때에는 참가자들의 초합리성 (superrationality)을 가정함.

합리성: 직관적 의미 Rationality

- 여기에서의 합리성은 일상적으로 사용하는 합리성과 다소 다른 의미임
  - 명시적으로 표현하려면 "경제적 합리성" (economic rationality) 이라고 하면 됨
- "Pi 는 합리적이다"의 의미
  - Pi는 자신에게 이득이 되는 행동은 반드시 한다.
  - Pi는 자신에게 손해가 되는 행동은 반드시 하지 않는다.

합리성 가정의 의미

- 경제적 합리성은 인간에 대한 타당한 진술이 아님
  - 인간의 행태 중에서는 경제적 합리성으로 설명하기 어려운 것들이 흔히 관찰되기 때문임
- 하지만 비합리성을 가정할 경우 수학적으로 문제를 풀기가 매우 어려워짐
  - 따라서 경제적 합리성으로 잘 설명되는 영역에서만 적절한 전제가 될 수 있음을 명심해야 함

초합리성
Superrationality

- 모든 참가자들이 합리적이라는 것이 공통지식 (common knowledge) 인 상태
- 상대방이 합리적이라는 것을 안다는 것만으로는 부족
- 향후 편의를 위해 다음과 같은 표기를 사용
  - P1,P2, … : 참가자
  - X1,X2, … : 어떤 사실
  - k = know
  - nk = do not know
- 예: P3 k X6 := P3은 X6를 알고 있다

공통지식: 수리적 정의 Common Knowledge

- "Y := 모든 i에 대해서 (∀i,) Pi k X" 라고 정의하자.
  - "모든 참가자들이 X를 알고 있다"의 수리적 표현
- "모든 사람들이 X를 알고 있다는 것을 알고 있다"는
  - $\forall i$, Pi k Y $\Rightarrow$ Y^2
- X가 모든 플레이어 Pi (i=1,2,…,N) 에게 공통지식이기 위해서는 다음 조건이 성립해야 함.
  - $\forall j, Y^j$

공통지식: 직관적 의미

$$\forall j, Y^j$$

- 잘 이해가 안되는게 정상임 (좌절금지)
- 풀어 쓰자면,
  - "모든 참가자는 합리적이라는 것을 알고 있다는 것을 알고 있다는 알고 있다는 알고 있다는 … (무한대) 것을 알고 있다."
  - 이것을 이해하기 위해서 예를 하나 들어보겠음.

예1: 양동작전

- 두 개의 부대가 공동의 적에 야습을 하려고 함
    - 단일 부대로는 못이기지만, 두 부대가 동시에 공격하면 이김
- 두 부대는 적진에서 서로 반대 방향에 떨어져 있음
- 두 부대는 통신을 할 수 없음
    - 단, 비둘기를 보내 쪽지를 주고 받을 수는 있음
- 이들의 야습은 성공할 수 있는가?

딜레마.

- A부대가 B부대에 내일 오전 6시에 공격하자고 비둘기를 날린 상황
- 이제, 두 부대는 오전 6시에 공격하면 될까?
  - 답은 No!

딜레마..

- A 부대는 B 부대가 메시지를 수신했는지 알지 못함
  - 편의상 X를 양동작전 스케쥴이라고 한다면,
  - A nk B k X
- 이 문제를 해결하기 위해서 B 부대는 메시지를 수신했다는 비둘기를 날려야 함 (내용: B k X)
  - 그러면 문제는 해결되었을까?

딜레마…

- B 부대는 A 부대가 메시지를 수신했는지 모름
  - 수신하지 못했다면 A부대는 B 부대가 메시지를 수신하지 않았을 가능성이 있기 때문에 움직이지 않을 것임
  - B nk A k B k X
  - 따라서 A는 B에게 메시지를 수신했다는 비둘기를 날려야 함 (내용: A k B k X)
- 그럼 A는 비둘기를 날려서 문제를 해결할 수 있는가?

딜레마....

- 역시 아님. A는 메시지를 수신했는지 모름
  - A nk B k A k B k X
  - B은 회신 (메시지 내용: B k A k B k X)
- 하지만 이번엔 B가 메시지를 수신했는지 모름
  - B nk A k B k A k B k X
  - ..

딜레마.....

- 직관적으로는 서로 메시지가 도착했음을 확인하기만 했다면 될 것 같지만,
- 이 상황은 서로 메시지가 도착했음을 동시확인하지 않는한 무한히 지속될 수 밖에 없음
  - 행동에 필요한 정보가 상대방이 자신의 마지막 메시지를 수신했는지 여부에 있기 때문임.
- 작전 실행에 필요한 필요정보가 바로 양동작전에 대한 공통지식임

예2: 모자를 쓴 아이

- 아이 3명이 서로 마주보고 있다 (아이1, 아이2, 아이 3)
- 각 아이들은 빨간색 모자를 쓰고 있거나 흰색 모자를 쓰고 있다
- 각 아이들은 다른 아이들의 모자 색을 볼 수 있지만, 자기가 쓴 모자의 색은 볼 수 없다.
- (일단 아이들이 쓰고 있는 모자가 모두 빨간 색이라고 가정하자)
- 교사가 들어와 자기가 쓴 모자의 색을 알겠는지 물어본다.

아이3은 어떻게 자신이 쓴 모자의 색을 알았을까?

- 이제 선생님이 다시 이렇게 말한다.
  - “적어도 한 명은 빨간 색 모자를 쓰고 있다!”
- 이제 아이 1,2,3이 차례로 답한다.
- 아이 1의 대답은? “잘 모르겠다.”
- 아이 2의 대답은? “잘 모르겠다.”
- 아이 3의 대답은? “알겠다! 나는 빨간색 모자를 쓰고 있다!”

Common Knowledge (CK)

- 어떻게 세번째 소녀는 자신의 모자 색을 맞출 수 있었는가?
- Common Knowledges (CKs)
  - CK1 교사가 공표한 사실 (최소 1명은 빨간모자 쓰고 있다)
  - CK2 위 공표한 사실을 모두가 알고 있다는 사실
  - CK3 이사실을 모두가 알고 있기 때문에 내릴 수 있는 결론을 알고 있다는 사실
- 위 CK가 사실이라면 아이3은 답을 맞출 수 있음

생각해보기

- 아이1이 모르겠다고 대답하기 위해서는
  - 아이2,3이 모두 흰 모자를 썼을 경우 아이1은 자신의 모자를 알 수 있으므로 배제해야 함
- 아이2가 모르겠다고 대답하기 위해서는
  - 아이2는 아이1의 대답으로부터 아이2,3 중에 최소한 한 명이 빨간모자를 썼다는 것은 알고 있다.
  - 그런데 모른다면?
  - 아이3은 흰모자를 쓴 것은 아니다 ⇒ 아이3은 빨간모자일 수 밖에 없음

	아이1	아이2	아이3
Case1	W	W	W
Case2	R	W	W
Case3	W	R	W
Case4	W	W	R
Case5	R	R	W
Case6	R	W	R
Case7	W	R	R
Case8	R	R	R

생각해보기

- 아이1이 모르겠다고 대답하기 위해서는
  - 아이2,3이 모두 흰 모자를 썼을 경우 아이1은 자신의 모자를 알 수 있으므로 배제해야 함
- 아이2가 모르겠다고 대답하기 위해서는
  - 아이2는 아이1의 대답으로부터 아이2,3 중에 최소한 한 명이 빨간모자를 썼다는 것은 알고 있다.
  - 그런데 모른다면?
  - 아이3은 흰모자를 쓴 것은 아니다 ⇒ 아이3은 빨간모자일 수 밖에 없음

	아이1	아이2	아이3
~~Case1~~	~~W~~	~~W~~	~~W~~
~~Case2~~	~~R~~	~~W~~	~~W~~
Case3	W	R	W
Case4	W	W	R
Case5	R	R	W
Case6	R	W	R
Case7	W	R	R
Case8	R	R	R

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

생각해보기

- 아이1이 모르겠다고 대답하기 위해서는
  - 아이2,3이 모두 흰 모자를 썼을 경우 아이1은 자신의 모자를 알 수 있으므로 배제해야 함
- 아이2가 모르겠다고 대답하기 위해서는
  - 아이2는 아이1의 대답으로부터 아이2,3 중에 최소한 한 명이 빨간모자를 썼다는 것은 알고 있다.
  - 그런데 모른다면?
  - 아이3은 흰모자를 쓴 것은 아니다 ⇒ 아이3은 빨간모자일 수 밖에 없음

	아이1	아이2	아이3
~~Case1~~	~~W~~	~~W~~	~~W~~
~~Case2~~	~~R~~	~~W~~	~~W~~
~~Case3~~	~~W~~	~~R~~	~~W~~
Case4	W	W	R
~~Case5~~	~~R~~	~~R~~	~~W~~
Case6	R	W	R
Case7	W	R	R
Case8	R	R	R

CK의 필요성

- 하지만, 아이1이나 아이2가 가령 확실히 알 수 있는 상황(대답하지 않은 아이들이 모두 흰색모자를 쓴 상황) 에서도 잘 모르겠다고 대답했다면?
- CK3 위배 - 이 사실을 모르는 아이3의 추론은 틀릴 수 있게 됨

초합리성 가정의 의미

- 게임이론은 ‘균형’을 탐구
- 균형이 계산가능하게 되기 위한 전제들
  - 사람들은 자신의 이익을 극대화한다
  - 이를 위해 사람들은 자신이 지닌 정보를 최대한 논리적으로 활용한다
- 현실에서 사람들은 정말로 이렇게 추론할까?
- 위 가정들은 굉장히 강한 가정이라는 점을 염두에 둬야함

Actions, or Strategies

- Action: 현 상황에서 내가 취할 수 있는 행동의 집합
- Strategy: "사전적" 으로 정의되는 가능한 모든 상황들에 대한 Action Plan
- 위 두 개념을 혼용하는 경우도 있음
- 게임 플레이 전에 가능한 모든 상황에 대해 검토하고 결론을 내려둬야 함

Strategic Ultimatum Game

- 실제로 해보자!
- Phase I: 단순 ultimatum game 4회 실시 (역할, 파트너 라운드별 임의결정)
- Phase II: ultimatum game version2 : strategic form (4회) - 역할, 파트너 라운드별로 임의결정
  - 제안자(Proposer) 역할은 동일
  - 수용자(Responder)는 제안자의 전략을 알지 못하는 상태에서 자신이 제안받을 수 있는 모든 경우에 대해서 응답을 설정함

Strategy

- 단 한 번 하는 죄수의 딜레마라면?
- 만일 동일 상대와 죄수의 딜레마를 3회에 걸쳐서 한다면?
- 이 게임을 시작하기 전에 나의 게임 플랜은?
- 이렇게 게임을 시작하기 전에 정의하는 것이 전략

Nash Equilibrium: Main Idea

- 일단 어떤 전략 조합 상태 (전략 프로파일)에 있다고 가정
- 이때 다른 선들이 그 상태에 머무르는 상황에서 P1만 전략을 바꿔
- 이득을 볼 수 있는가?
  - 만일 YES라면: 그 전략 프로파일은 균형이 아님 (why?) 만일 NO라면: 최소한 "P1"은 전략을 바꾸지 않을 것임
  - 이런 식으로 나머지 모든 Player들에 대해서 위 과정을 반복
- 만일 어떤 전략 프로파일이 모든 다른 선수들에 대해서도 모두 NO인
- 상태라면, 그 전략 프로파일이 바로 Nash Equilibrium (NE)

Nash’s Contribution

- 균형 개념을 고안했다는 데에 있는 것이 아니라
- 유한한 수의 선수와 유한한 수의 전략이 있는 게임에서
- (안정적인) 내시 균형이 반드시 하나 이상 존재한다는 점을 증명했다는 데에 있음
  - http://www.pnas.org/content/36/1/48.full
- 게임이 연구할 가치가 있는 대상임을 입증!

내쉬균형 실습: 조정게임 Coordination Game

- 선수들의 행동이 조정되어야 바람직한 상태에 도달
- 사회의 표준, 관습의 중요성
- 내시 균형은?

P2

P1		L	R
	L	1, 1	0, 0
	R	0, 0	2, 2

순수전략 내쉬균형 (PSNE: Pure Strategy NE) 찾기

- 방법1: 전략의 모든 조합이 4개 밖에 안되니까 4 개를 다 체크. 각각의 상태에서 다른 상태로 이탈할 때 선수 누구에게든 이득이 발생하는지 확인한다.
- 방법2: 각각의 플레이어에 대해서 상대의 행동이 내시균형의 행동이라고 할 때 나의 행동은 어떤 것인지를 확인해준다. 이때 모든 사람의 행동이 이같은 원칙에 부합할 때 NE

P2

P1		L	R
	L	1, 1	0, 0
	R	0, 0	2, 2

최적대응
Best Response

- 방법2는 최적 대응 (Best response)
- 나에게 가장 이익이 되는 행위(BR)는 상대의 행동에 의존한다. 이때 상대의 행동/전략을 어떤 함수 혹은 관계의 x라고 할 때, 이 x에서 가장 최적의 대응을 만들어주는 전략 프로파일(전략쌍)이 NE
- 앞서의 예에서 B1(L) = L, B1(R) = R 과 같이 나타낼 수 있다.

P2

P1		L	R
	L	1, 1	0, 0
	R	0, 0	2, 2

매-비둘기 게임 (겁쟁이 게임)

- 조정 게임과는 반대의 상황
- 다른 이름: Chicken game, snow-drift game

P2

P1		H	D
	H	$-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	$1, 0$
	D	$0, 1$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

겁쟁이게임

- 겁쟁이게임: 좁은 도로위에서 자동차를 마주 달려 먼저 핸들을 꺾는 사람이 지는 게임. 둘 모두 꺾지 않는 경우 파국으로 치달음.

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	무,무	패배,승리
A:돌진	승리,패배	죽음,죽음

겁쟁이 게임의 Payoff Matrix

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	무,무	패배,승리
A:돌진	승리,패배	죽음,죽음

우월전략 (B의 입장)

우월전략이 존재하지 않는 게임임

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	무,무	패배,승리
A:돌진	승리,패배	죽음,죽음

우월전략 (B의 입장)

우월전략이 존재하지 않는 게임임

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	무,무	패배,승리

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

우월전략 (B의 입장)

우월전략이 존재하지 않는 게임임

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	,무	,승리

우월전략 (B의 입장)

우월전략이 존재하지 않는 게임임

A가 회피할 경우:
돌진이 우월전략

전략	B:겁쟁이	B:돌진이
A:겁쟁이	[redacted],무	[redacted],승리
[redacted]		

우월전략 (B의 입장)

우월전략이 존재하지 않는 게임임

A가 회피할 경우:
돌진이 우월전략

전략	B:겁쟁이	B:[illegible]
A:돌진	,패배	,죽음

우월전략 (B의 입장)

우월전략이 존재하지 않는 게임임

A가 회피할 경우:
돌진이 우월전략

전략	B:겁쟁이	B:
A:돌진	,패배	,죽음

A가 돌진할 경우:
회피가 우월전략

A의 최적 대응

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	무,무	패배,승리
A:돌진	승리,패배	죽음,죽음

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

A의 최적 대응

전략		
A:겁쟁이	무,	패배,
A:돌진	승리,	죽음,

A의 최적 대응

전략		
A:겁쟁이	무,	패배,
A:돌진	승리,	죽음,

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

A의 최적 대응

전략		
A:겁쟁이	무,	패배,
A:돌진	승리,	죽음,

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

B의 최적 대응

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	무,무	패배,승리
A:돌진	승리,패배	죽음,죽음

B의 최적 대응

전략	B:겁쟁이	B:돌진
	,무	,승리
	,패배	,죽음

B의 최적 대응

전략	B:겁쟁이	B:돌진
	,무	,승리
	,패배	,죽음

B의 최적 대응

전략	B:겁쟁이	B:돌진
	,무	,승리
	,패배	,죽음

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

(순수전략) 내쉬균형

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	무,무	패배,승리
A:돌진	승리,패배	죽음,죽음

보수행렬의 속성

보수의 크기 순서가 중요함

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	무,무	패배,승리
A:돌진	승리,패배	죽음,죽음

전략	B:겁쟁이	B:돌진
A:겁쟁이	30,30	10,100
A:돌진	100,10	0,0

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

최후통첩게임

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

최후 통첩 게임

- 임의의 두 사람과 매칭될 것임.
- 제안하는 사람:
  - 1000 ECU (Experimental Currency Unit) 을 분배
- 제안받는 사람:
  - 위 제안을 수락: 제안한 금액을 둘이 나눠가짐 위제안을거절:양쪽모두0 ECU

생활속의 최후통첩게임

- 판매자: 제안자
  - A 라는 상품을 p 만큼의 화폐와 교환할 것을 제안
- 구매자: 수용자
  - 위 제안을 받아들이기 / 거절하기
- 거절할 경우 양쪽의 payoff 는 모두 0
- 수용할 경우
  - 판매자: A상품의 판매 이윤 (p - A 비용)
  - 구매자: A상품의 구매이득 (A에 대해 느끼는 구매자의 가치- p)

PSNE가 없는 경우

- 간단한 버전의 짤짤이
  - Matching Pennies
- 선수1이 백원짜리 동전의 앞뒤를
- 접고, 선수2가 맞춘다.
- 이 게임의 내시 균형은 있는가?

P2

P1		H	T
	H	$-1, 1$	$1, -1$
	T	$1, -1$	$-1, 1$

혼합전략
Mixed Strategy

- 분명 Nash는 모든 게임에 균형이 있다고 했는데??
- 과연 이 문제를 어떻게 해결할 것인가?
- Nash가 염두한 전략은 전략들을 확률적으로 구사하는 것: 혼합전략

혼합전략을 위한 사전지식

- 기대값 (expected value)
  - 확률을 다루기 위한 가장 기본적인 개념
- 기본 원칙:
  - (1) 가능한 모든 경우들을 겹치지 않게 열거
  - (2) 위 경우들의 확률을 체크
  - (3) 기대값 := Sum(각 경우들 * 그 경우의 확률)

How to Find MSNE

- P1은 H를 p의 확률로 구사
  - T는 자동으로 1-p
- P2는 H를 q의 확률로 구사
  - T는 자동으로 1-q
- **π**2 도 구해볼 것.

P2

P1	H	T
H	$-1, 1$	$1, -1$
T	$1, -1$	$-1, 1$

$$\pi_1 = pq[-1] + p(1-q)[1] + (1-p)q[1] + (1-p)(1-q)[-1]$$

$$= p(1-2q) - (1-p)(1-2q)$$

$$= (1-2q)(2p-1)$$

경우의 수와 확률

- 전략이 여러개 일때도 각 전략의 확률을 설정할 수 있음
- 예를 들어 2번째줄, 3번째칸의 전략이 구사될 확률은:
  - p2 x (1-q1-q2)
- 이 확률에 이 전략의 기대보상을 곱하면 되는 것임

	q1	q2	1-q1-q2
p1			
p2			*
1-p1-p2			

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

혼합전략에서의 최적대응

- 혼합전략 아래에서는 플레이어는 어떤 전략을 구사하더라도 동일한 보수를 얻어야 함
    - 다른 전략을 구사했을 때 더 나은 보수를 얻는다면 당연히 그 전략을 택할 것이기 때문
- 이를 이용하면 쉽게 p, q 를 찾을 수 있음

혼합전략에서의 최적대응 찾기

- 즉, 서로가 혼합전략을 구사한다고 하자. 이때 P1 이 H 와 T 를 통해 얻는 보수는 각각 다음과 같다.
- P1에게 이 두 값이 같을 때에만, π1(H) = π1(T), P1은 혼합전략을 구사하게 될 것이다. 만일 다르다면 당연히 100%의 확률로 보수가 더 높은 전략을 구사할 것이다.
- 따라서,P2의 최적의 전략은
  q∗ = 1/2
- 마찬가지로 **π**2도 전략별로 계산하면
  p∗ = 1/2

$$\pi_1(H) = q[-1] + (1-q)[1]$$

$$\pi_1(T) = q[1] + (1-q)[-1]$$

공유자원의 비극: 게임 모형

- 경기자: 공해배출기업1,2
- 행동: 많은 오염기술 / 적은 오염기술
- 보수:

		기업 2	
		오염	오염 않음
기업 1	오염	• 기업 1의 수입 \$50,000 • 기업 2의 수입 \$50,000	• 기업 1의 수입 \$90,000 • 기업 2의 수입 \$5,000
	오염 않음	• 기업 1의 수입 \$5,000 • 기업 2의 수입 \$90,000	• 기업 1의 수입 \$70,000 • 기업 2의 수입 \$70,000

내쉬균형 구해보기

		기업 2	
		오염	오염 않음
기업 1	오염	• 기업 1의 수입 \$50,000 • 기업 2의 수입 \$50,000	• 기업 1의 수입 \$90,000 • 기업 2의 수입 \$5,000
	오염 않음	• 기업 1의 수입 \$5,000 • 기업 2의 수입 \$90,000	• 기업 1의 수입 \$70,000 • 기업 2의 수입 \$70,000

미국 담배광고 금지

- 1970년 미국 의회는 TV 담배 광고 금지를 검토
- 담배산업은 아무도 적극적인 반대입장을 표명하지 않음
- 담배기업의 최적대응은 상대가 [광고]할 때 [광고]하는 것, 그리고 상대가 [광고하지 않]을 때 [광고하지 않]는 것
  - Payoff(무광고, 무광고) > Payoff(광고, 광고)
- 자발적으로는 도달할 수 없기 때문에 오히려 광고 금지 제재가 환영받을 수 있는 상황

게임이론의 현실 적용시 유의사항

- 게임이론 분석을 위해서는 가능한 모든 행동 조합에 대해 보수를 정확히 알아야 함
  - 현실에서는 보수조합을 제대로 알지 못하는 경우가 존재
- 경기자들의 이질성
  - 경기자들의 정보력, 경험이 다를 수 있음

전개형 게임

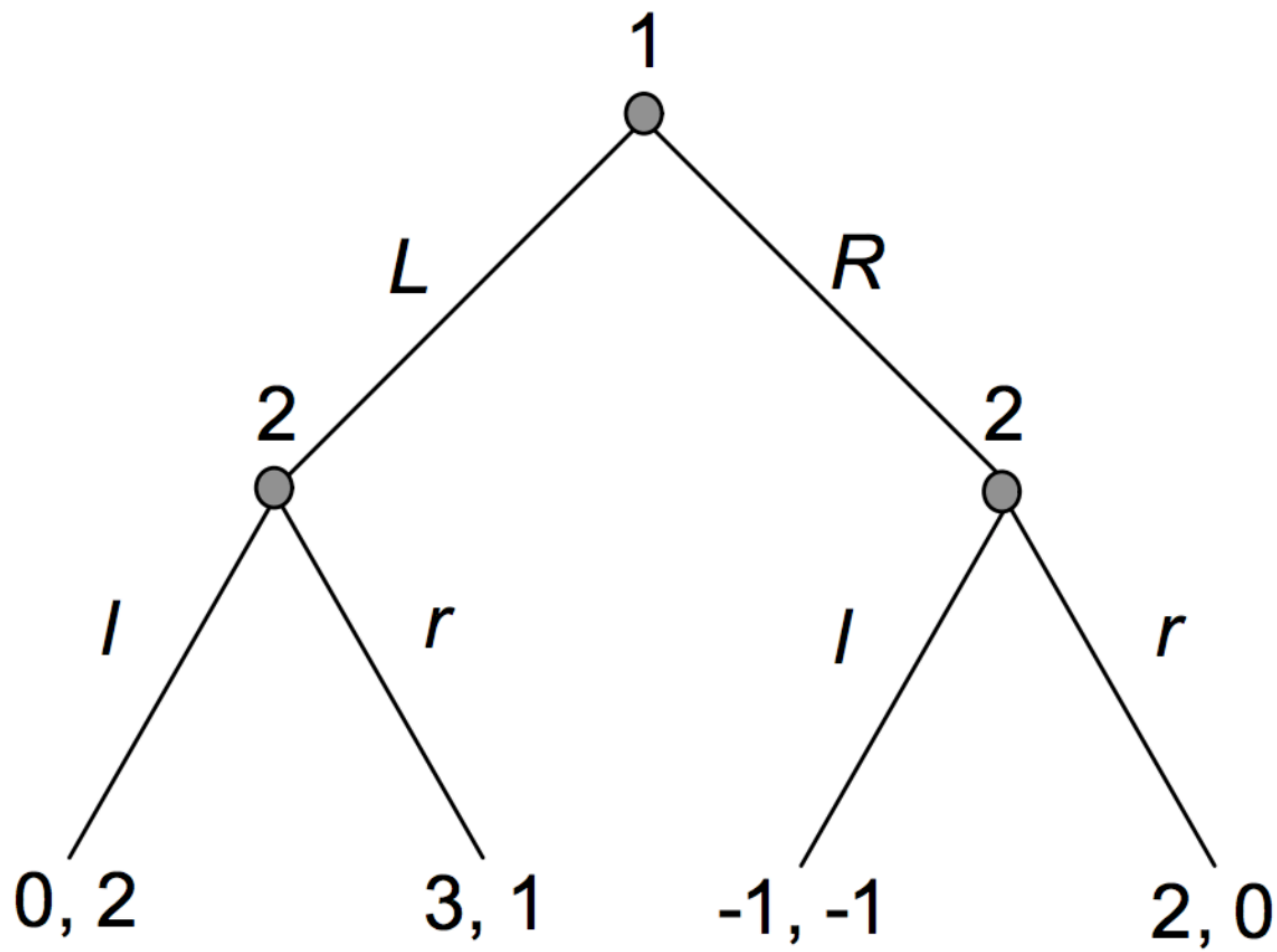
전개형 게임, 반복 게임

- 지금까지 살펴본 게임방식:
  - 플레이어는 상대방의 결정을 모른채 전략적 결정을 내린다
  - 게임은 1회만 진행한다
- 위 두 방식의 변형
  - 상대의 결정을 안다: 전개형 게임
  - 상대와 여러번 게임을 한다: 반복 게임

전개형 게임의 요소

- 게임 표현 방법이 다른 것일 뿐임
  - 모든 전략형 게임은 전개형 게임으로 표현 가능
  - 모든 전개형 게임은 전략형 게임으로 표현 가능
- 전개형 게임의 요소
  - 참가자들
  - 각 참가자들의 액션, 전략
  - 선택 노드, 게임 트리
  - 정보집합 (무엇을 알고 무엇을 모르는지에 대한 표현)

Game Tree



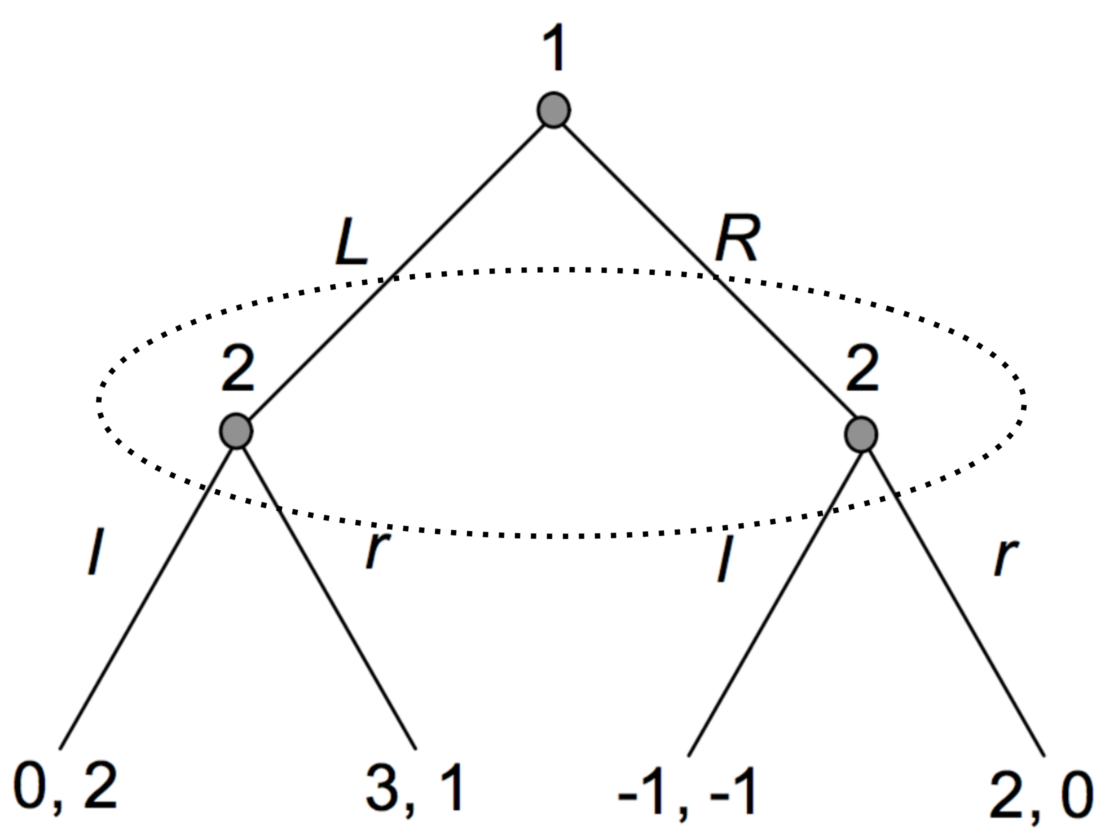
최후통첩게임의 전개형 표현

- 제안자의 행동: 총 11가지
  - 상대에게 0, 100, 200, …, 1000 points 제안
- 수락자의 행동: 총 2가지
  - Accept, Reject
- 전개형으로 표현해보자

정보집합
Information Set

- 전개형 게임에서 정보집합은 다음을 의미
  - 노드의 플레이어가 같을 것
  - 이 집합에 속해 있는 노드가 2개 이상일 경우 플레이어는 자신이 그 집합에 속한 노드들 중 어느 노드에 있는지 알지 못하고 있음

전개형, 전략형

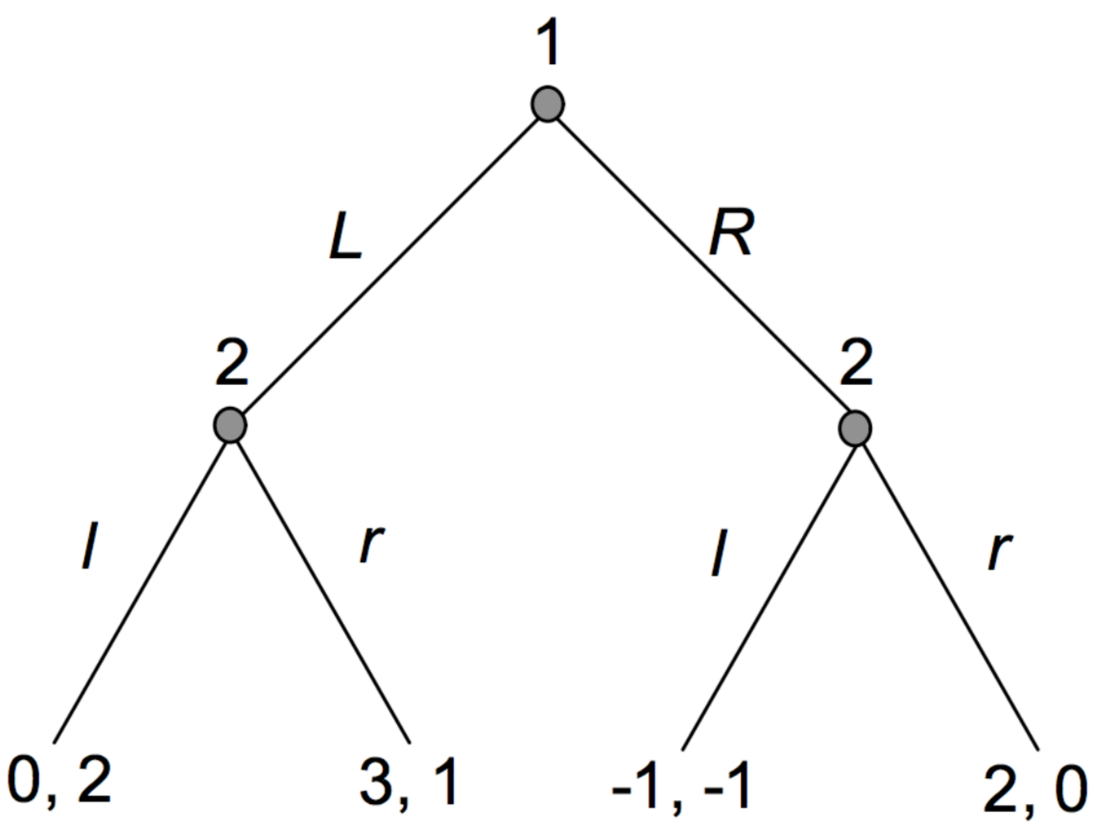


	l	r
L	0,2	3,1
R	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

전개형, 전략형

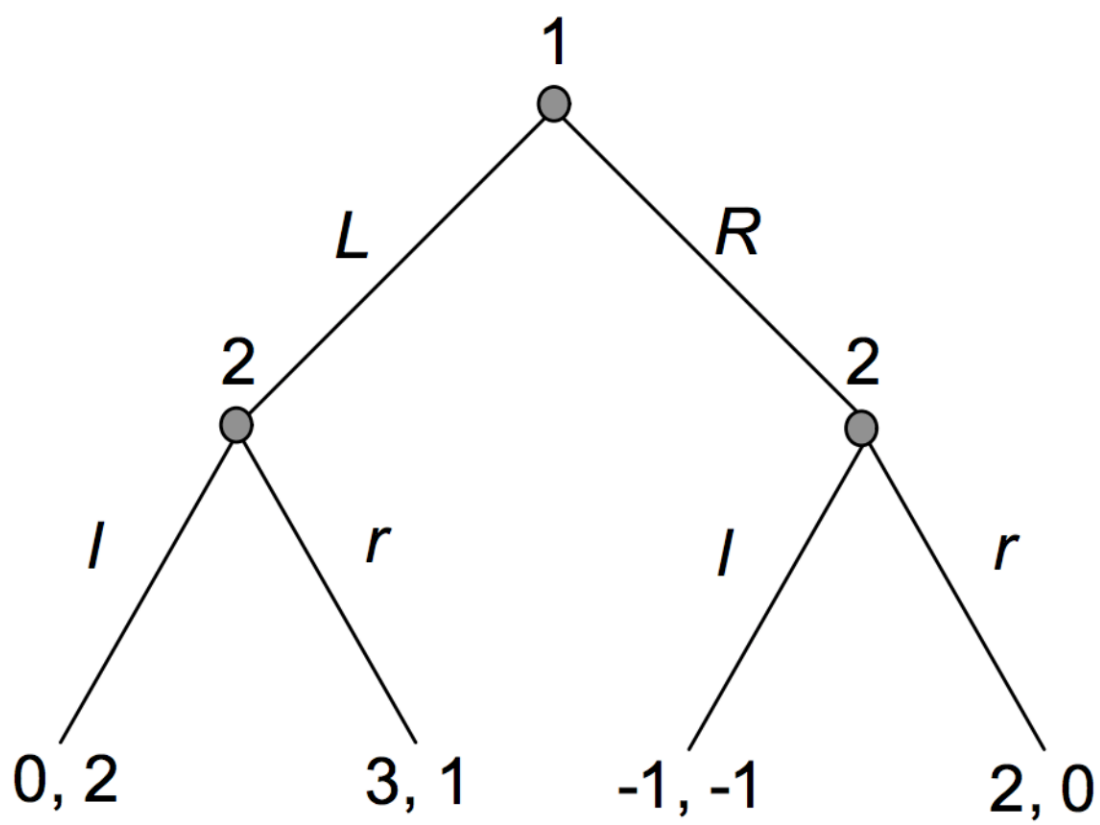


	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

전개형, 전략형



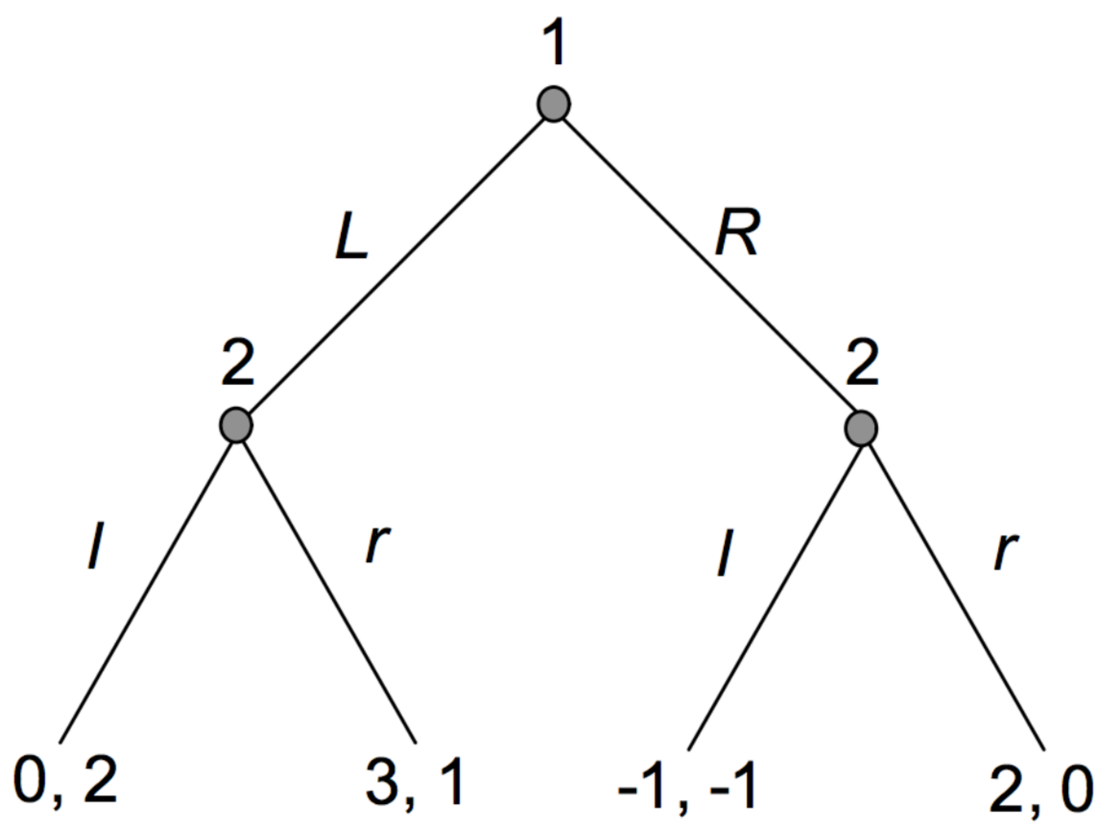
L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

전개형, 전략형

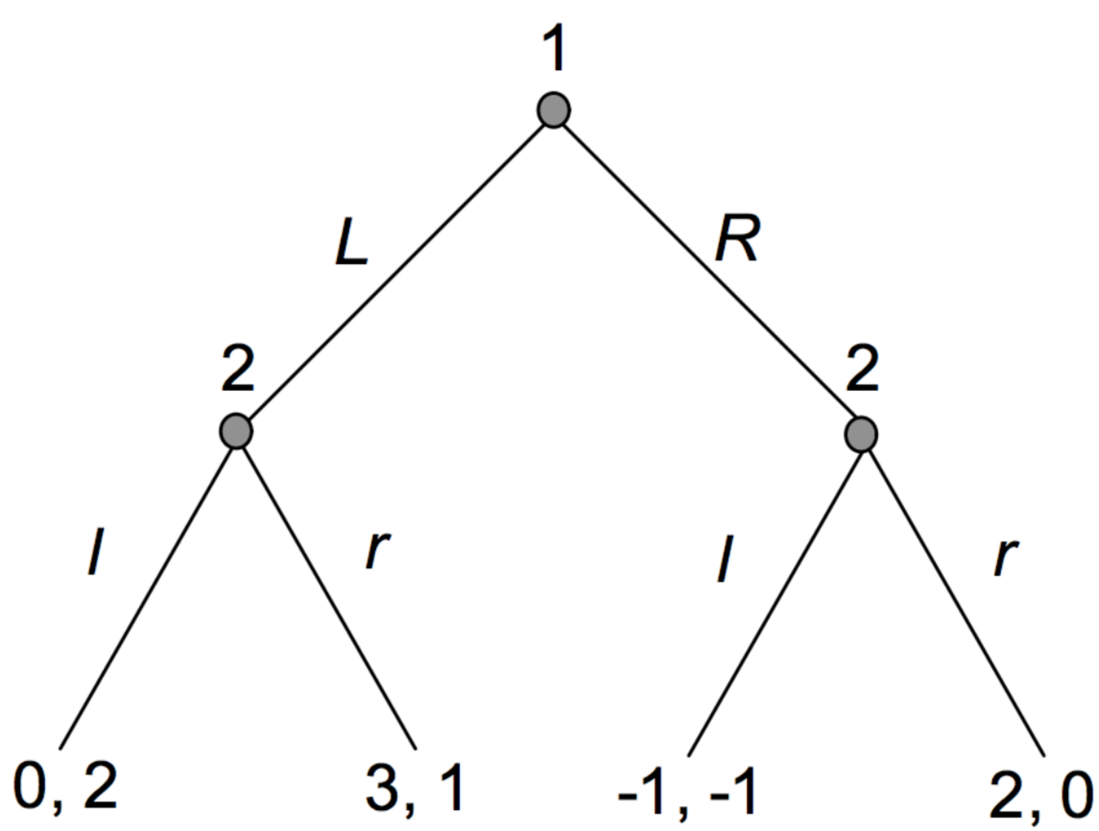


L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형

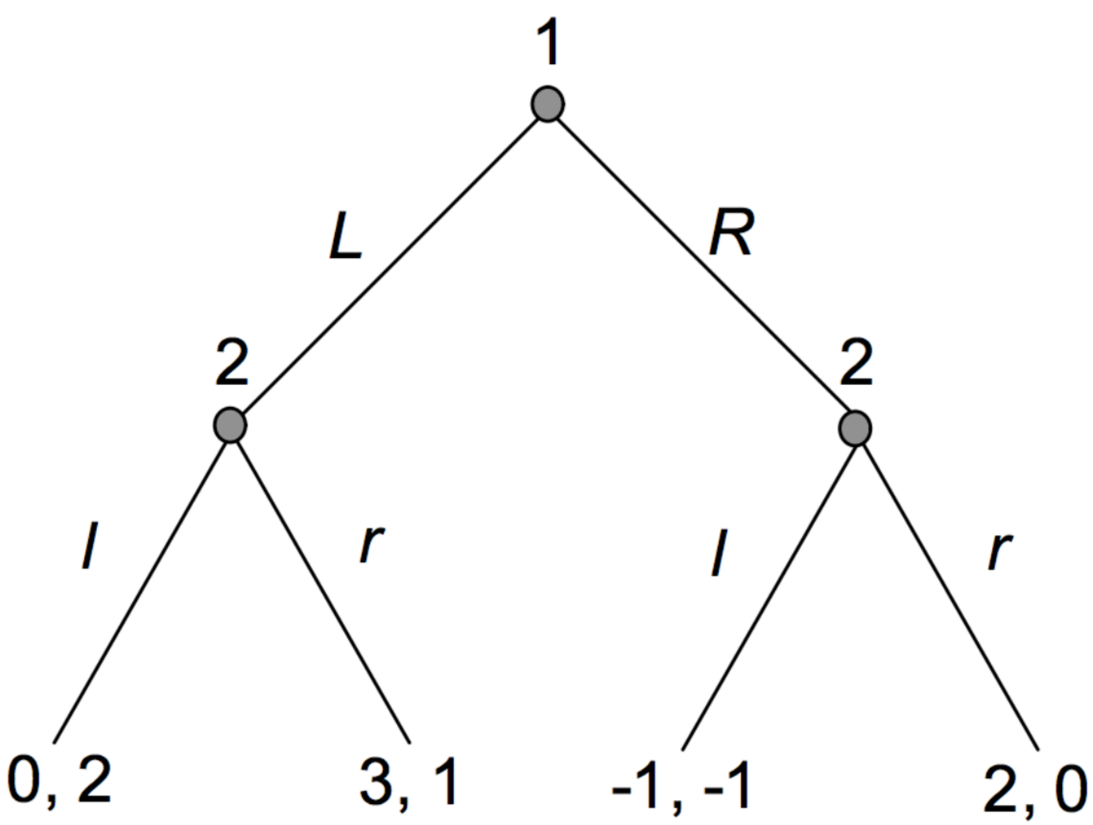


L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

전개형, 전략형



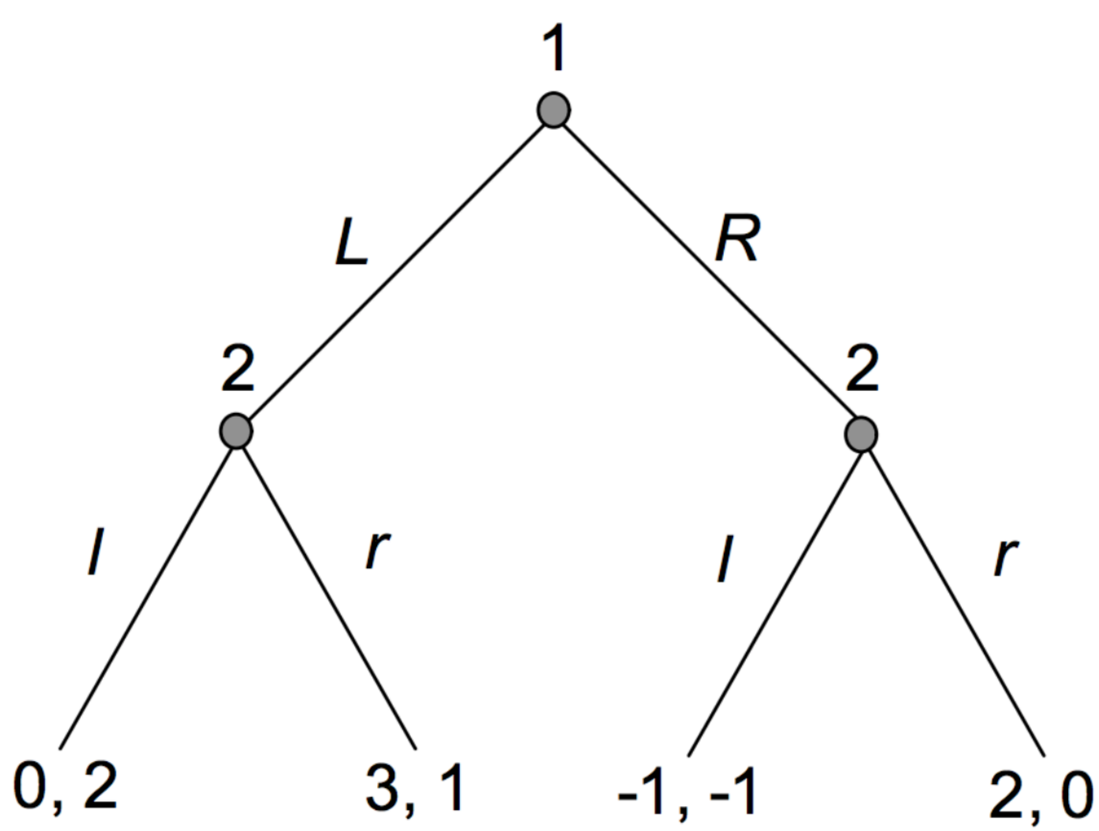
L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

전개형, 전략형



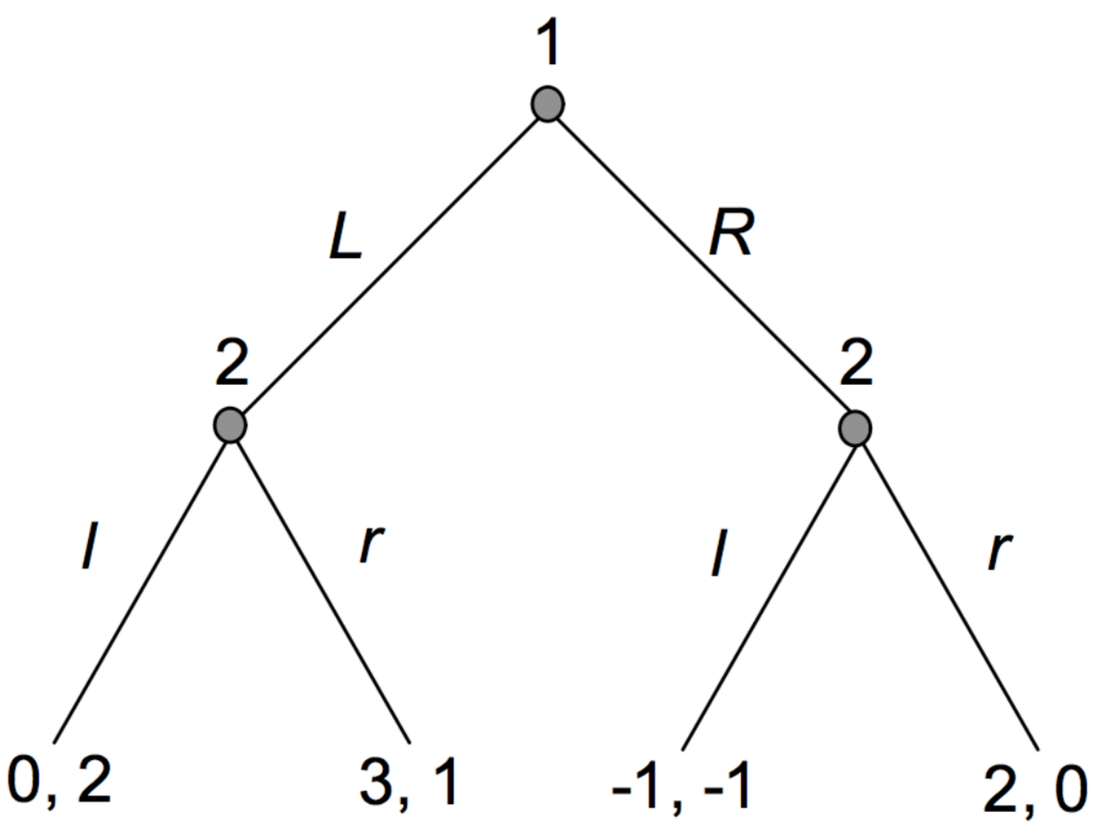
L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

전개형, 전략형



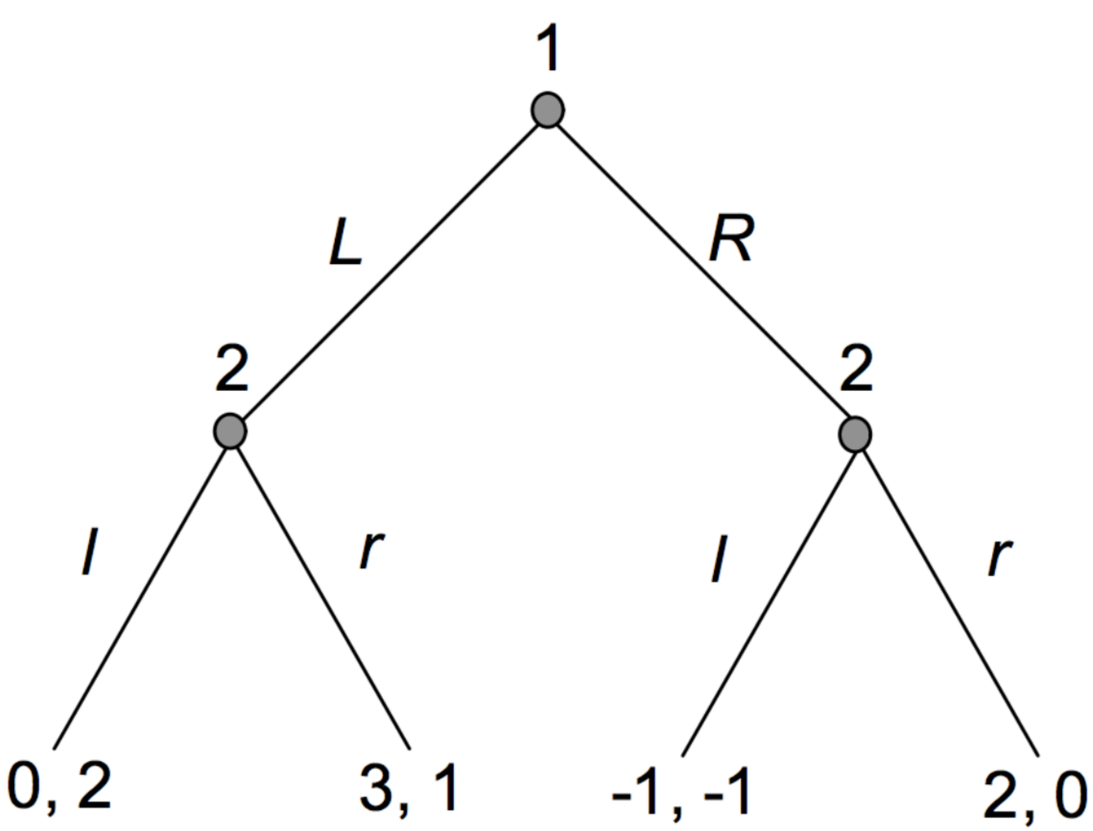
L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

전개형, 전략형



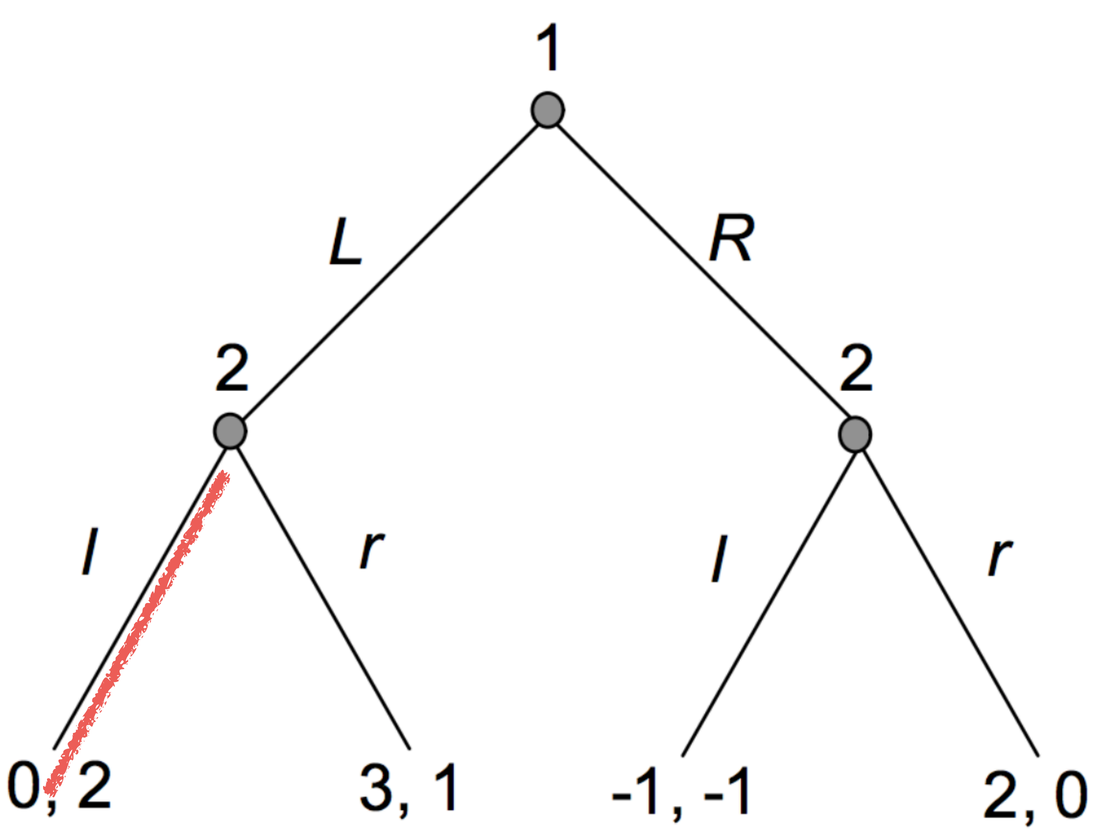
L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

전개형, 전략형



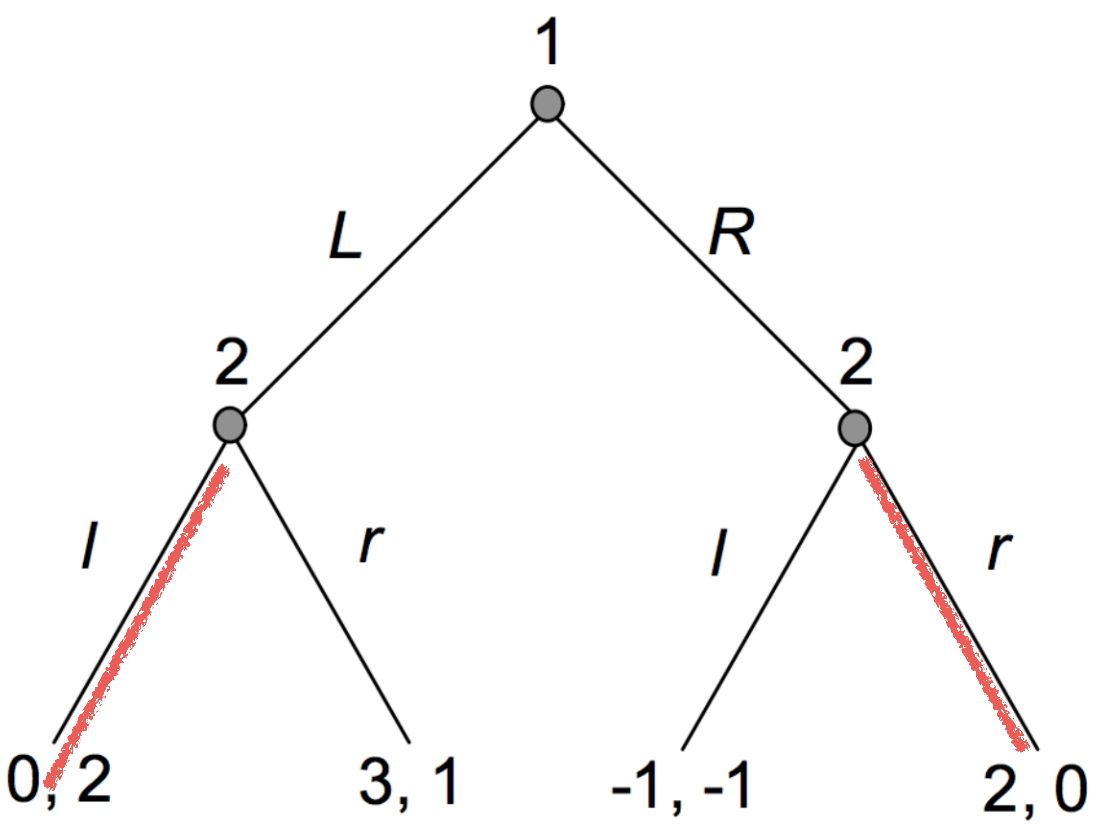
L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

전개형, 전략형



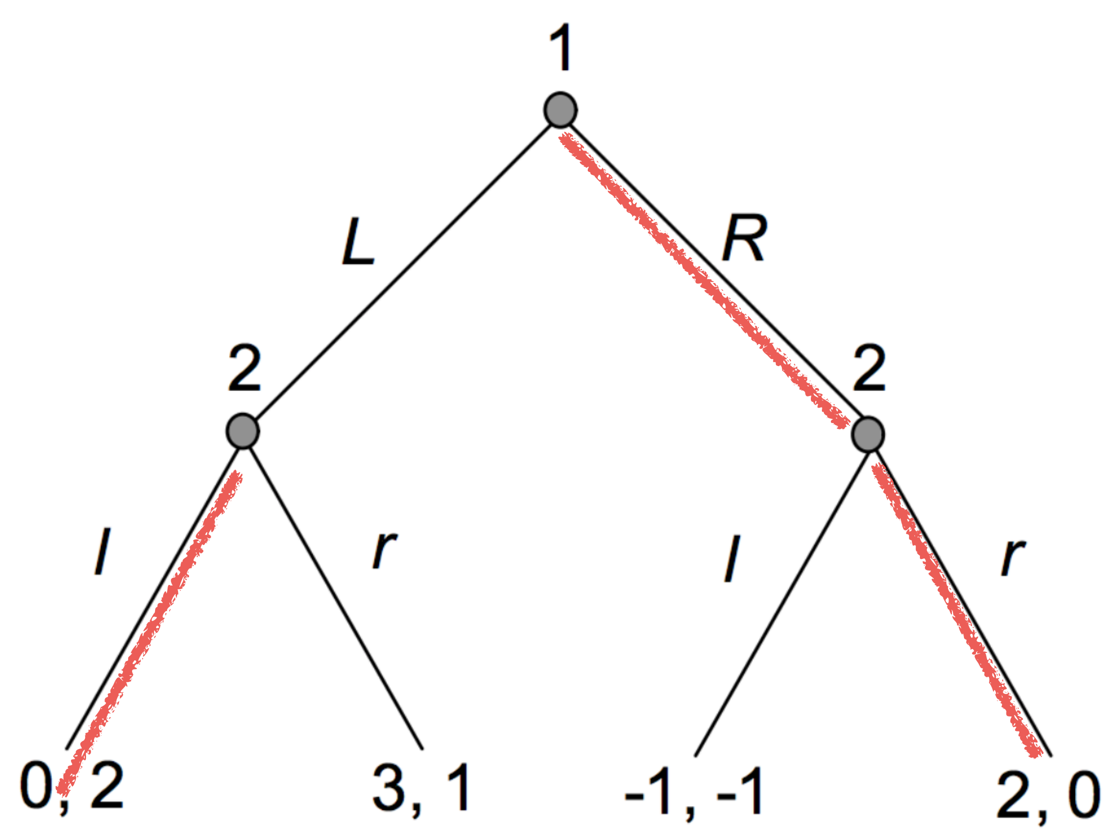
L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

전개형, 전략형



L에는 l로, R에는 r로 대응하는 전략

	LlRl	LlRr	LrRl	LrRr
L	0,2	0,2	3,1	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

PSNE를 찾아보자

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

이 균형은 만족스러운가?

- 이상하다고 느껴지는 균형이 있는가?
- 만일 이상하다면 왜 이상한가?
- 균형을 찾기 위해 전개형 게임을 전략형으로 축약하는 과정에서 잃은 것은 없는가?

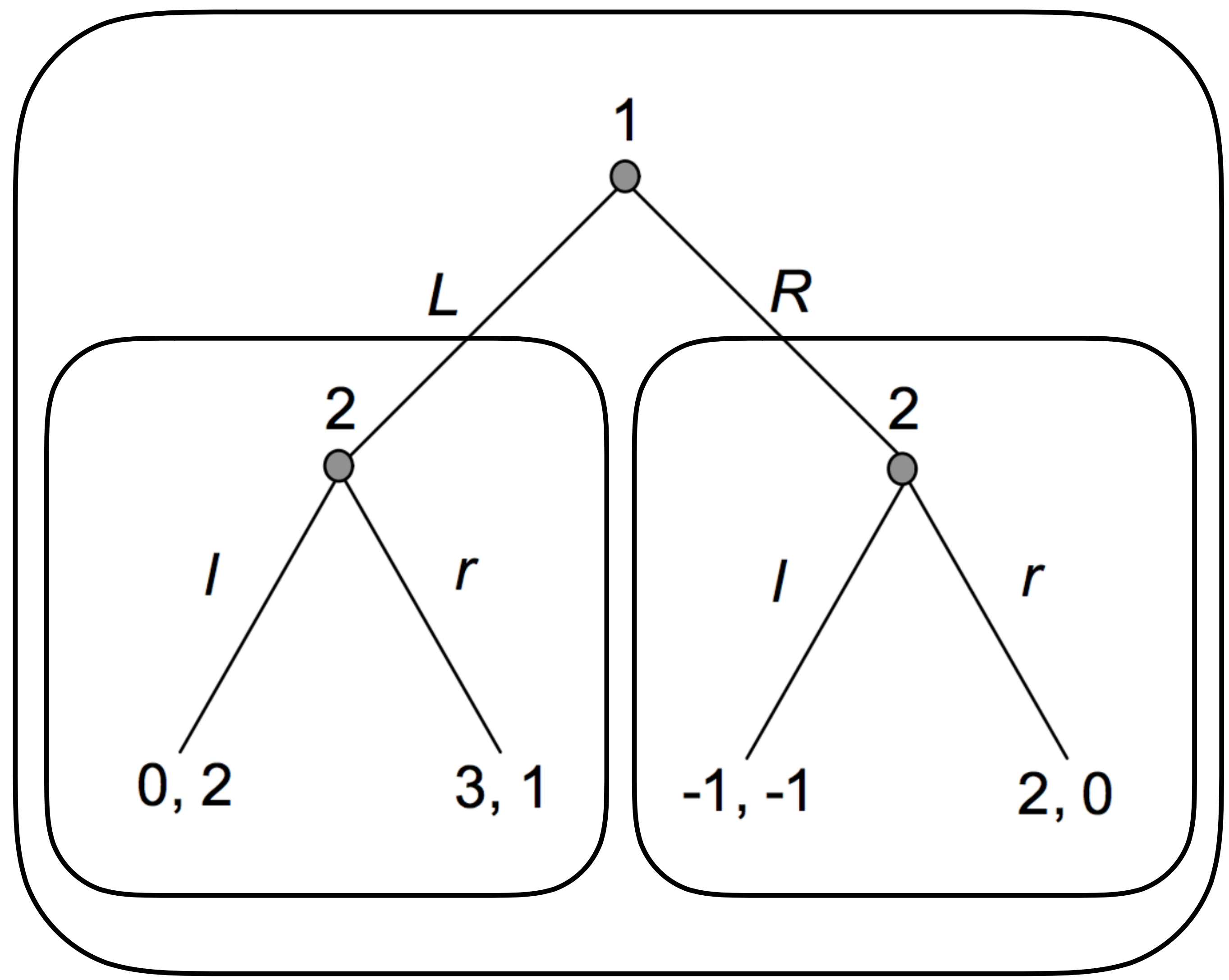
	Ll	Lr	Rl	Rr
L	0,2	3,1	0,2	3,1
R	-1,-1	2,0	-1,-1	2,0

Equilibrium Refinement

- 균형이 너무 많으면 균형으로서 힘을 잃는다.
    - 내쉬균형의 문제
- 여러 개의 균형 중에서 보다 의미 있는 것과 아닌 것을 구별할 수 있는 방법은?
- 이제 전개형 게임에서 최초의 균형 선택 과정이 나타나게 된다.

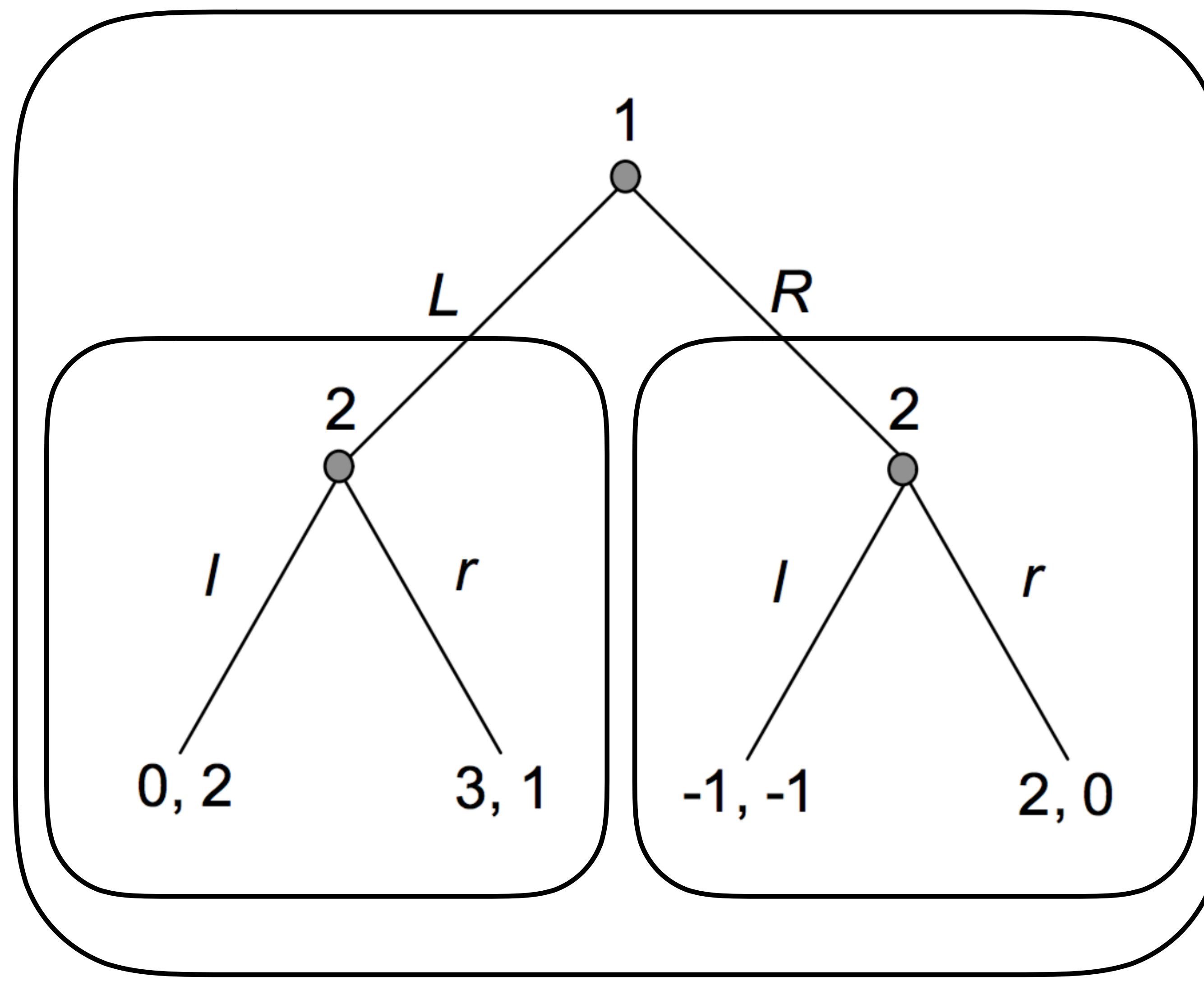
부분게임
Subgame

- 전개형 게임에서 원래 게임에서 떼어낼 수 있는 부분
- 이렇게 떼어낸 후 무엇이 좋은지 생각한다.
- 서브게임은 어디에서부터 생겨나는가?
- 역진귀납법, 후방추론법 (backward induction)



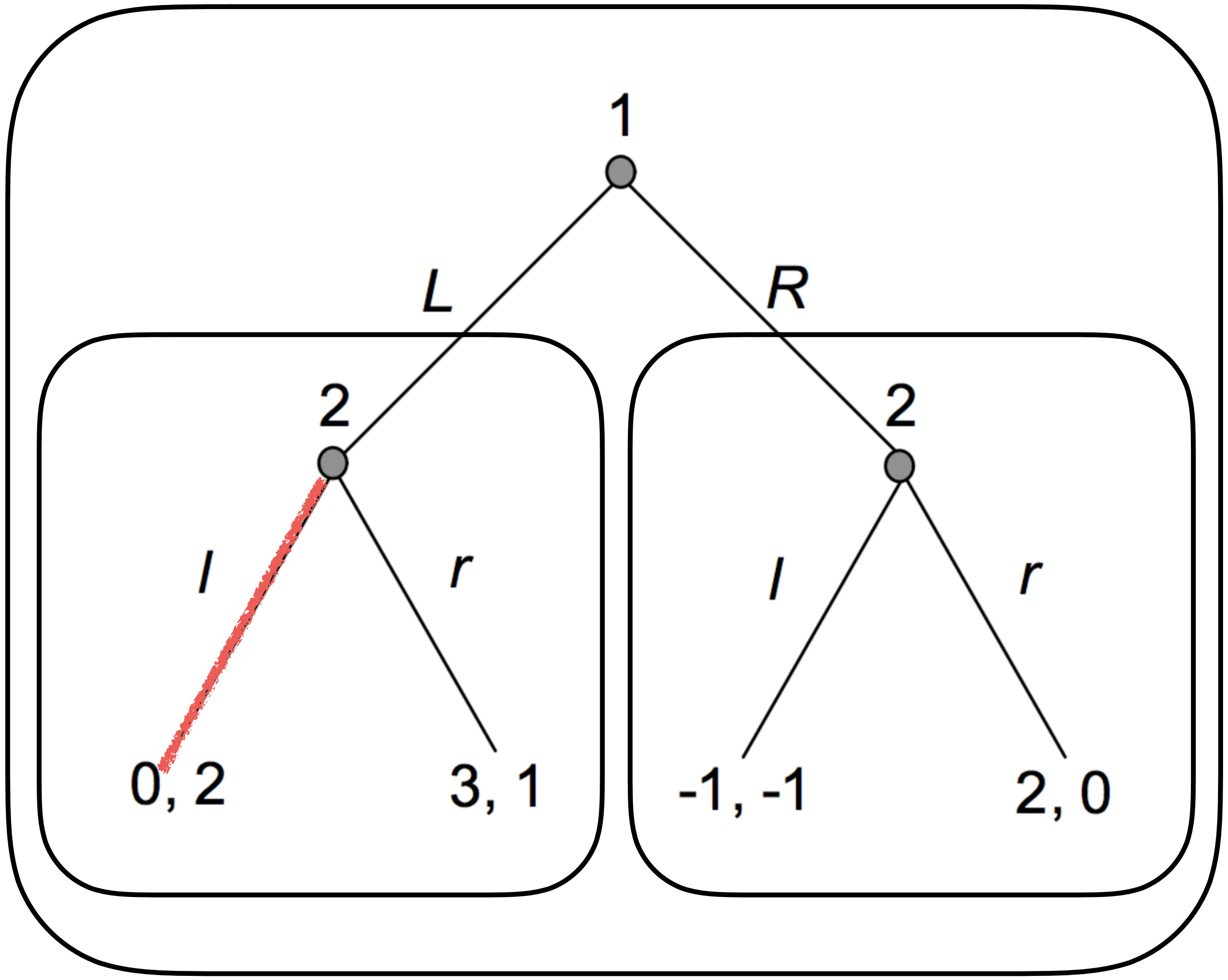
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
  - 즉, SPE이면 NE이지만
  - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
  - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



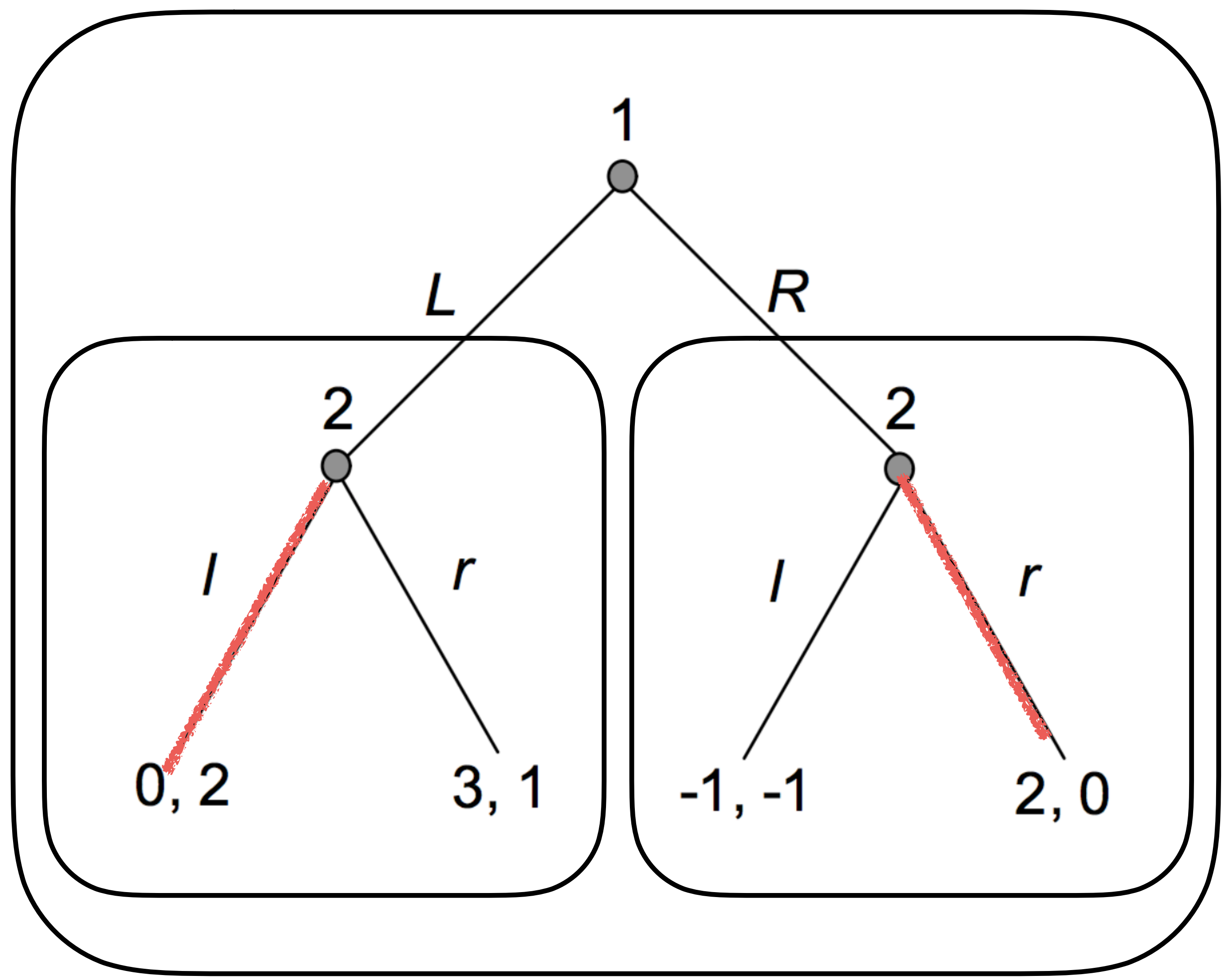
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
  - 즉, SPE이면 NE이지만
  - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
  - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



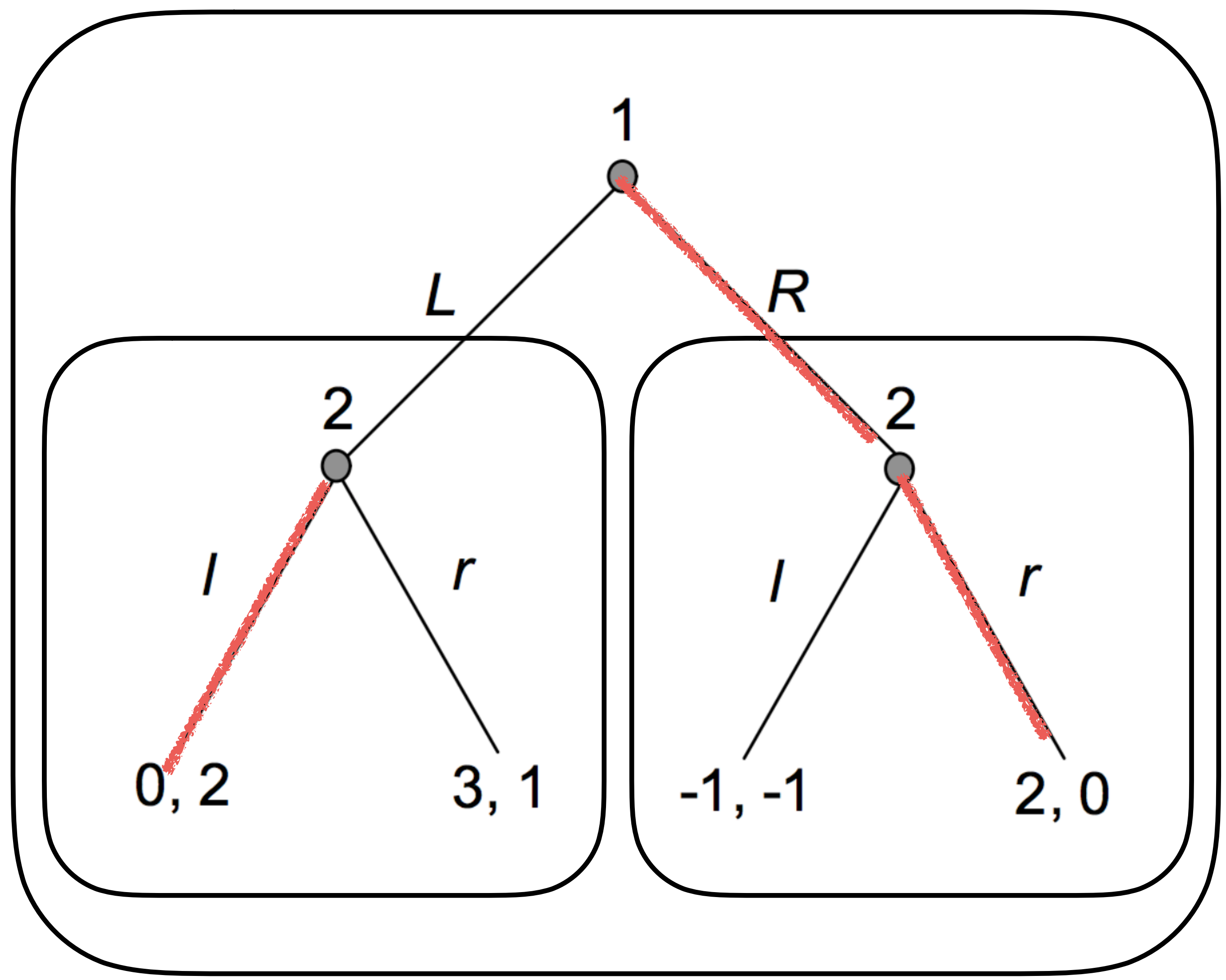
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
    - 즉, SPE이면 NE이지만
    - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
    - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



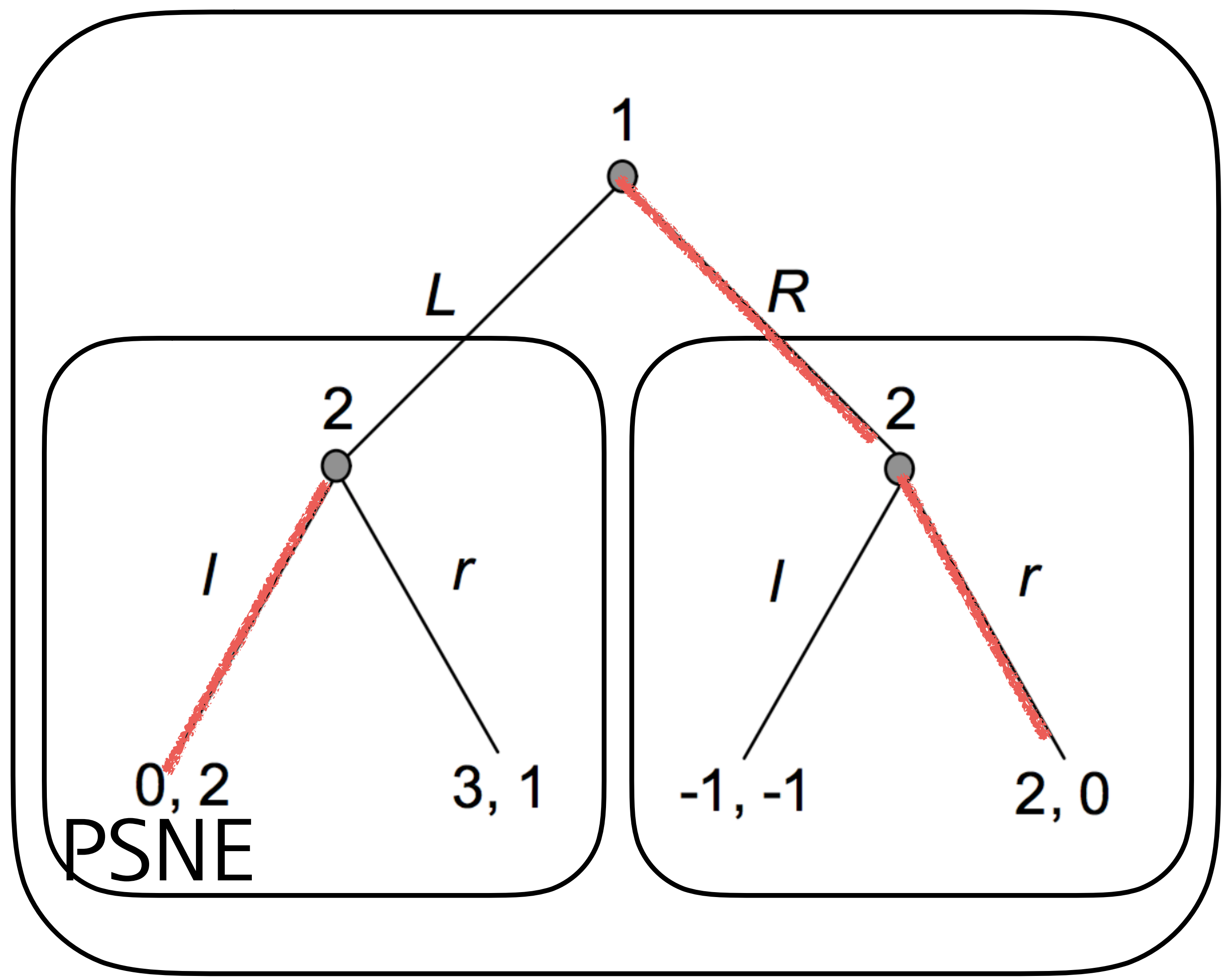
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
  - 즉, SPE이면 NE이지만
  - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
  - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



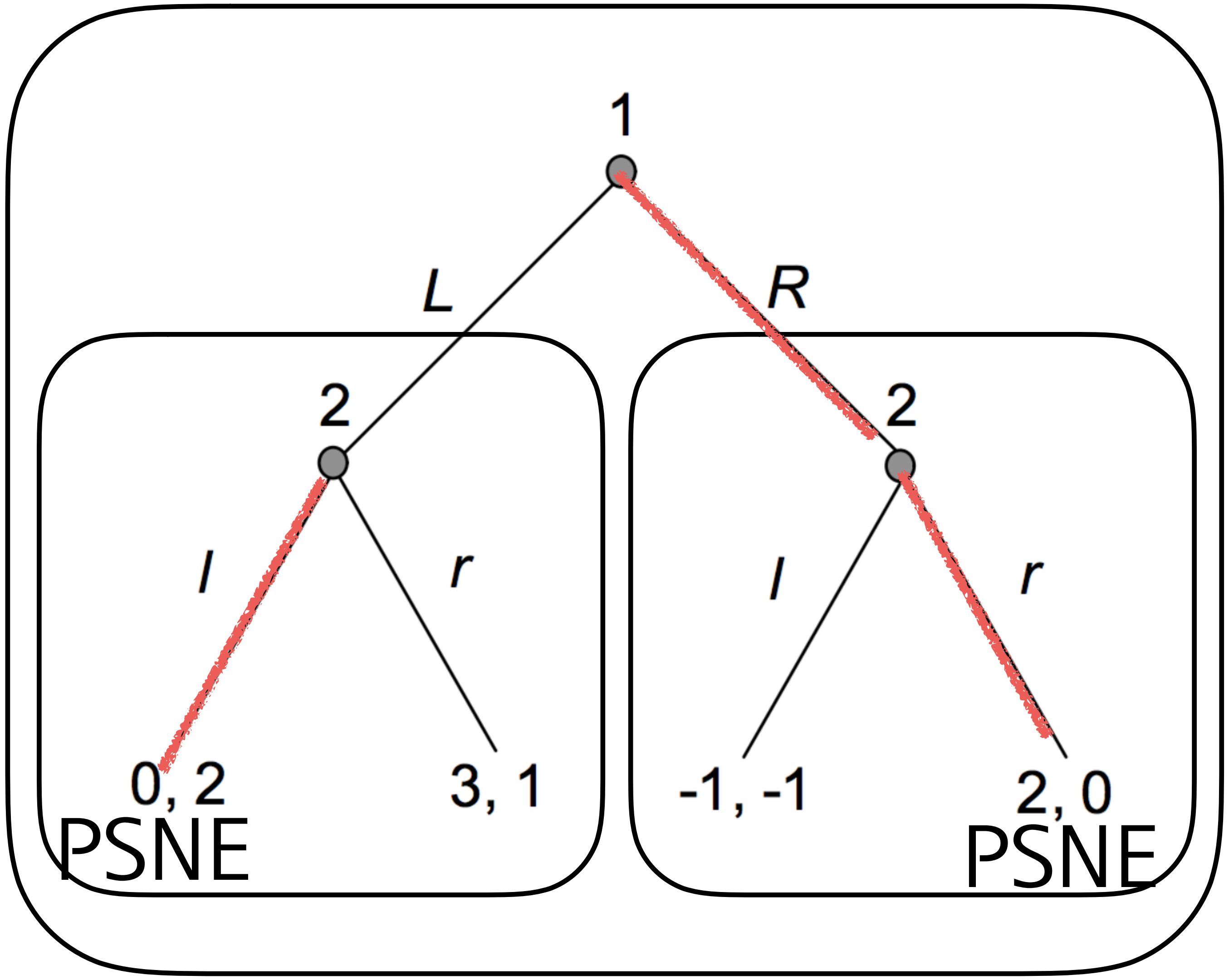
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
  - 즉, SPE이면 NE이지만
  - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
  - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



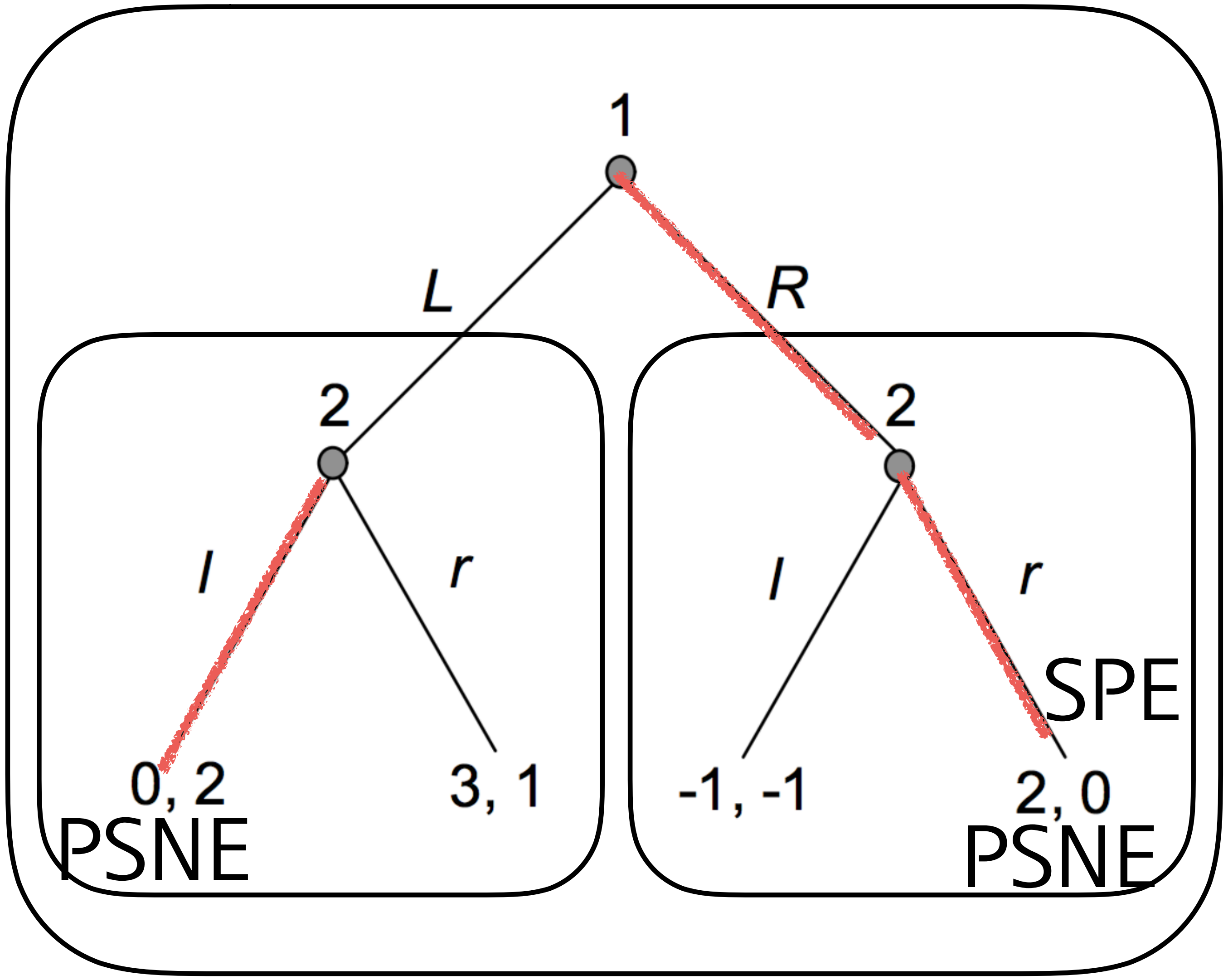
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분 게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
  - 즉, SPE이면 NE이지만
  - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
  - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



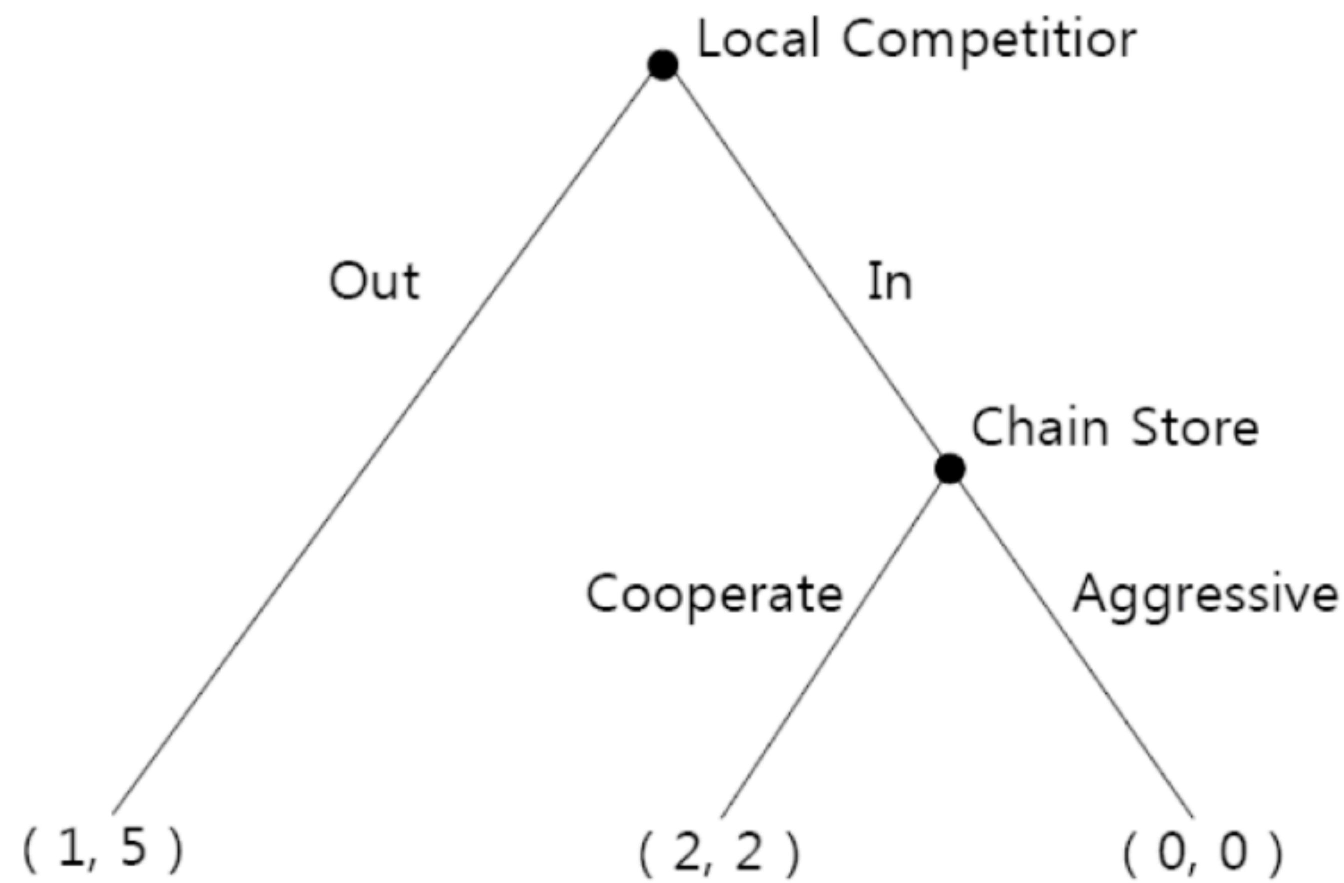
Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

- 원래의 게임, 그리고 그 부분게임에서 최적화 선택을 완전히 했을 때의 균형
- SPE는 NE의 부분집합
  - 즉, SPE이면 NE이지만
  - NE가 모두 SPE인 것은 아님
- SPE는 NE refinement 의 한 가지 방법
  - NE 중 좀 더 말이 되는 것을 골라줌



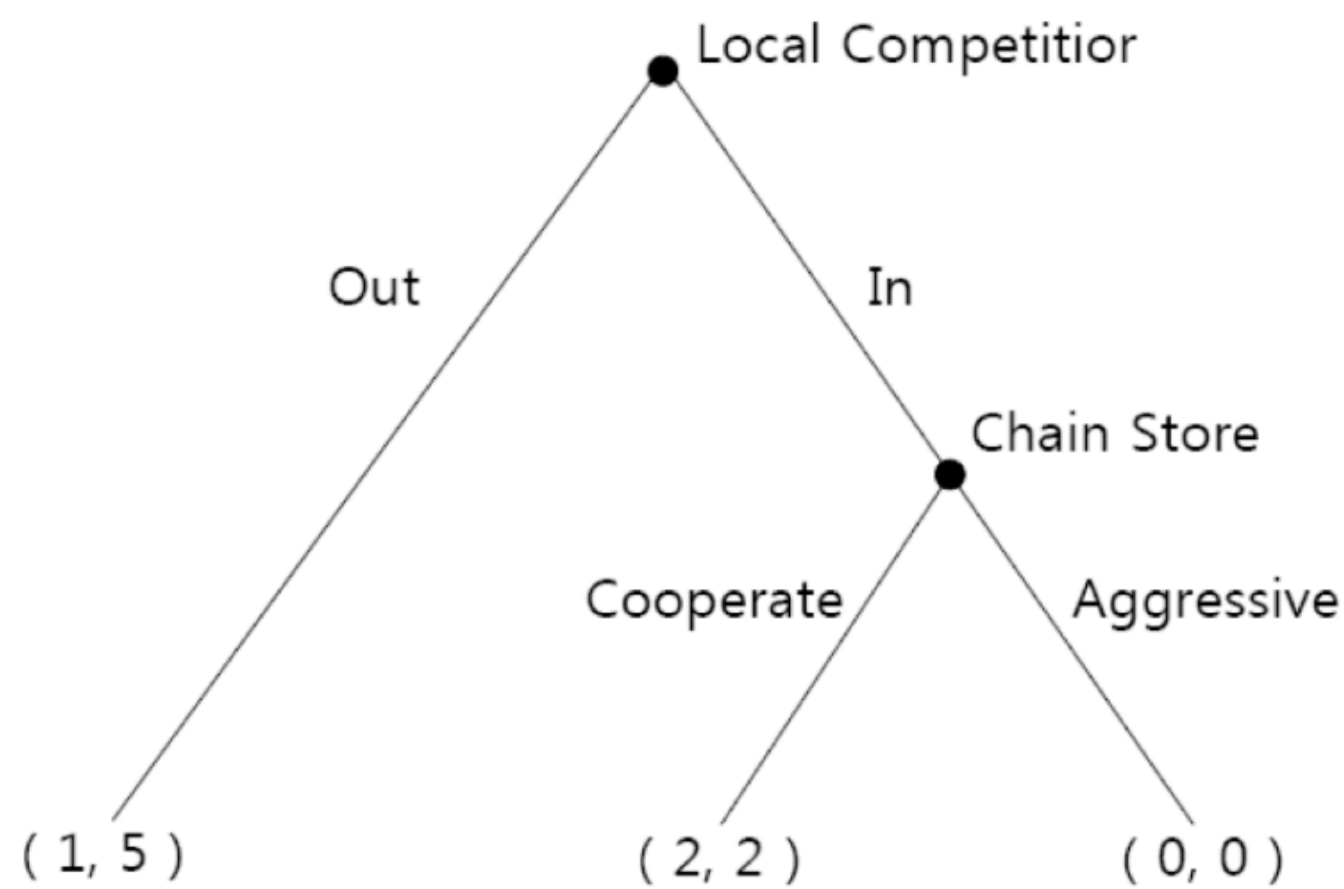
Chain Store Game

- Chain Store(P1)가 영업중
- 신규 경쟁자 (P2: Local Competitor)가 근처에 영업을 할지 검토

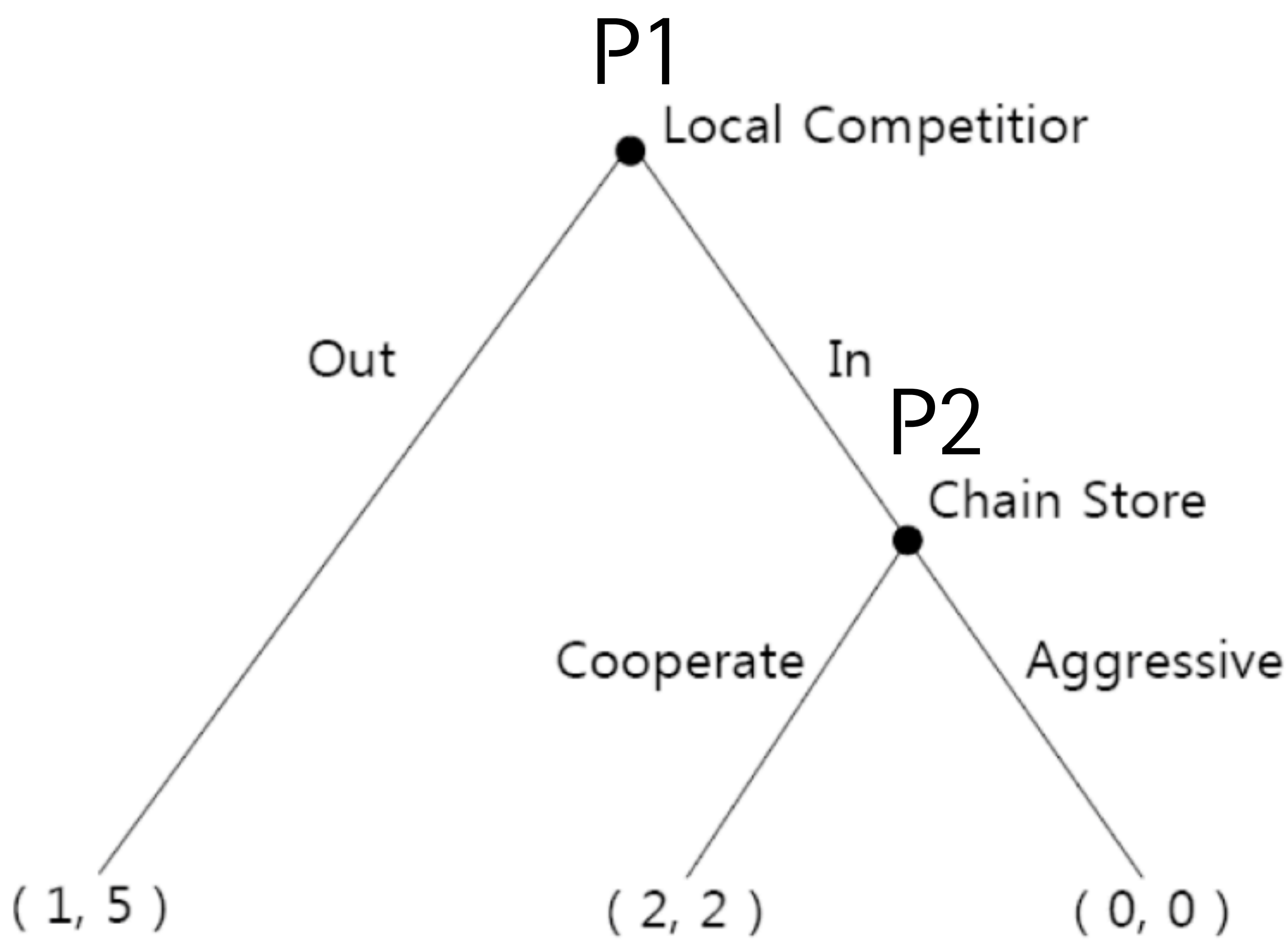


Chain Store Game

- 옆의 게임에 SPE를 찾아보자.
- 당신이 P2(Chain Store) 이라면 어떻게 하겠는가?



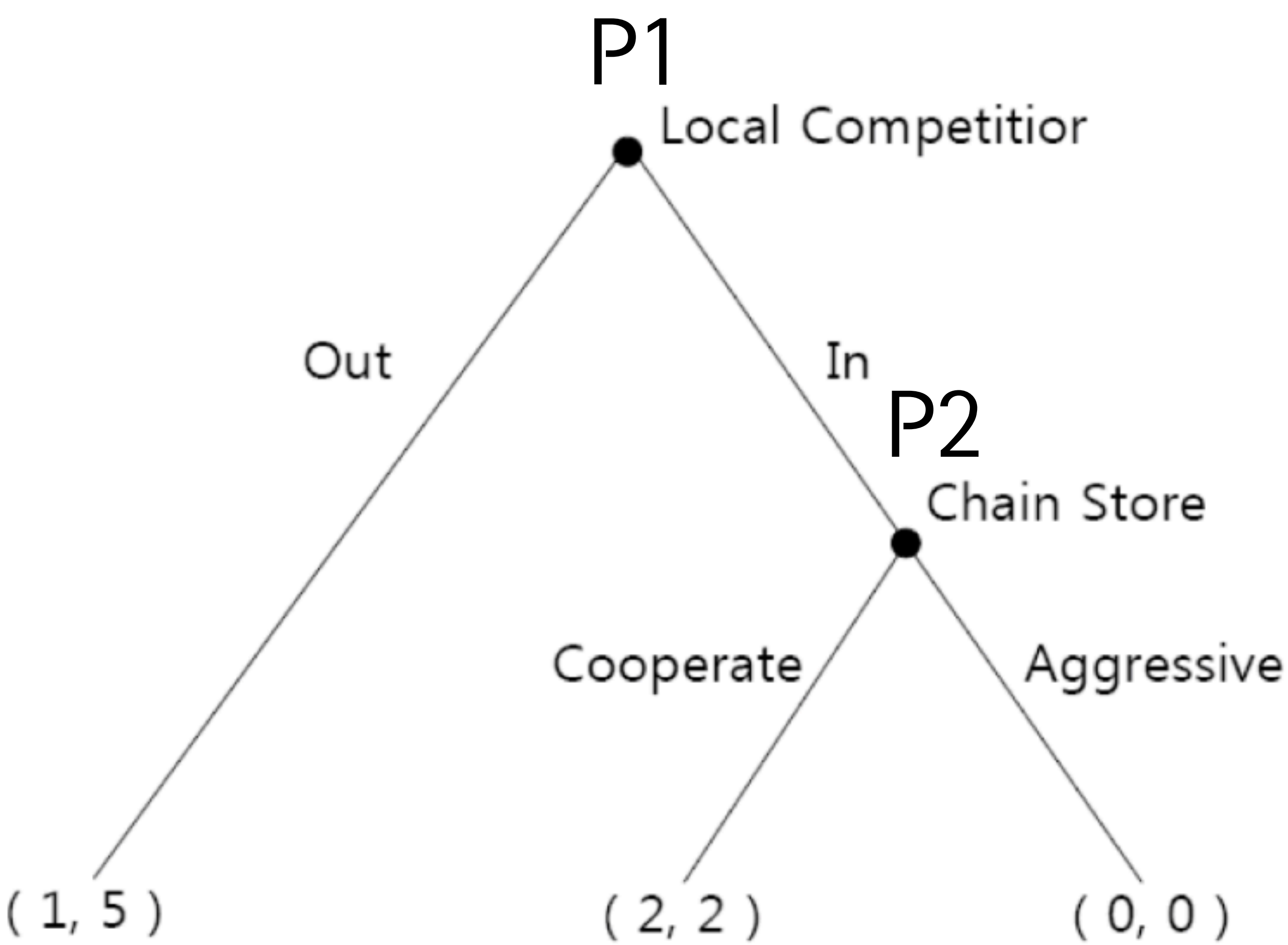
Chain Store Game: Strategic Form



	Coo	Agg
In	2,2	0,0
Out	1,5	1,5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

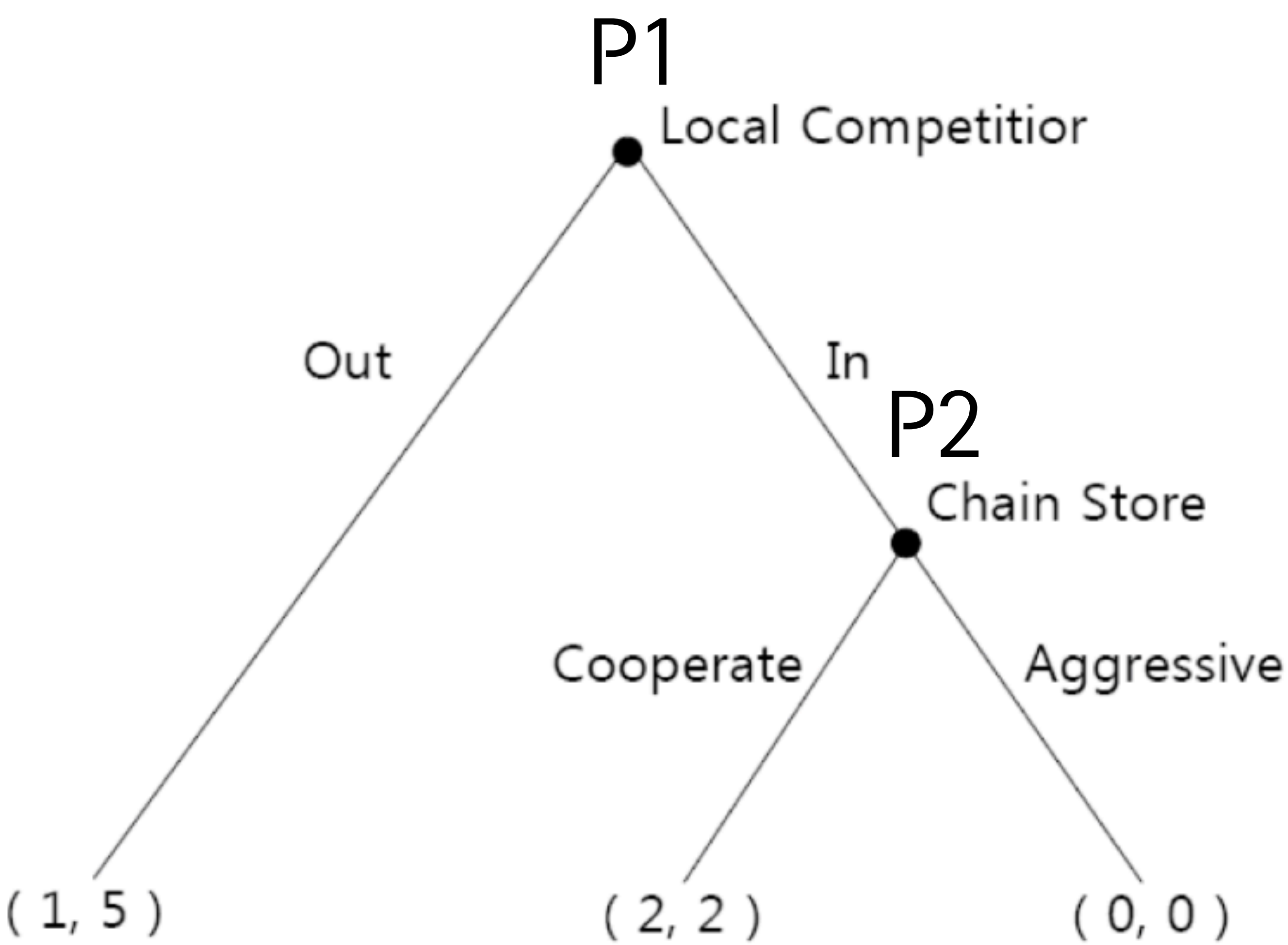
Chain Store Game: Strategic Form



	Coo	Agg
In	2,2	0,0
Out	1,5	1,5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

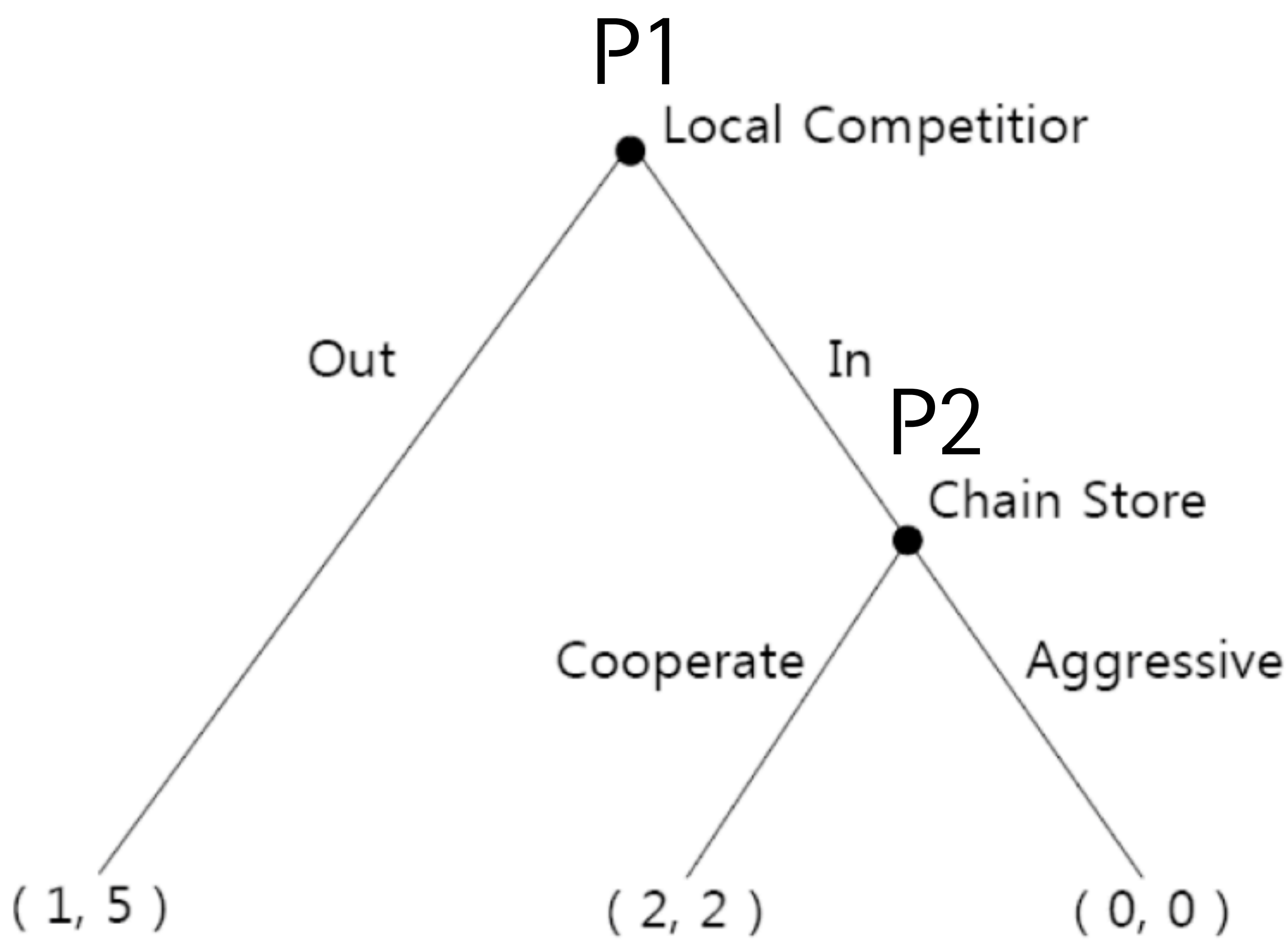
Chain Store Game: Strategic Form



	Coo	Agg
In	2,2	0,0
Out	1,5	1,5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

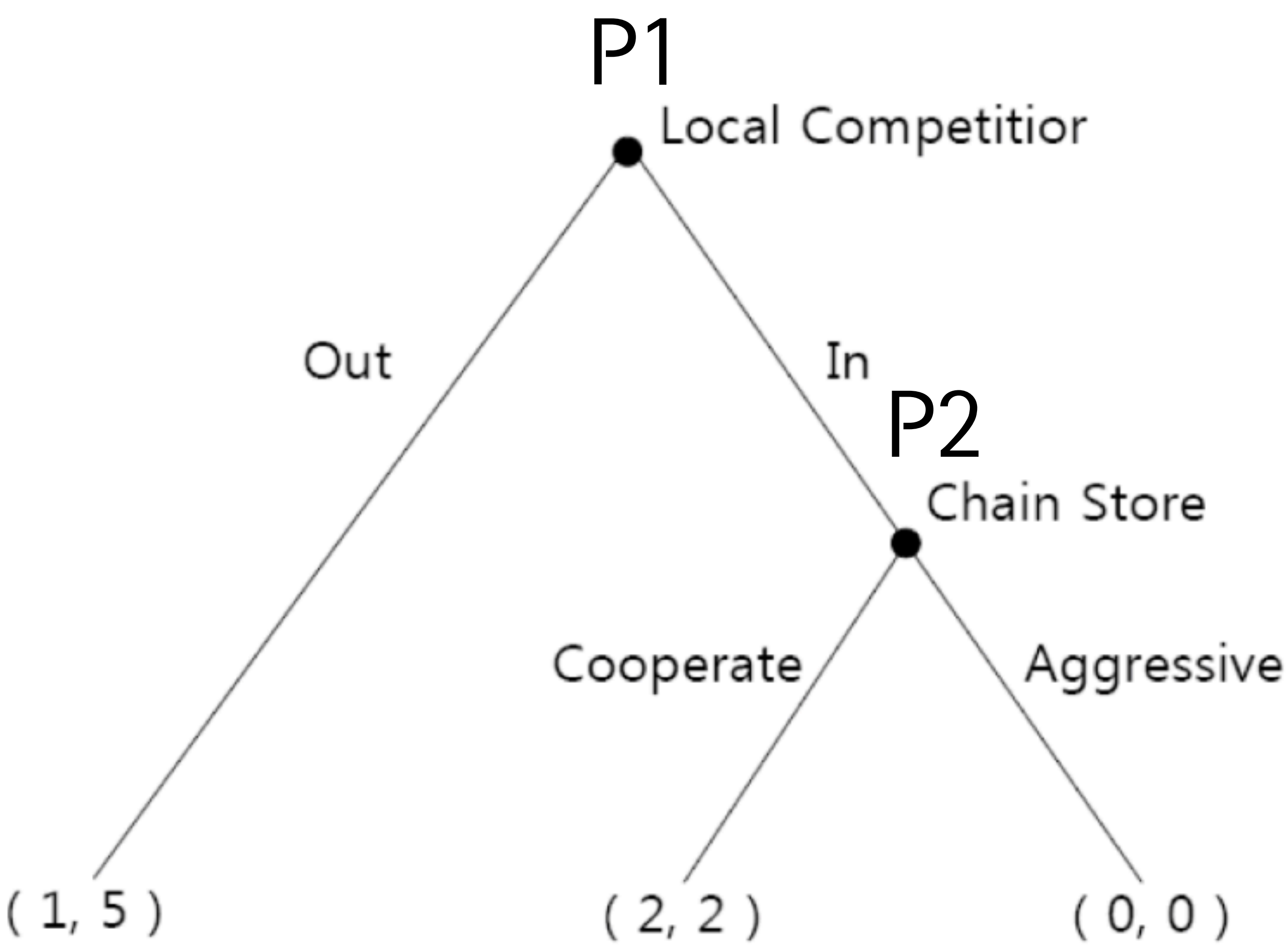
Chain Store Game: Strategic Form



	Coo	**Agg**
In	2,2	0,0
Out	1,5	1,5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

Chain Store Game: Strategic Form

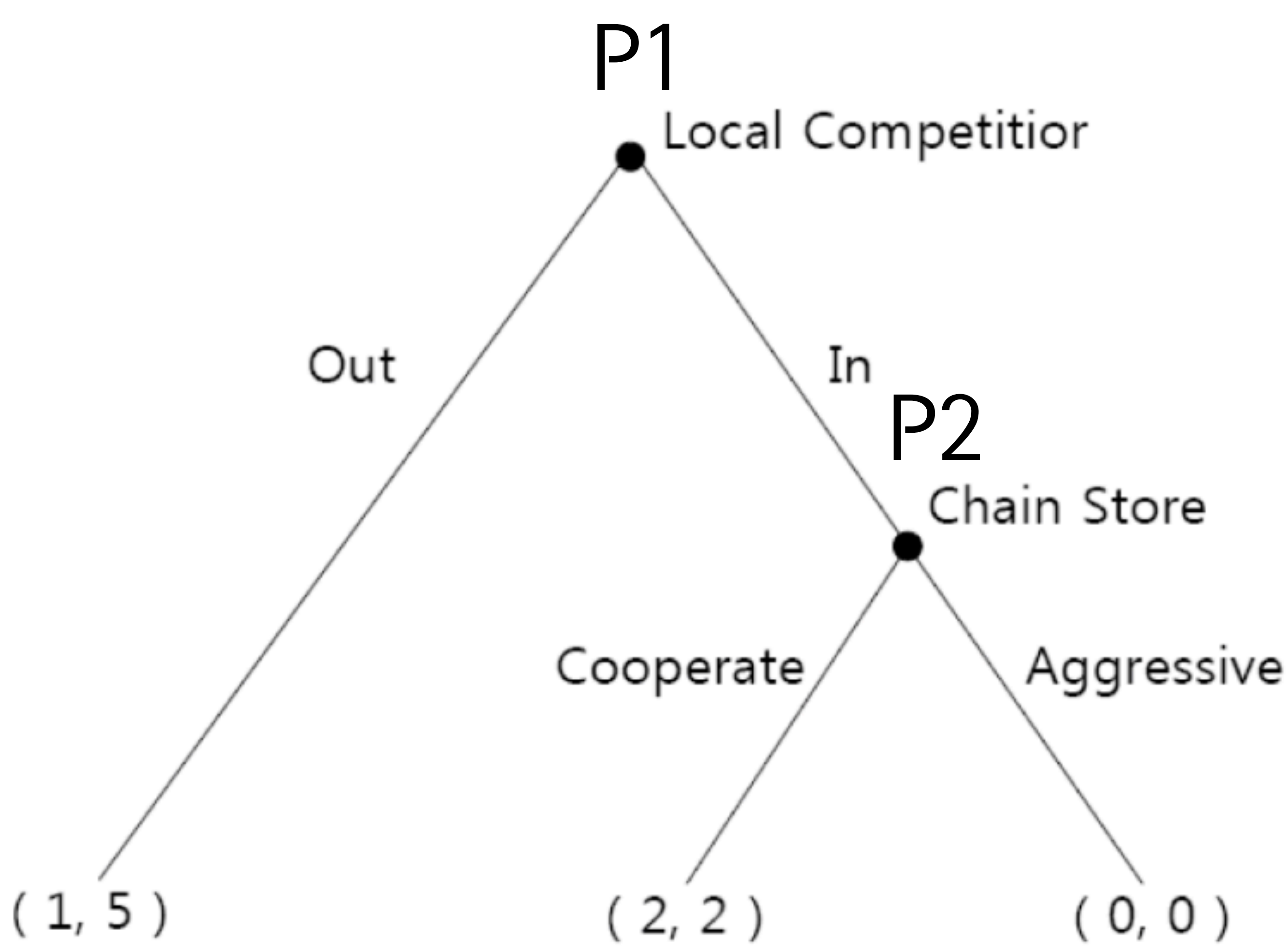


	Coo	Agg
In	2,2	0,0
Out	1,5	1,5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

Chain Store Game: Strategic Form



	Coo	Agg
In	2,2	0,0
Out	1,5	1,5

PSNE 를 찾아보자. 어떤 의미가 있을까?

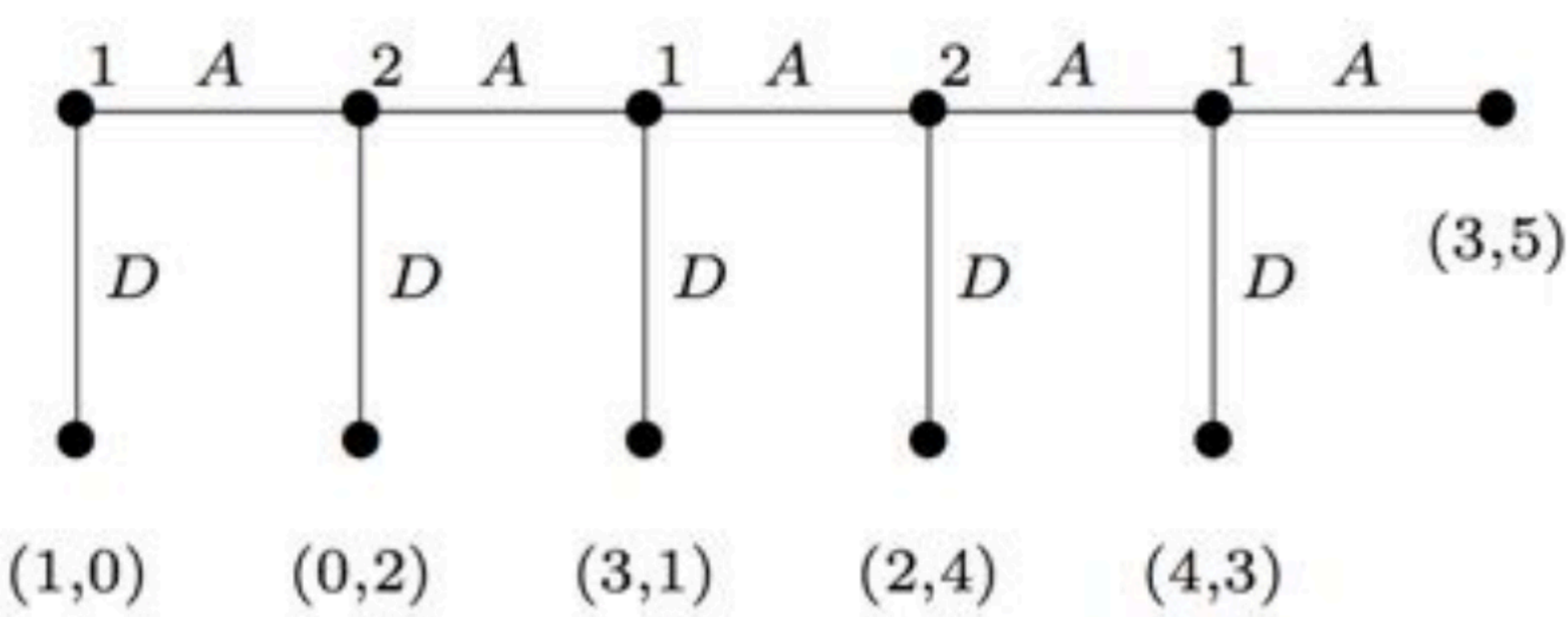
Credible Threat, or Commitment

- PSNE이지만 SPE는 아닌 [Out, Aggresive] 균형의 의미
  - 들어오기만 해봐, 무조건 Aggresive야!
  - [L, LlRr] 균형도 마찬가지.
  - 이 협박을 신빙성있는 것으로 받아들일 경우 Out이 합리적
- 하지만 게임이론의 측면에서 보았을때 [In, Cooperative] 균형만큼 설득력이 있을까?
  - Time Inconsistency

협박을 믿을 수 있게 만들기

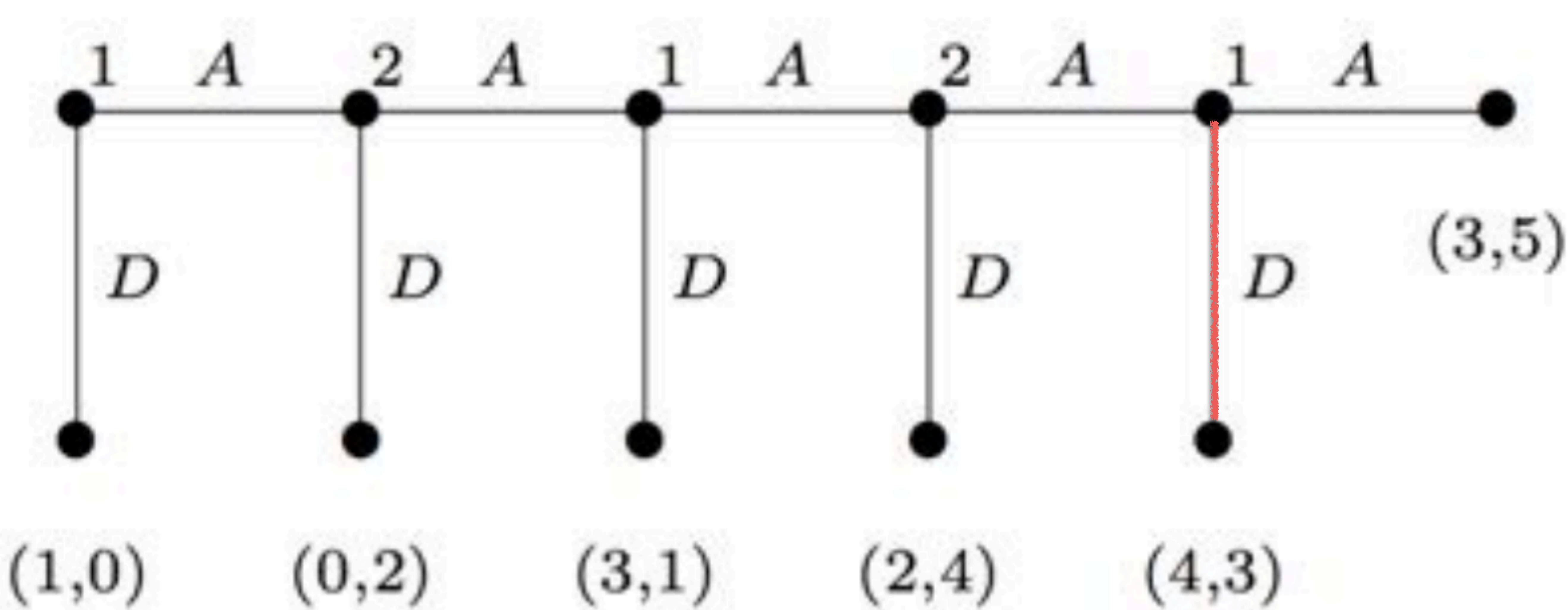
- 희생없는 협박은 상대에게 위협이 되지 않는다.
  - 정치인들의 공약 및 선언
  - 미리 상당한 비용을 지불해버리기
  - 배수의 진

Paradox of Backward Induction (BI) (1)



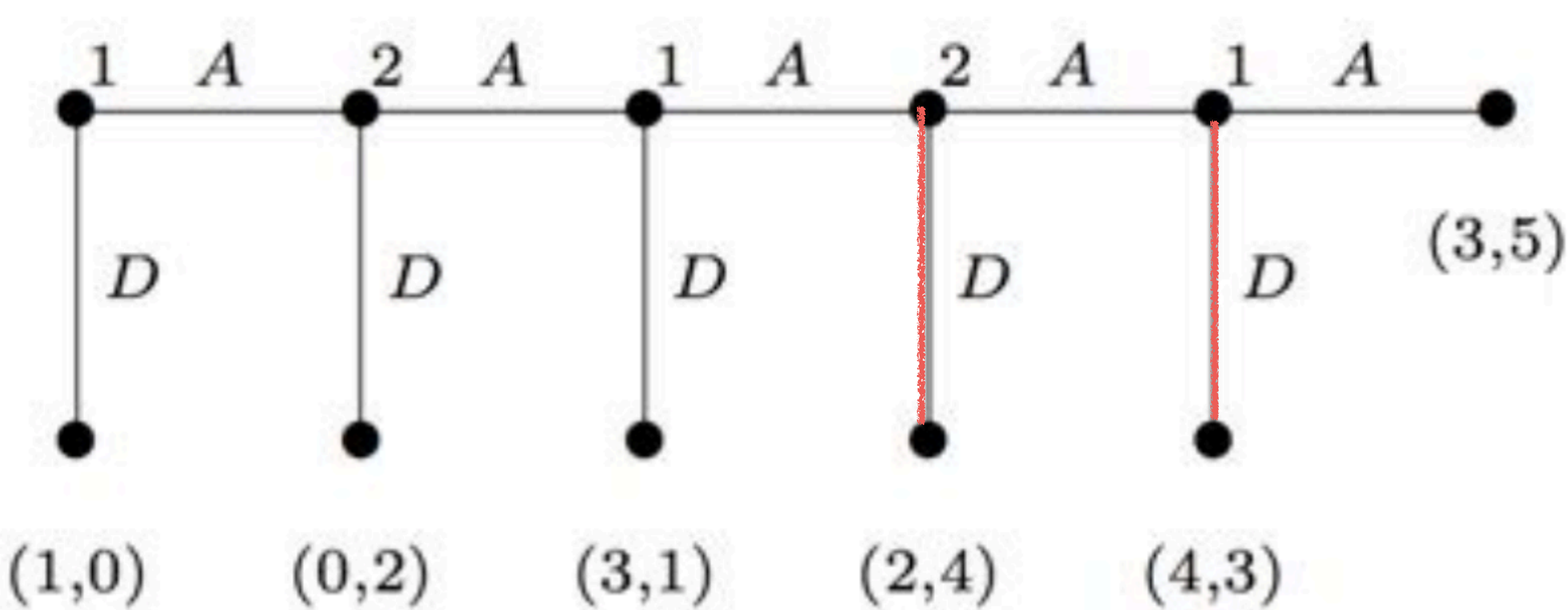
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (BI) (1)



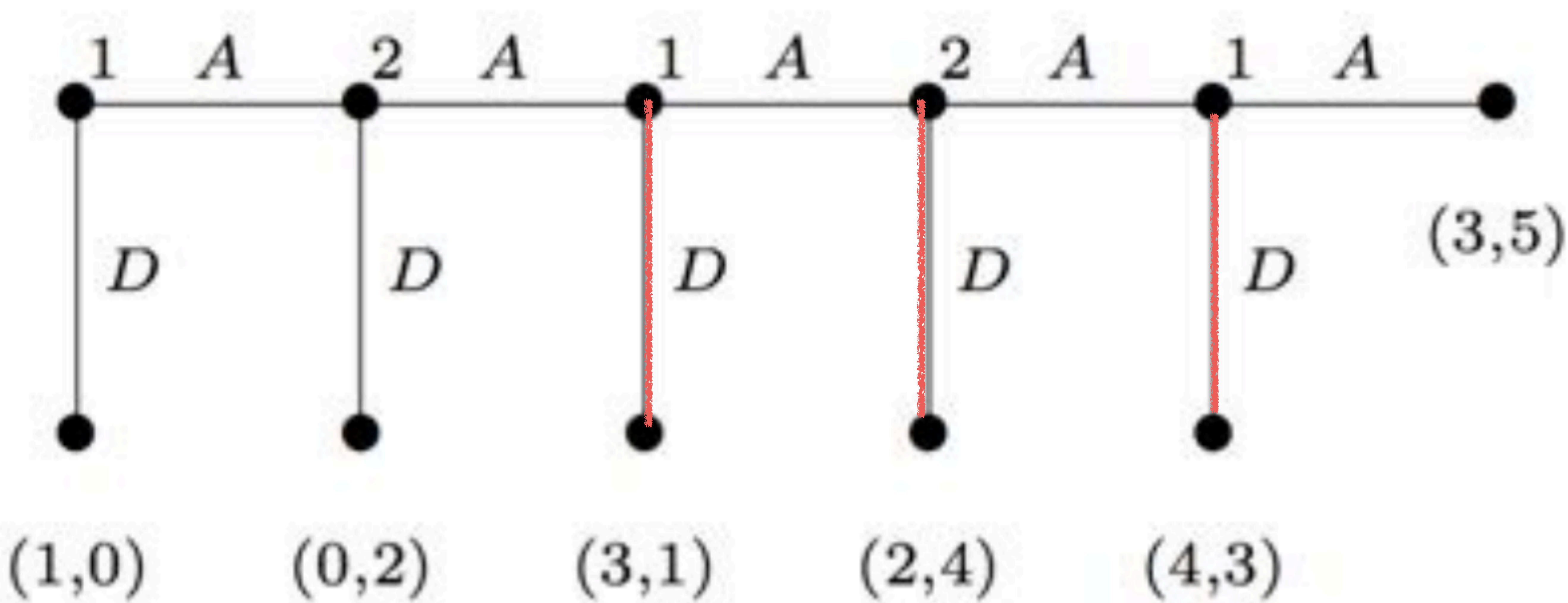
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (BI) (1)



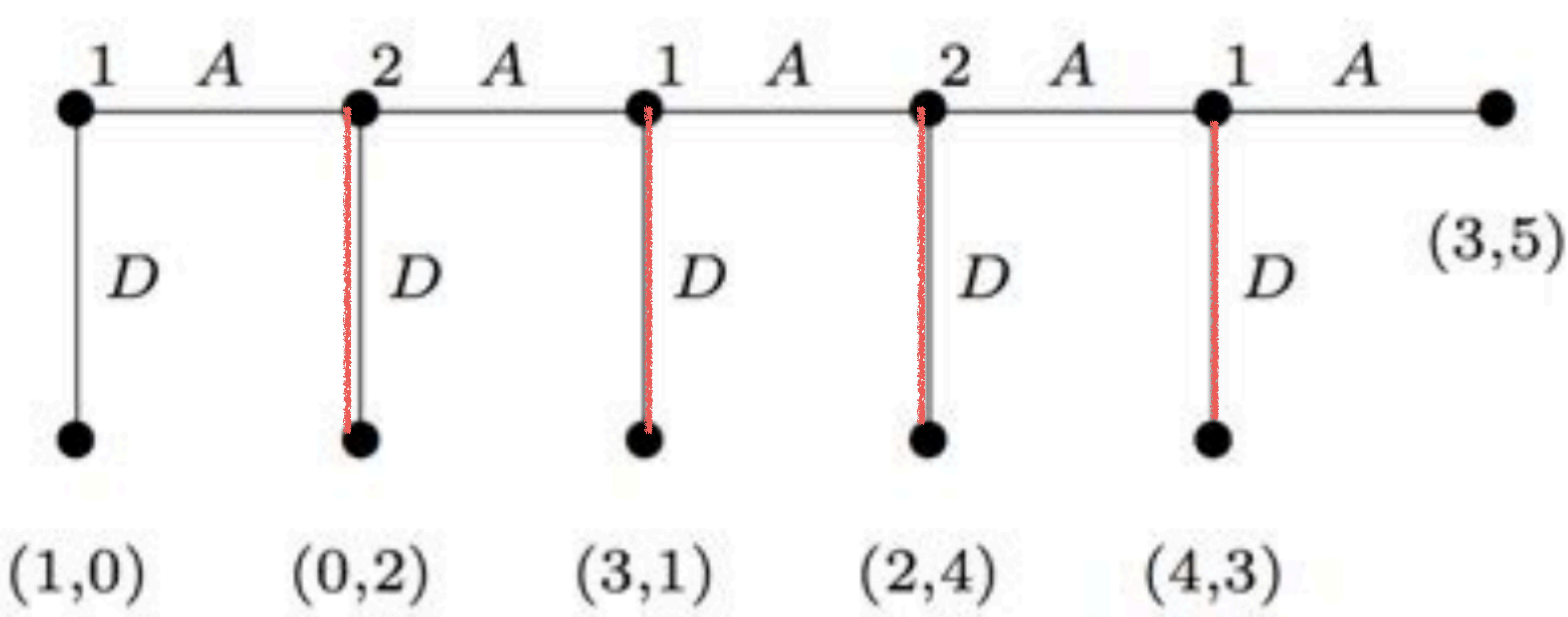
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (BI) (1)



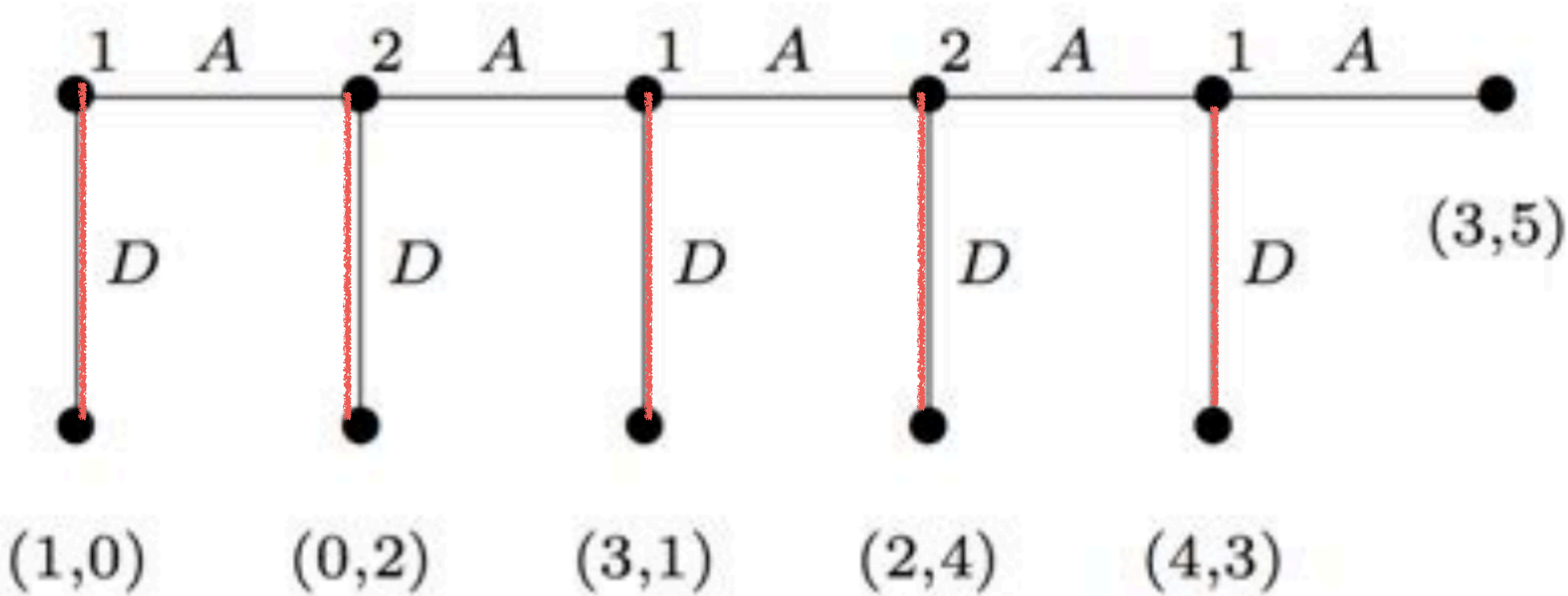
역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of Backward Induction (BI) (1)



역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

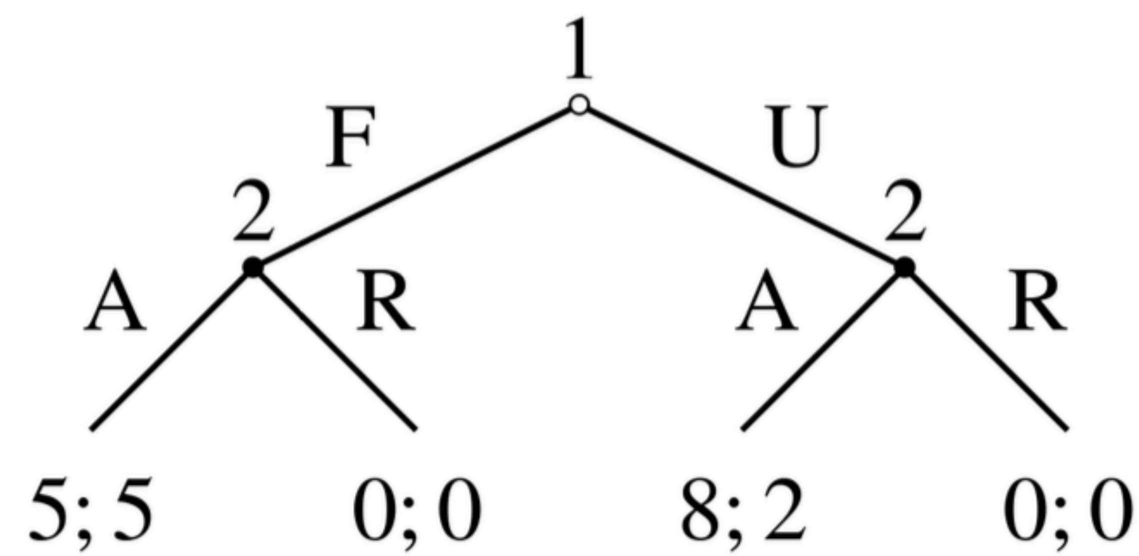
Paradox of Backward Induction (BI) (1)



역진귀납에 따르면 이 게임의 균형은? 이 균형은 합리적인가?

Paradox of BI (2)

- 최후통첩게임의 축약버젼
- 이 균형은 당신의 '감성'에 호소하는가?

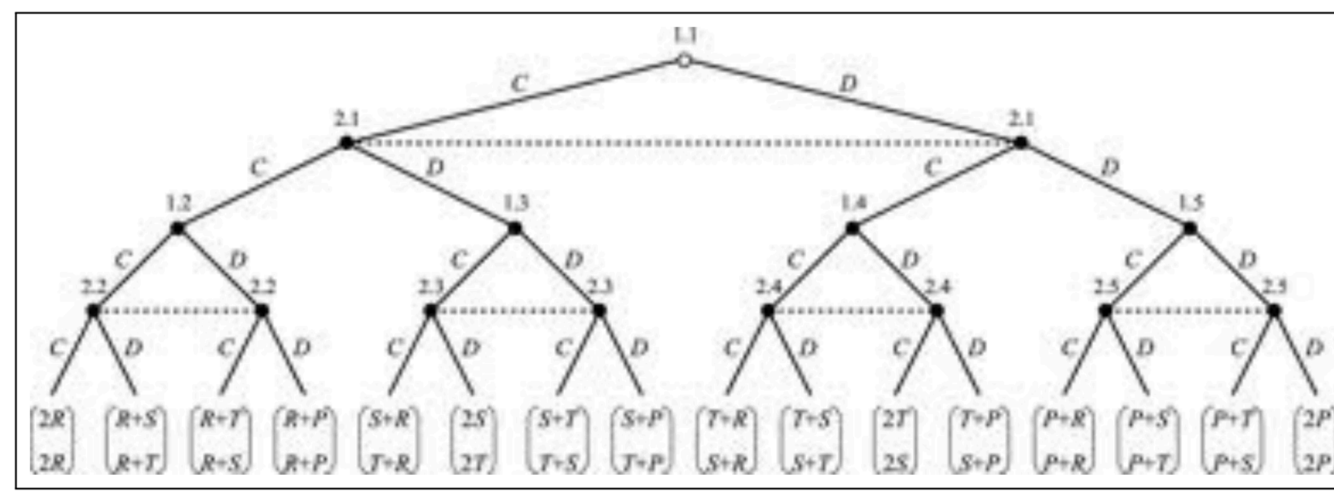


최후통첩게임
Ultimatum Game

- 왜 이론적 예측과 실제 선택이 다르게 나타날까?
  - Rationality 의 부족
  - 금전적 손해를 넘어서는 심리적 보상
  - Inequality Aversion
  - …

반복게임
Repeated Game (RG)

- 게임을 여러번 시행하는 것
- 통상적으로 반복게임 그 자체도 하나의 게임임
- RG의 경우의 수는 너무나 많아 균형 등을 찾기가 어려움
- 반복 횟수에 따라
  - 반복횟수가 정해져 있는 경우: 유한 반복 게임
    - Backward Induction (BI) 가능
  - 끝없이 반복할 경우: 무한 반복 게임



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

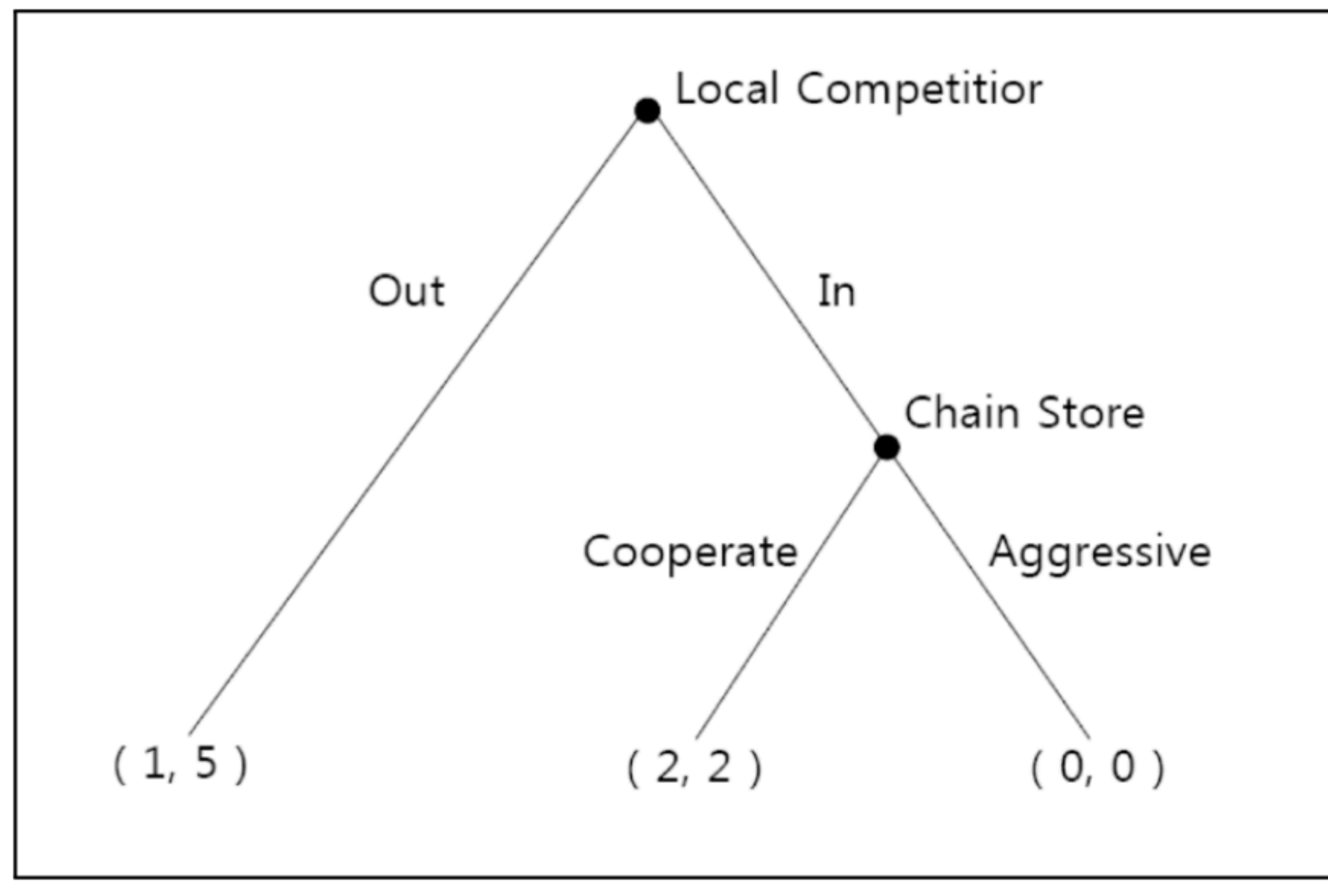
실습: Finitely Repeated Prisoners' Dilemma (FRPD)

- 임의로 짝지워지는 파트너와 PD 게임을 10회 실시해보자

	2:C	2:D
1:C	30,30	10,40
1:D	40,10	20,20

Chain-store Game in Finitely Repeated Game

- 20번에 걸쳐서 순차적으로 이 게임을 한다고 생각해보자. 즉, 1 명의 현재 독점자와 20명의 순차적 경쟁자
- BI에 따른 균형은?
- 하지만, chainstore는 협박을 통해 이윤을 늘릴 수 있다! 아마도 BI에 필요한 가정에 문제가 있는 것은 아닐까?



현실에서의 반복게임

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

과점, 담합

- 현실에서 찾을 수 있는 가장 좋은 사례?
- 삼성과 엘지, 진로와 하이트, SKT와 KT, LGT
- 이들은 경쟁관계이면서 협력관계
- 기업간 "짬짜미"는 반복 게임의 좋은 사례

마약거래

- 덩어리가 너무 커서 배신에 따른 타격이 크다면? (risk)
  - 밀가루일 가능성. 불법이라 신고할 수도 없고..
- 이 거래들을 여러 단계로 쪼개서, 전번 거래의 정보를 이번 거래에 활용한다.
- 왜 마약거래는 대부분 자잘하게 이뤄지는가?

큰가시고기의 협력 (Milinski)

- 큰가시고기(stickleback sh)의 협력?
- 포식자가 나타났을 때 이를 알아보기 위한 정찰이 필요
- 포식자에 대한 접근을 반복 게임으로 나타낼 수 있다.
- Milinski는 이 점에 착안하여 큰가시고기의 협력 실험을 고안

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

Next Topics

- 과점과 독점적 경쟁

수고하셨습니다!

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

수고하셨습니다!

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr