

방법론 기초, 소비자이론 (1)

미시경제학

조남운

주제

- 방법론 기초
 - 함수와 그래프
 - 가설검정
 - 편미분
 - 탄력성
- 소비자이론 (1)
 - 예산집합
 - 소비자 선호

함수와 그래프

변수 Variable

- 하나 이상의 값을 갖는 양(Quantity)을 대표하는 수. 단위가 있음 (비율 제외). 변할 수 있음
 - ex: 한국의 환율(KRW/USD), A씨의 몸무게(kg)
 - 단위가 같아야만 더하거나 뺄 수 있음
- 상수(constant): 오직 하나의 값을 가지는 수량을 대표하는 수. 불변.
 - ex: 지구의 반지름(km), 빛의 속도(km/s), 현재 B씨의 몸무게

함수(function)

- 정의: 변수들 사이의 관계
- $y=f(x)$: 1변수 함수
 - f 는 x 와 y 의 관계에 대한 이름(함수의 이름)
 - ex) $f: N \times \{\text{데자와버튼}, \text{컨피던스버튼}\} \rightarrow \{\text{데자와}, \text{컨피던스}\} \times N$
 - N : 동전집합(100원짜리로 가정)
 - 데자와: 600원, 컨피던스: 1000원
 - $f(1000, \text{데자와버튼}) =$
 - $f(300, \text{컨피던스버튼}) =$

함수의 그래프

Graph of Function

- 두 변수간의 상호관계를 좌표평면상에 나타낸 것
- 그래프는 3차원 이상을 그릴 수 없음
- 4차원 이상의 상호관계(다변수함수)는 대수적인 방법으로만 분석 가능
- 관련과목: 경제수학

간단한 그래프의 예

- 야구장과 음료수
- 고찰대상: 야구장의 온도(화씨)와 팔리는 음료수의 양(병)
 - 가로축 변수: 야구장의 온도(화씨)
 - 세로축 변수: 음료수 판매량(병)

외부온도(화씨)와 음료수 판매량: 측정

x-variable: outside temperature	y-variable: number of sodas sold	Point
0 °F	10	A
10	0	B
40	30	C
60	50	D
80	70	E

그래프로 표현하기

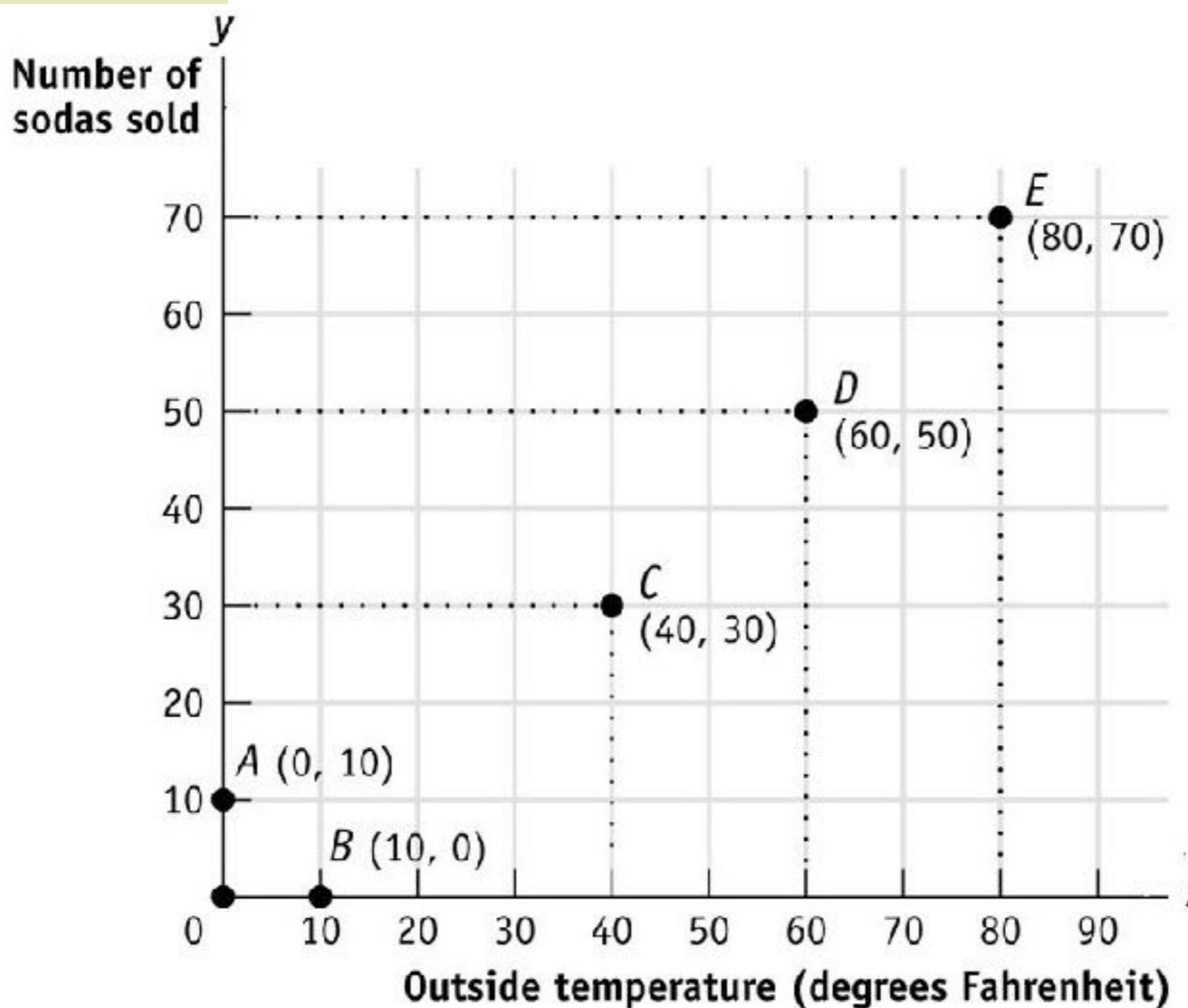
x-variable: outside temperature	y-variable: number of sodas sold	Point
0 °F	10	A
10	0	B
40	30	C
60	50	D
80	70	E

x-variable: outside temperature	y-variable: number of sodas sold	Point
0 °F	10	A
10	0	B
40	30	C
60	50	D
80	70	E

그래프로 표현하기

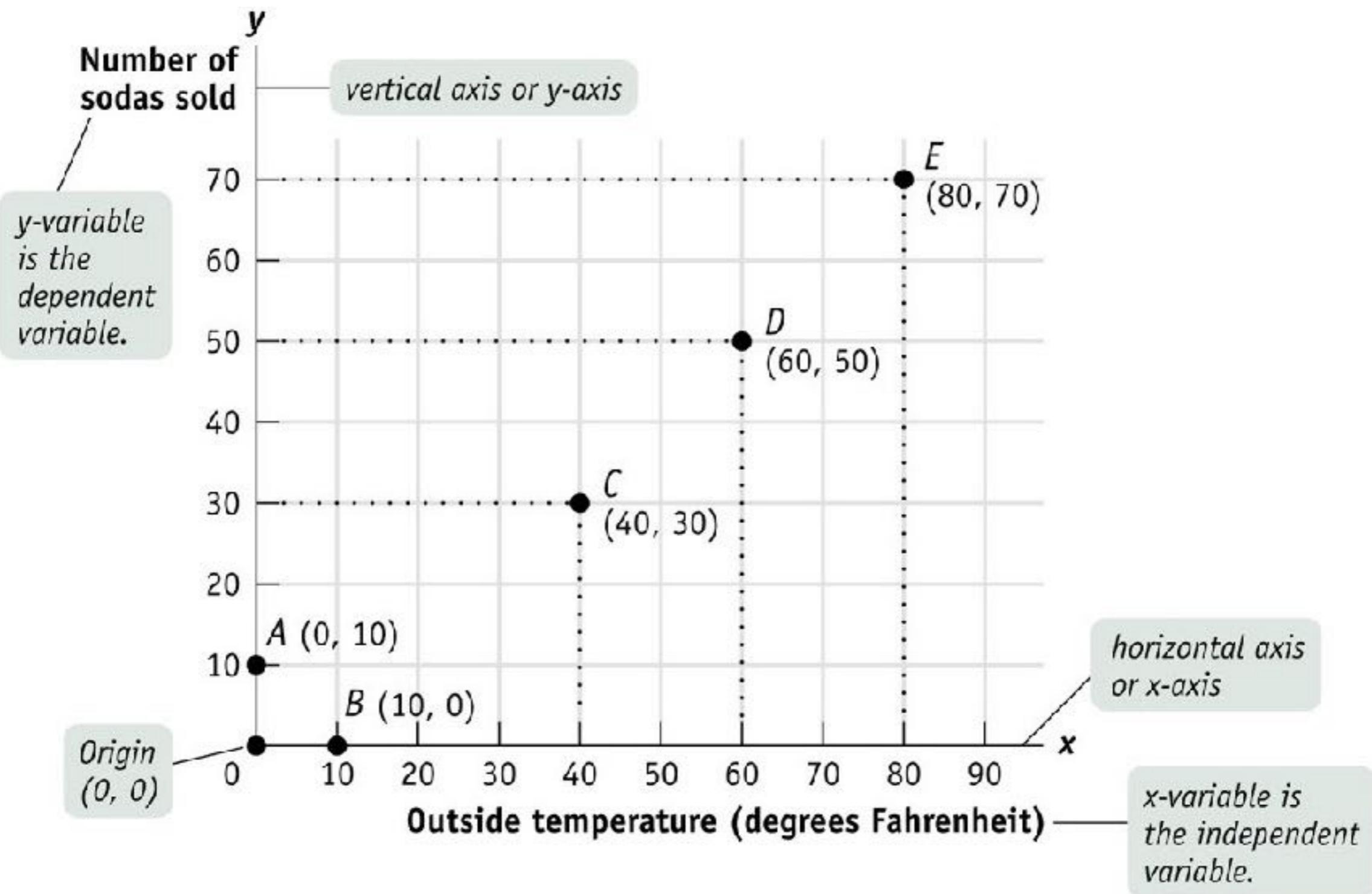
x-variable: outside temperature	y-variable: number of sodas sold	Point
0 °F	10	A
10	0	B
40	30	C
60	50	D
80	70	E

그래프로 표현하기



x-variable: outside temperature	y-variable: number of sodas sold	Point
0 °F	10	A
10	0	B
40	30	C
60	50	D
80	70	E

그래프로 표현하기



그래프에서 유의할 점들

- 언제나 축의 의미를 명시할것!
 - 일반적으로 두 변수 중 원인이 되는 독립변수 (independent variable)는 가로축에 표현
 - 두 변수 중 영향을 받는 변수인 종속변수 (dependent variable)는 세로축에 표현
- 경제학에서는 예외적으로 세로축에 독립변수를 표시하는 경우가 있음(가격과 수량관계)

그래프의 곡선(curve)

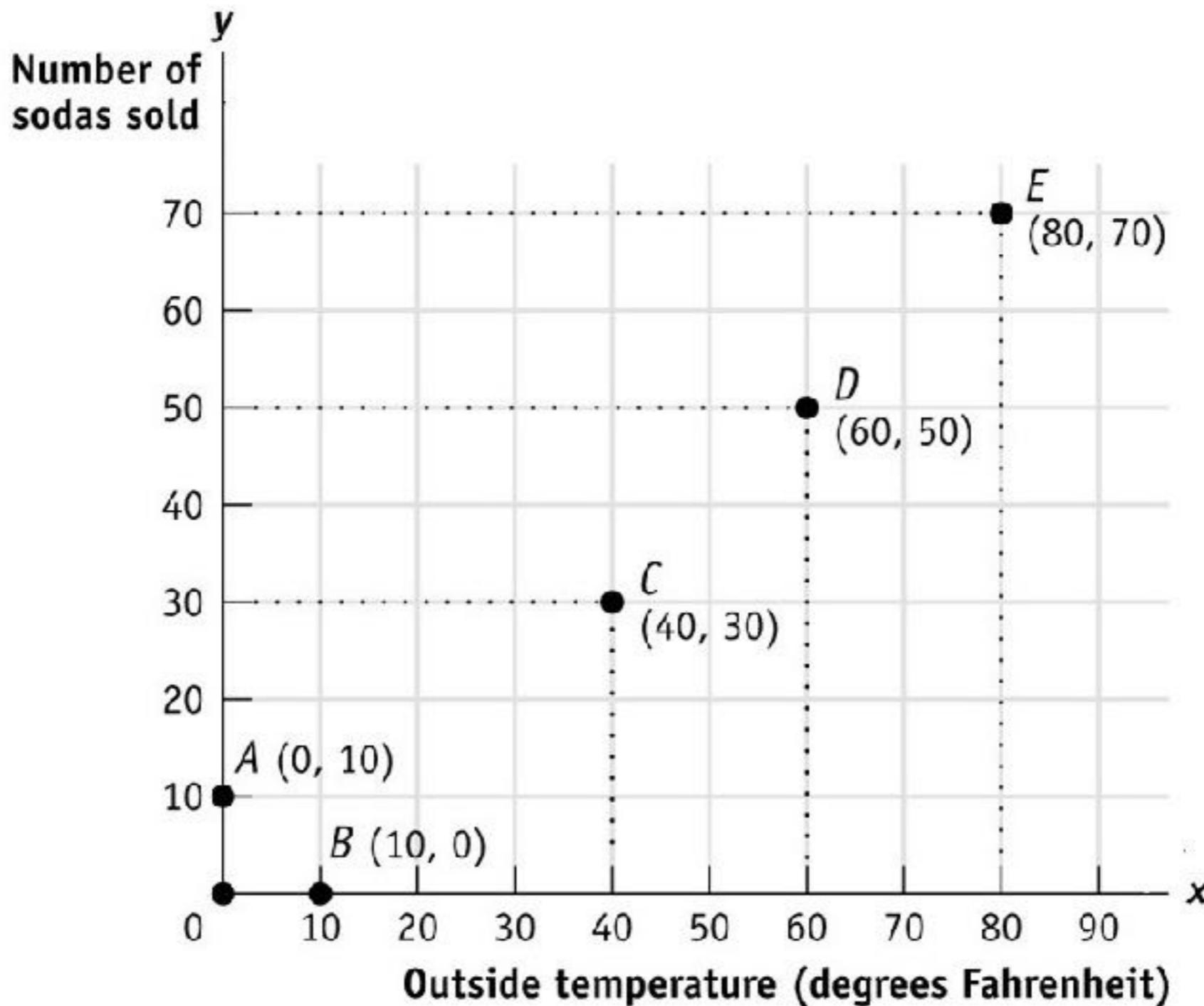
- 두 변수간의 관계를 선으로 표현할 경우 그 선을 곡선이라고 함
- 그래프의 모든 선은 곡선이라고 명명: 직선도 포함
 - 두 변수간의 관계가 직선으로 나타날 경우: 선형 관계(linear relationship)
 - 그렇지 않은 경우: 비선형관계(nonlinear relationship)

상관관계 Relationship

- 양(+)의 상관관계: 독립변수가 증가할 때 종속변수가 증가할 경우
- 음(-)의 상관관계: 독립변수가 증가할 때, 종속변수가 감소하는 경우

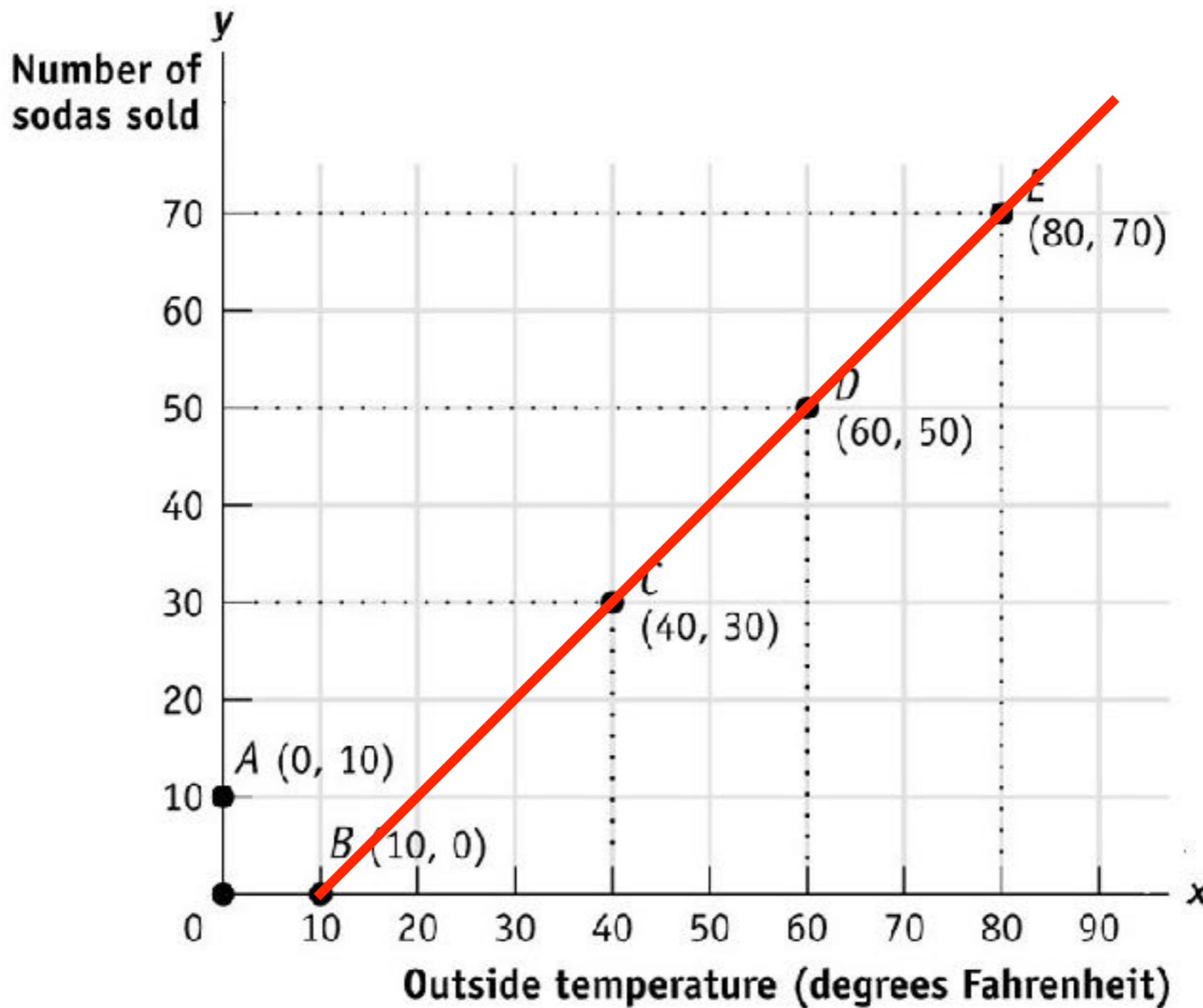
선형 관계

Linear Relationship



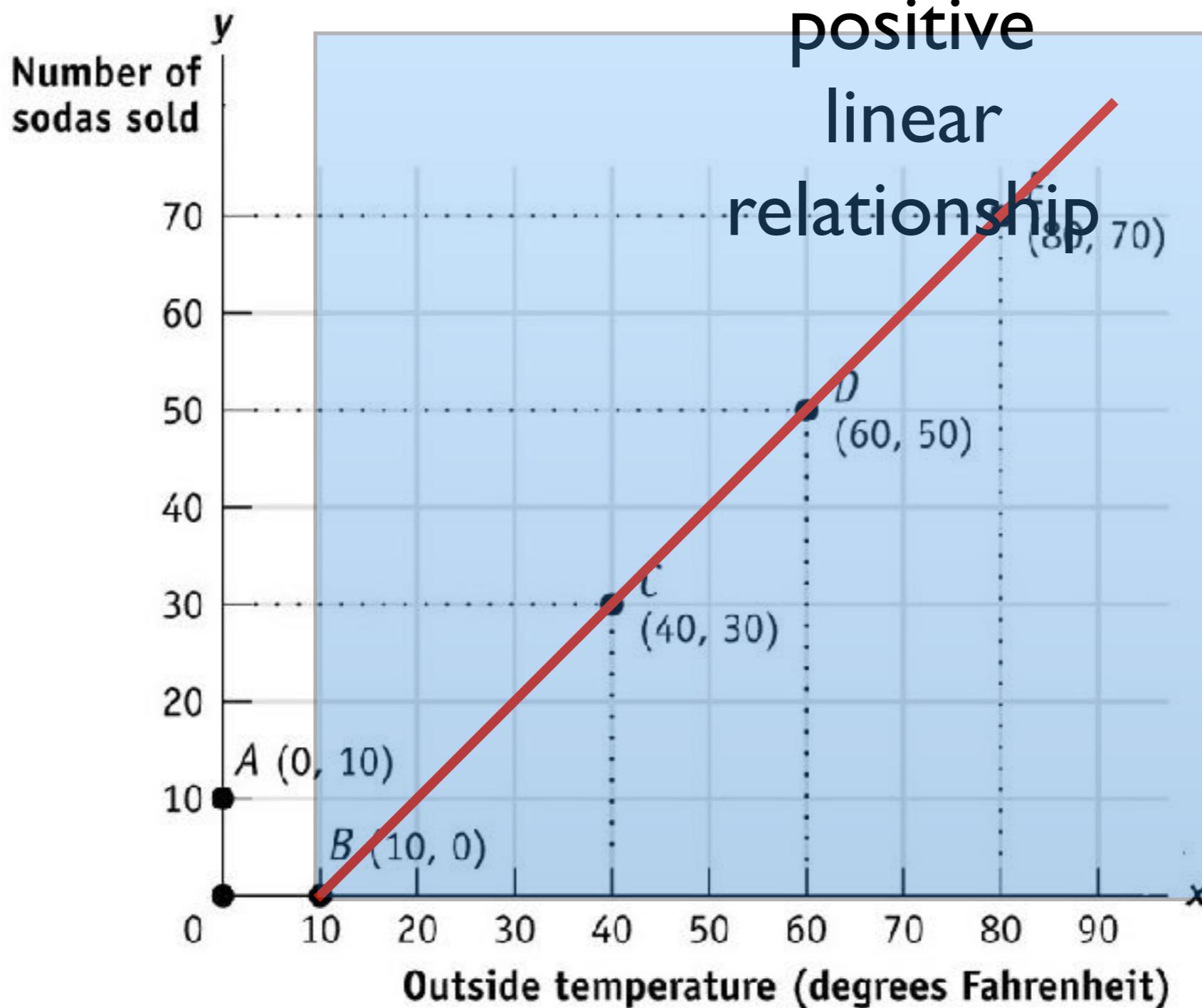
선형 관계

Linear Relationship



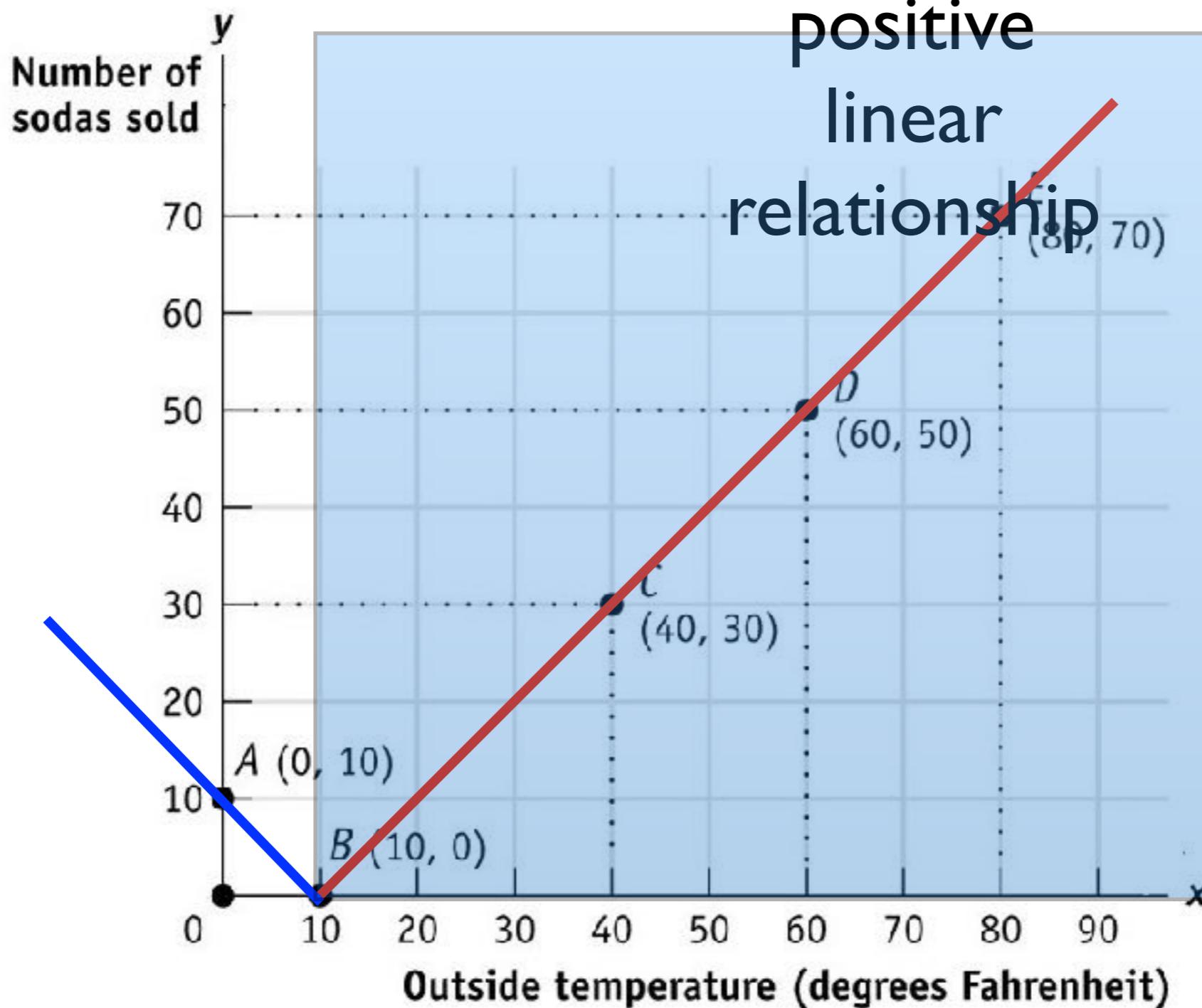
선형 관계

Linear Relationship



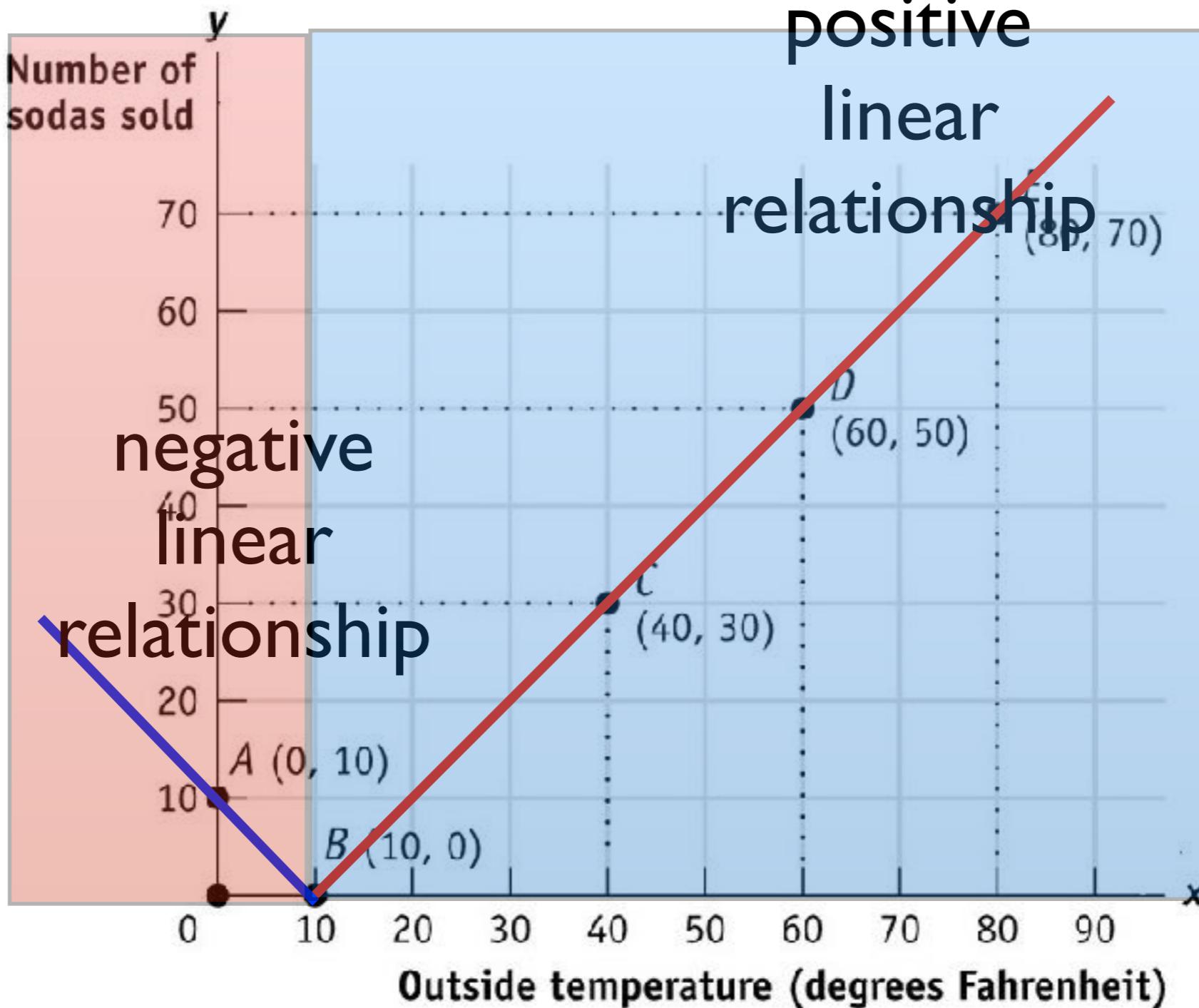
선형 관계

Linear Relationship



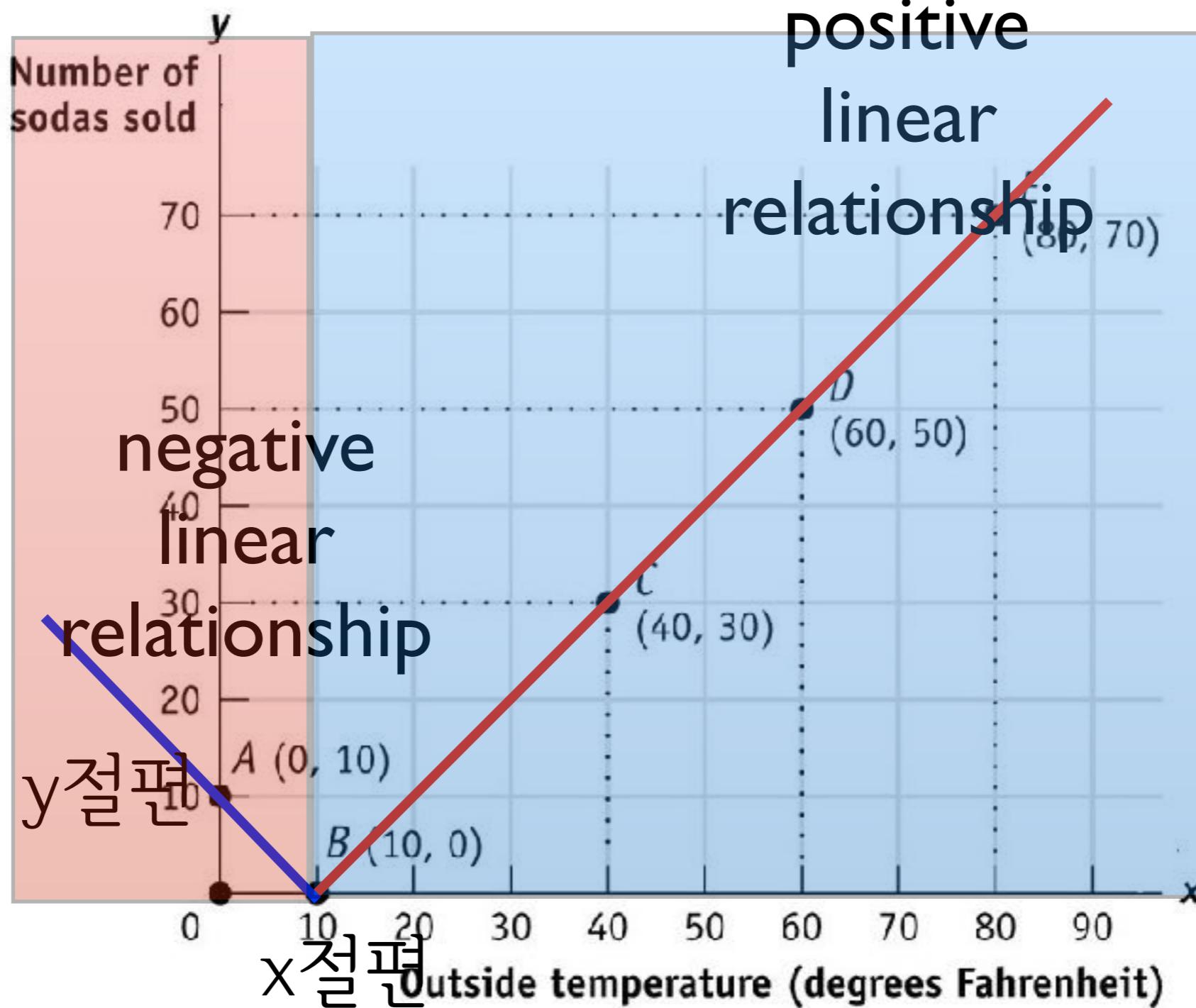
선형 관계

Linear Relationship

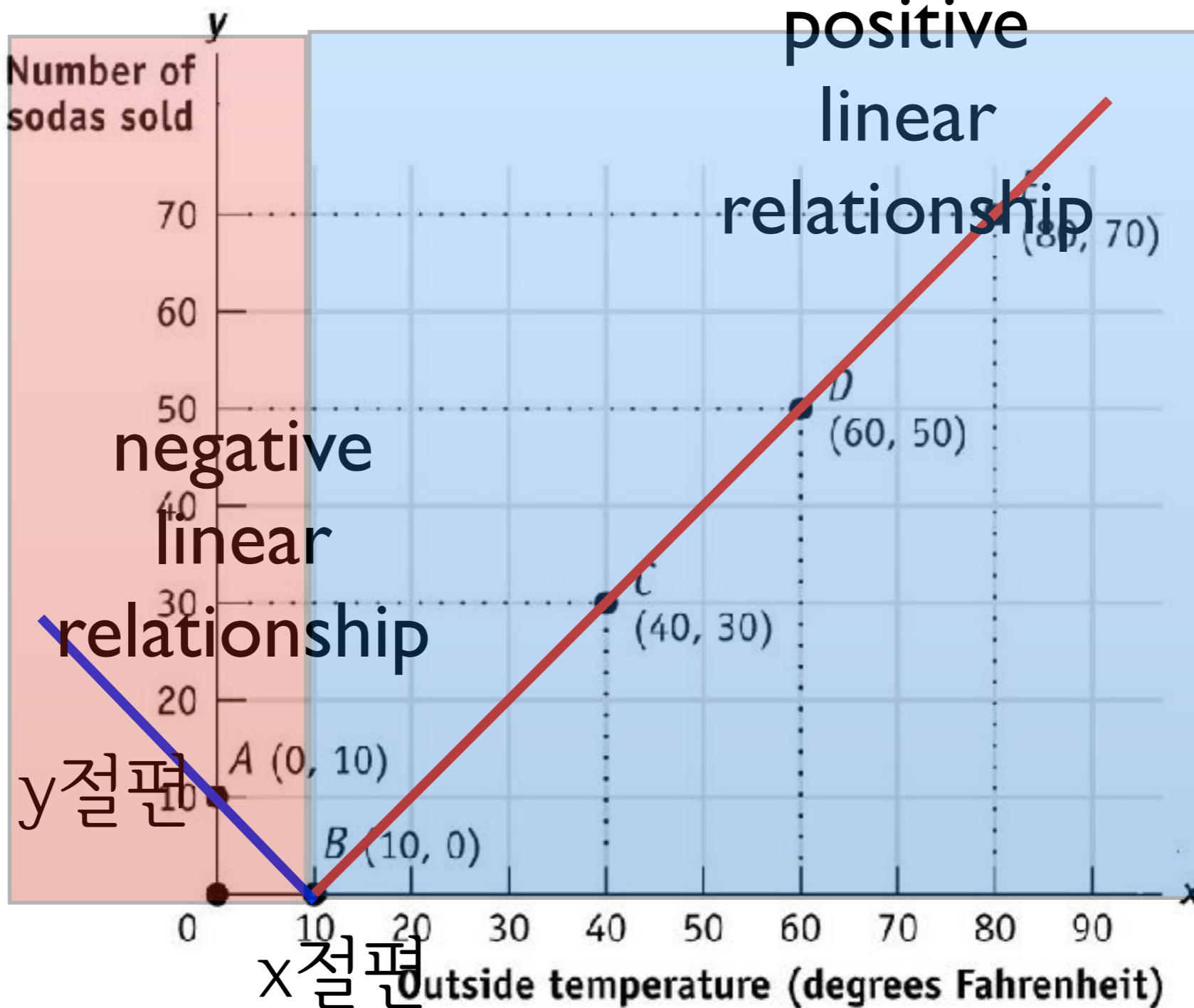


선형 관계

Linear Relationship



선형 관계 Linear Relationship



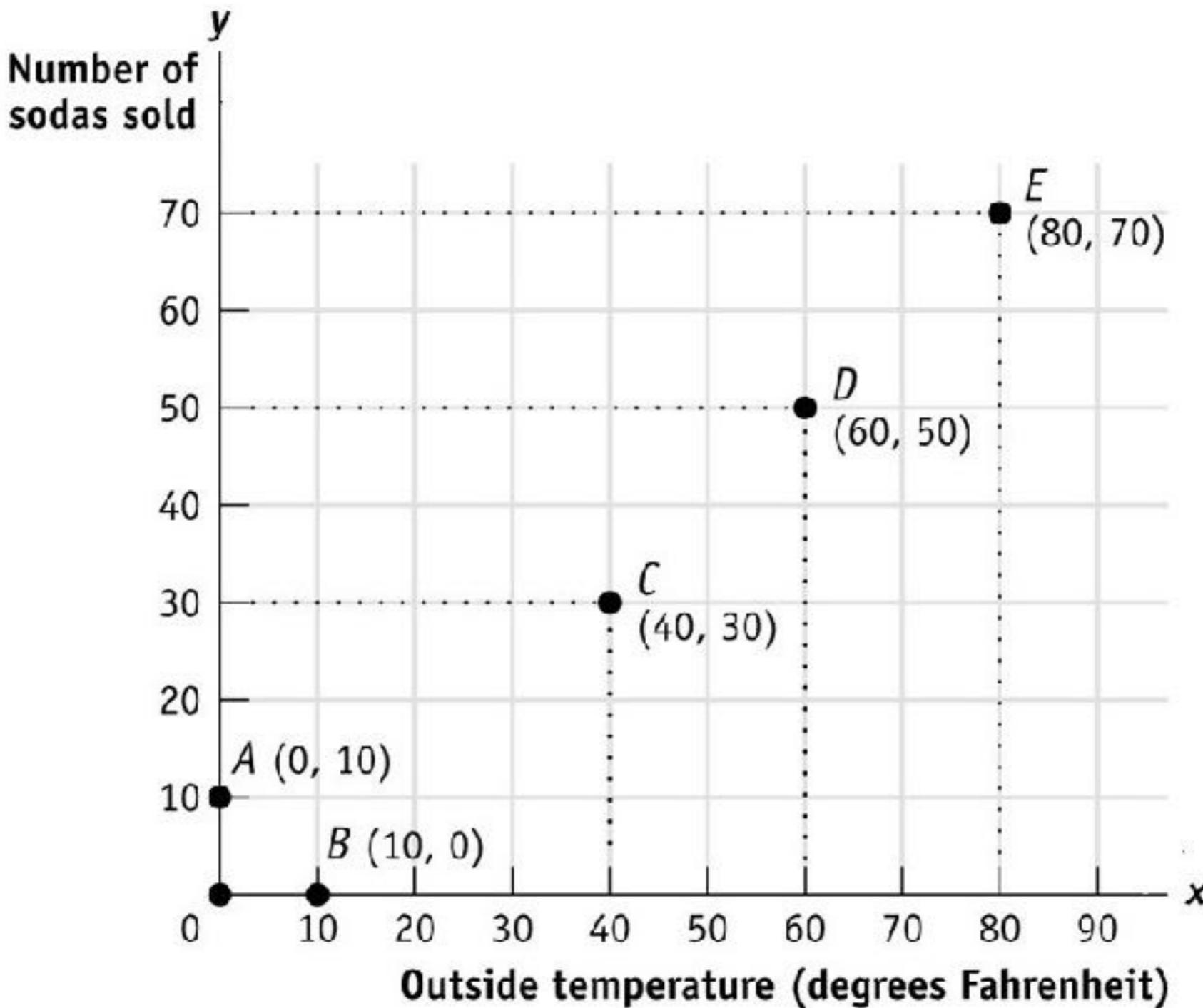
전체적으로는 nonlinear relationship

표본추출을 통한 상관관계 분석시 유의사항

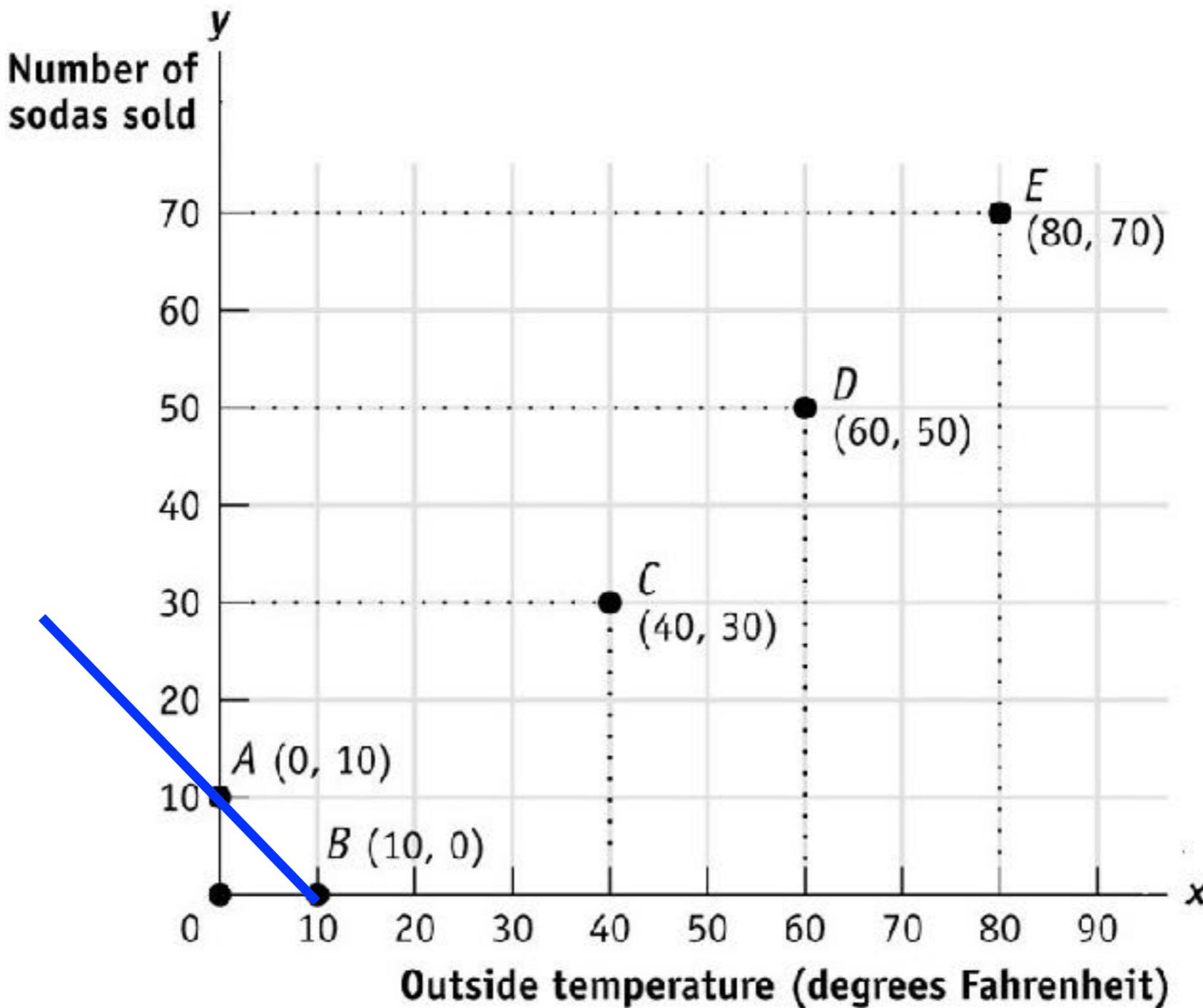
- 확실한 것은 측정한 데이터 뿐:
 - 나머지 상관관계는 통계적 추론으로 메꿔야 함
 - 앞의 경우 기온과 판매량의 상관관계가 두 가지 선형관계로 추정되지만, 이것만으로는 확신할 경우 오류발생의 가능성도 있음
 - 최악의 경우 잘못된 추정으로 이어질 수 있음
- 관련과목: 계량경제학 (추천입문서: “경제학의 피카소는 누구일까?”)

비선형관계

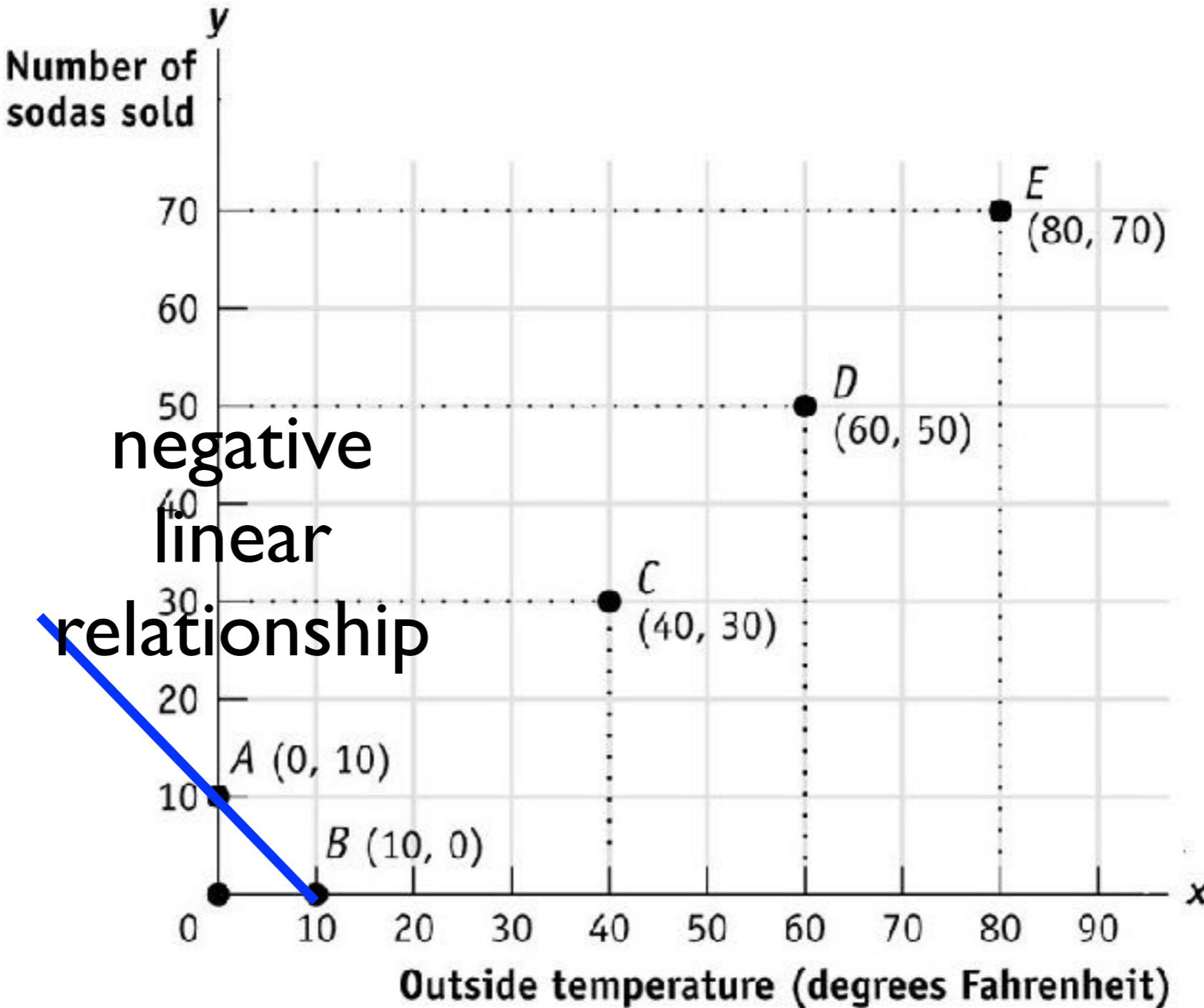
Nonlinear Relationship



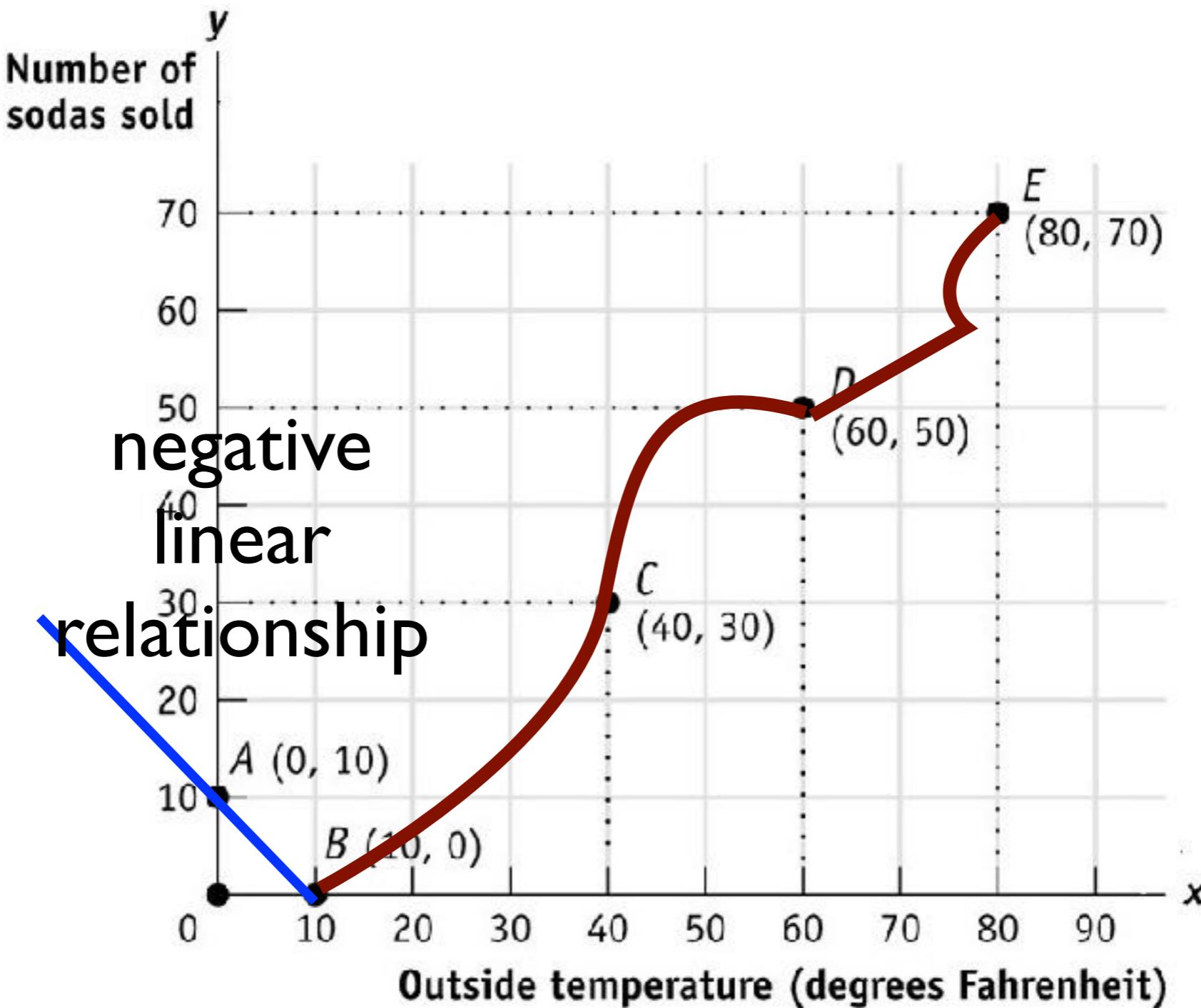
비선형관계 Nonlinear Relationship



비선형관계 Nonlinear Relationship

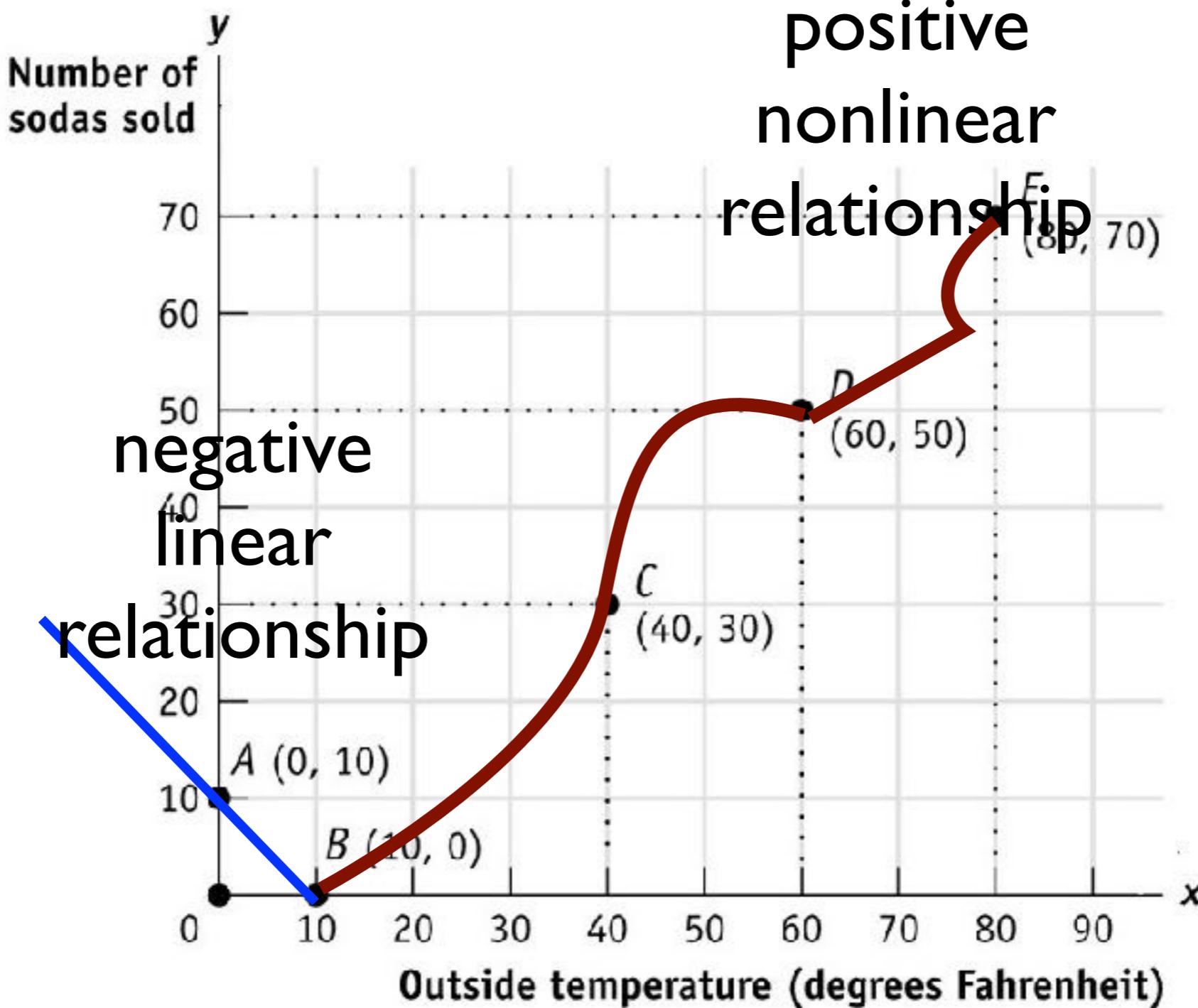


비선형관계 Nonlinear Relationship



비선형관계

Nonlinear Relationship



곡선의 기울기

Slope of curve

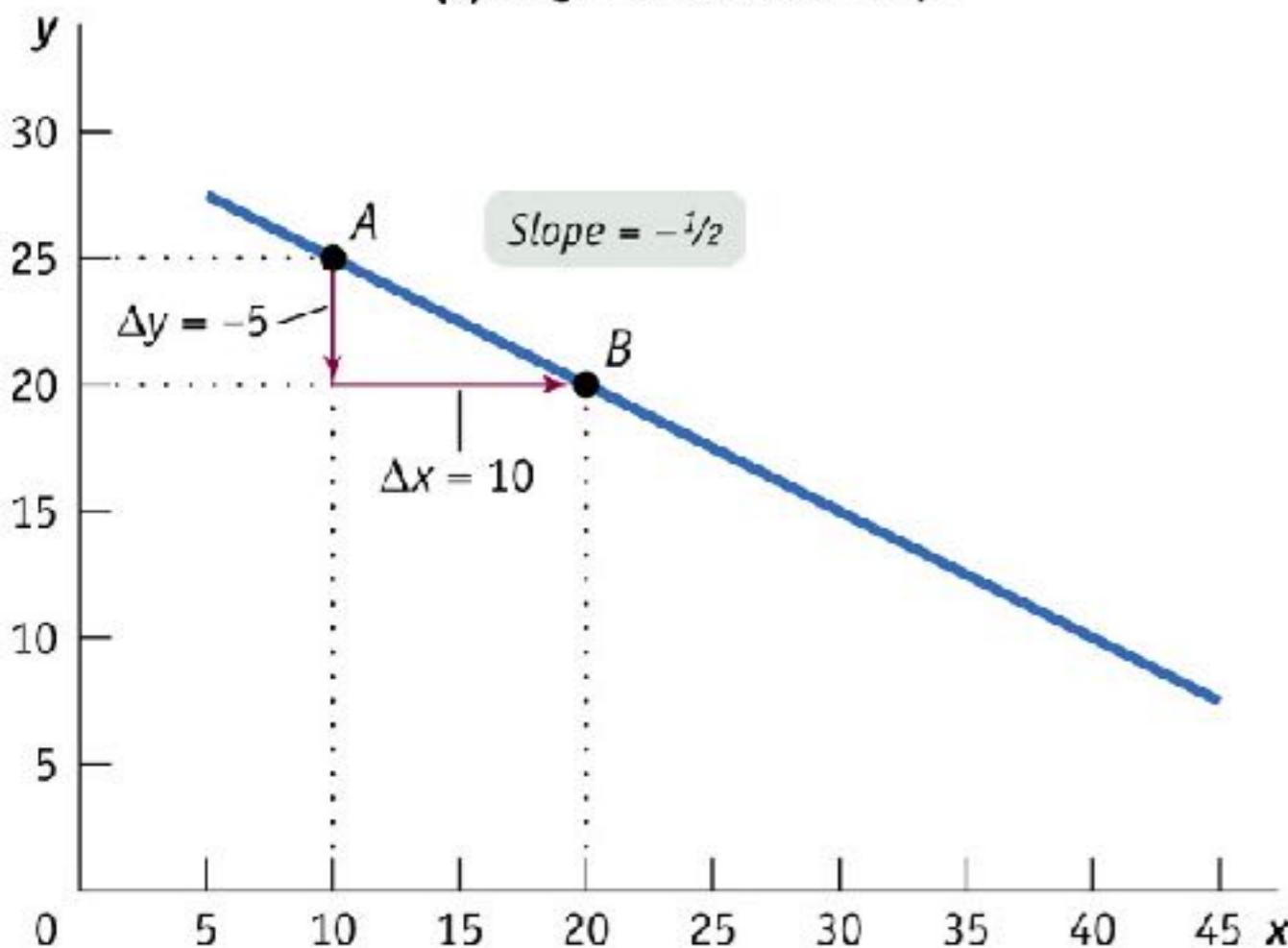
$$\frac{y \text{의 변화량}}{x \text{의 변화량}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{slope}$$

- 곡선의 가파른 정도를 나타내는 척도(measure)
- slope>0 : 양의 상관관계
- slope<0 : 음의 상관관계

Measuring Slope of Curve

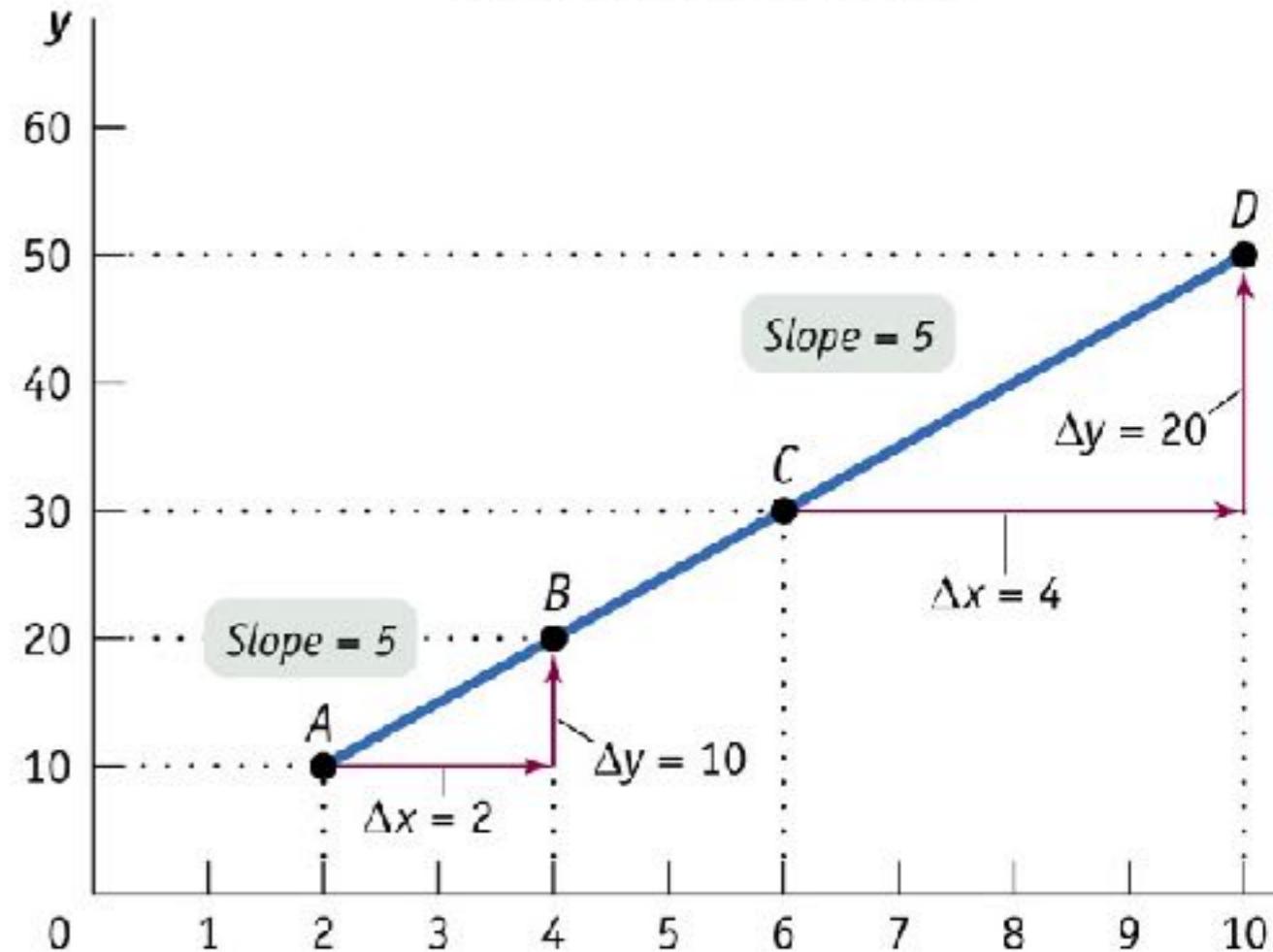
Measuring Slope of Curve

(a) Negative Constant Slope



Measuring Slope of Curve

(b) Positive Constant Slope



수평, 수직선과 기울기

Horizontal & Vertical Slope

- 수평선: $\text{slope} = 0$
- 수직선: $\text{slope} = \infty$
- 의미: 두 변수간의 관계가 없음
- 종속변수가 y 변수일 경우: 수평
 - x 의 값에 관계없이 y 가 일정
- 종속변수가 x 변수일 경우: 수직

비선형곡선의 기울기

Slope of Nonlinear Curve

- 선형곡선(기울기가 상수)과는 달리, 비선형곡선은 기울기가 상수가 아님 → 각 점에 대한 기울기의 함수를 생각할 수 있음 → 도함수
 - 도함수(derivative): 종속변수에 대한 기울기의 함수
 - 도함수의 값은 각 점의 접선(tangent line)의 기울기와 같음

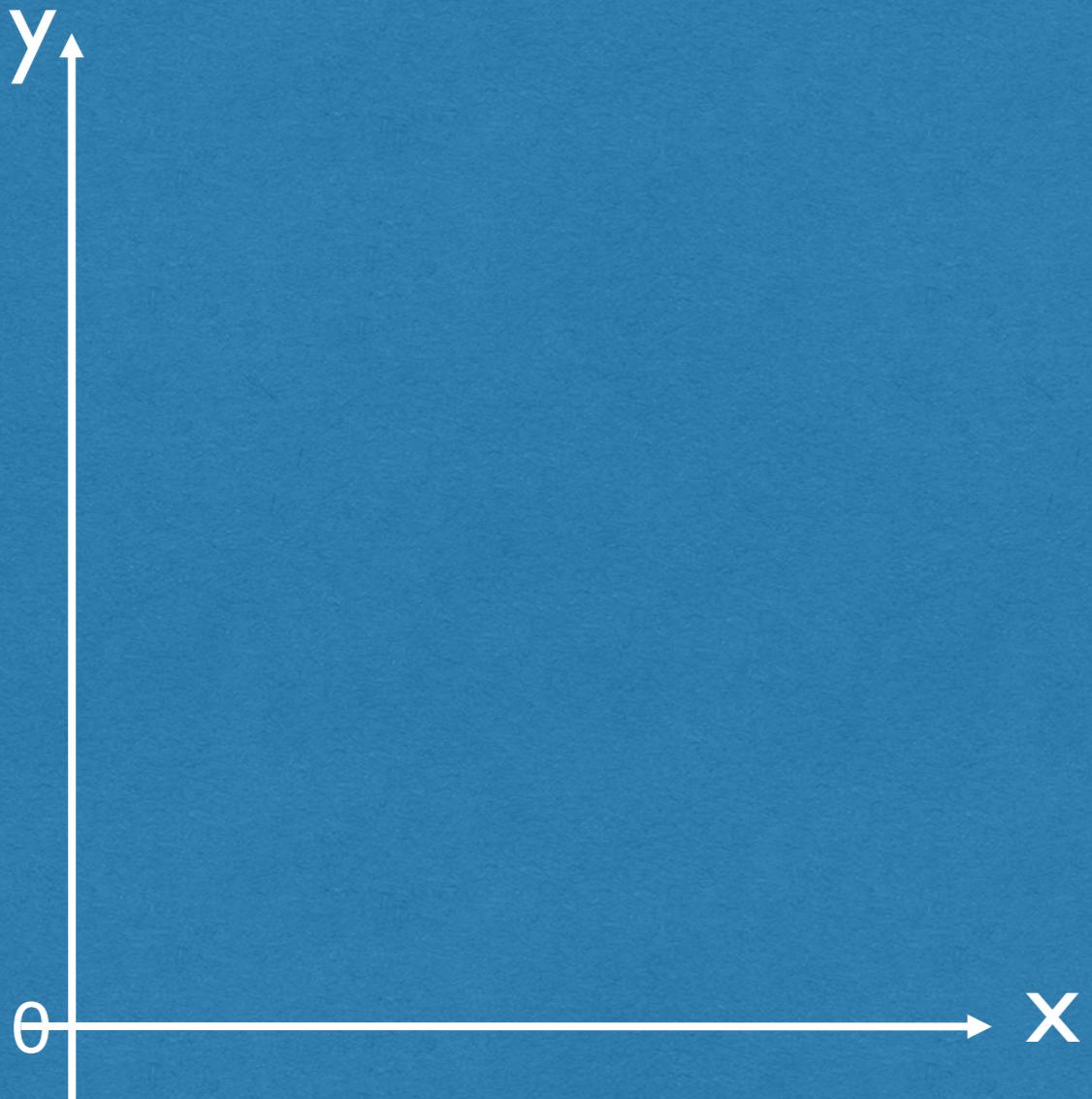
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

평균변화율

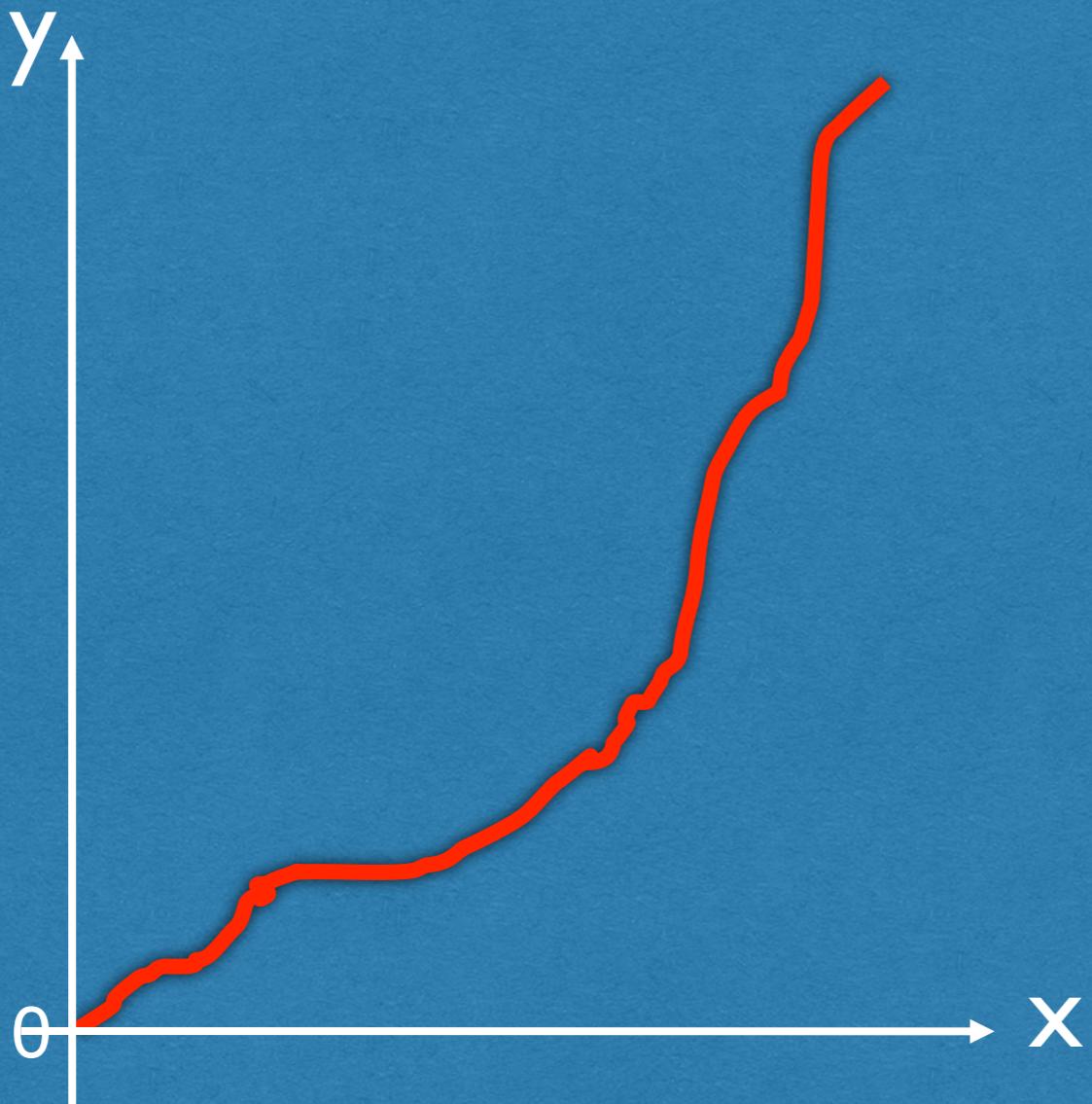
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

평균변화율



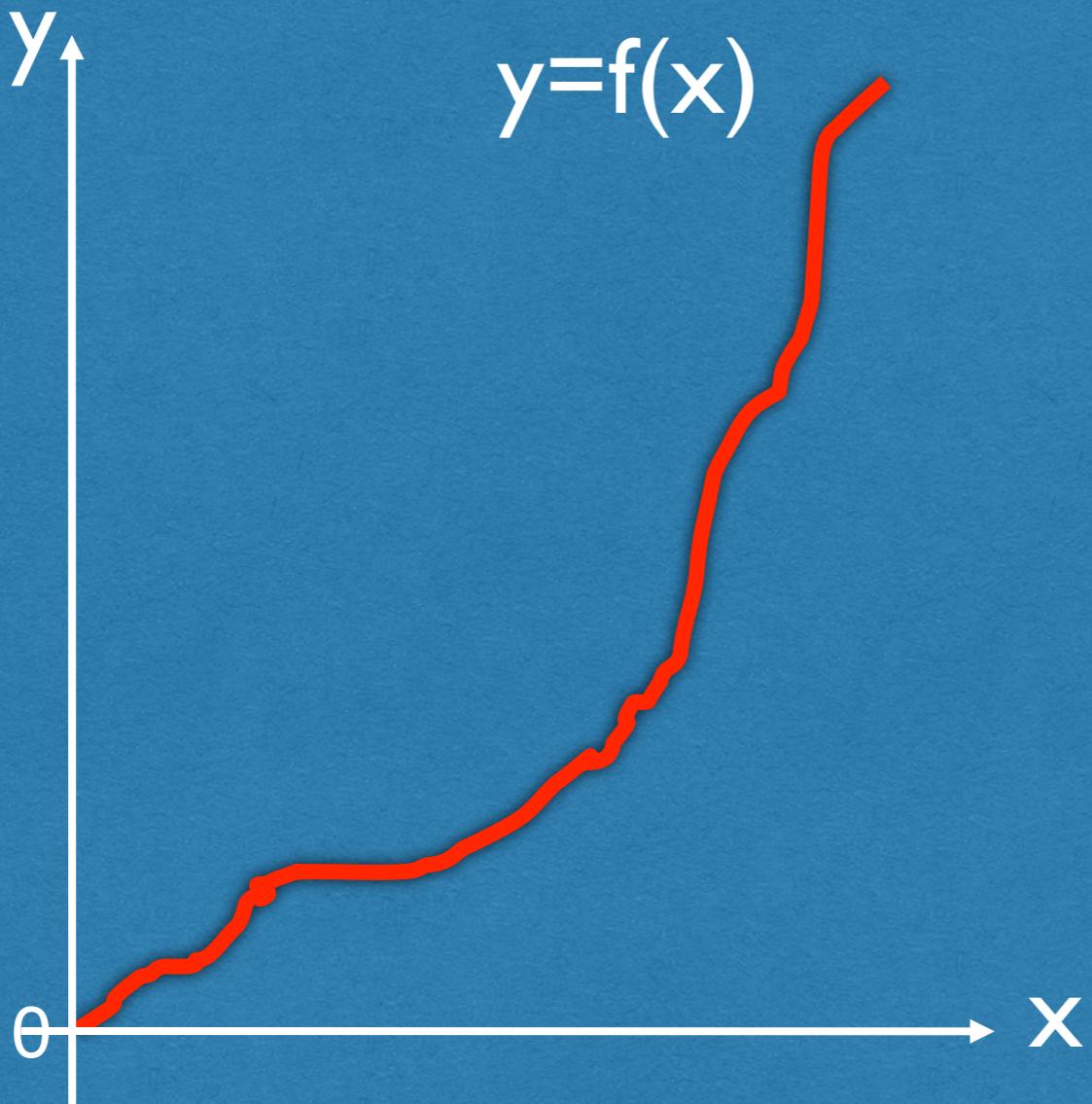
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

평균변화율



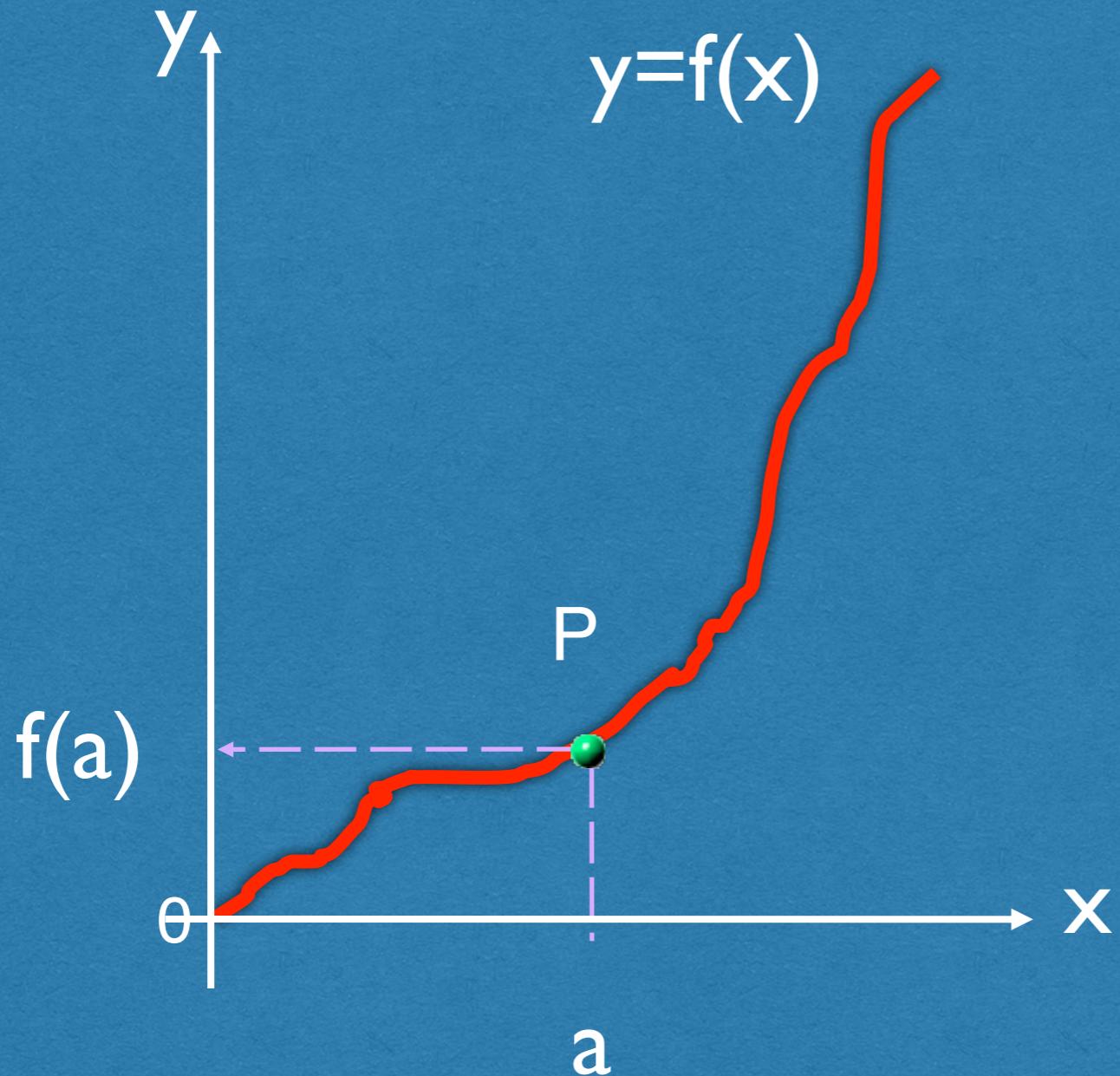
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

평균변화율



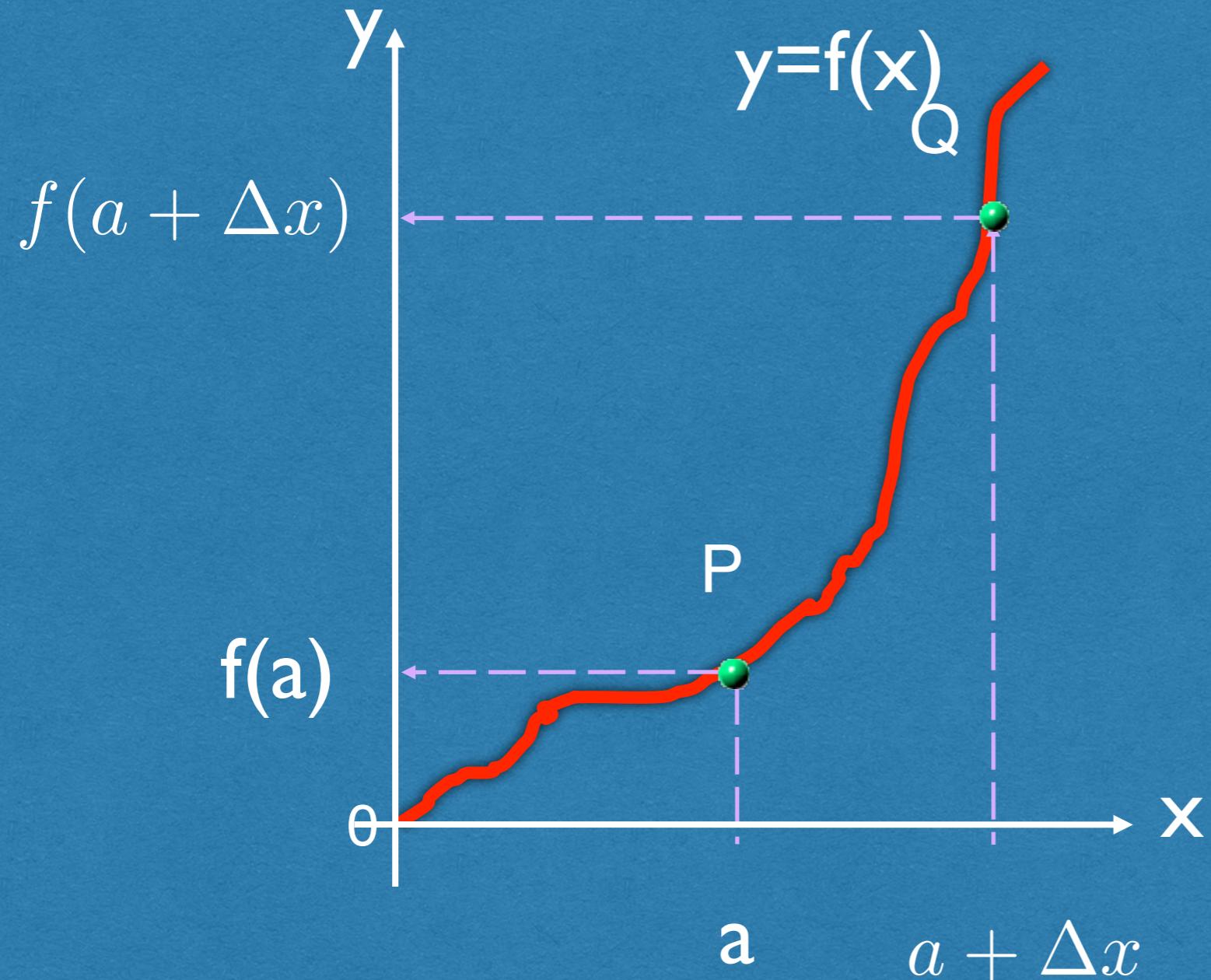
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

평균변화율



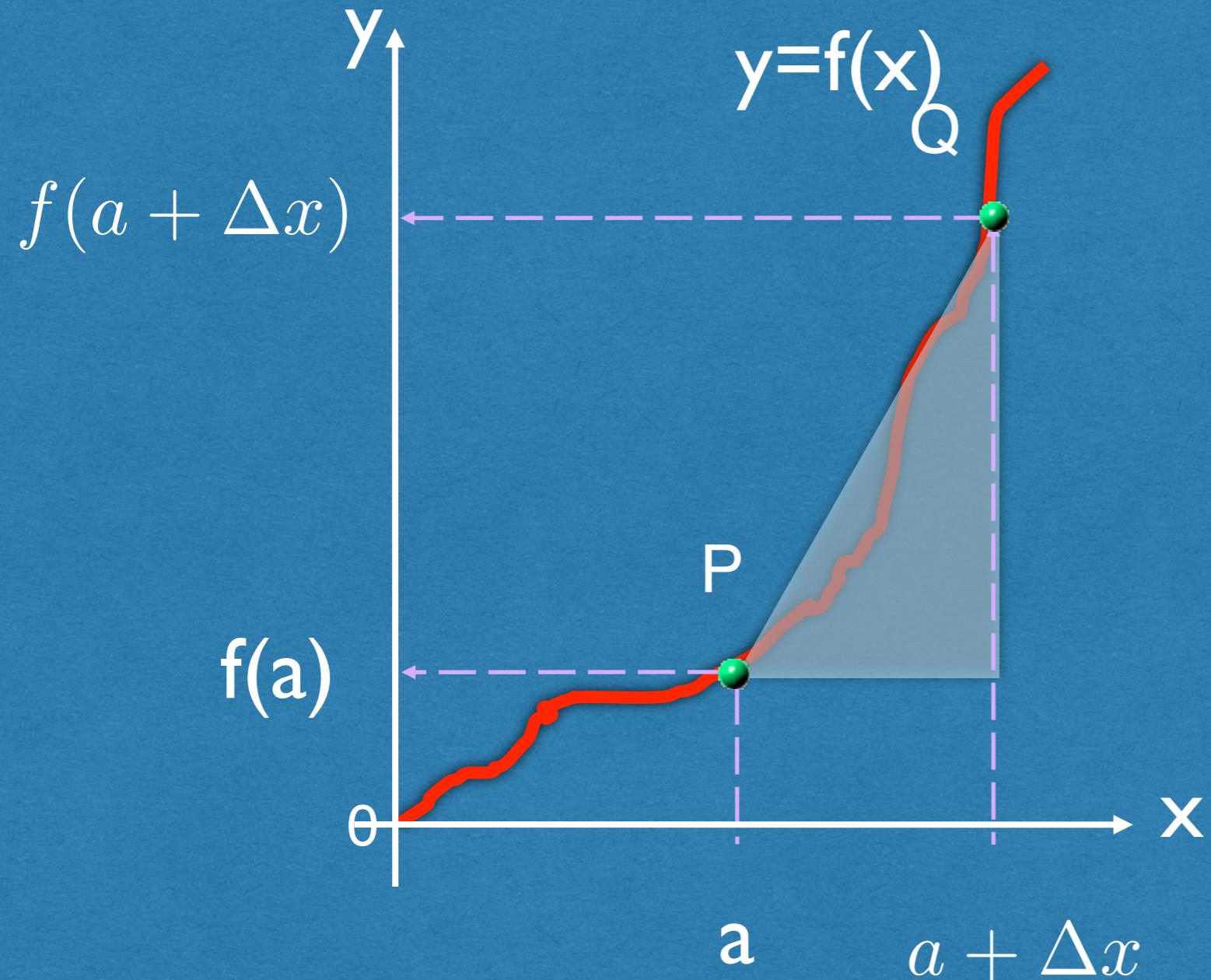
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



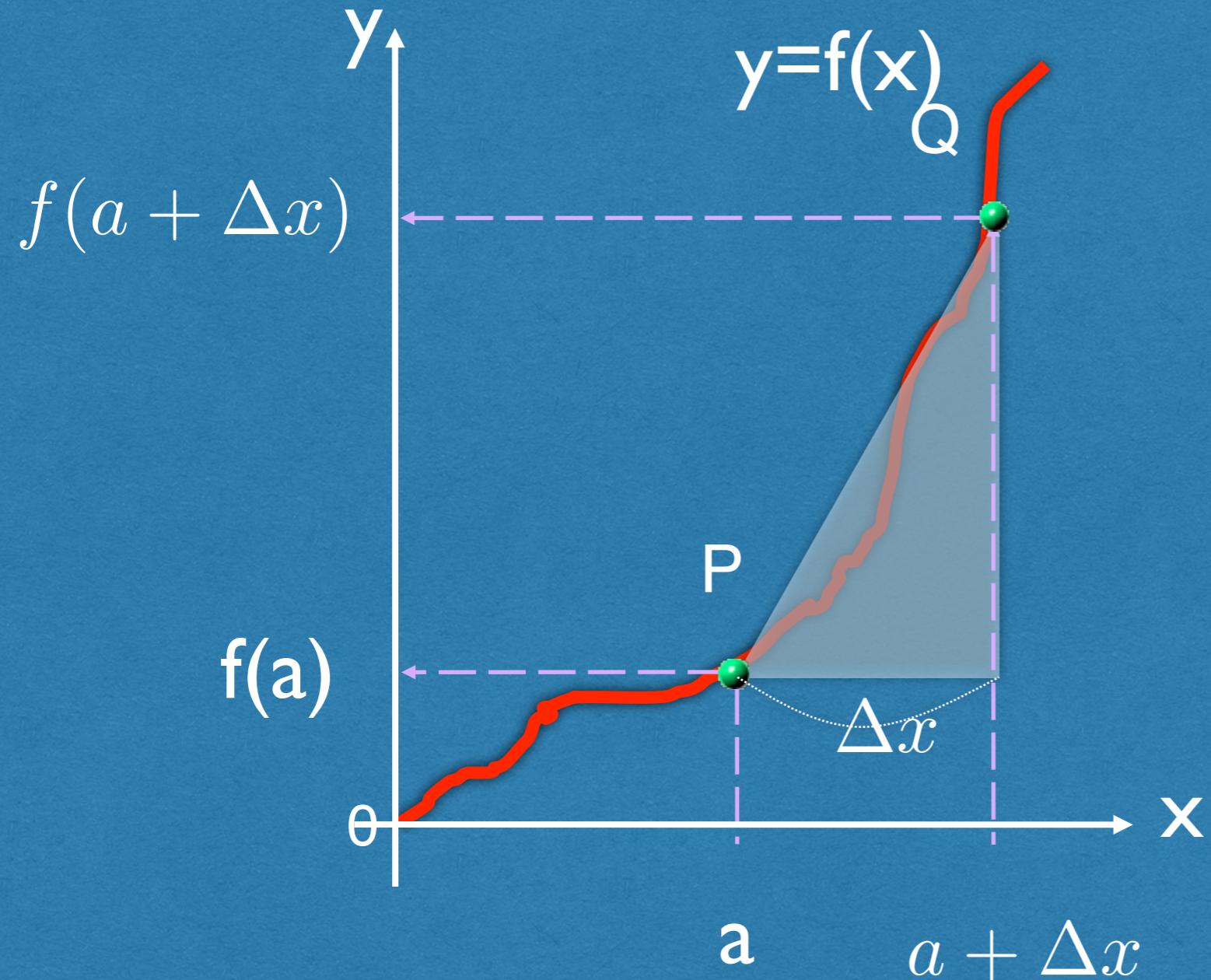
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



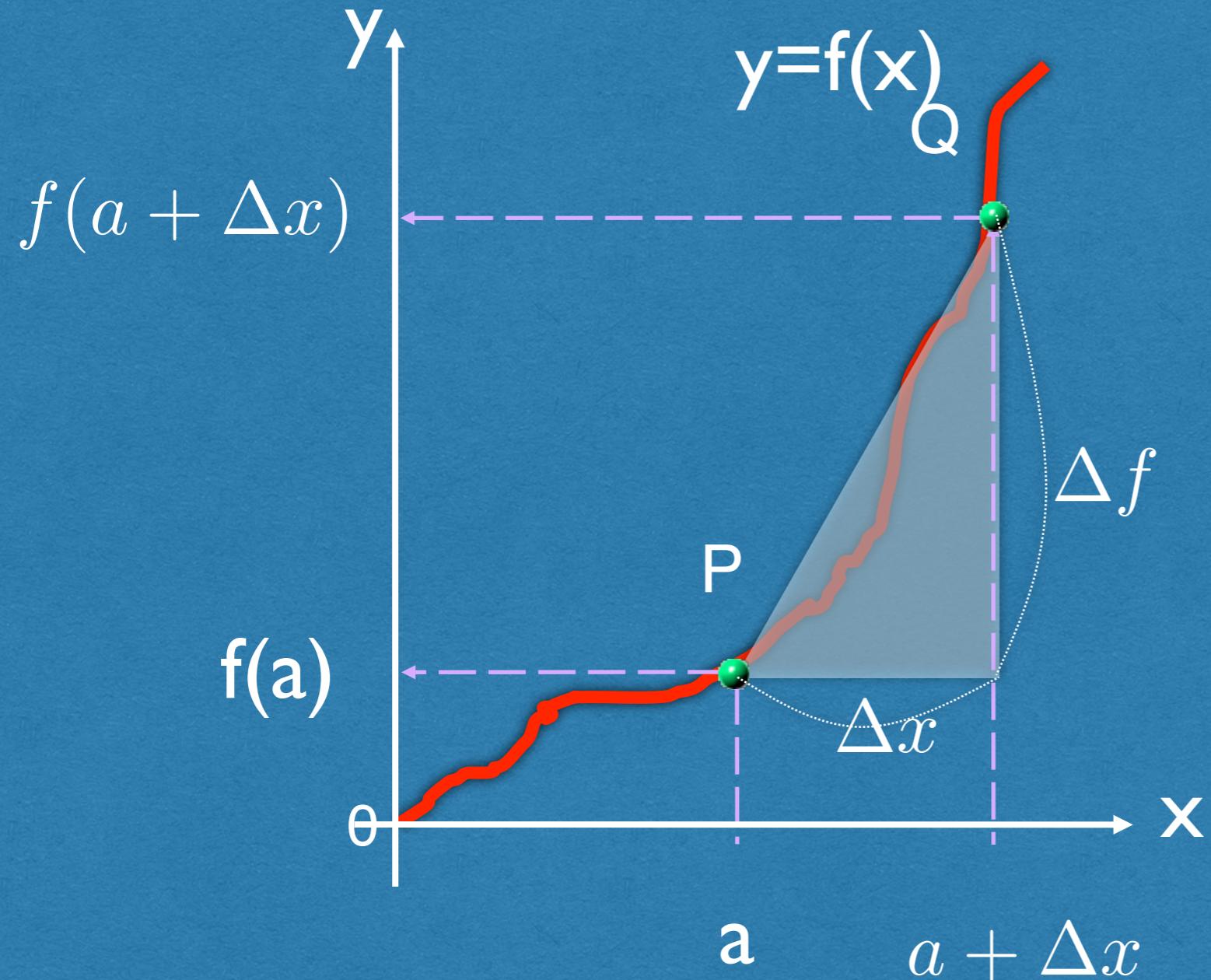
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



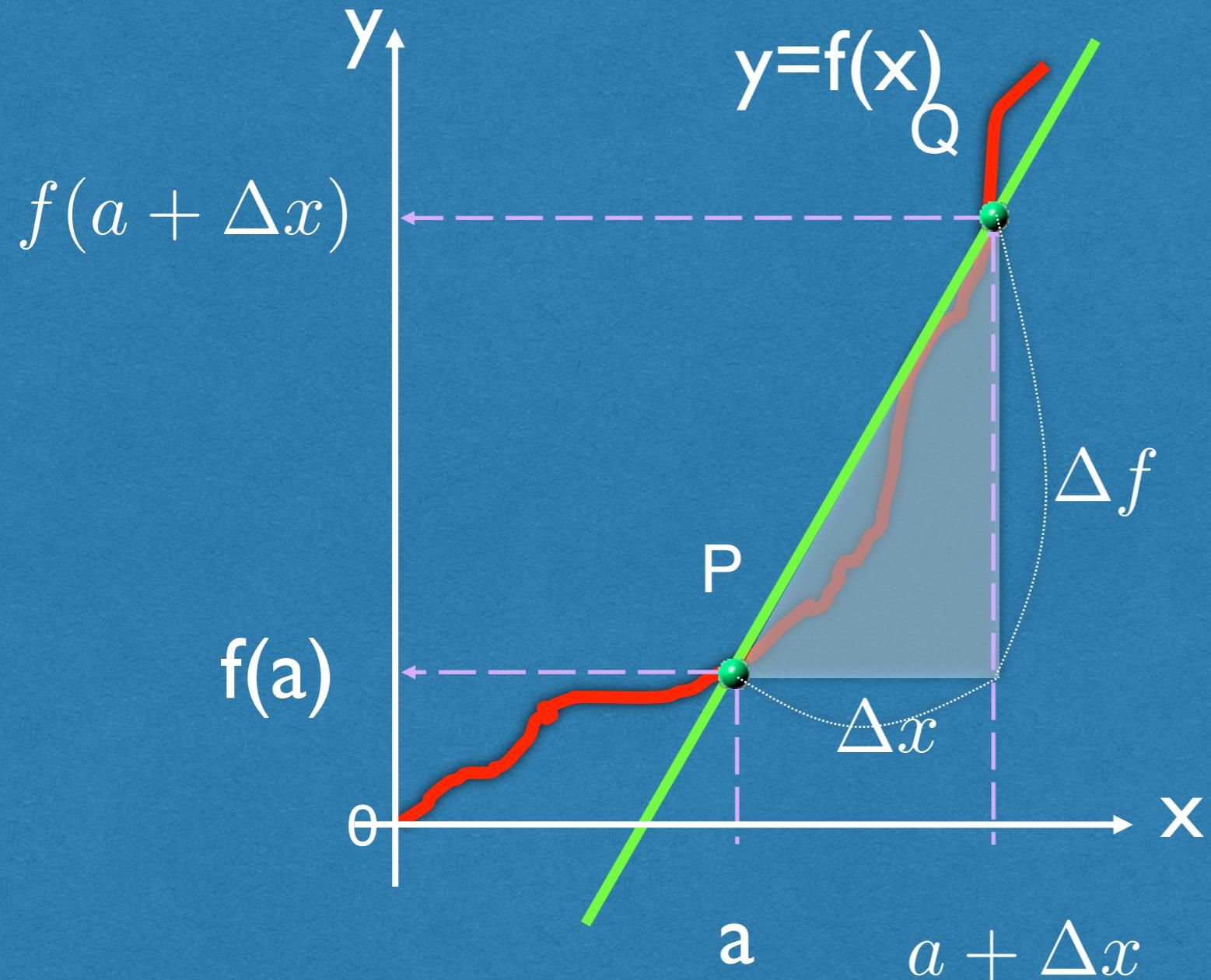
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



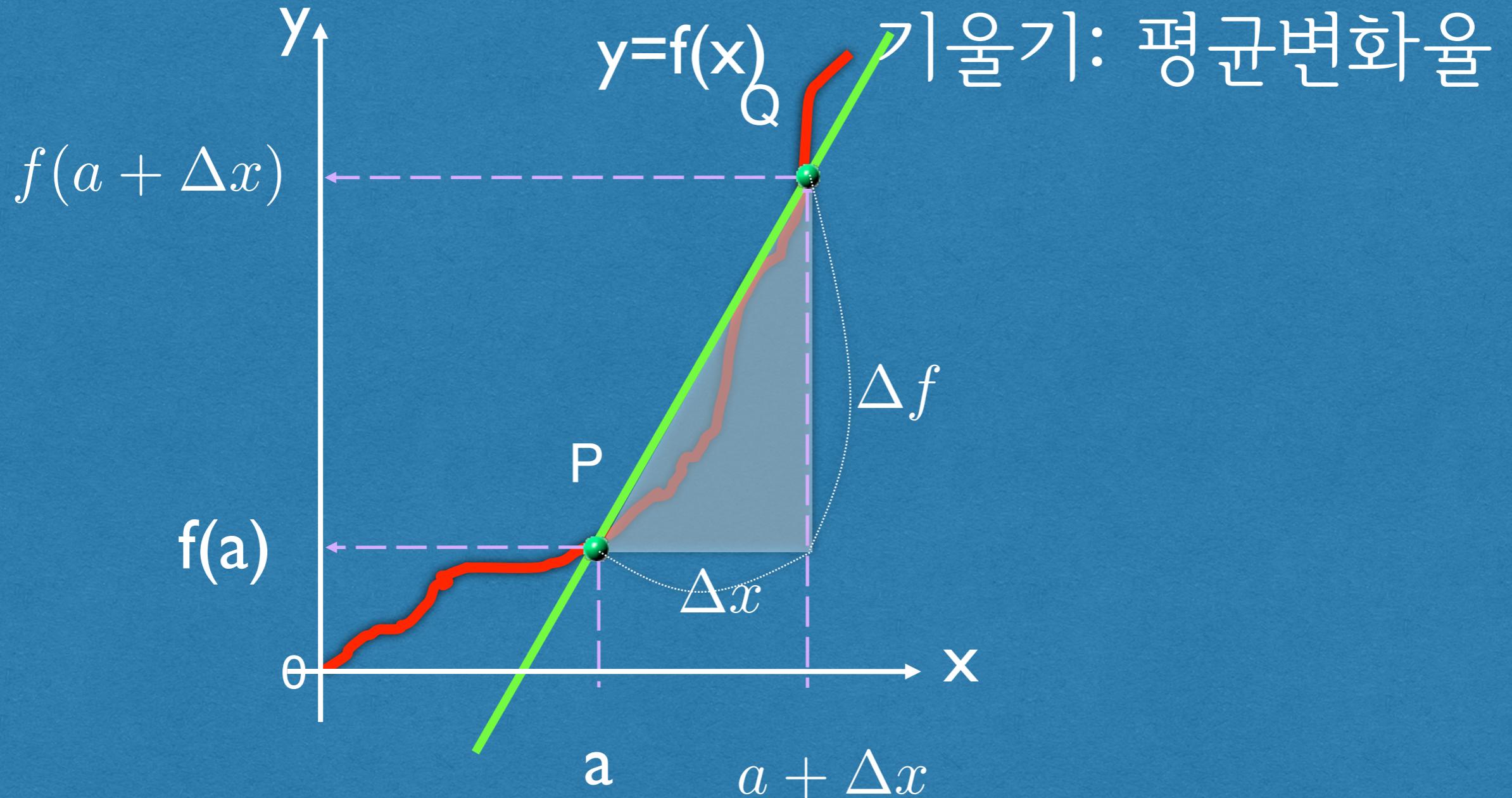
평균변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

평균변화율



(순간) 변화율

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

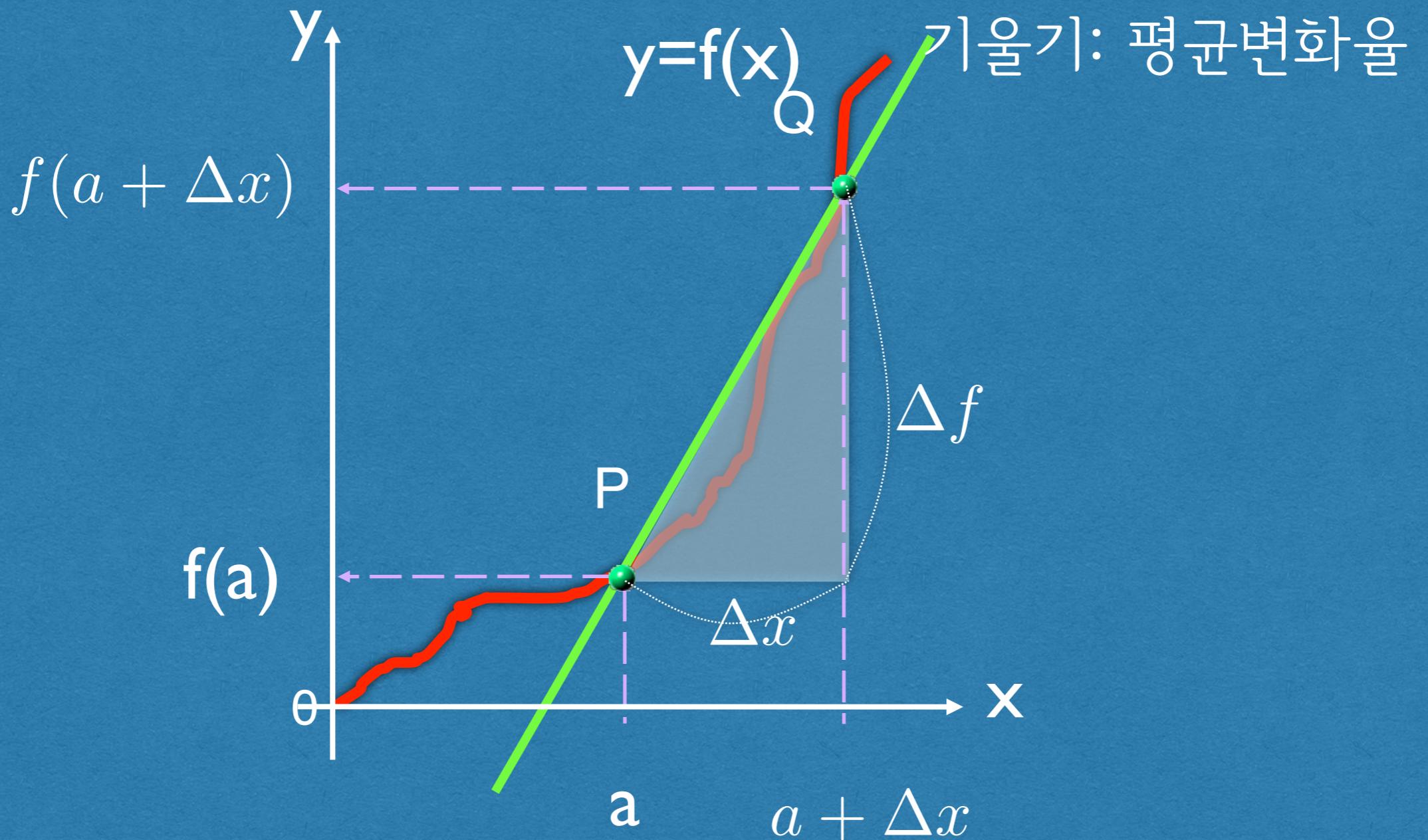
(순간)
변화율

(순간)변화율

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

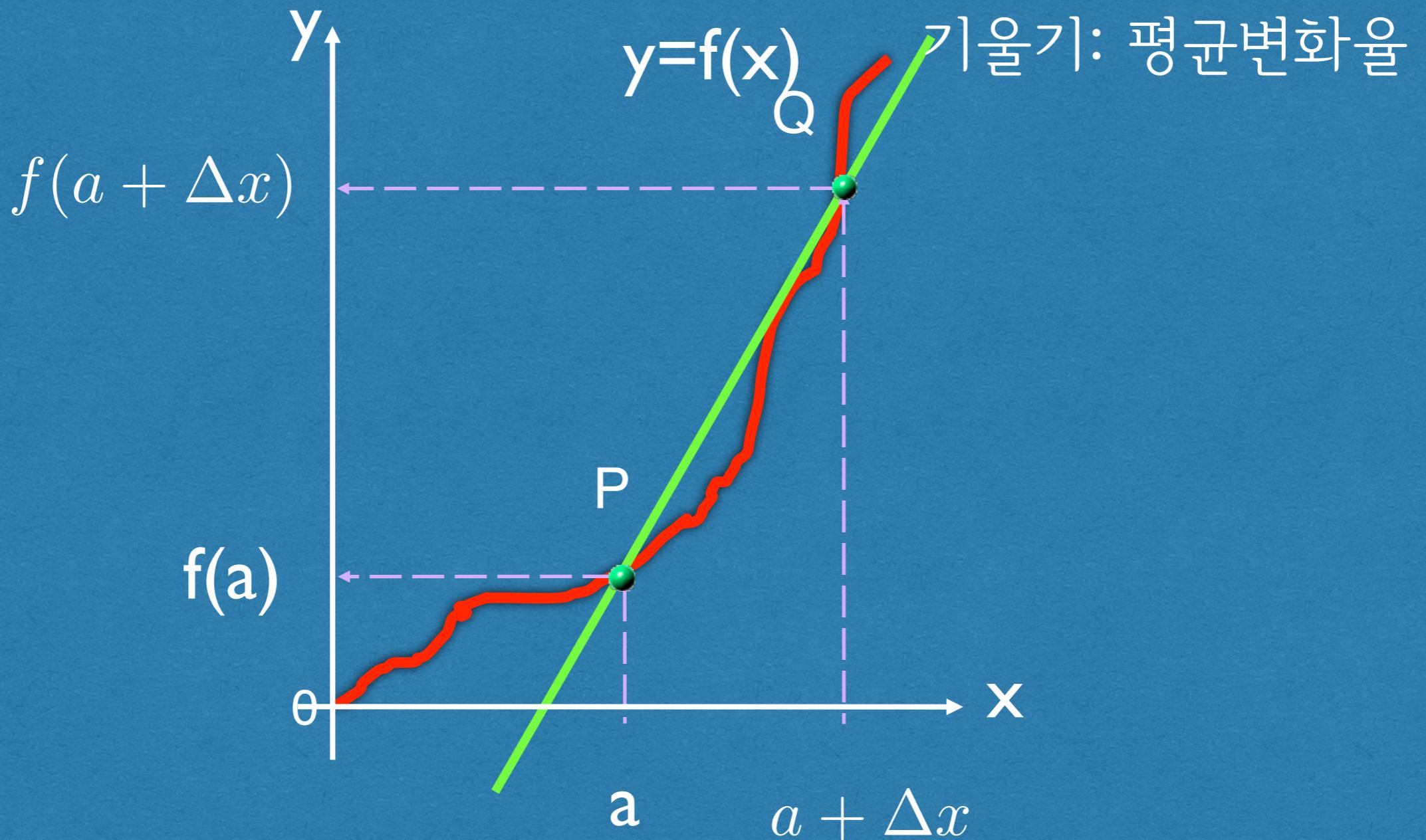
(순간) 변화율

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



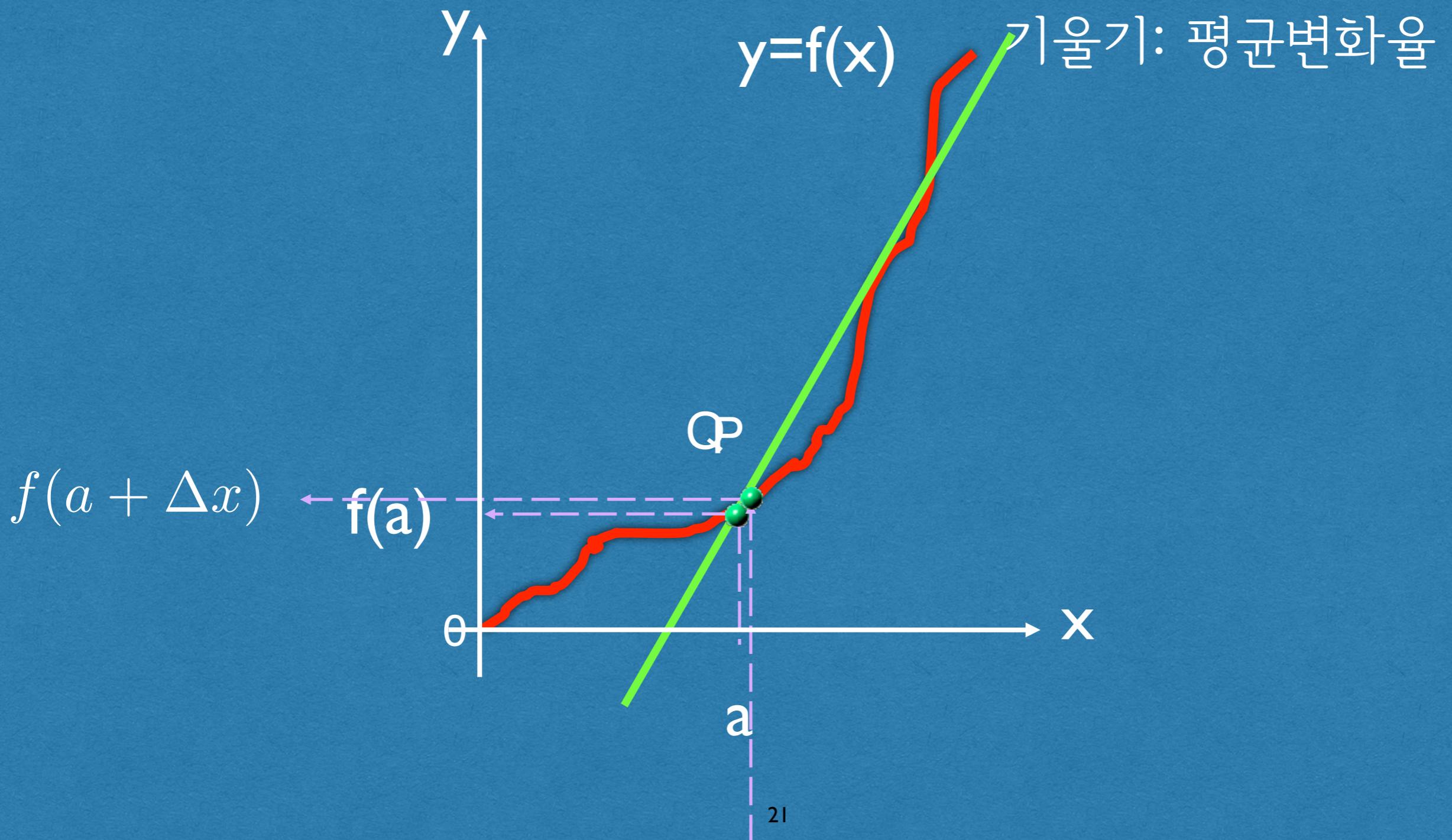
(순간) 변화율

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



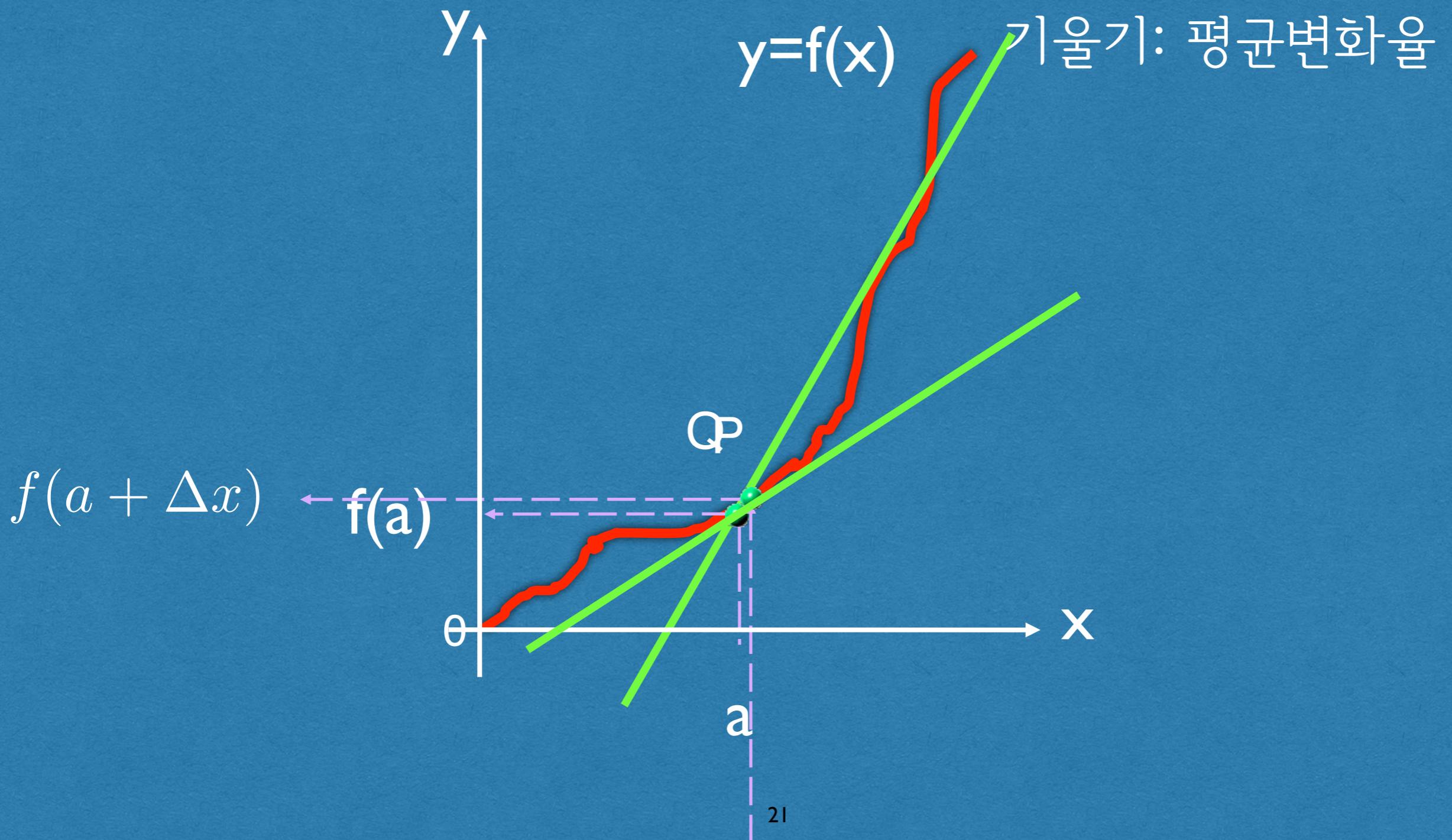
(순간) 변화율

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



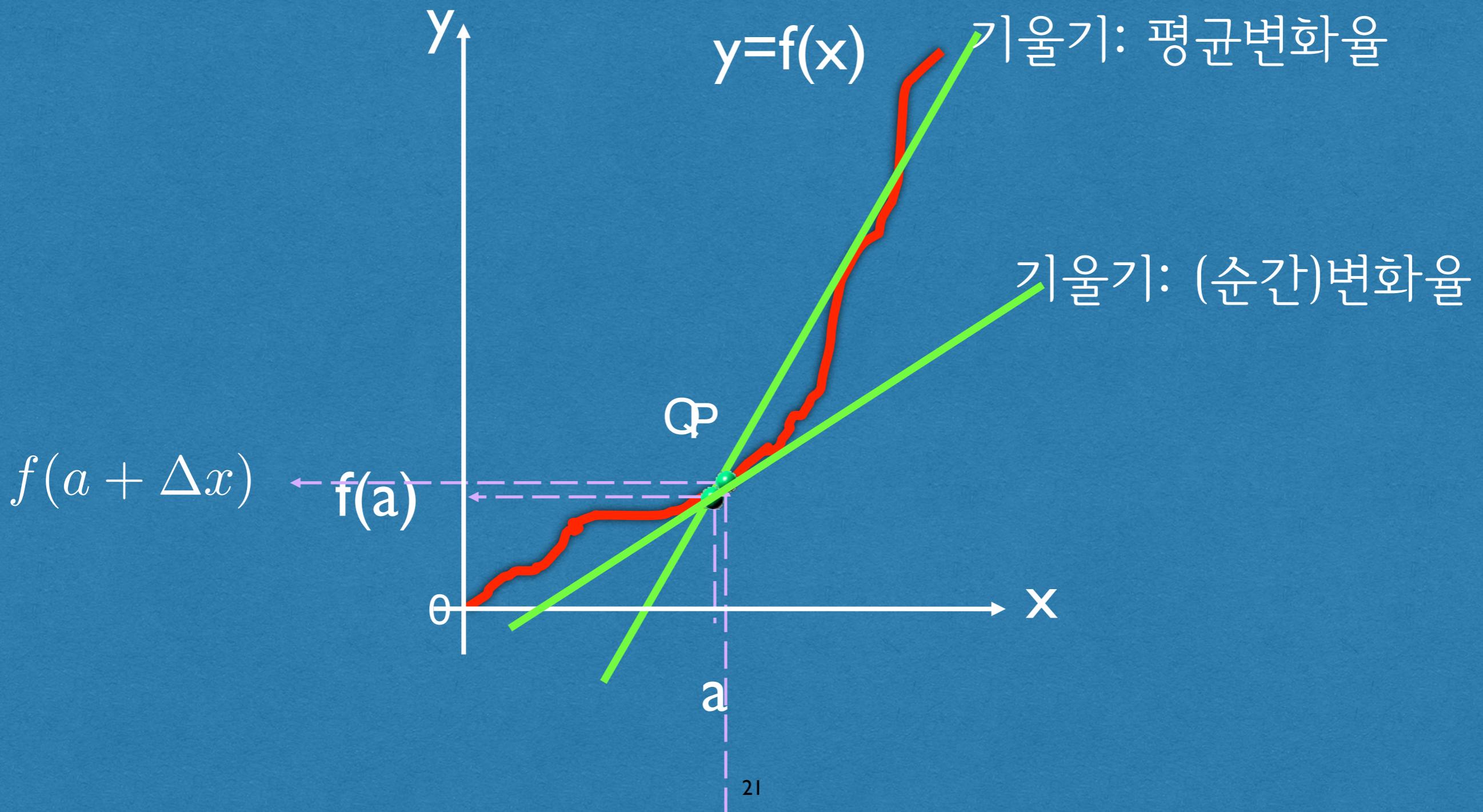
(순간) 변화율

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



(순간) 변화율

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



함수의 미분이란?

- 함수로 부터 도함수(기울기의 함수)를 도출하는 수학적 방법
 - 도함수: 기울기의 함수

기울기와 미분의 정의

Definition (Slope of Linear function f)

$$\text{Slope} := \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

Definition (Derivative at $(\bar{x}_0, f(\bar{x}_0))$)

$f'(\bar{x}_0) := \underline{\text{Derivative of } f \text{ at } (\bar{x}_0, f(\bar{x}_0))}$ is the slope of the tangent line to the graph of f at $(\bar{x}_0, f(\bar{x}_0))$. i.e.,

$$f'(\bar{x}_0) := \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\bar{x}_0 + h) - f(\bar{x}_0)}{h}$$

- Alternative Notations

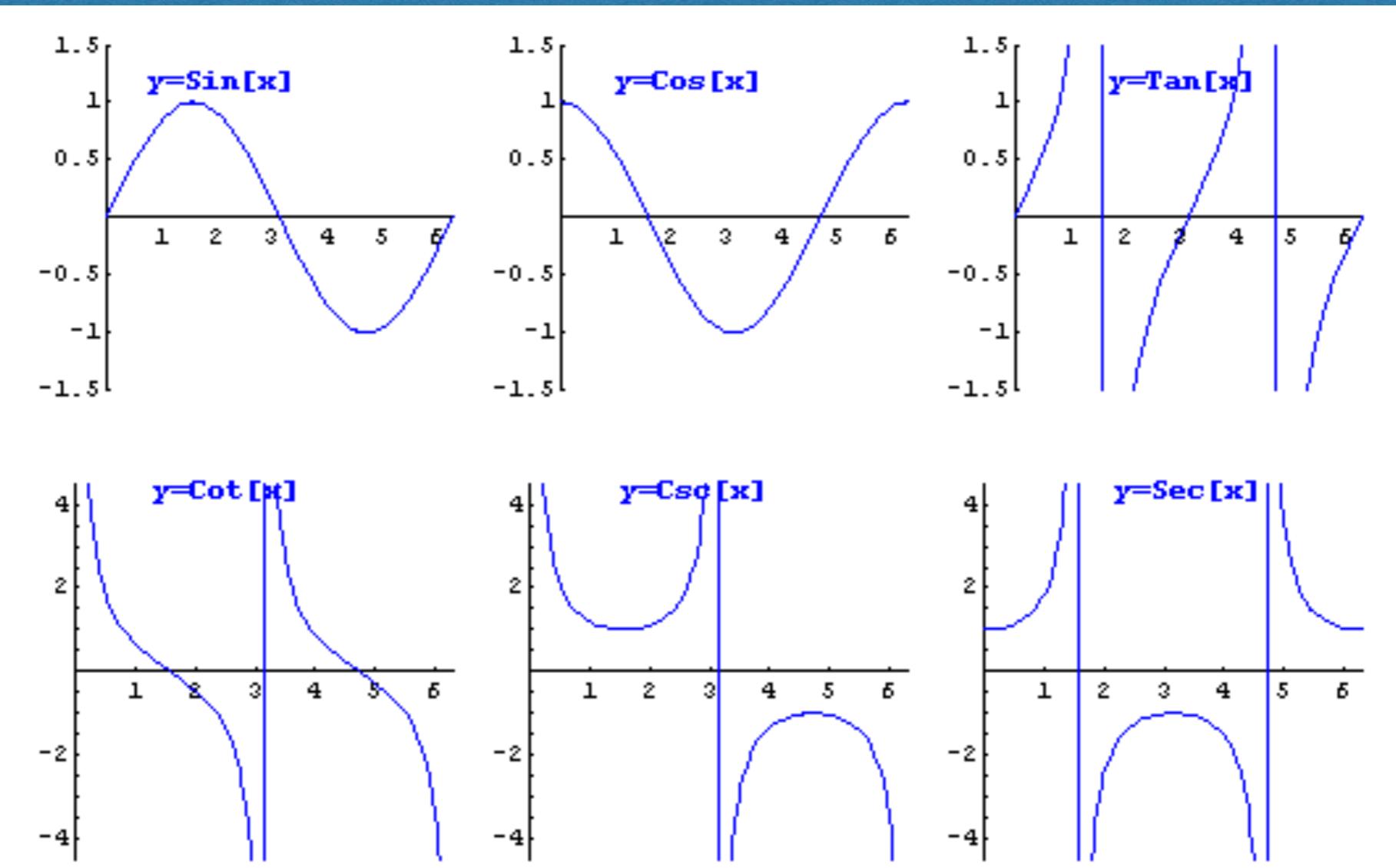
$$f'(x_0) \equiv \frac{df}{dx}(x_0) \equiv \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0}$$

극대, 극소

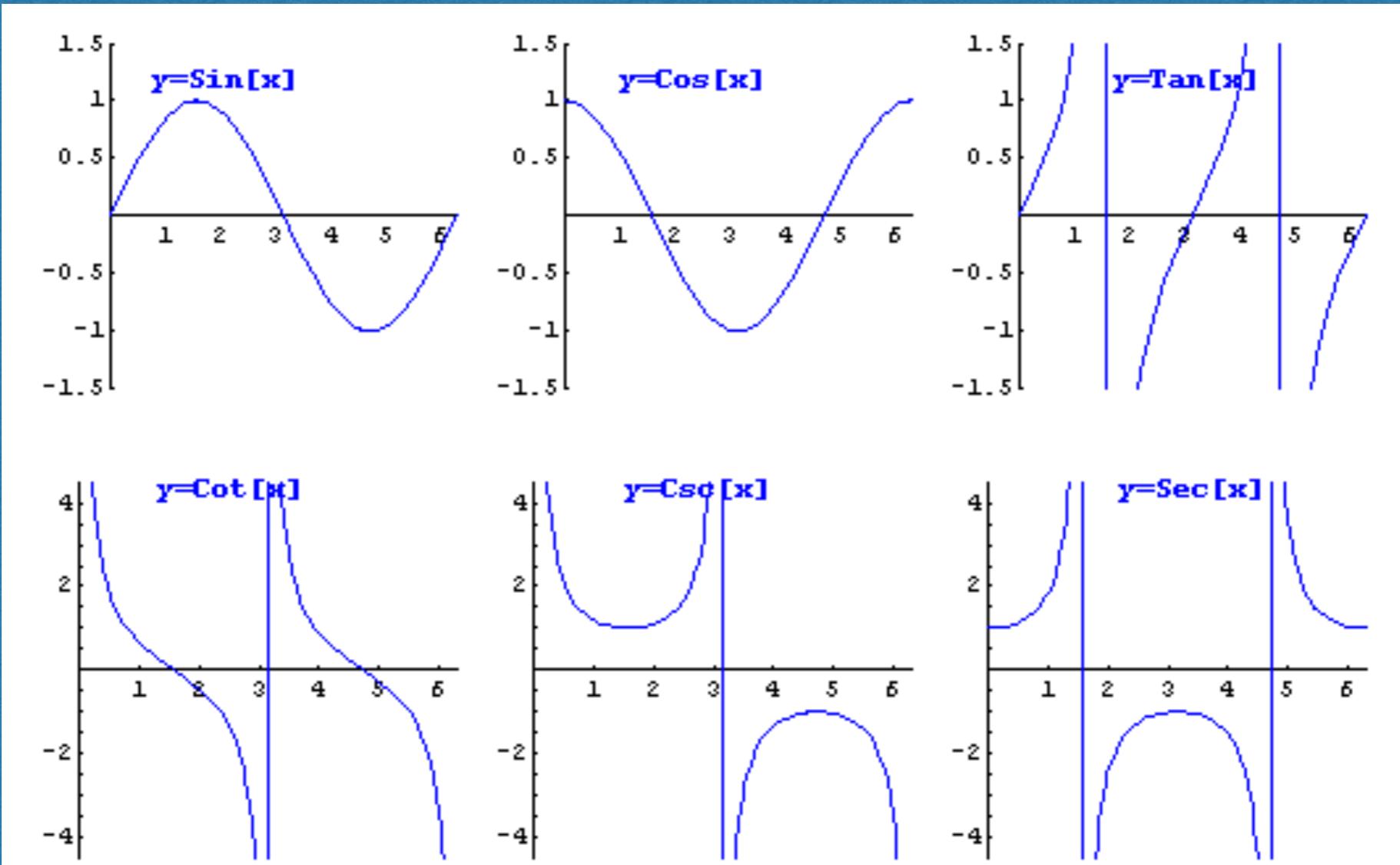
Local Maximum/Minimum

- 연속인 함수의 기울기가 양에서 음으로 변할때 변하는 경계점을 극대,
 - 극대점보다 작은 근방에서 증가 (increasing)
 - 극대점보다 큰 근방에서 감소 (decreasing)
- 음에서 양으로 변할때 변하는 경계점을 극소라고 함
 - 극소점보다 작은 근방에서 감소
 - 극소점보다 큰 근방에서 증가

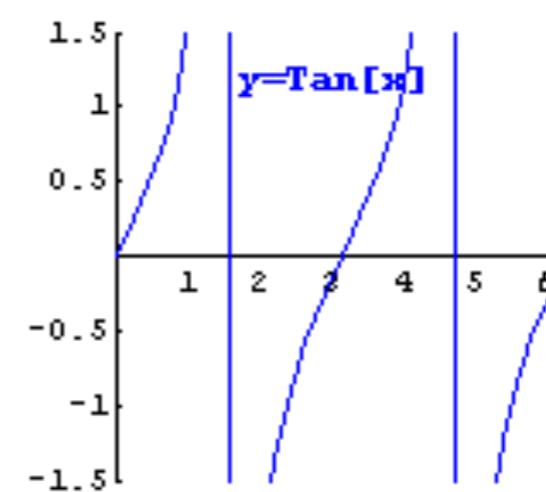
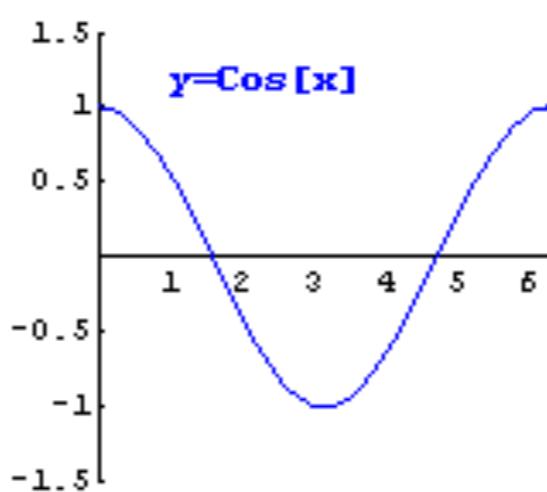
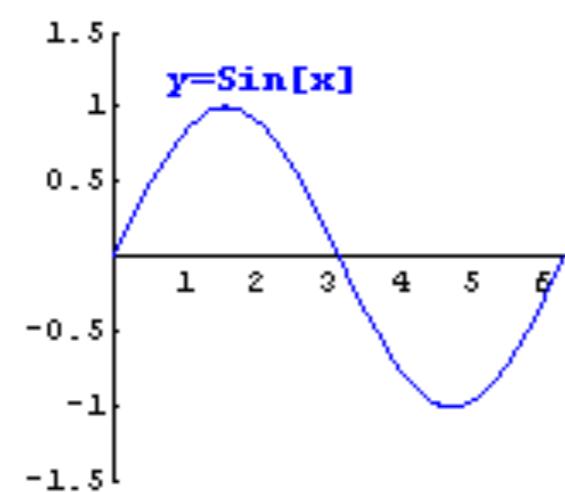
극대, 극소



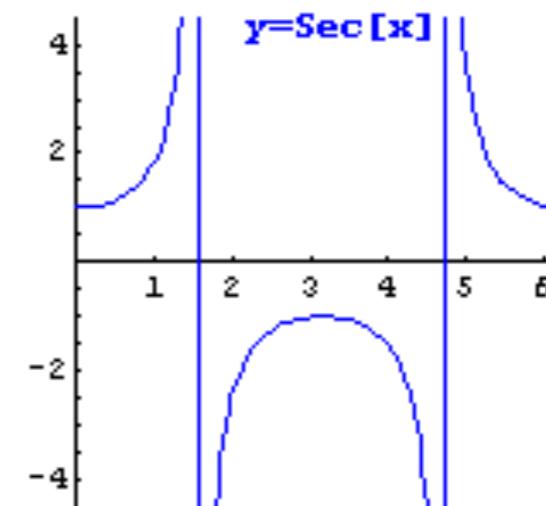
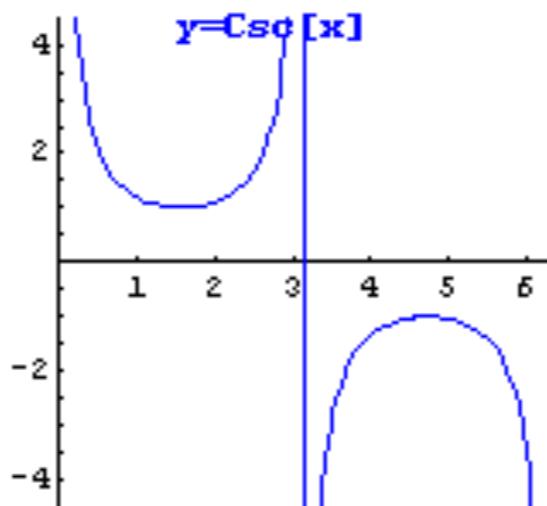
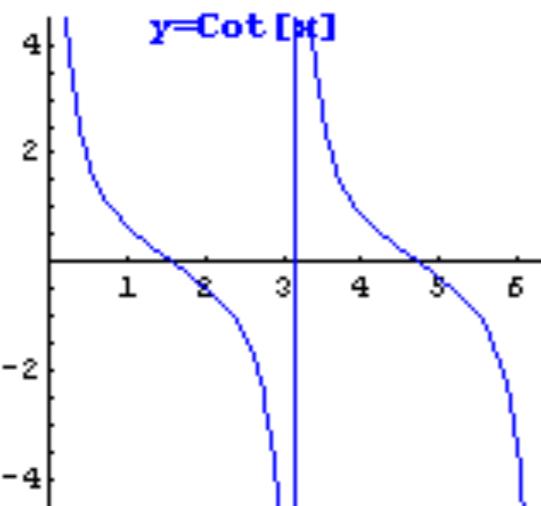
극대



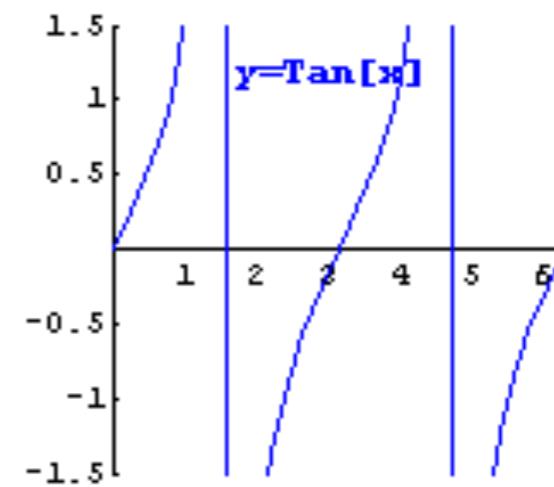
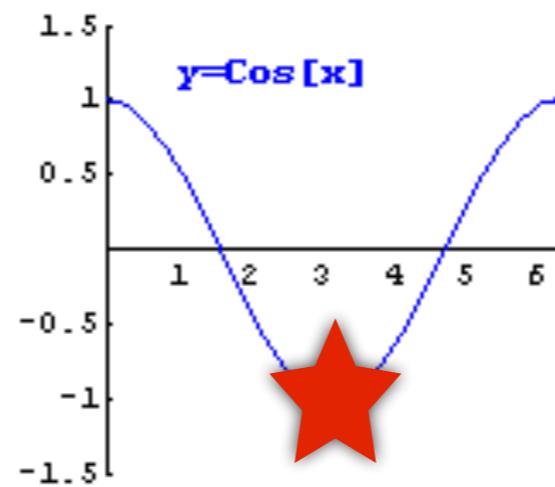
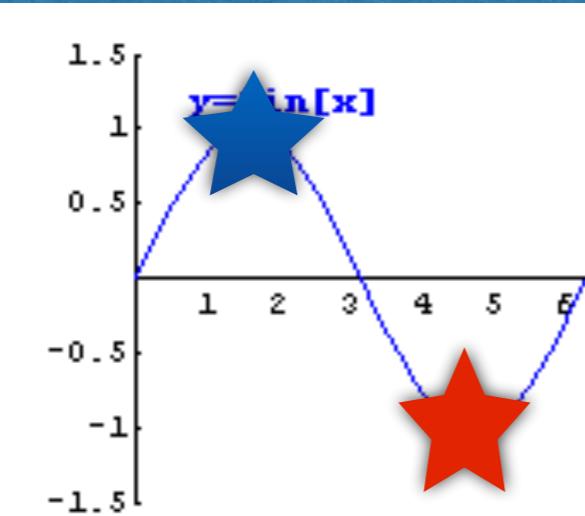
극대



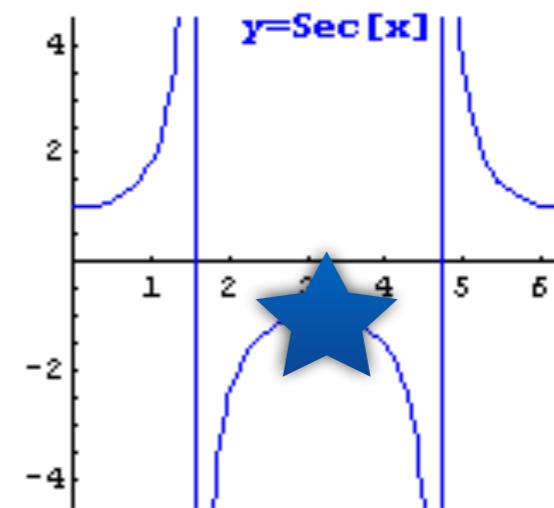
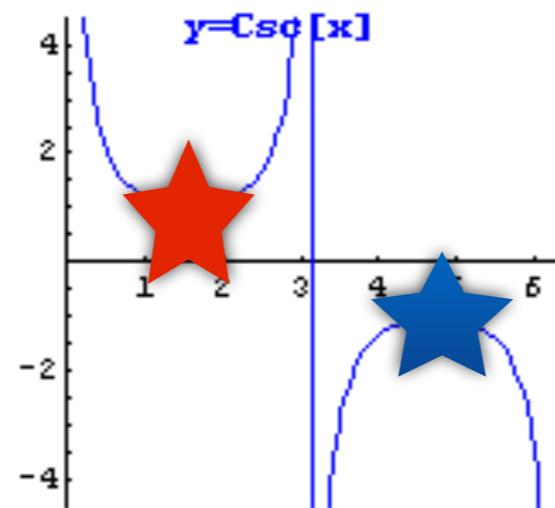
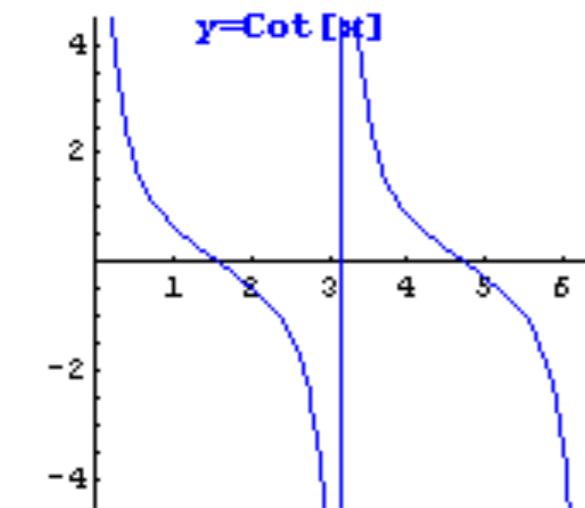
극소



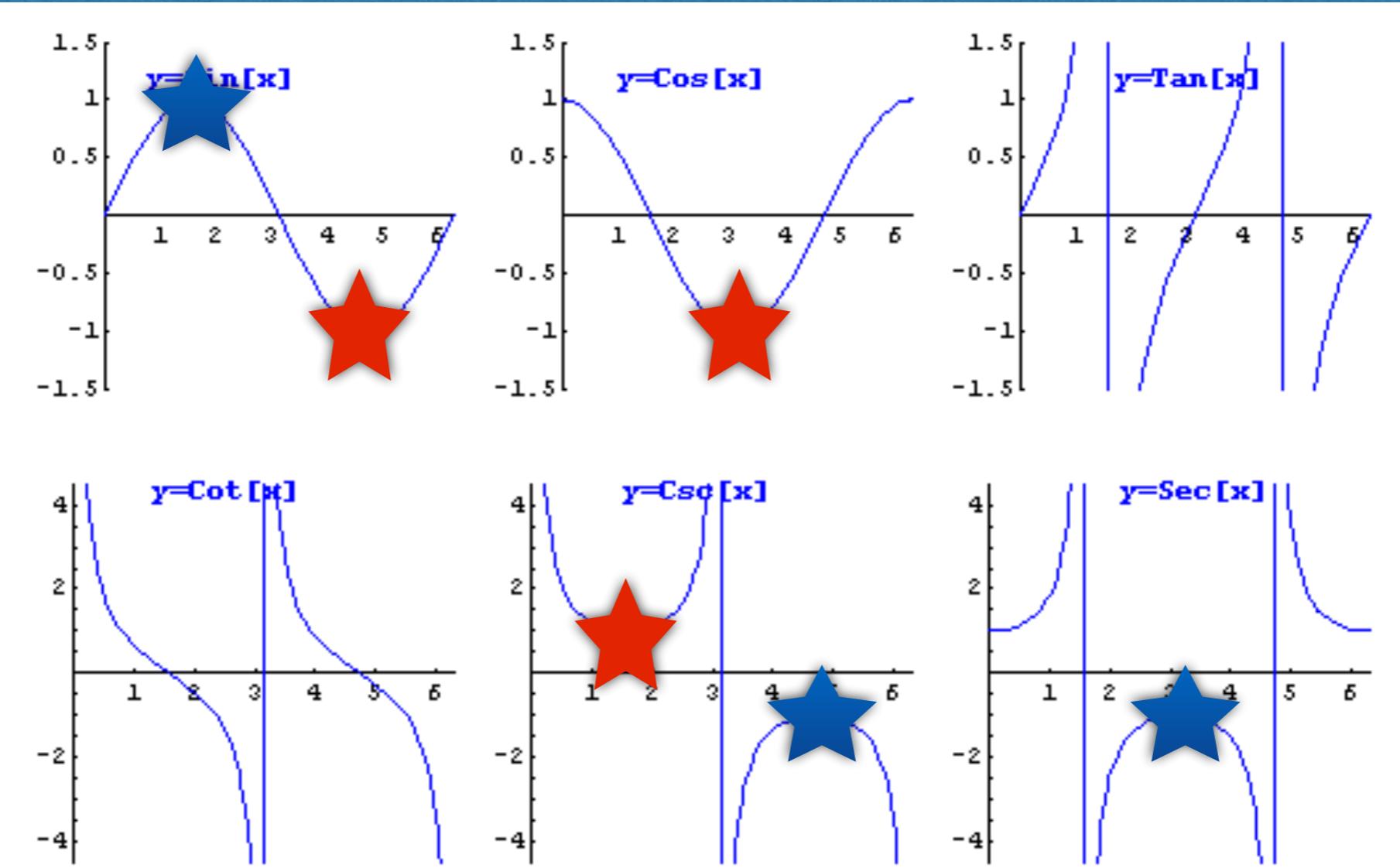
극대



극소



극대

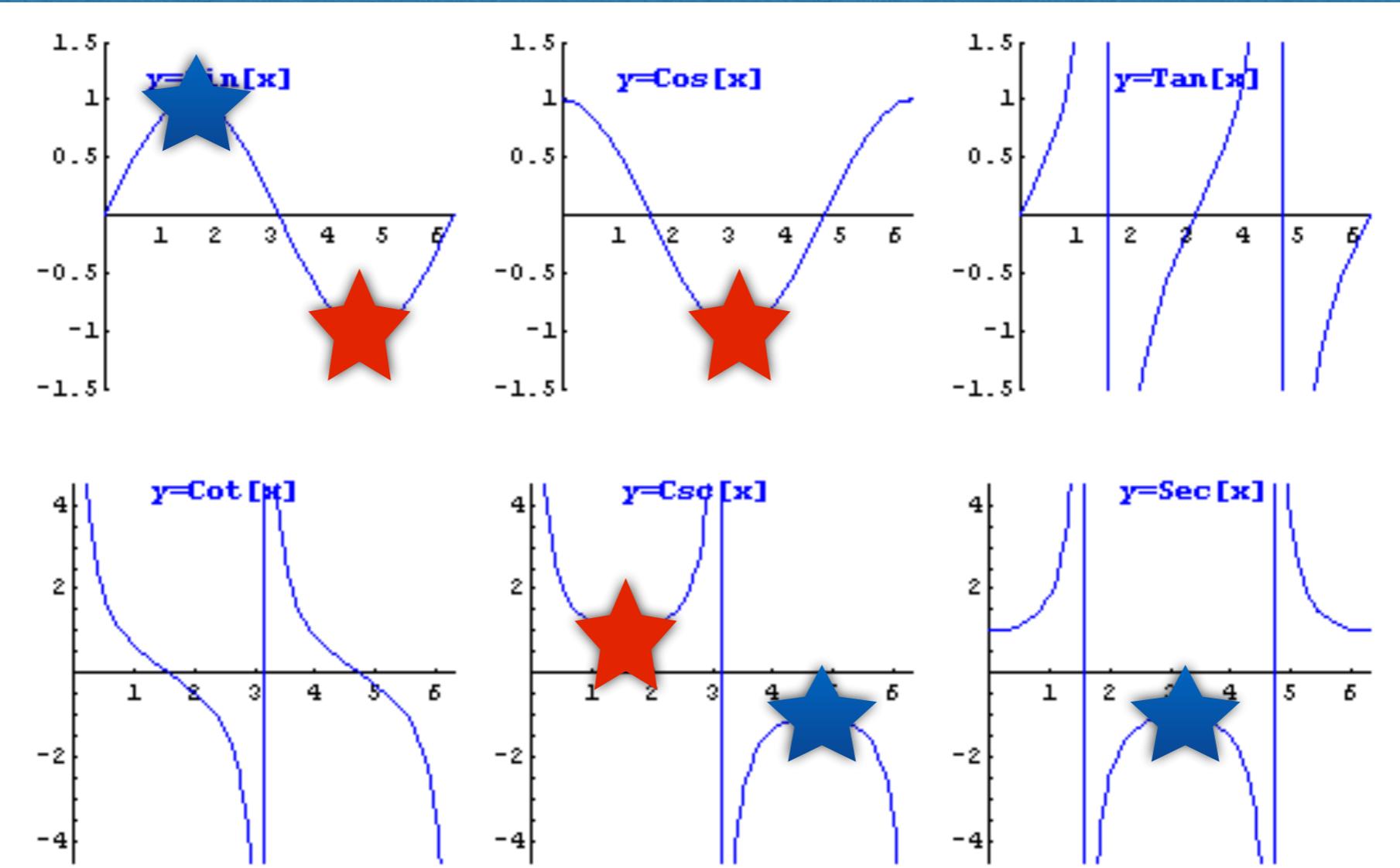


극소



극대, 극소에서의 순간기울기 = 0

극대



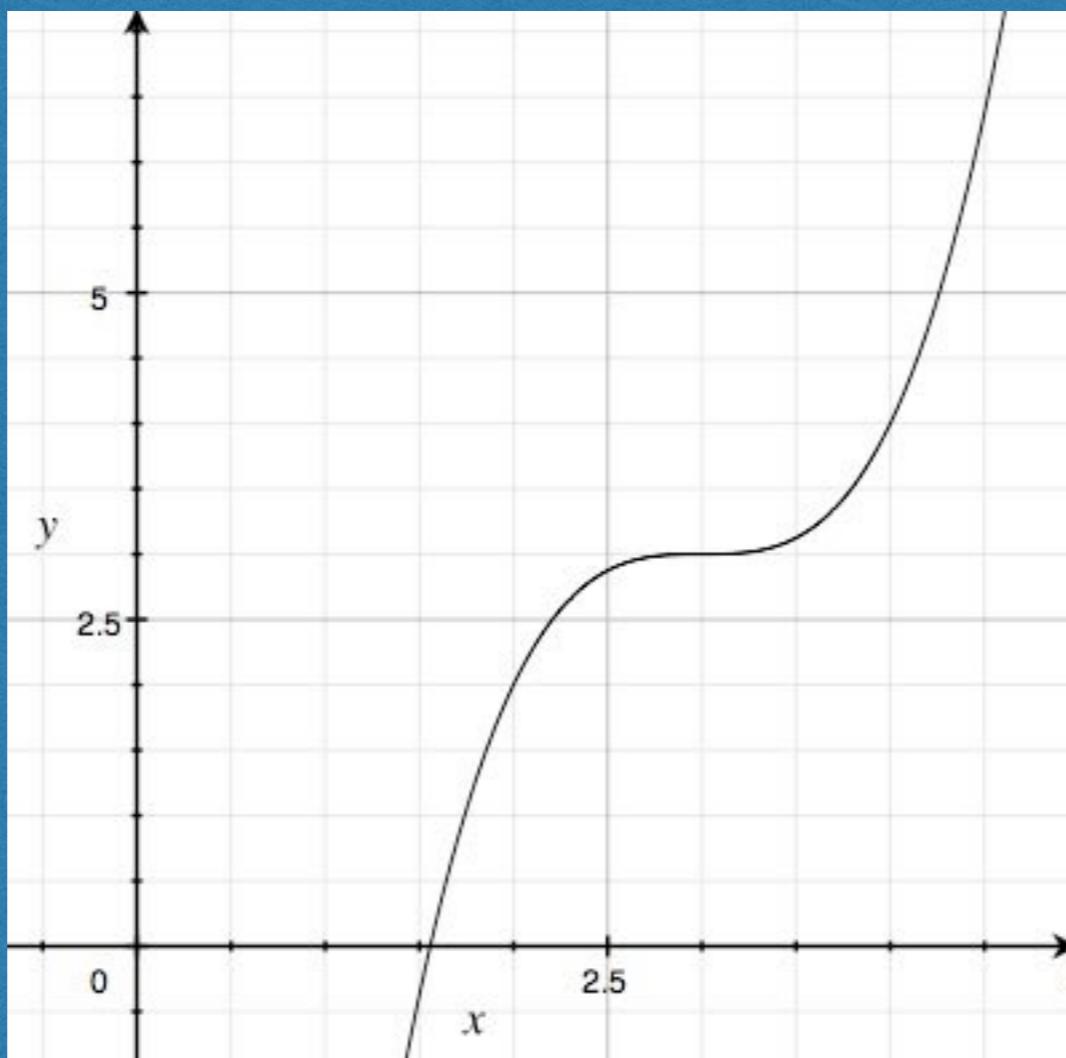
극소



극대, 극소에서의 순간기울기 = 0
주의: 기울기가 0이라고 극대/극소는 아님

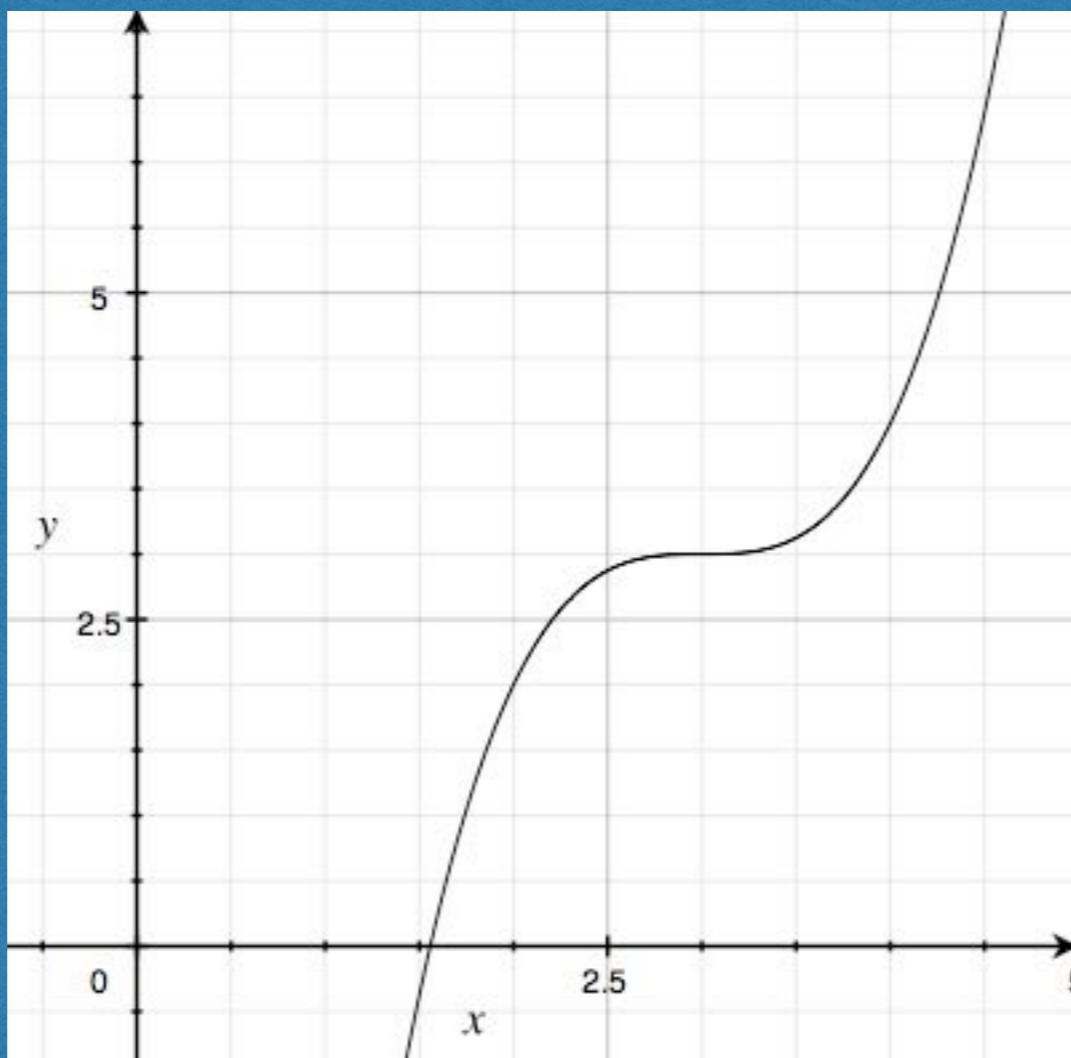
기울기는 0° 이지만
극대/극소는 아닌 경우

기울기는 0이지만 극대/극소는 아닌 경우



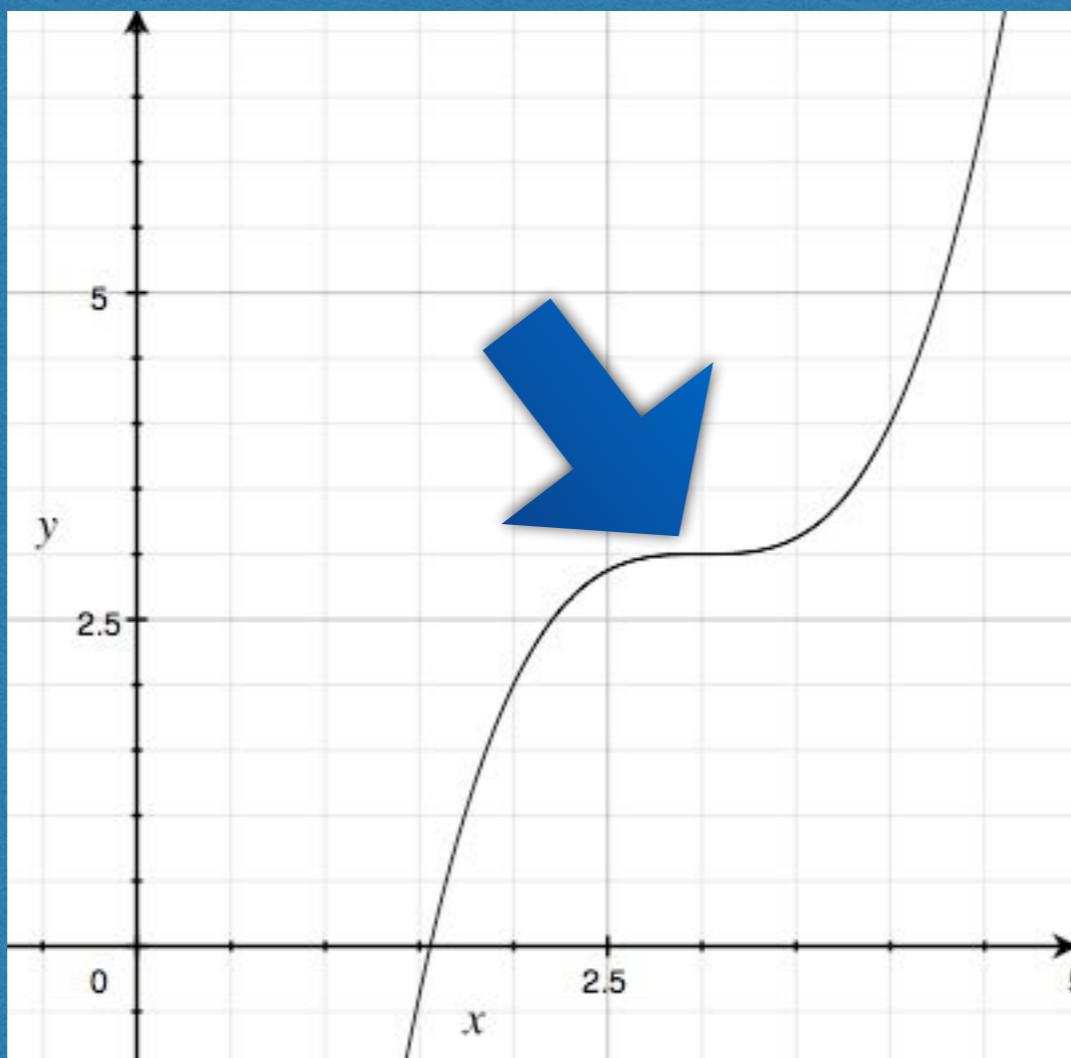
기울기는 0이지만 극대/극소는 아닌 경우

$$y = f(x) = (x - 3)^3 + 3$$



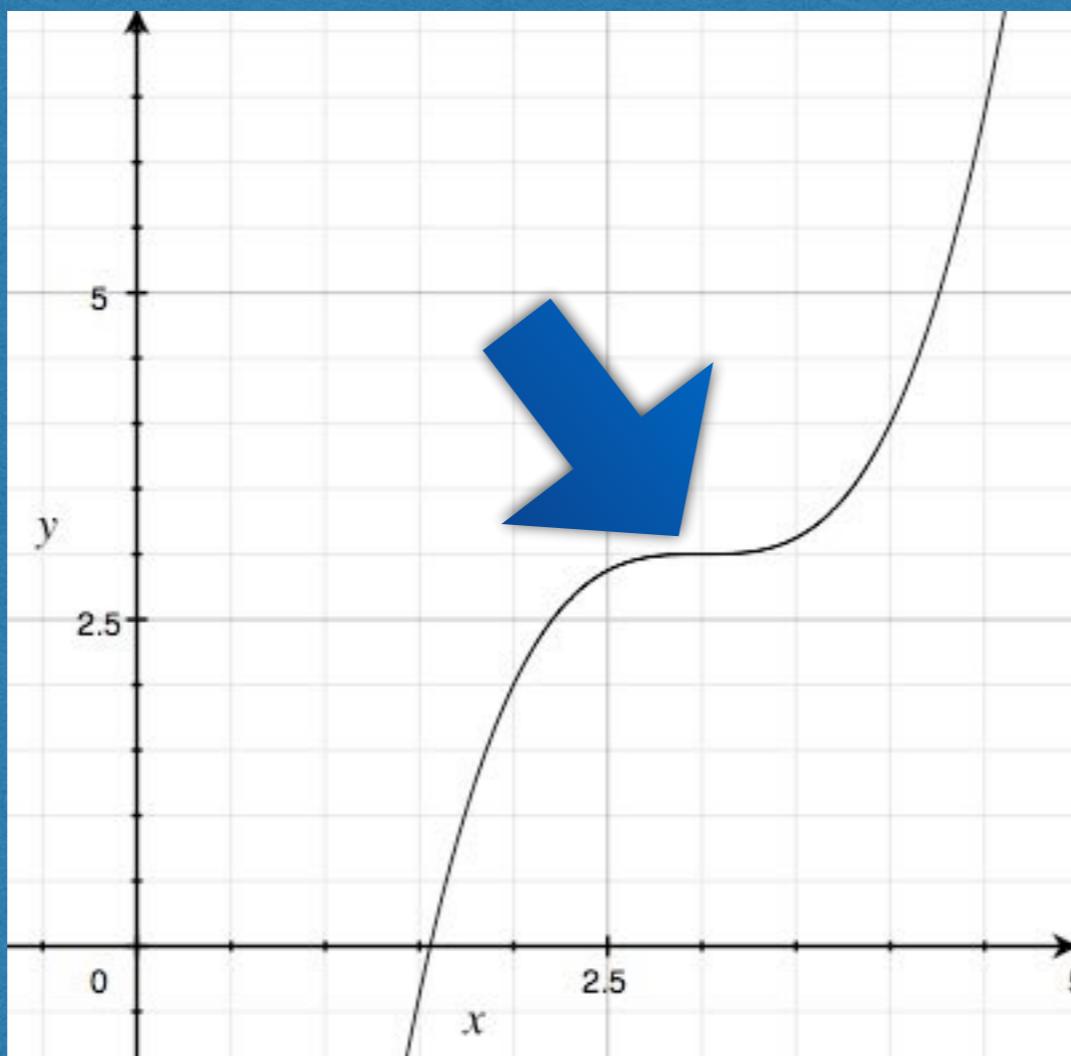
기울기는 0이지만 극대/극소는 아닌 경우

$$y = f(x) = (x - 3)^3 + 3$$



기울기는 0이지만 극대/극소는 아닌 경우

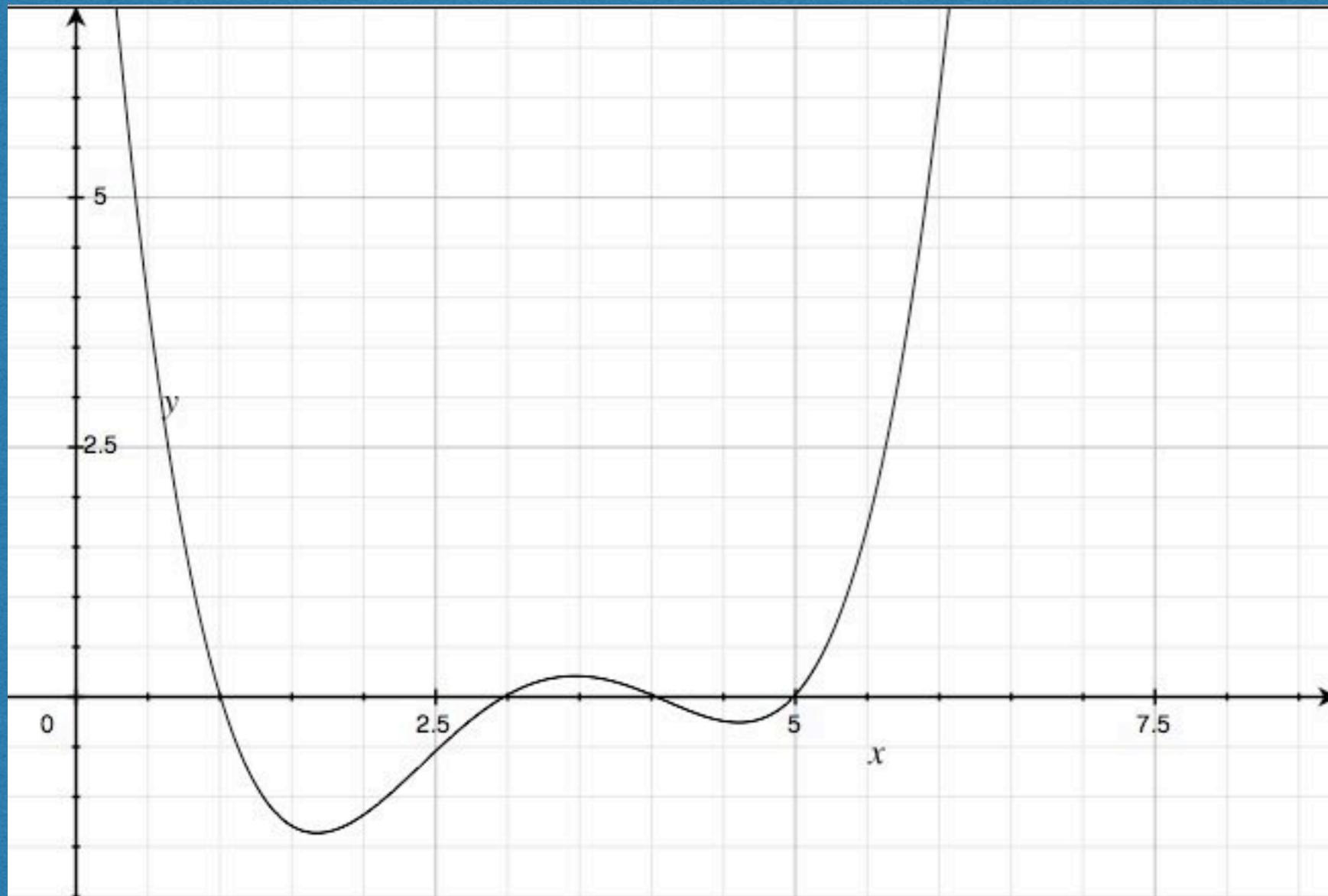
$$y = f(x) = (x - 3)^3 + 3$$



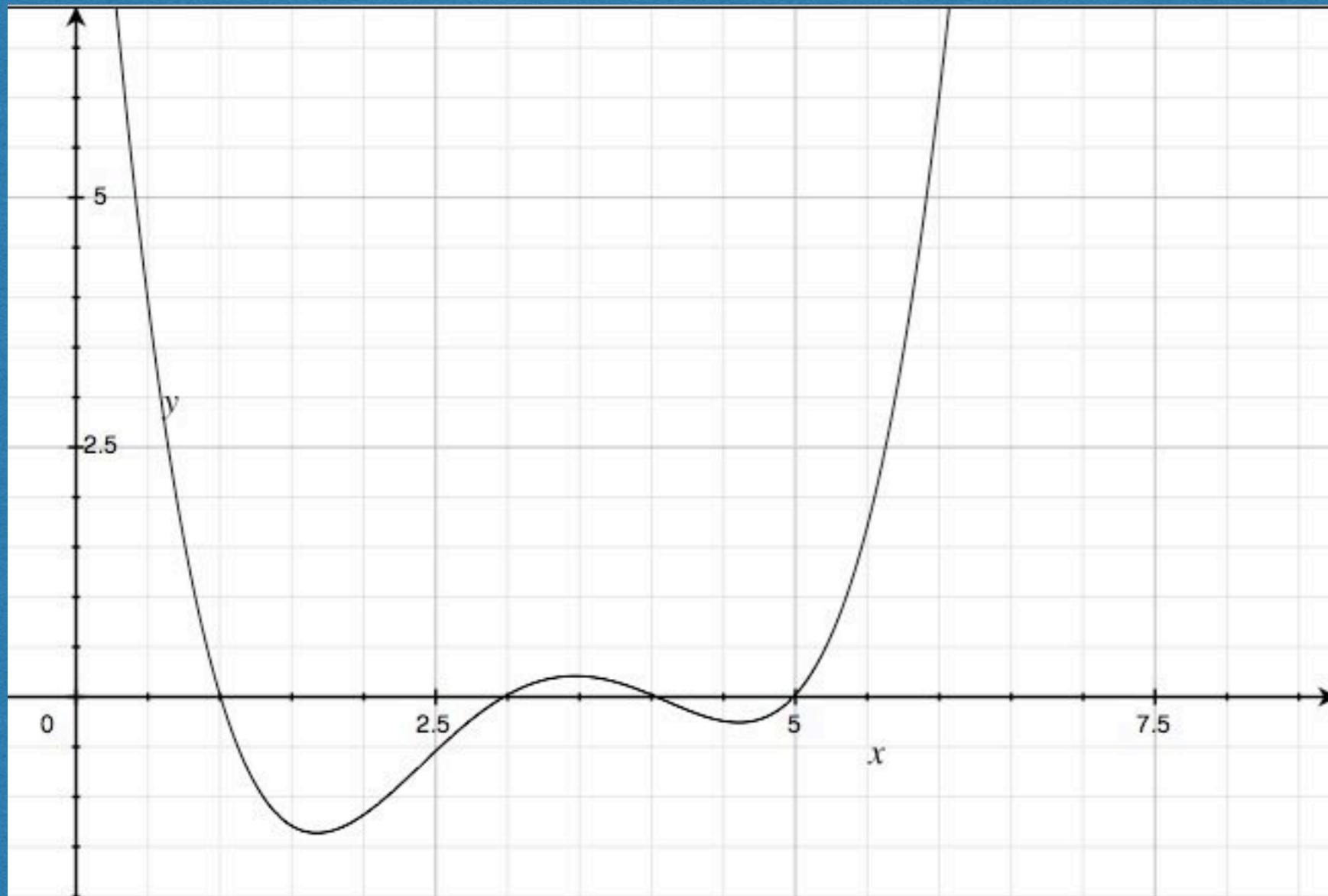
변곡점:
곡선의 성질이
변하는 점

최대/최소와 극대/극소

최대/최소와 극대/극소



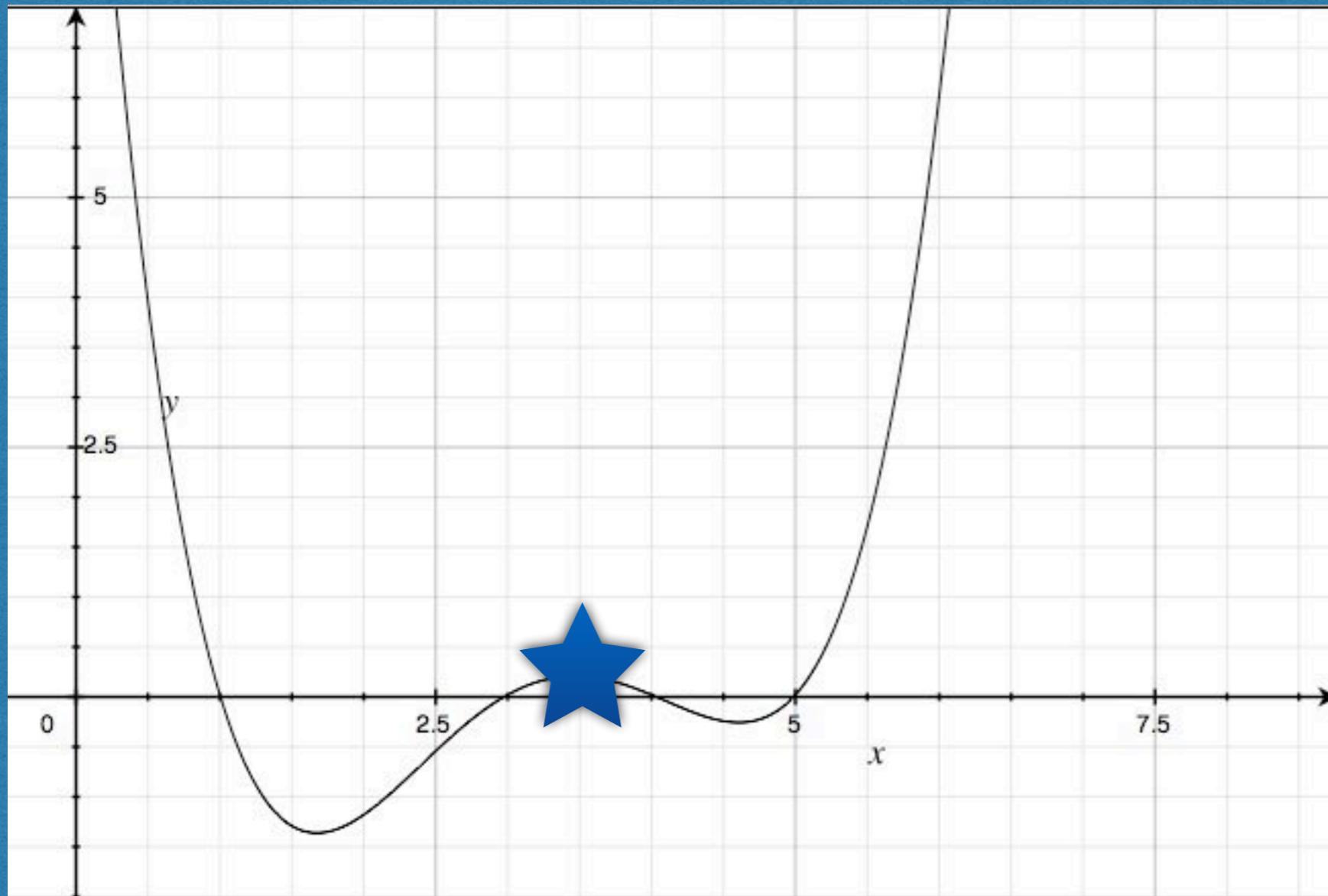
최대/최소와 극대/극소



극대점 :



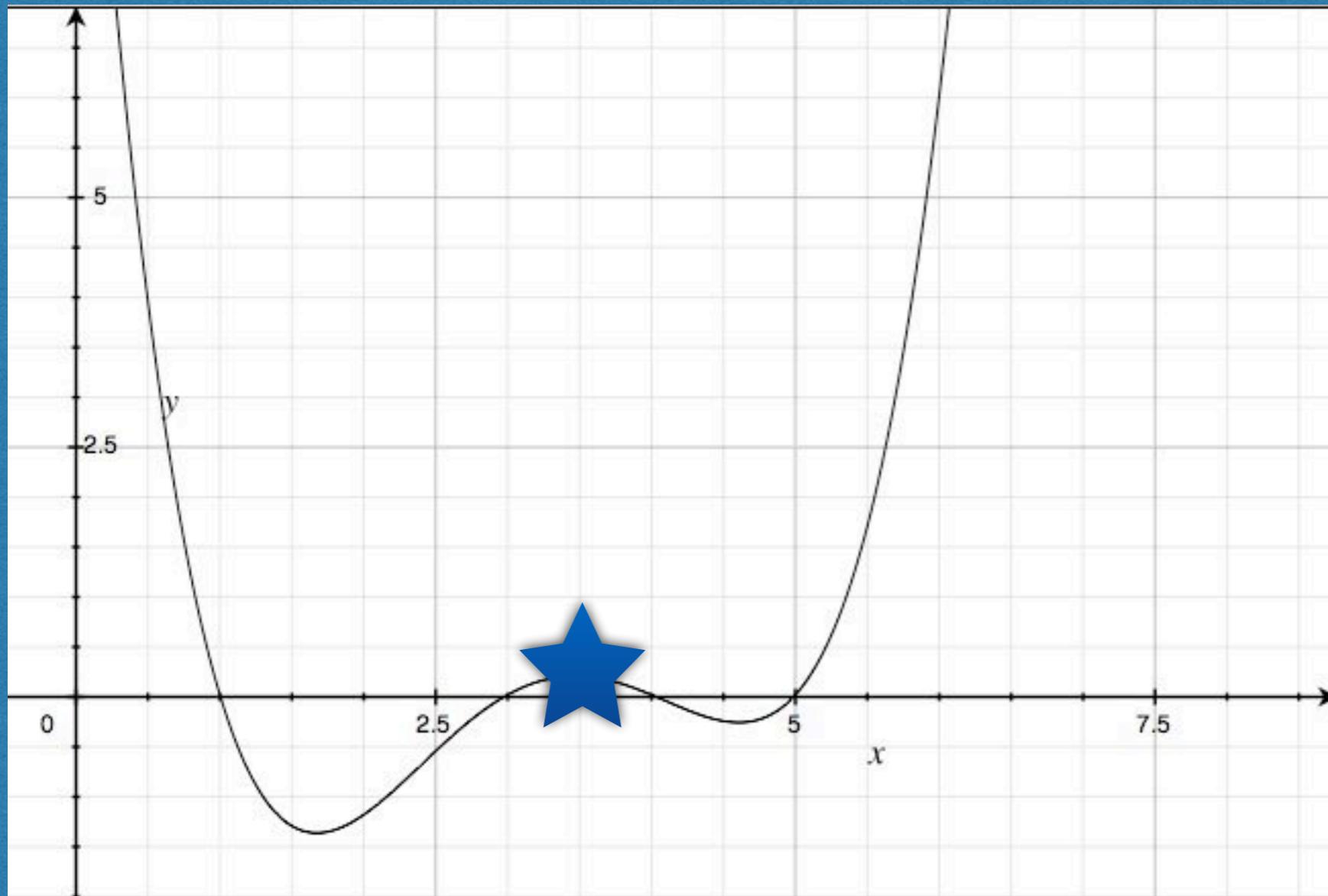
최대/최소와 극대/극소



극대점 :



최대/최소와 극대/극소



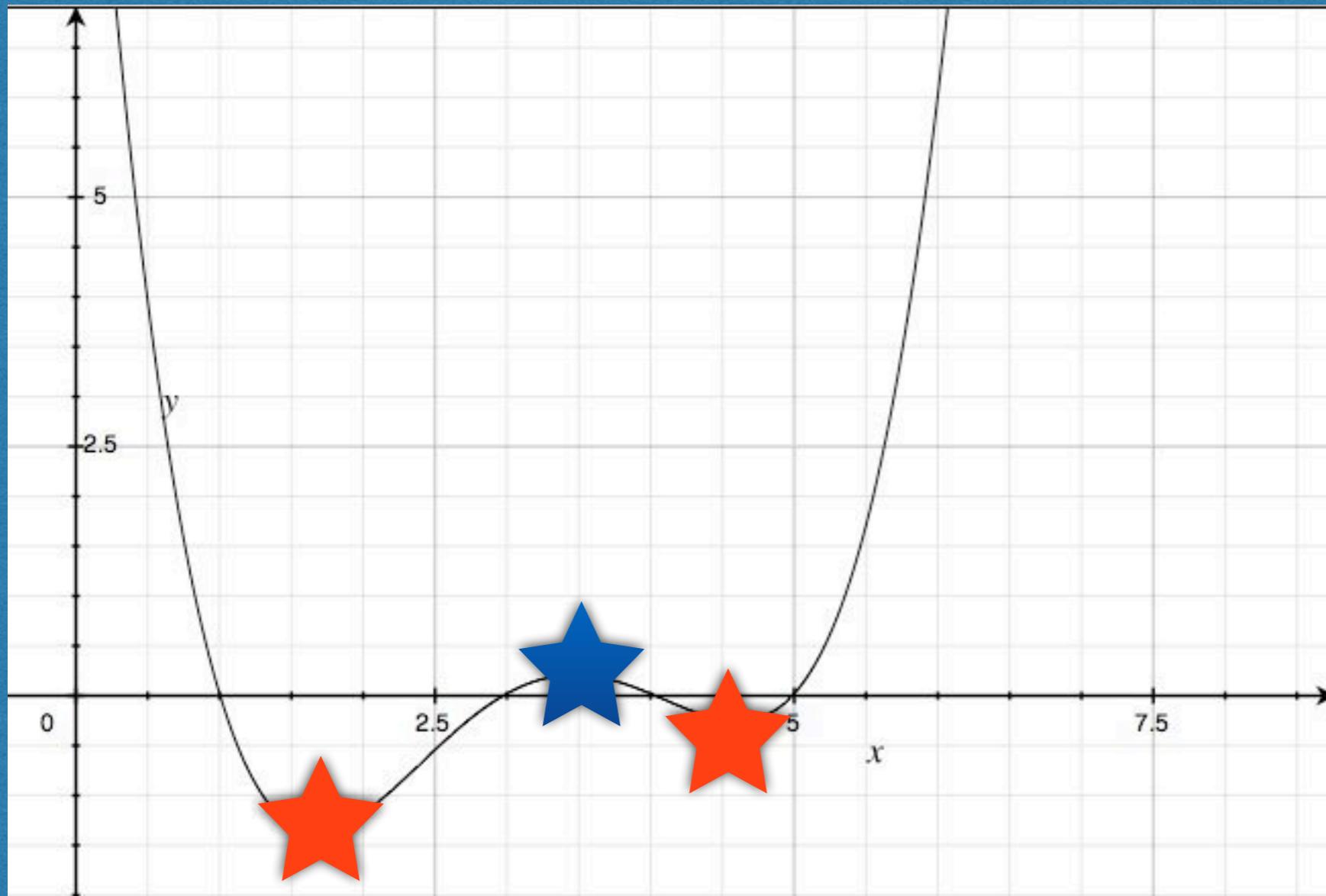
극대점 :



극소점 :



최대/최소와 극대/극소



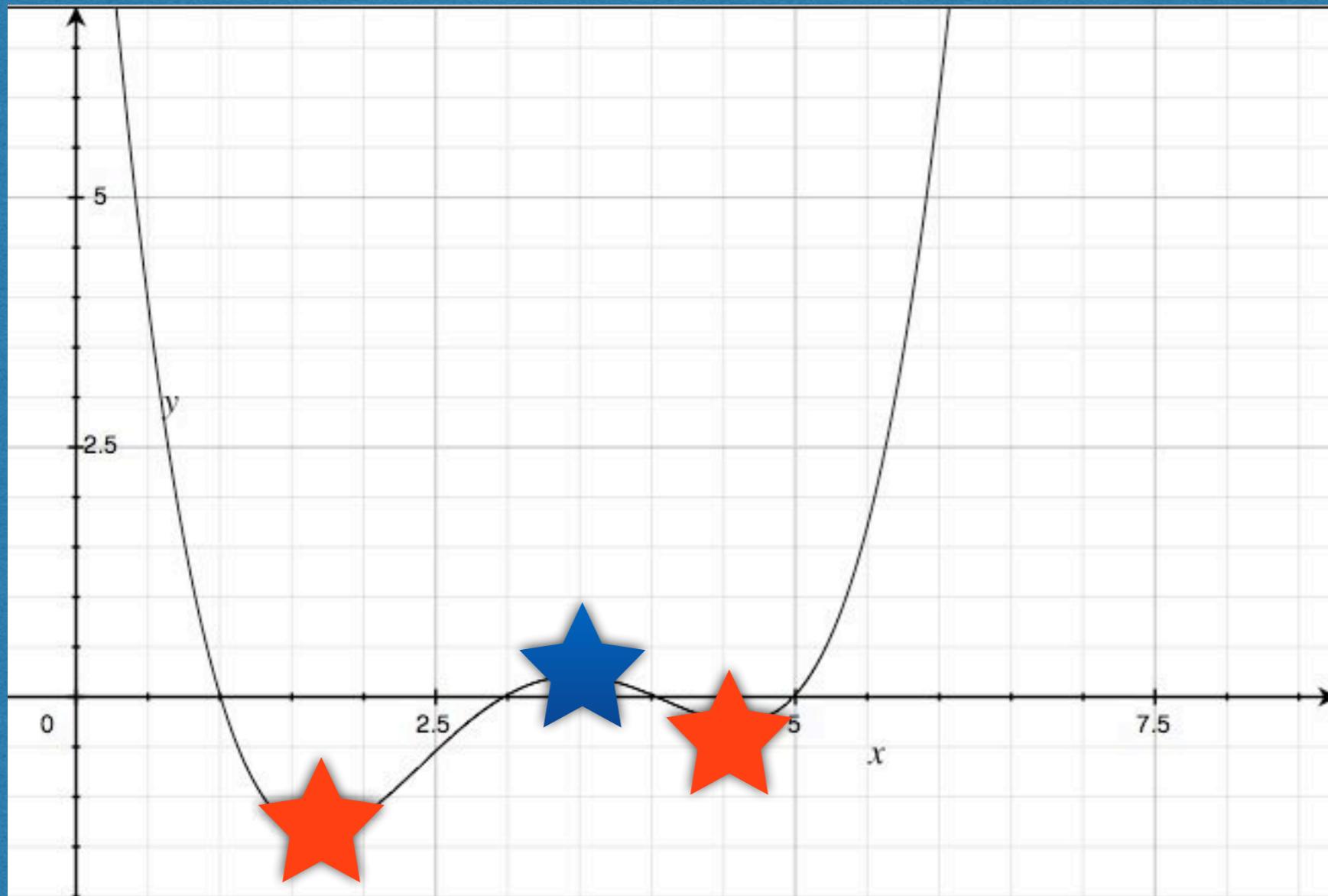
극대점 :



극소점 :



최대/최소와 극대/극소



극대점 :



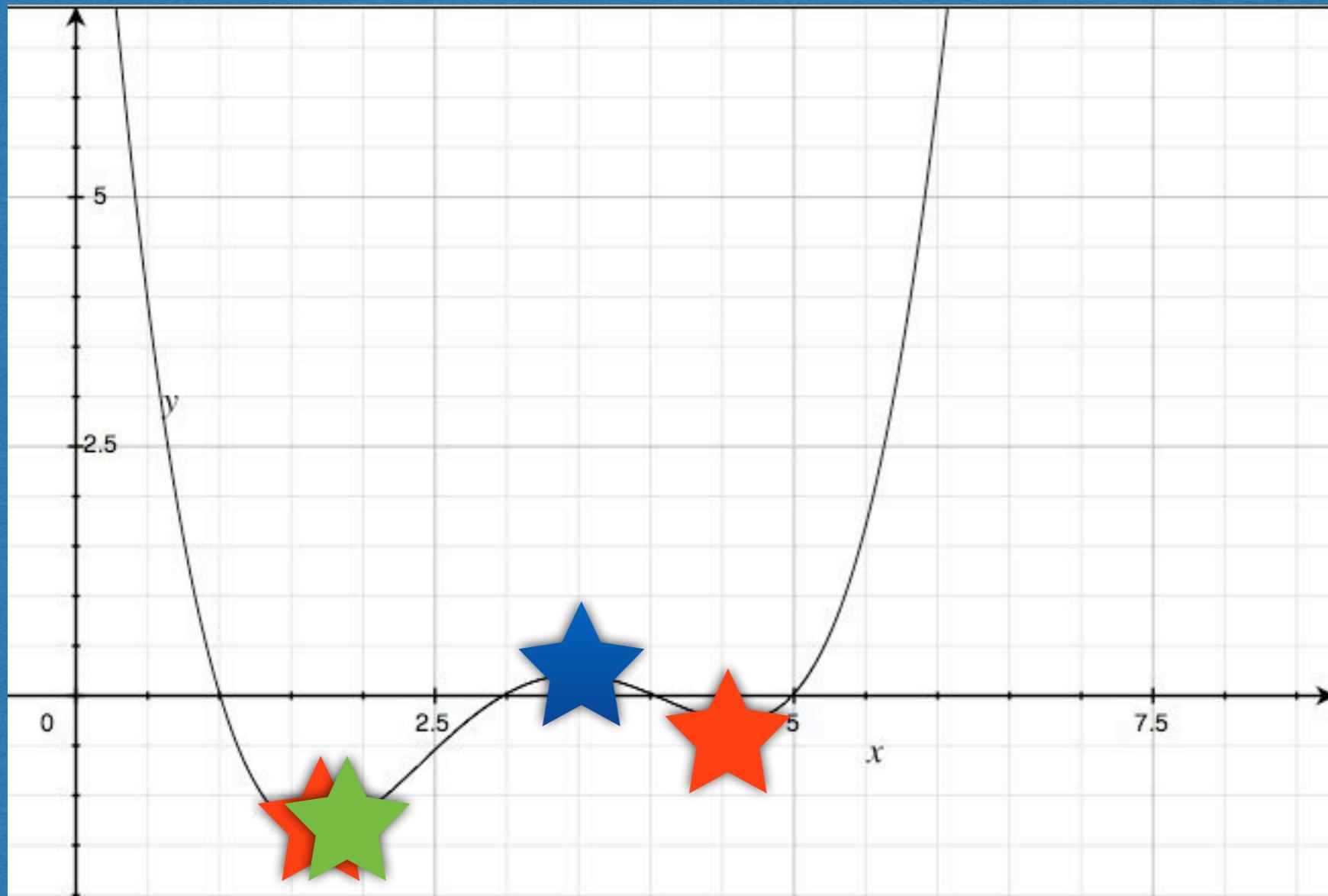
극소점 :



최소점 :



최대/최소와 극대/극소



극대점 :



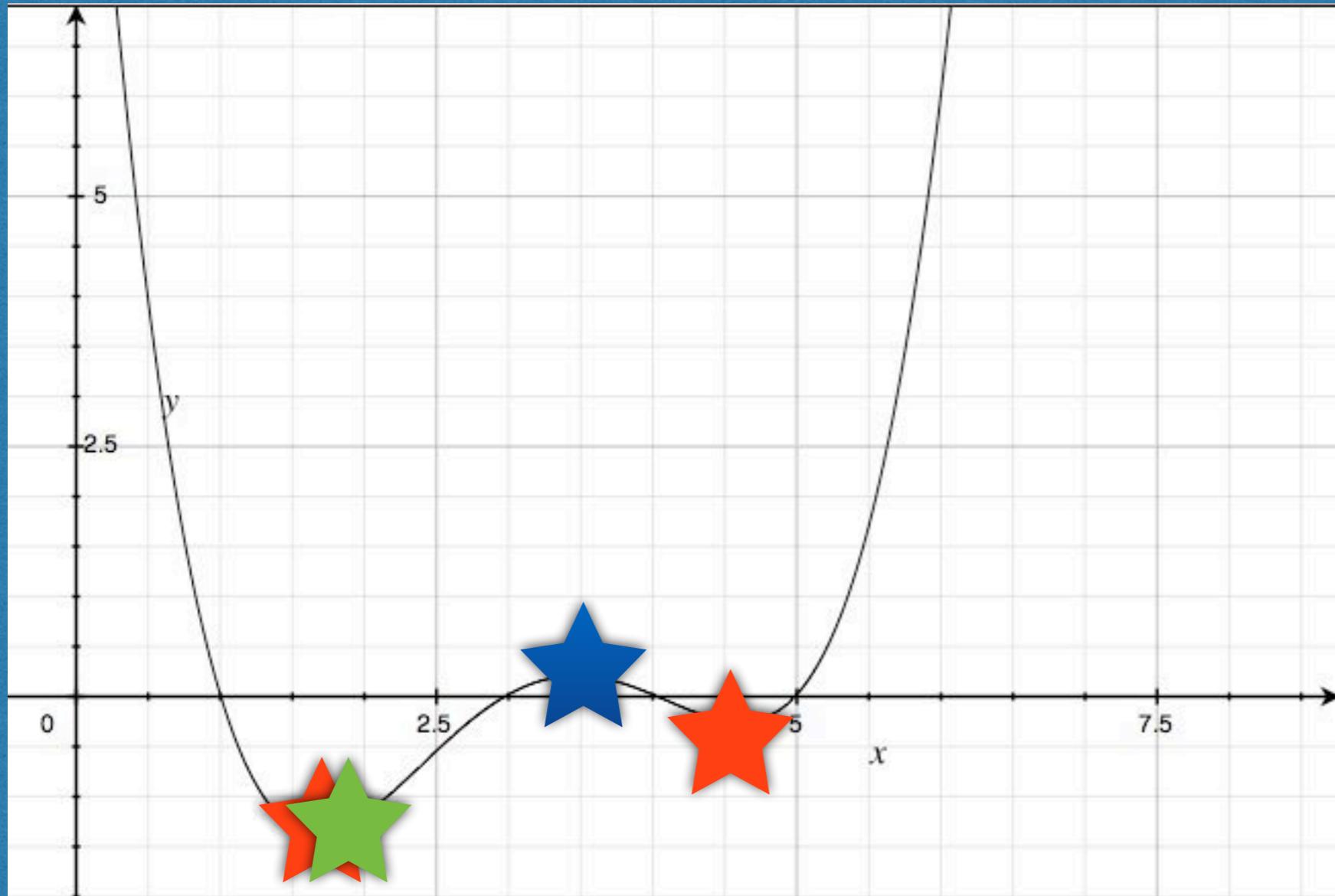
극소점 :



최소점 :



최대/최소와 극대/극소



극대점 :



극소점 :



최소점 :



최대점 :



대수적으로 극대/극소 찾기

Theorem (3.3: First Order Condition (FOC))

x_0 is an interior max or min of $f \Rightarrow x_0$ is a critical point of f . i.e.,
 $f'(x_0) = 0$ (Inverse is not always true)

Theorem (3.4: Second Order Condition (SOC))

- ① $f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) < 0 \Rightarrow x_0$ is local max of f
- ② $f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) > 0 \Rightarrow x_0$ is local min of f
- ③ $f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) = 0 \Rightarrow x_0$ can be max, min, or neither

극대, 극소의 의미

- 극대[극소]는 그래프상에서 국지적 최대[최소]를 의미
- 극대[극소]점들 중 최소한 하나는 그래프 전체에서 가장 큰[작은] 점일 수 있음 (혹은 경계점)
- 경제학 모형에서의 수학적 해법은 대개 최적점 즉, 목적함수를 나타내는 곡선상에서의 최대점이나 최소점을 찾는 문제임

최적화 문제의 수학적 표현

- 함수의 output이 가장 큰 (혹은 작은) input을 찾는 문제

Producer's Problem in perfect competitive market

$$\arg \max_x \Pi(x)$$

$$x = f(L) \quad (\text{Production Function})$$

Exogenous (Given) variables

- \bar{w} : unit price of labor
- \bar{p} : unit price of end product

다변수 함수의 제약하에서 최적화 문제

Suppose $f, \mathbf{H}, \mathbf{G}$ are C^1 functions of n variables. Suppose $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ is a local max(min)imizer of f on the constraint set defined by m equalities and k inequalities:

$$\arg \max_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \quad s.t. \quad \begin{cases} \mathbf{H}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{a}} \\ \mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq \bar{\mathbf{b}} \end{cases}$$

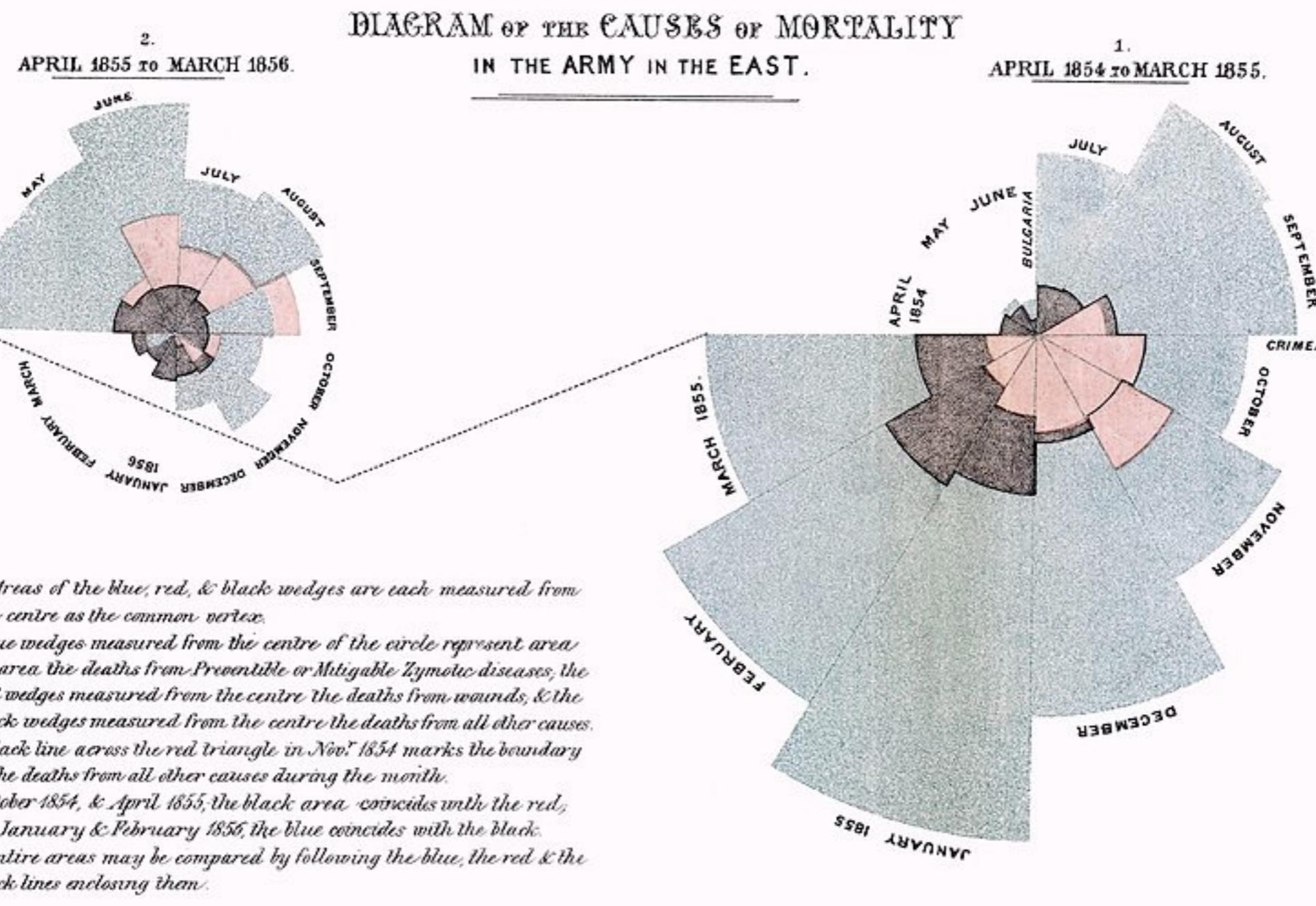
- 2변수 함수까지는 기하학적으로 접근 가능
- 그 이상의 다변수 함수는 대수적으로 문제를 풀어야 함

수치정보를 나타내는 그래프 (시각화)

수치그래프

- 그래프는 인과관계 분석 뿐만 아니라 자료를 요약하여 나타내는 데에도 사용
- 수치그래프: 수치적 정보를 표현하는 그래프
- 시계열 그래프, 산포도, 파이도표, 막대그래프
- 자료의 패턴과 경향 식별등에 도움을 줌
- Florence Nightingale(1820-1910)의 알려지지 않은 통계학적 업적: Visualization

Causes of Mortality: Polar Area Diagram (Nightingale rose diagram)

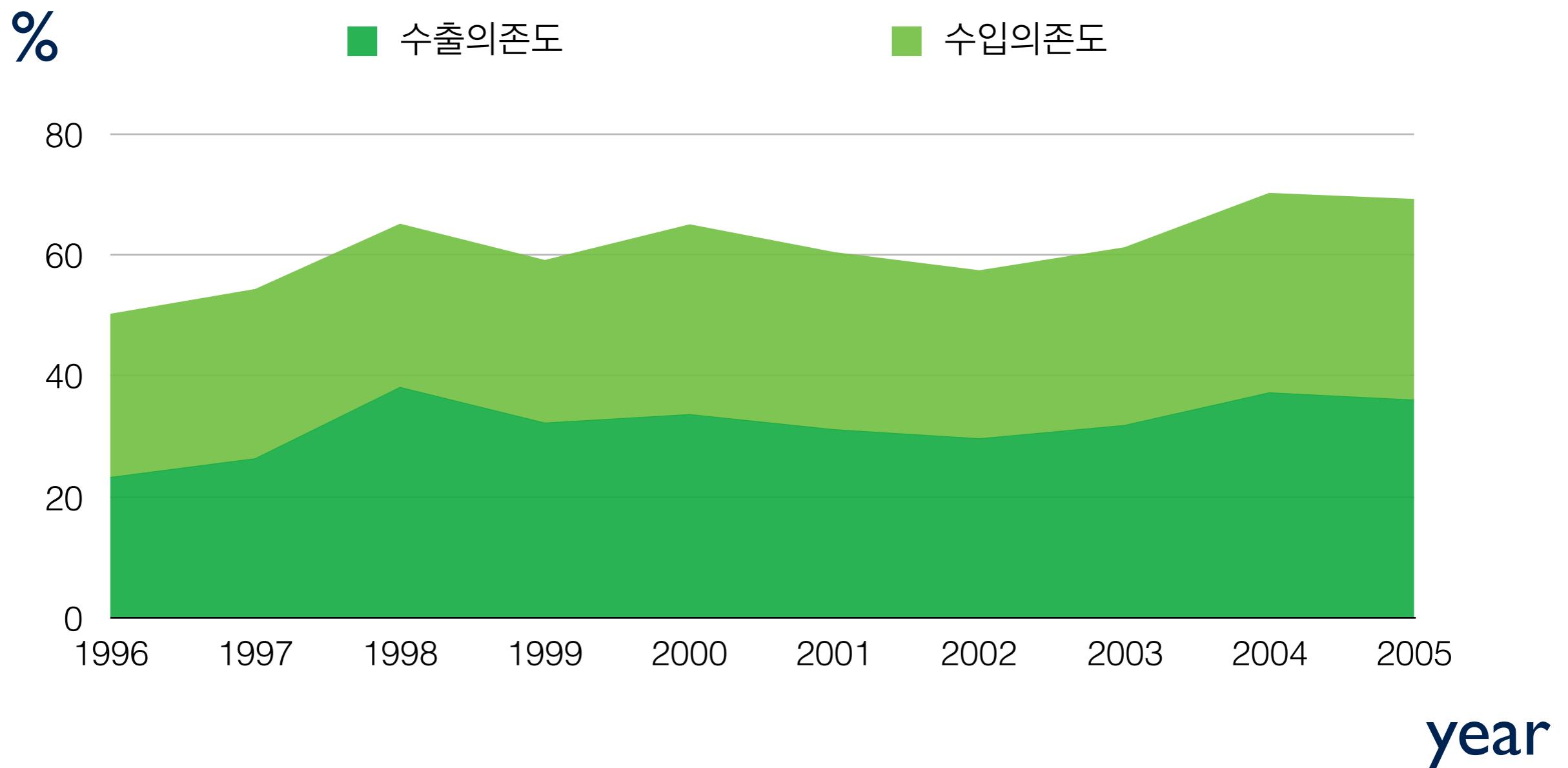


시계열 그래프

Time-series graph

- 가로축: 시간
- 세로축: 변수값
- 변수값이 시간에 따라 어떻게 변하는지 나타냄
- 시간에 따른 추세에 대한 정보 제공

대한민국의 수출입의존도

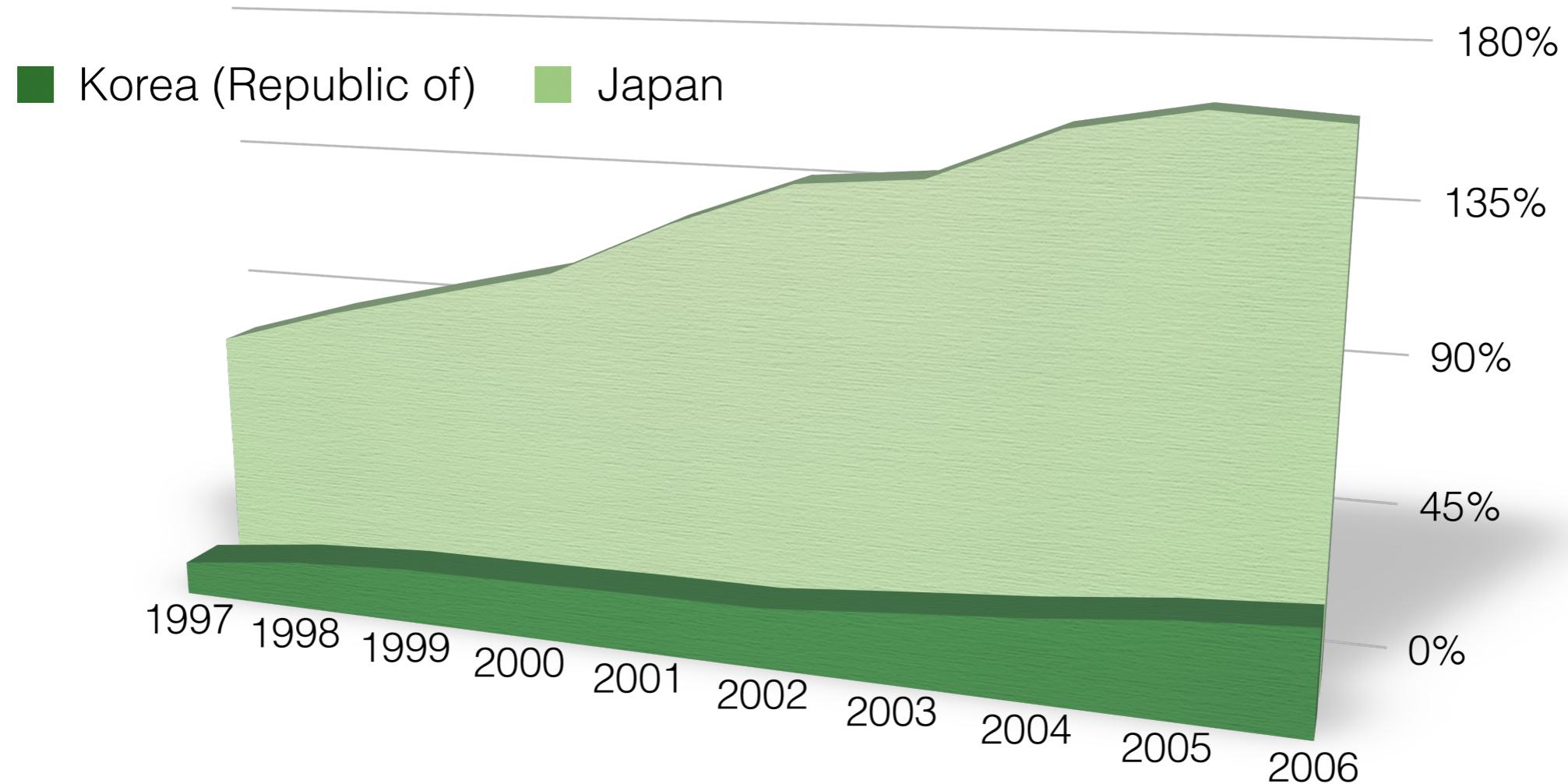


Public Debt:

Korea and Japan, % of GDP (by OECD)

Public Debt:

Korea and Japan, % of GDP (by OECD)

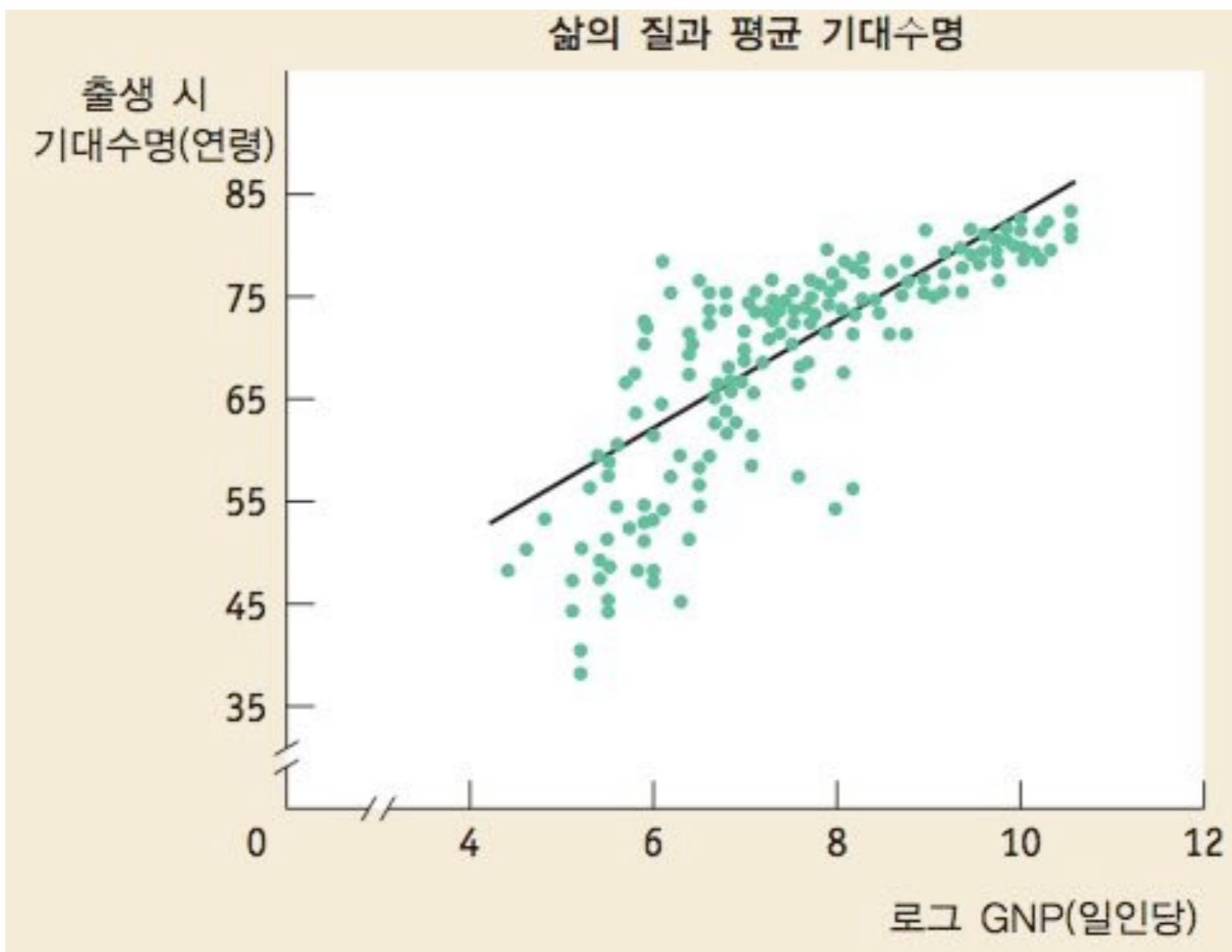


산포도

Scatter diagram

- x변수와 y변수의 관측값을 점으로 표시
- 두 변수간의 상관관계를 표현

1인당 평균소득과 평균 기대수명

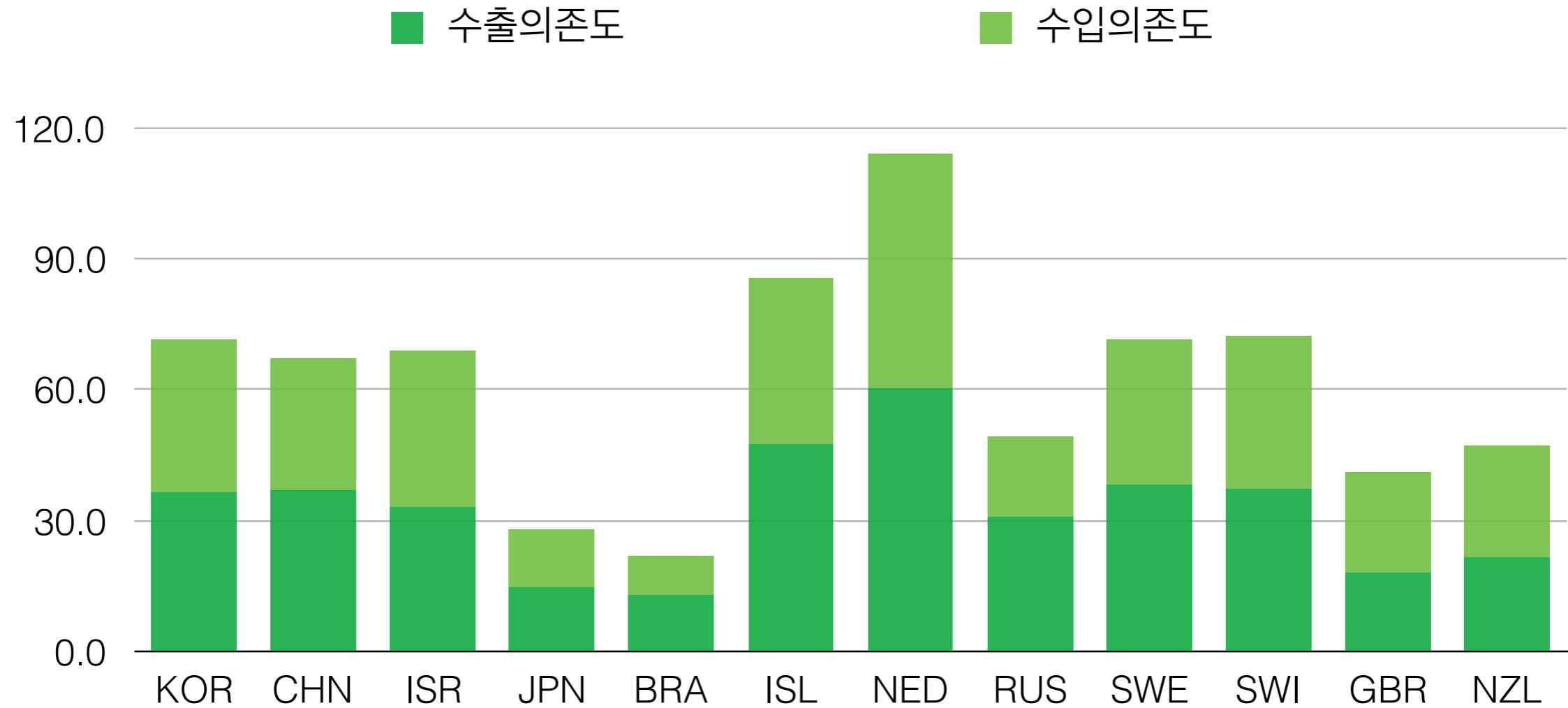


막대그래프

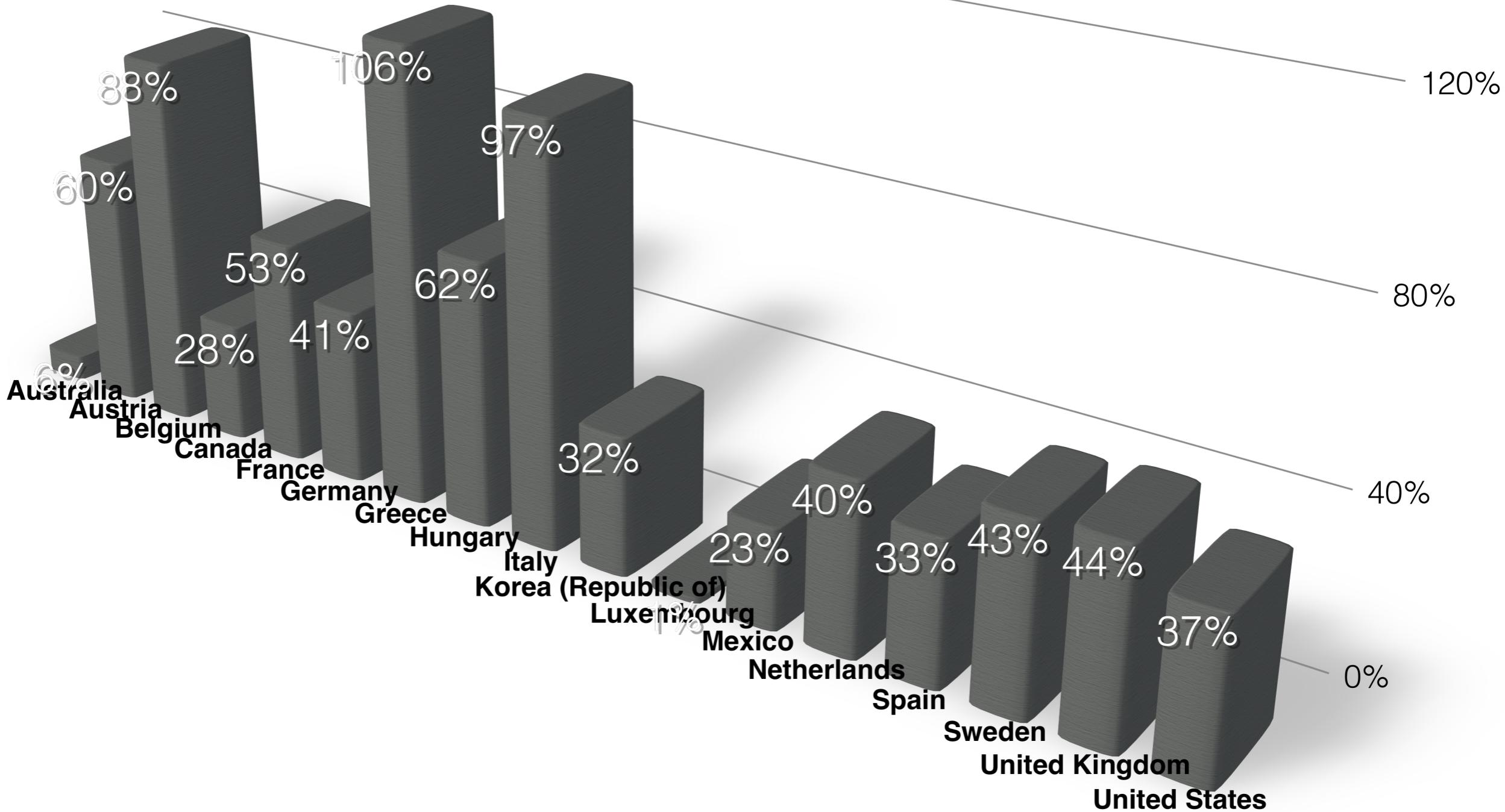
Bar graph

- 변수의 값을 가리키는 서로 다른 높이 혹은 길이를 가진 막대들로 구성
- 가로축(혹은 세로축)을 기준으로 관찰하고자 하는 변수의 차이를 관찰

국가별 대외의존도 비교



Central Government Debt, % of GDP by OECD stats



파이 도표

Pie chart

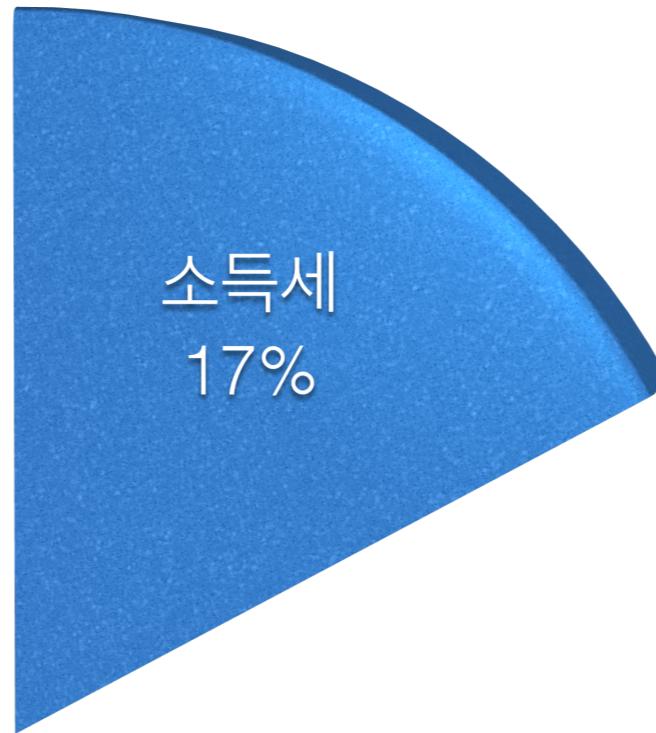
- 관찰하고자 하는 대상의 구성을 비율로 원 위에 표현

정부 수입 상세(2003)

Detail: Gov. Income - Kor. 2003

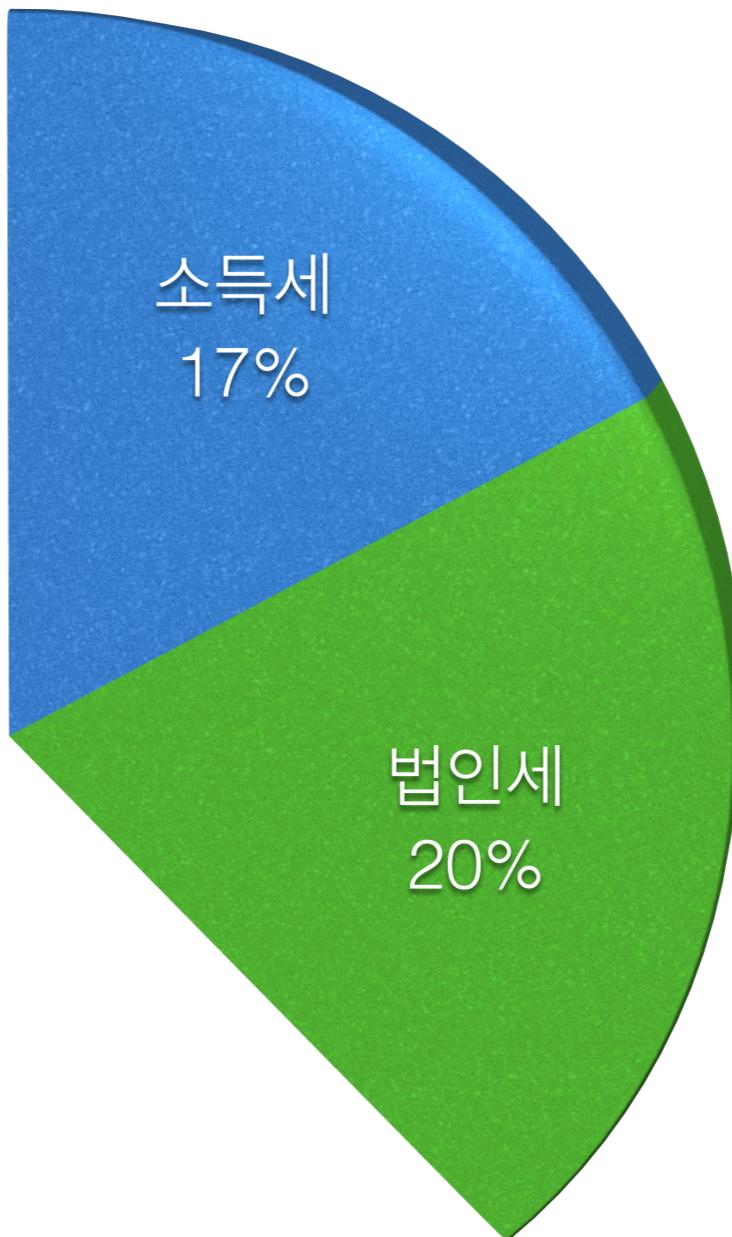
정부 수입 상세(2003)

Detail: Gov. Income - Kor. 2003



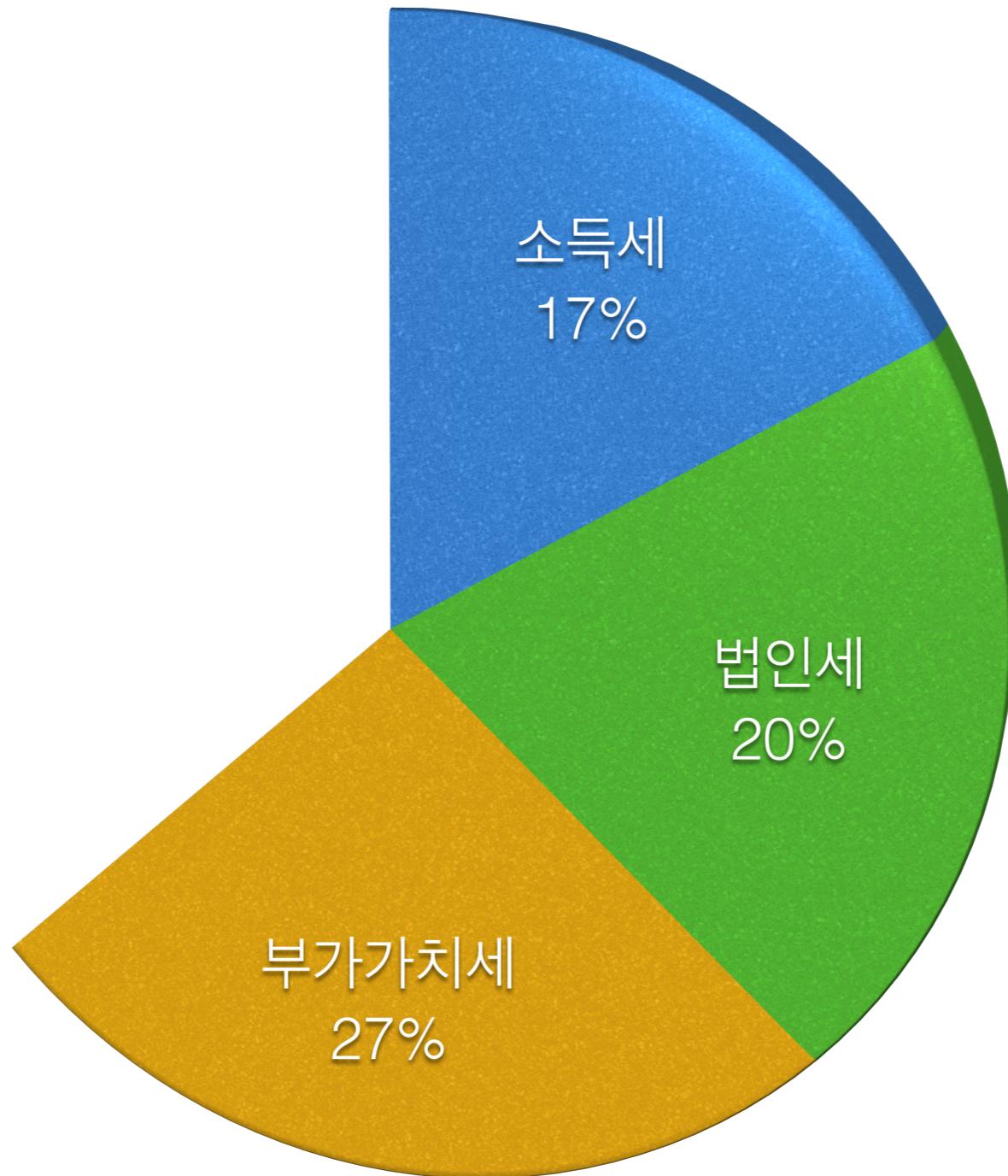
정부 수입 상세(2003)

Detail: Gov. Income - Kor. 2003



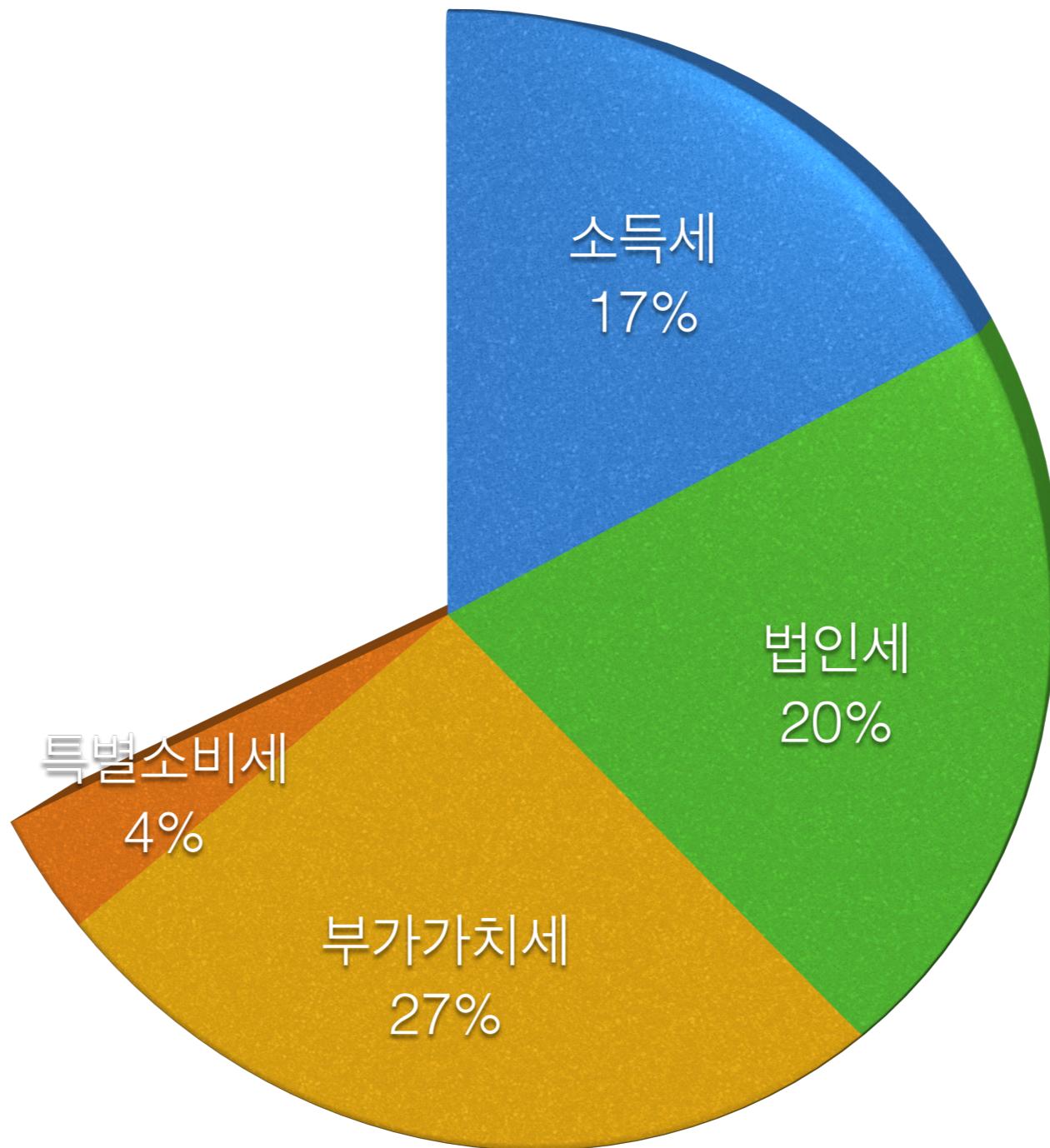
정부 수입 상세(2003)

Detail: Gov. Income - Kor. 2003



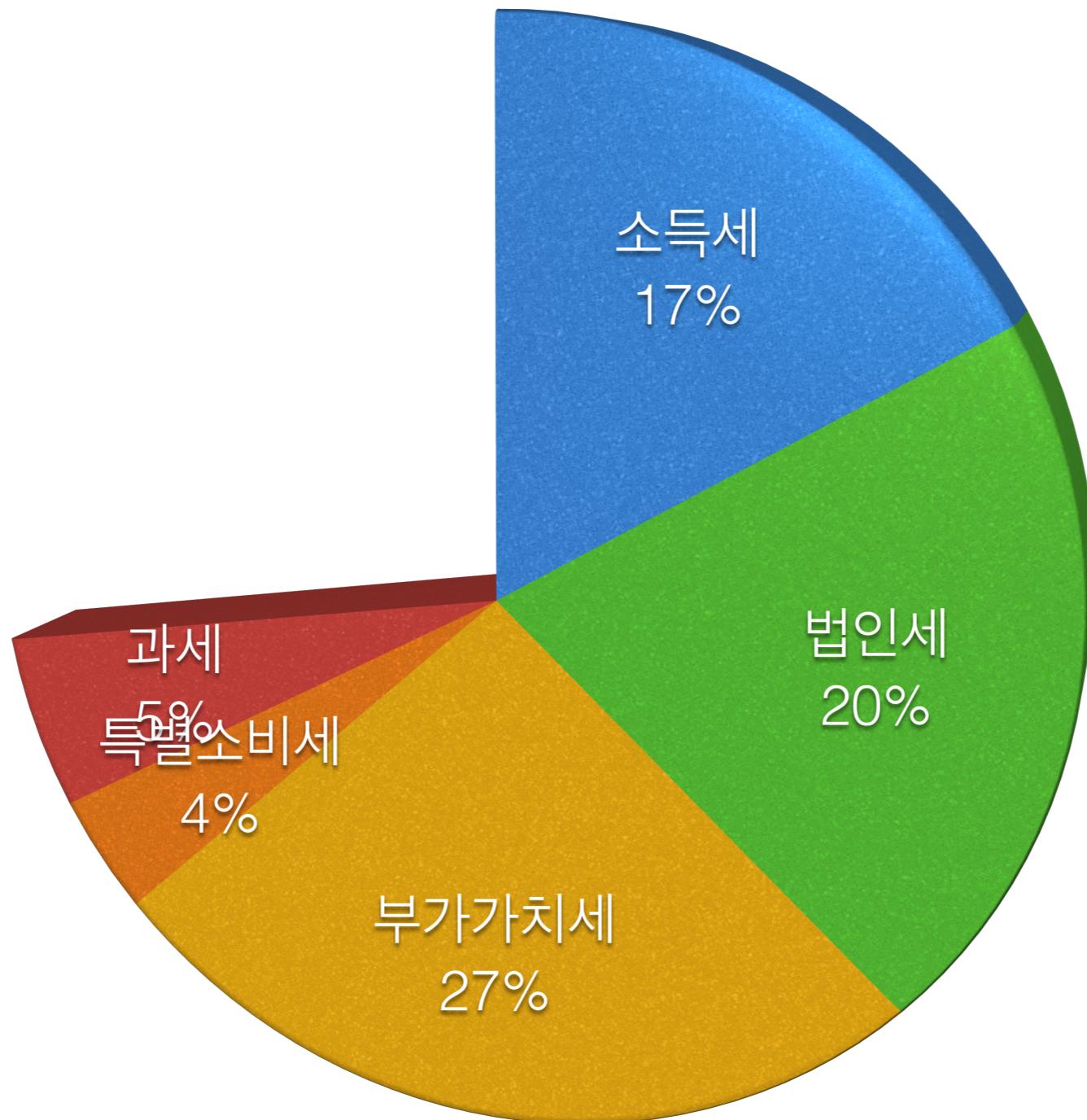
정부 수입 상세(2003)

Detail: Gov. Income - Kor. 2003



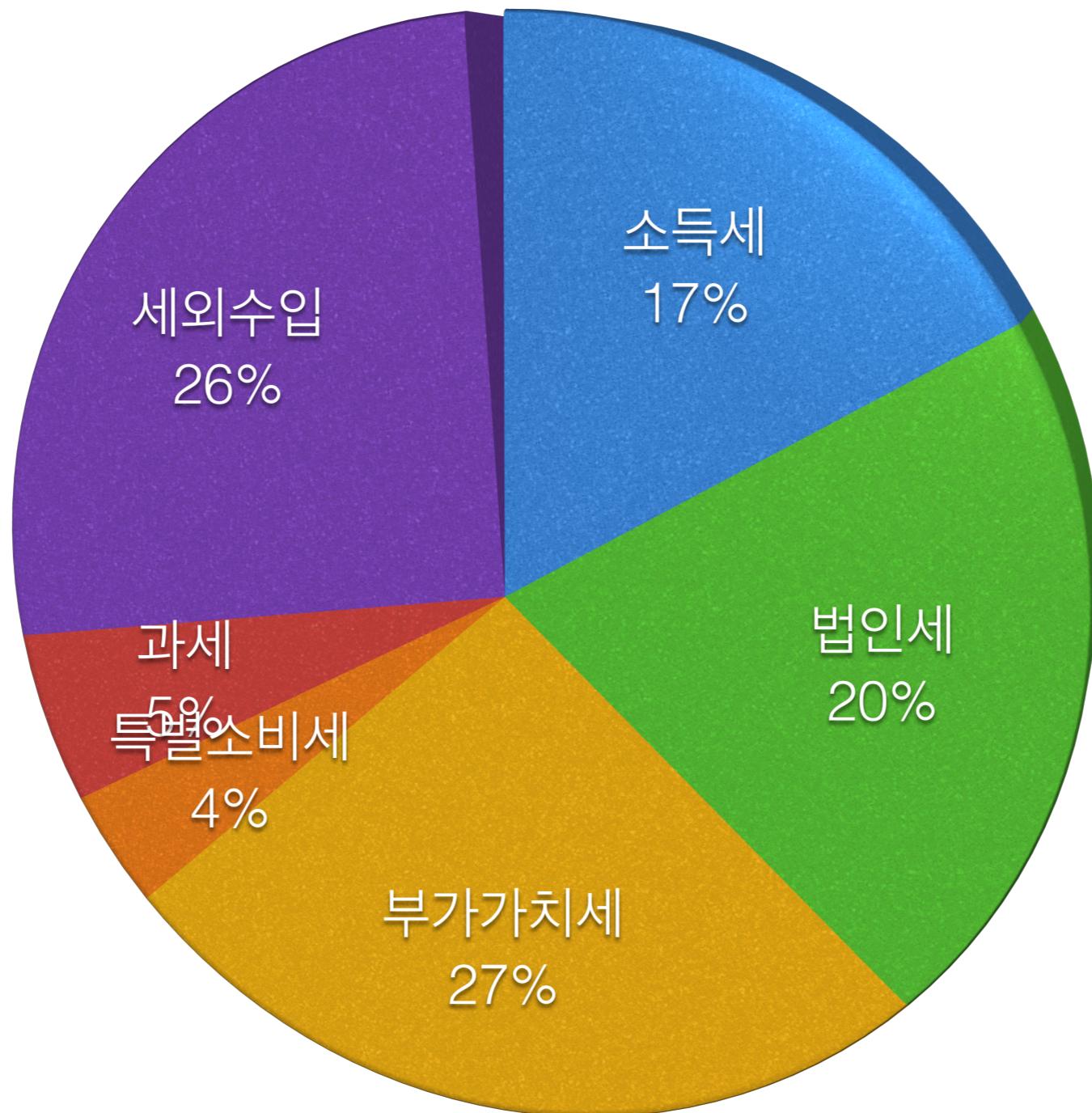
정부 수입 상세(2003)

Detail: Gov. Income - Kor. 2003



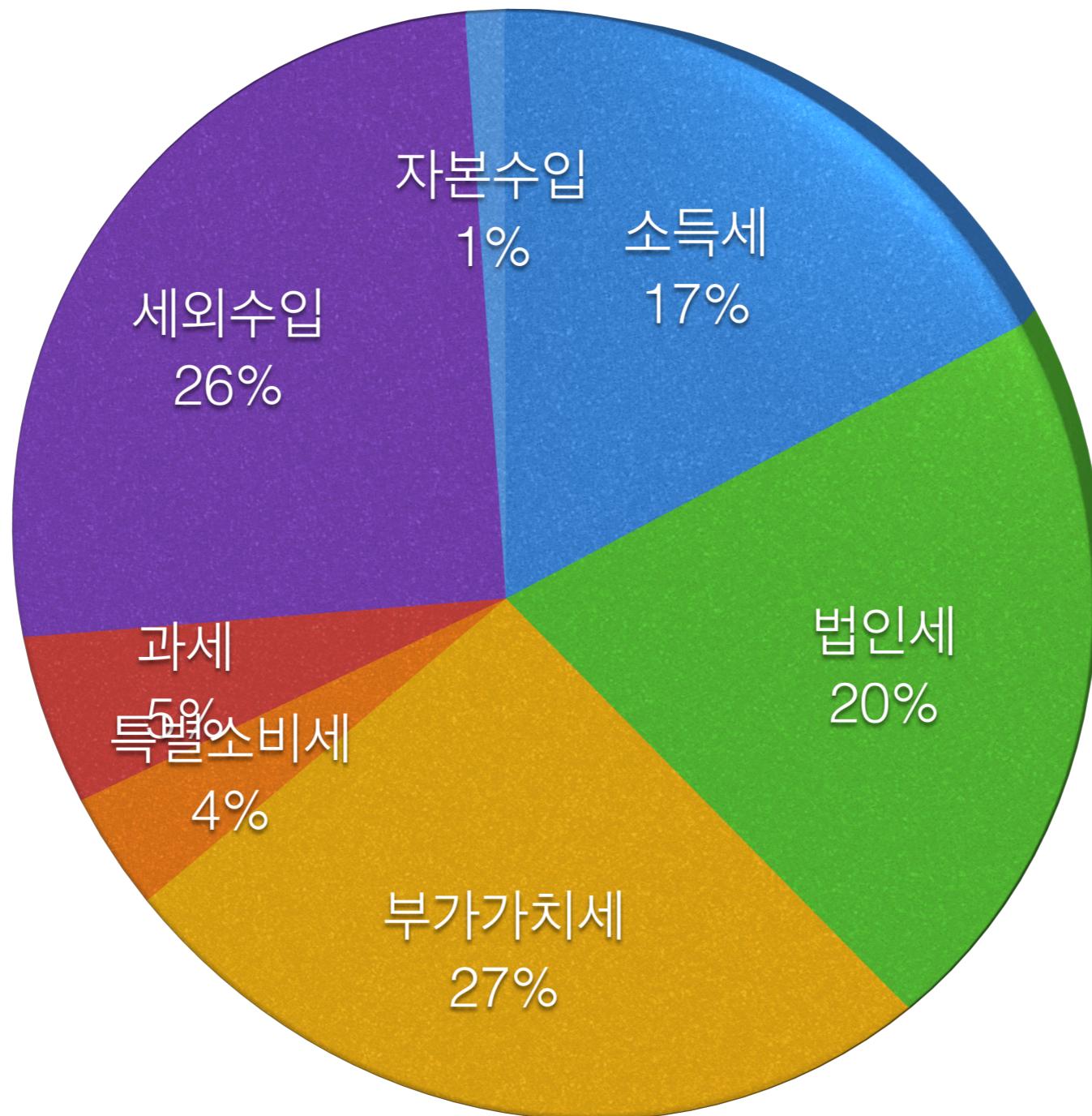
정부 수입 상세(2003)

Detail: Gov. Income - Kor. 2003



정부 수입 상세(2003)

Detail: Gov. Income - Kor. 2003



그래프 해석시 | 주의사항

- 그래프 구조의 특성
- 누락된 변수
- 역의 인과관계

그래프 구조의 특성

- 축의 의미와 눈금에 유의할 것
- 그래프의 잘라낸 부분도 유의
- 증가율인가? 절대량인가?

주의1: 눈금단위에 따른 착시

주의1: 눈금단위에 따른 착시



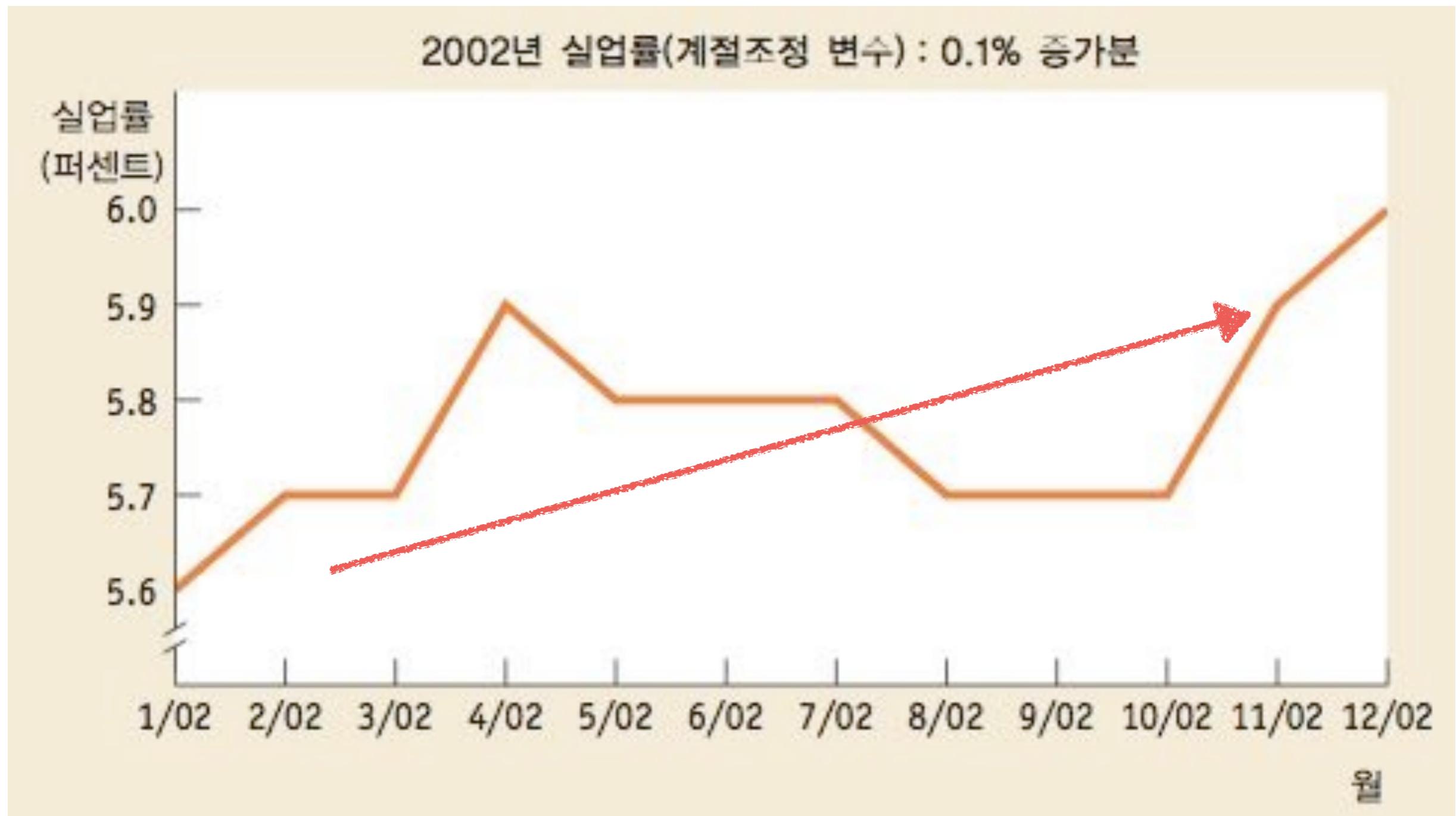
주의1: 눈금단위에 따른 착시



주의1: 눈금단위에 따른 착시



주의1: 눈금단위에 따른 착시



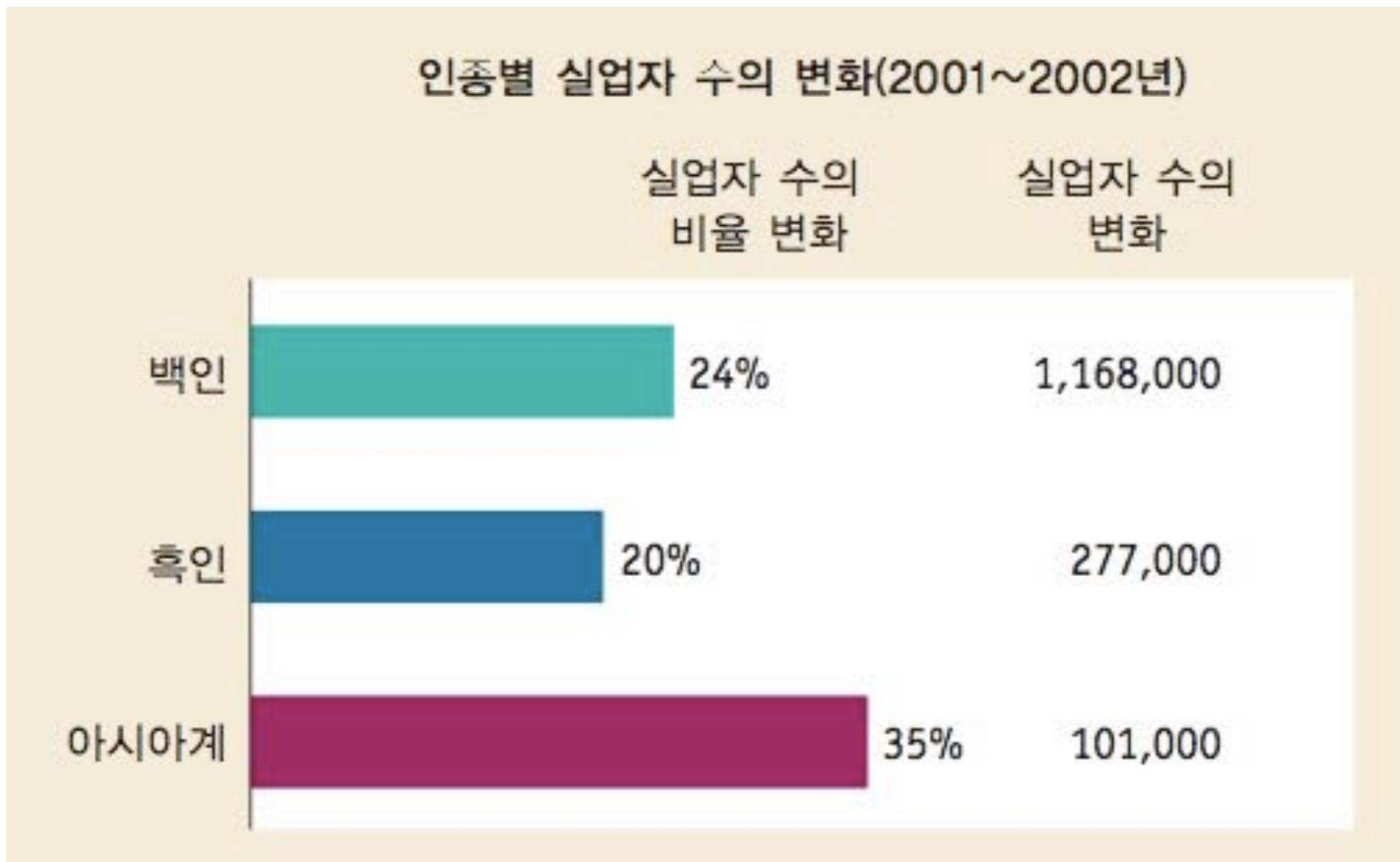
주의2: 죽의 잘라낸 부분



주의2: 죽의 잘라낸 부분



주의3: 비율변화와 절대량의 변화



누락변수

Omitted variable

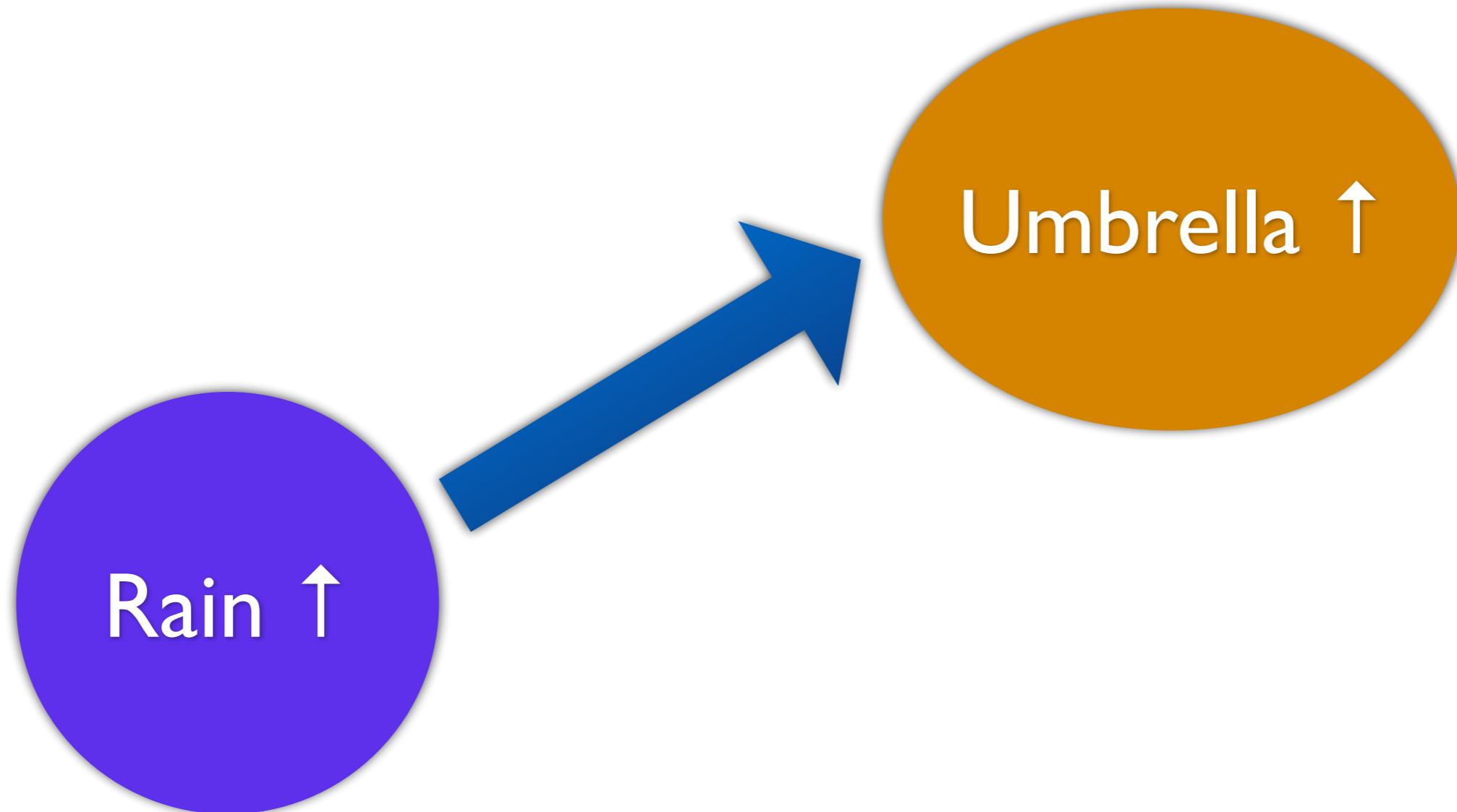
- 양[음]의 상관관계가 바로 직접적 인과관계를 의미하는 것은 아님
- ex. 우산판매량과 비옷판매량간에는 양의 상관관계: 핵심 독립변수인 날씨가 누락되어있음
- 핵심적 변수를 누락할 경우 추론에 근본적인 문제가 발생

Omitted Causality

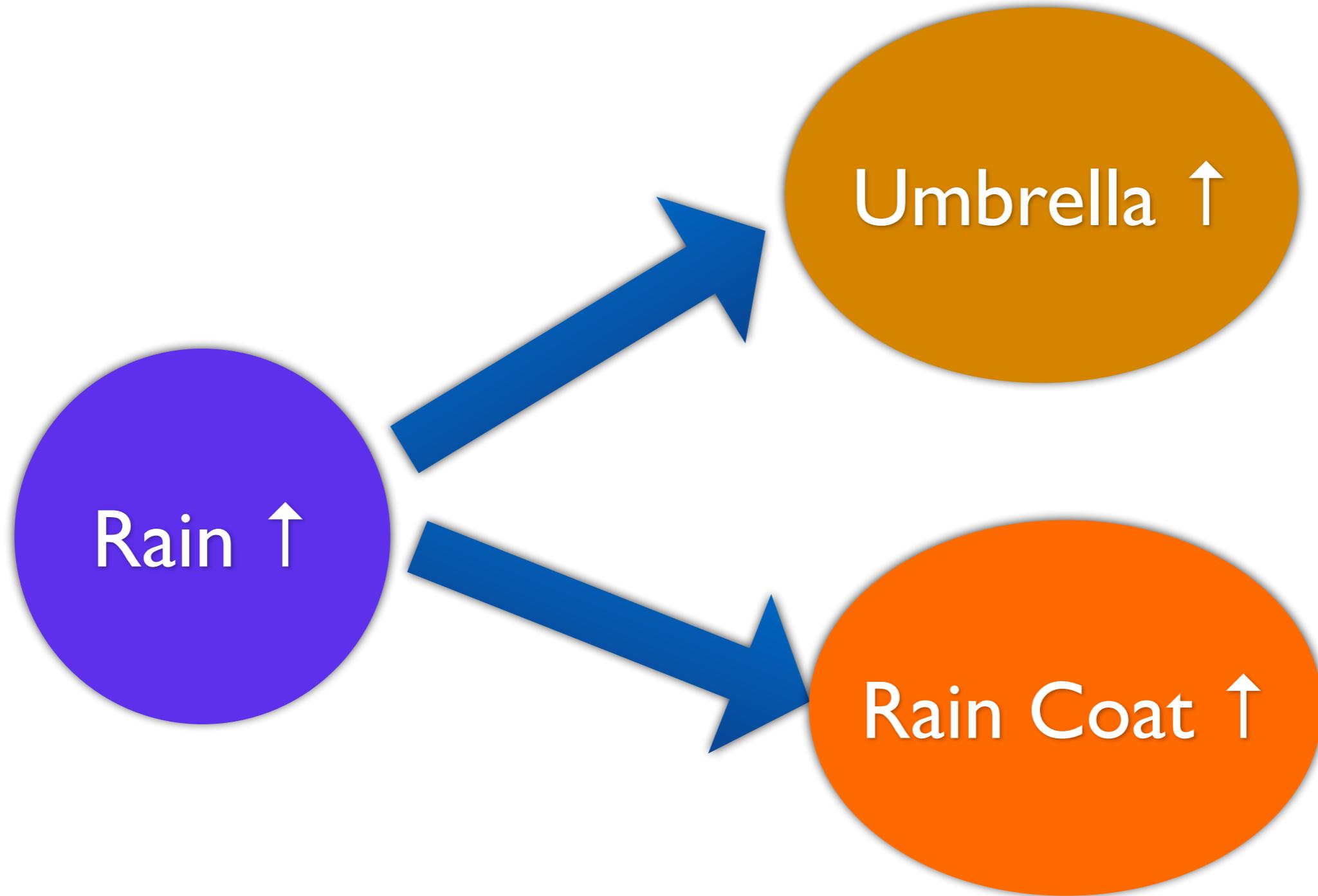
Omitted Causality



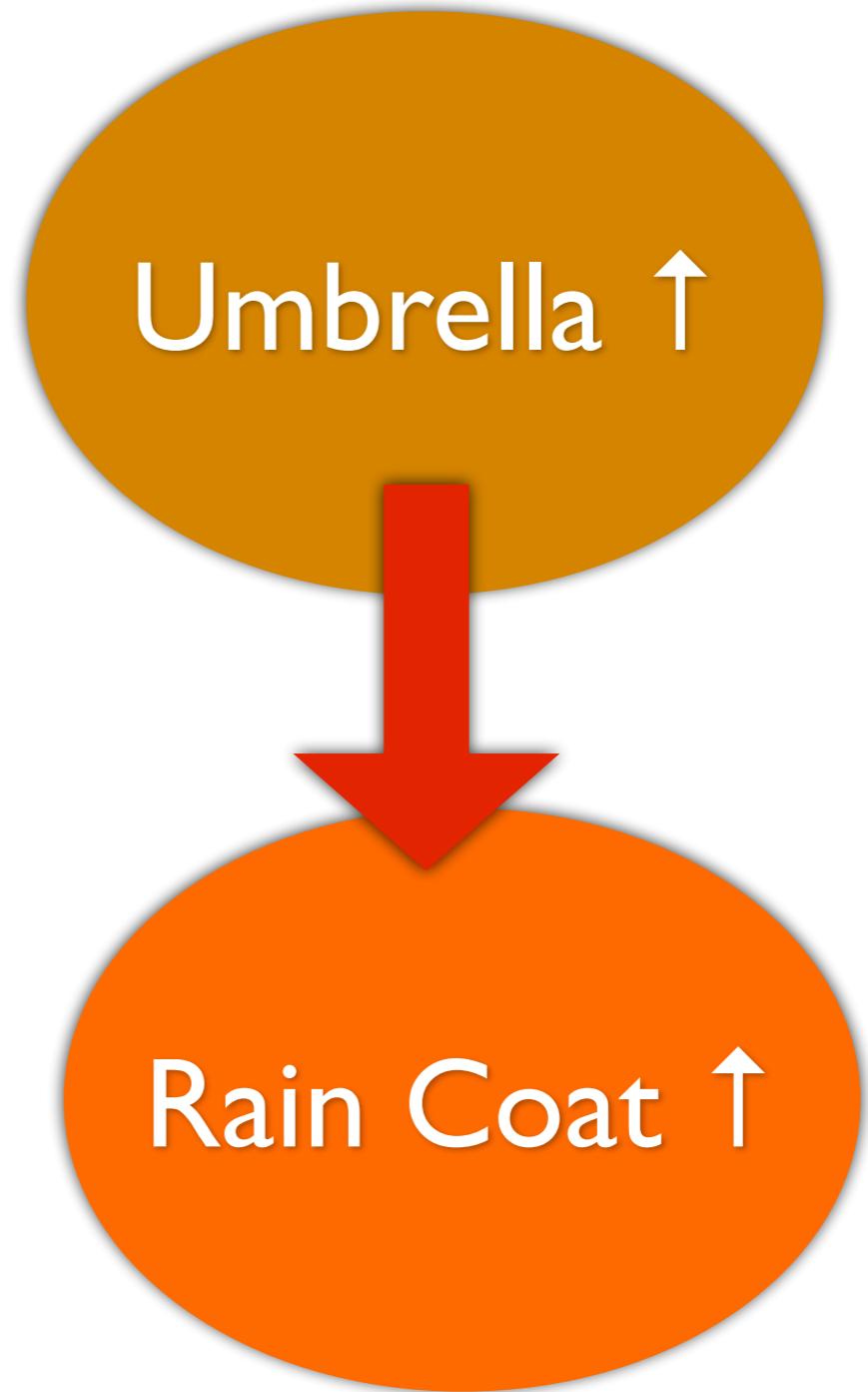
Omitted Causality



Omitted Causality



Omitted Causality



역의 인과관계

Reverse causality

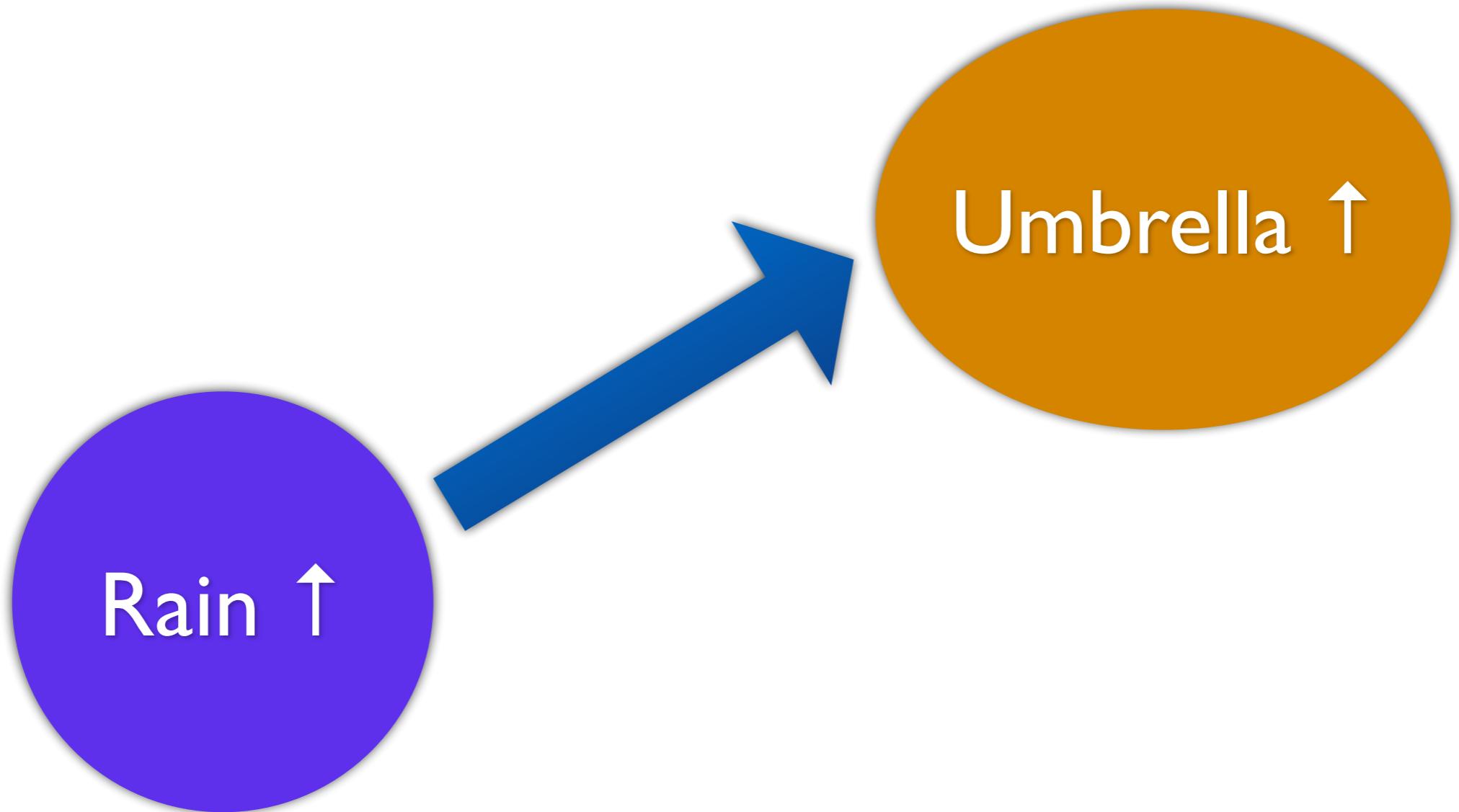
- 독립변수와 종속변수의 혼동
- 예) 비의 양과 우산판매량 사이에 양의 상관관계가 관찰: 우산판매량을 독립변수로 본다면, 우산 판매량이 많으면 비가 온다는 추론 가능

Reverse Causality

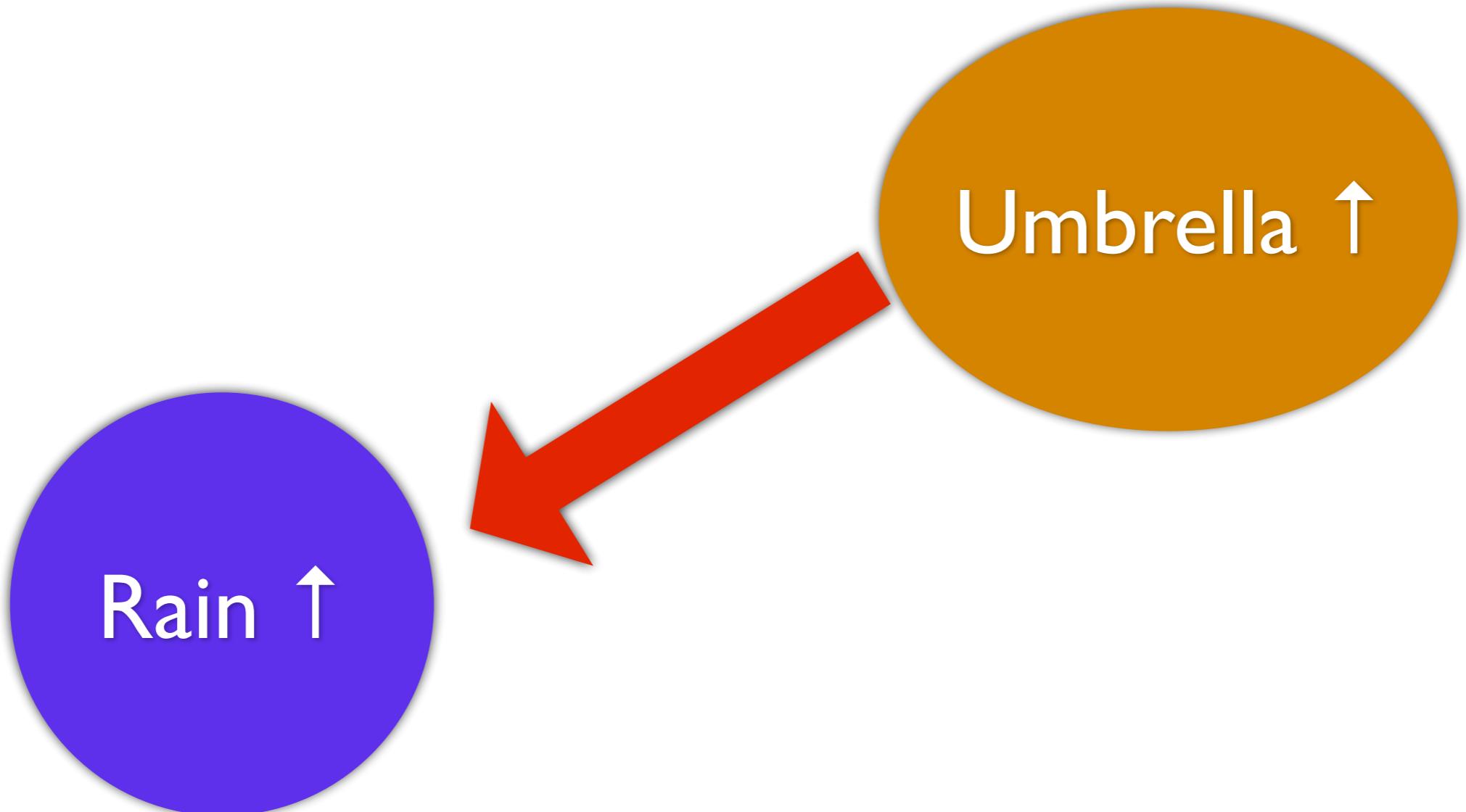
Reverse Causality



Reverse Causality

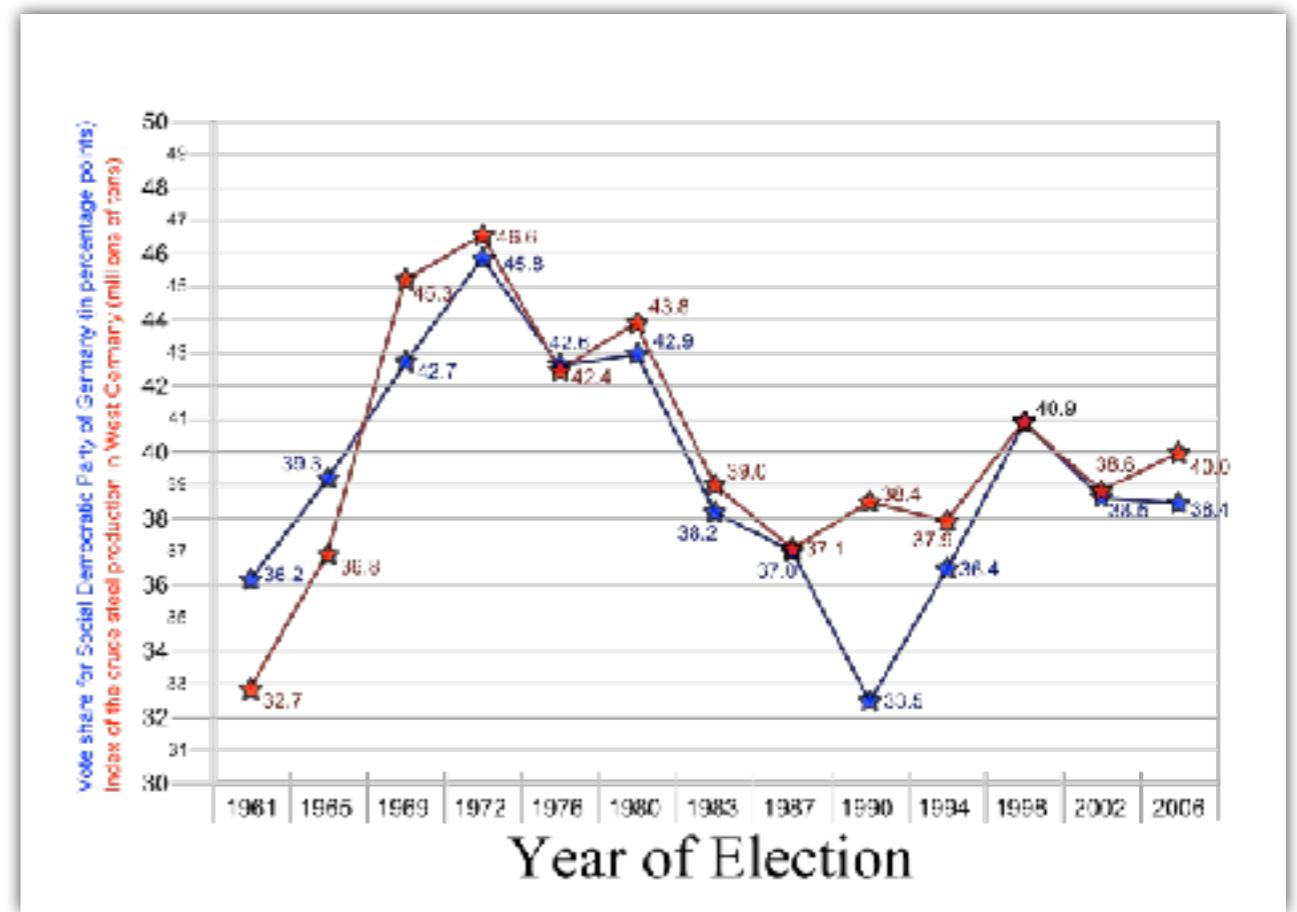


Reverse Causality



미어사이트의 법칙

- 독일 사민당의 득표율과 해당년도의 조강(crude steel) 생산량간의 매우 강력한 양의 상관관계 존재
- 인과관계가 없는 상관관계의 사례



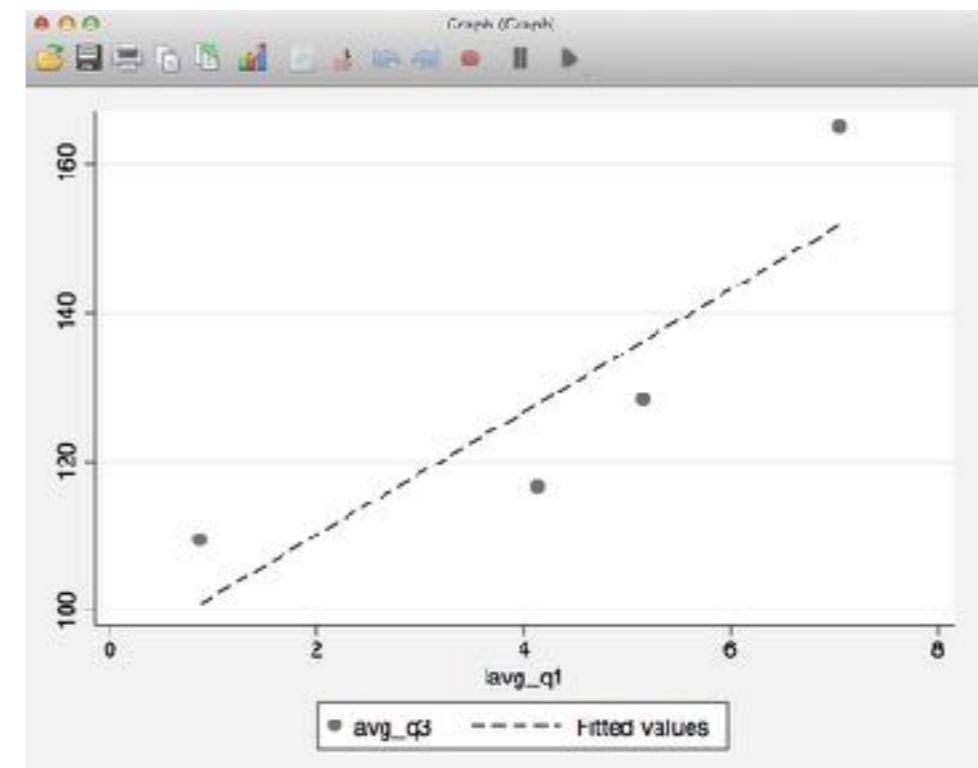
통계적 가설 검증

Statistical Hypothesis Testing

- 가설을 세우고 해당 가설이 타당한지 수리적으로 판단하는 수학적 기술
 - 귀무가설(null hypothesis): 입증하려는 가설이 성립하지 않을 것으로 보는 기본적 가설
 - 예) 앵커링 효과가 없다: 그룹간의 평균은 같다
 - 대립가설(alternative hypothesis): 입증하려는 가설
 - 예) 앵커링 효과가 있다: Q1이 클수록 Q3이 크다

가설검정 절차

- 앵커링이 없다고 가정(귀무가설) → 오른쪽과 같은 그룹별 평균 차이가 발생할 확률 계산(p-value)
- $p\text{-value} < \text{유의수준확률}$
 - 귀무가설 기각
- $p\text{-value} > \text{유의수준확률}$
 - 귀무가설 기각불가
- 관련과목: 계량경제학
- 추천도서: “통계학의 피카소는 누구일까?”



탄력성

탄력성: 정의 Elasticity: Definition

B(설명요인)의 변화율에 대한 A(종속요인)의 변화율

$$\epsilon_{A,B} = \left| \frac{A\text{의 변화율}}{B\text{의 변화율}} \right| = \left| \frac{\partial \ln A}{\partial \ln B} \right| \approx \left| \frac{\frac{\Delta A}{A}}{\frac{\Delta B}{B}} \right| = \left| \frac{\Delta A}{\Delta B} \cdot \frac{B}{A} \right|$$

부호가 의미있을 경우에는 절대치 기호를 사용치 않음

탄력성 Elasticity

- (수요[공급]에 대한) 상품 A의 가격 탄력성: A의 수요[공급]량 변화비율 / 가격 변화비율
- 낮은 탄력성: 가격 변화율이 높아도 수요[공급]의 변화율은 상대적으로 낮음
 - 수직에 가까운 수요[공급]곡선
- 높은 탄력성: 가격 변화율이 높을 때 수요[공급]의 변화율은 상대적으로 높음
 - 수평에 가까운 수요[공급]곡선
- 주요 미시경제학적 개념임

CASE 1: 가격의 절대값 상승

$$\Delta p = 10000$$

CASE 1: 가격의 절대값 상승

Event: 가격 10000 ↑

$$\Delta p = 10000$$

CASE 1: 가격의 절대값 상승

Event: 가격 10000 ↑



$$\Delta p = 10000$$

700원

CASE 1: 가격의 절대값 상승

Event: 가격 10000 ↑



$$\Delta p = 10000$$

700원

1000000000000원



CASE 1: 가격의 절대값 상승

Event: 가격 10000 ↑



$$\Delta p = 10000$$

$$700\text{원} \quad +10000=10700\text{원}$$

1000000000000원



CASE 1: 가격의 절대값 상승

Event: 가격 10000 ↑



$$\Delta p = 10000$$

$$700\text{원} \quad +10000=10700\text{원}$$

1000000000000원

+10000=1000000010000원



CASE 1: 가격의 절대값 상승

Event: 가격 $10000 \uparrow$



$$\Delta p = 10000$$

700원

$$+10000=10700\text{원}$$

Very Different Event

$$10000000000000\text{원}$$

$$+10000=1000000010000\text{원}$$



CASE 2: 가격의 상대값 상승

$$\frac{\Delta p}{p} = 0.1$$

CASE 2: 가격의 상대값 상승

Event: 가격 10% ↑

$$\frac{\Delta p}{p} = 0.1$$

CASE 2: 가격의 상대값 상승

Event: 가격 10% ↑

$$\frac{\Delta p}{p} = 0.1$$



700원

CASE 2: 가격의 상대값 상승

Event: 가격 10% ↑

$$\frac{\Delta p}{p} = 0.1$$



700원

1000000000000원



CASE 2: 가격의 상대값 상승

Event: 가격 10% ↑

$$\frac{\Delta p}{p} = 0.1$$



700원 +70=770원

1000000000000원



CASE 2: 가격의 상대값 상승

Event: 가격 10% ↑

$$\frac{\Delta p}{p} = 0.1$$



700원 +70=770원

1000000000000원

+1000000000000=1100000000000원



CASE 2: 가격의 상대값 상승

Event: 가격 10% ↑

$$\frac{\Delta p}{p} = 0.1$$



700원 +70=770원

Similar Event

1000000000000원

+1000000000000=1100000000000원



탄력성 개념

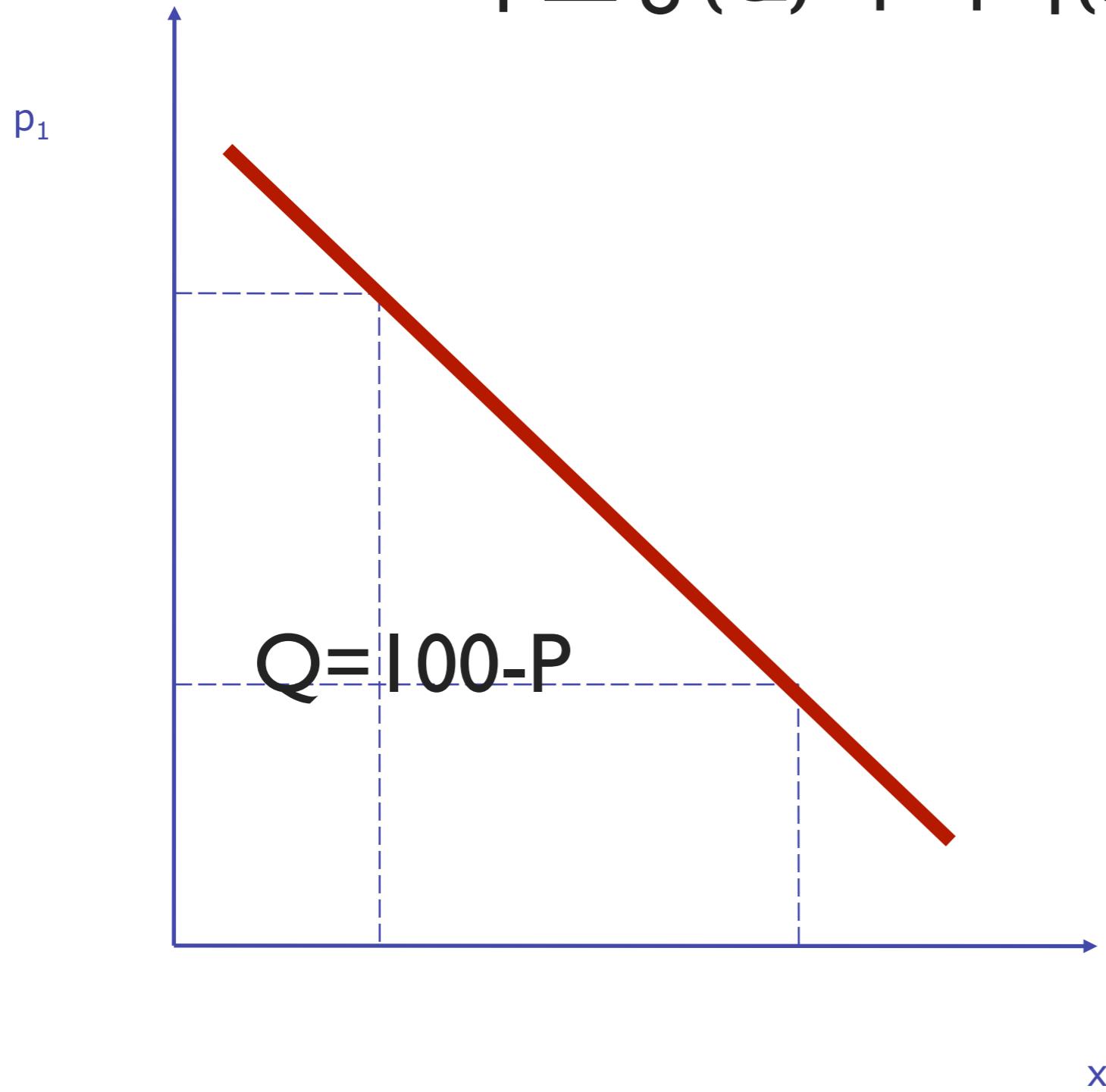
Elasticity: Concept

- 변화의 절대량(변화량)으로 도출되는 기울기와는 달리, 변화 비율(변화율)로 도출하는 일종의 기울기: 그래프의 기울기와는 다른 개념
 - 경제학에서는 변화의 절대량은 큰 의미 없음
 - 경제주체는 대체로 변화량보다는 변화율에 반응

직선형 수요곡선의 탄력성

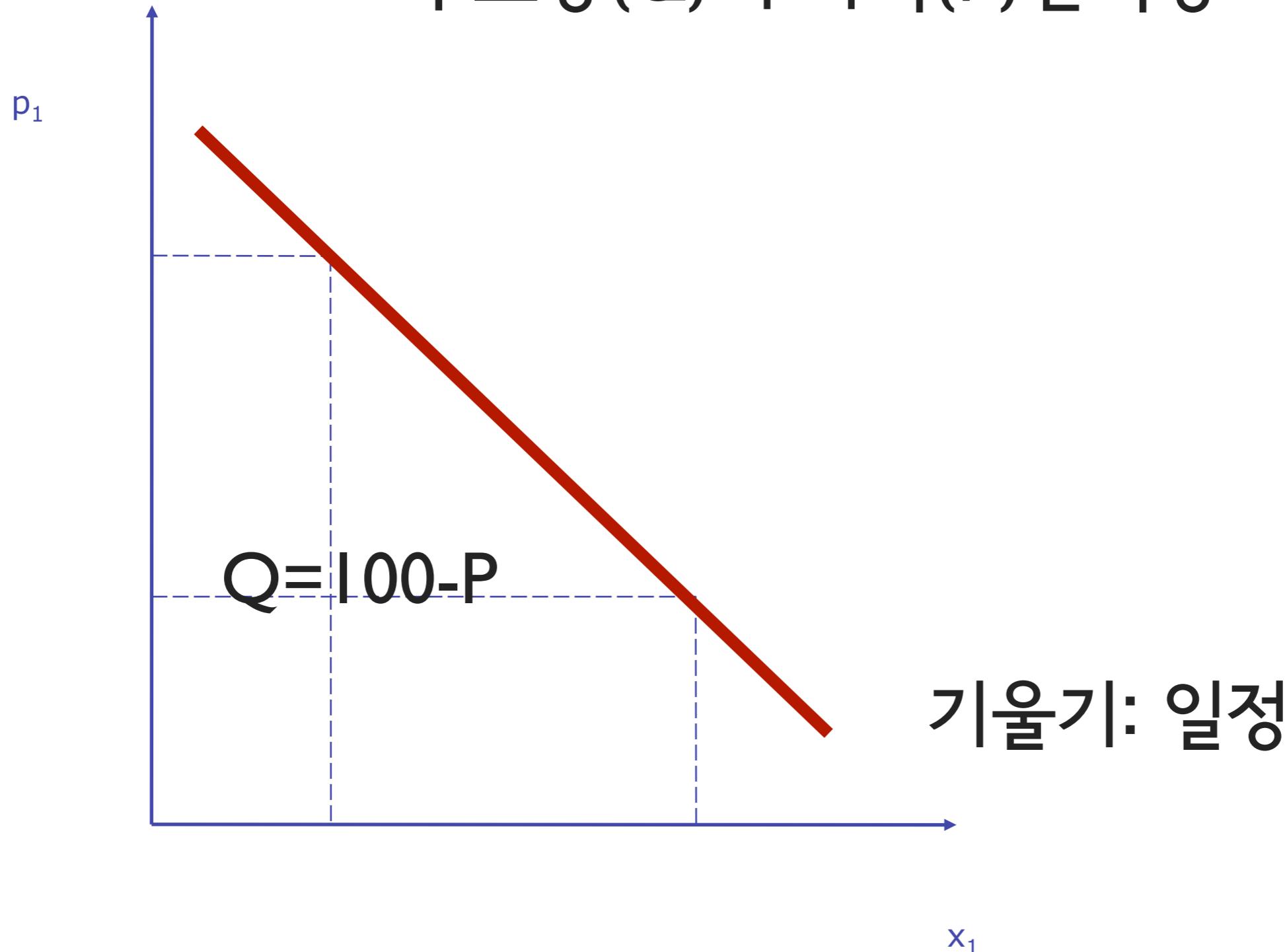
직선형 수요곡선의 탄력성

수요량(Q)의 가격(P)탄력성

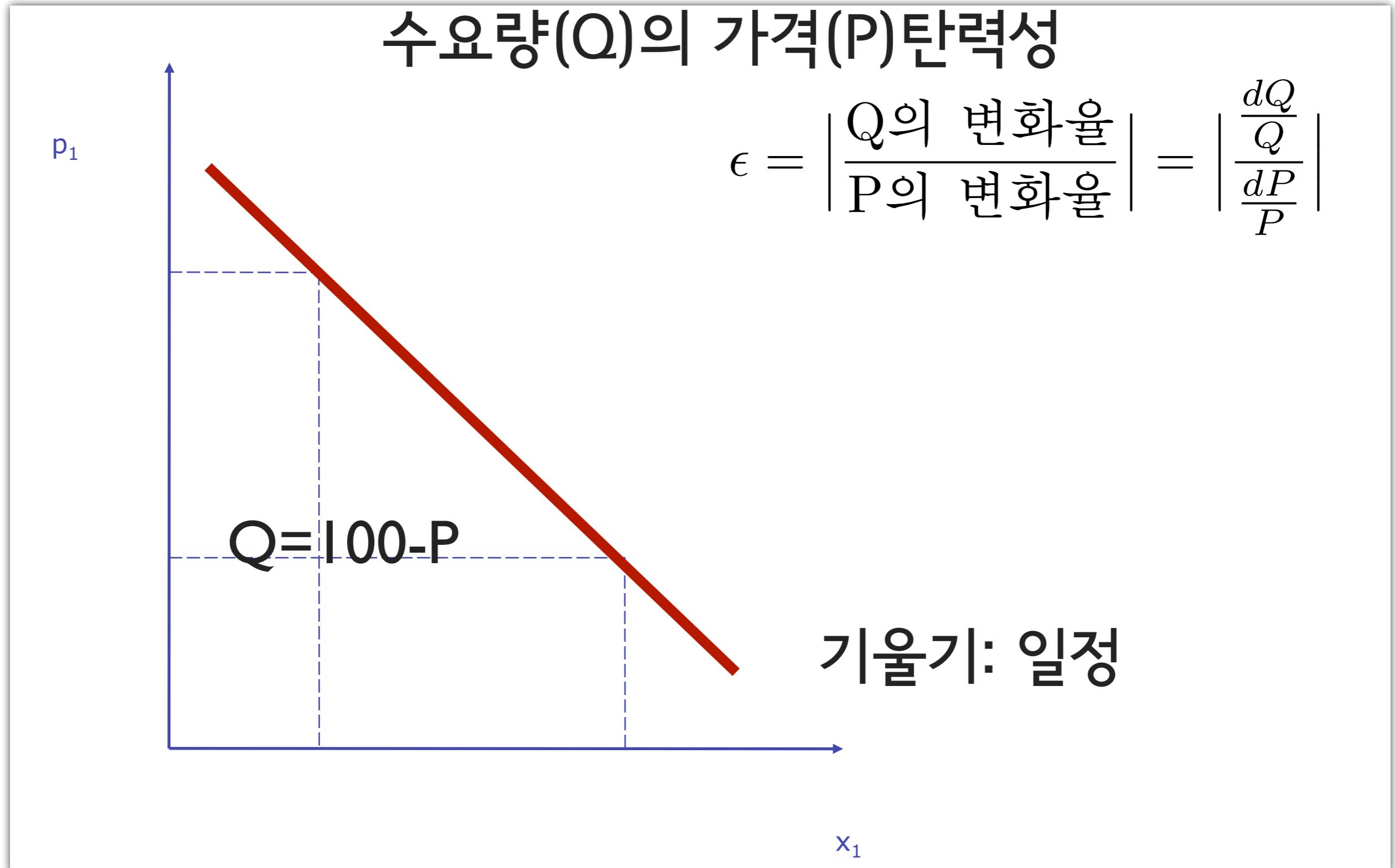


직선형 수요곡선의 탄력성

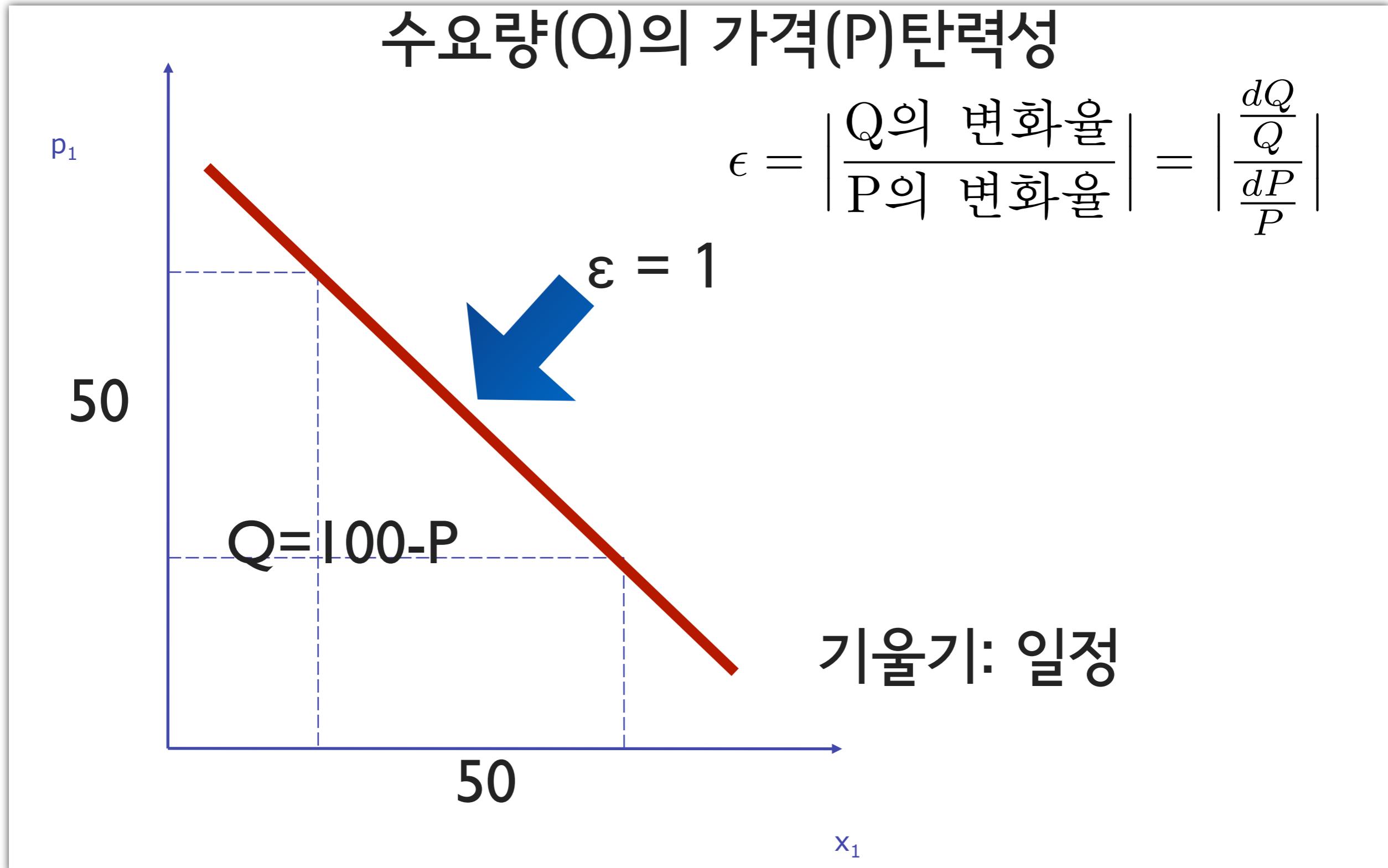
수요량(Q)의 가격(P)탄력성



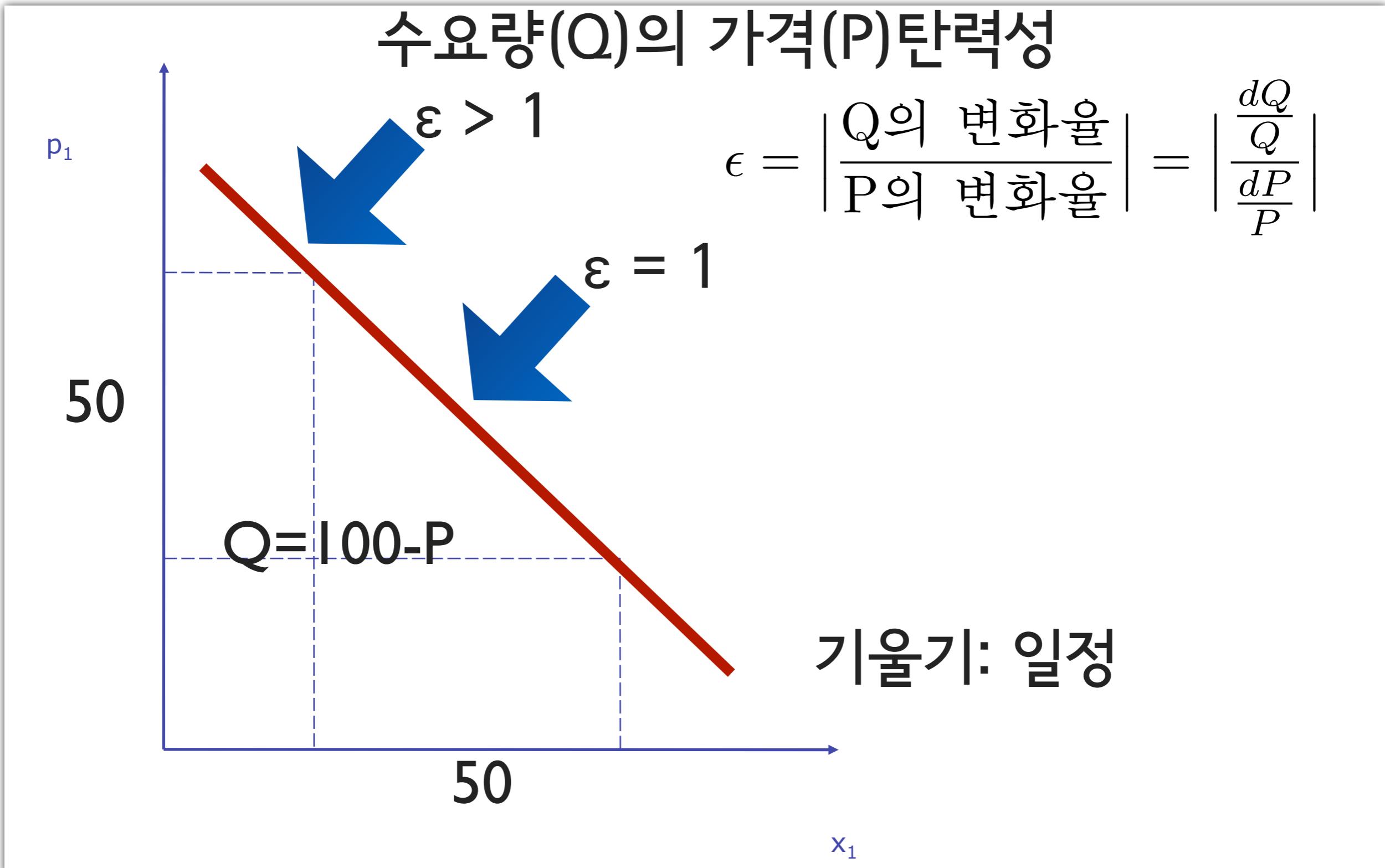
직선형 수요곡선의 탄력성



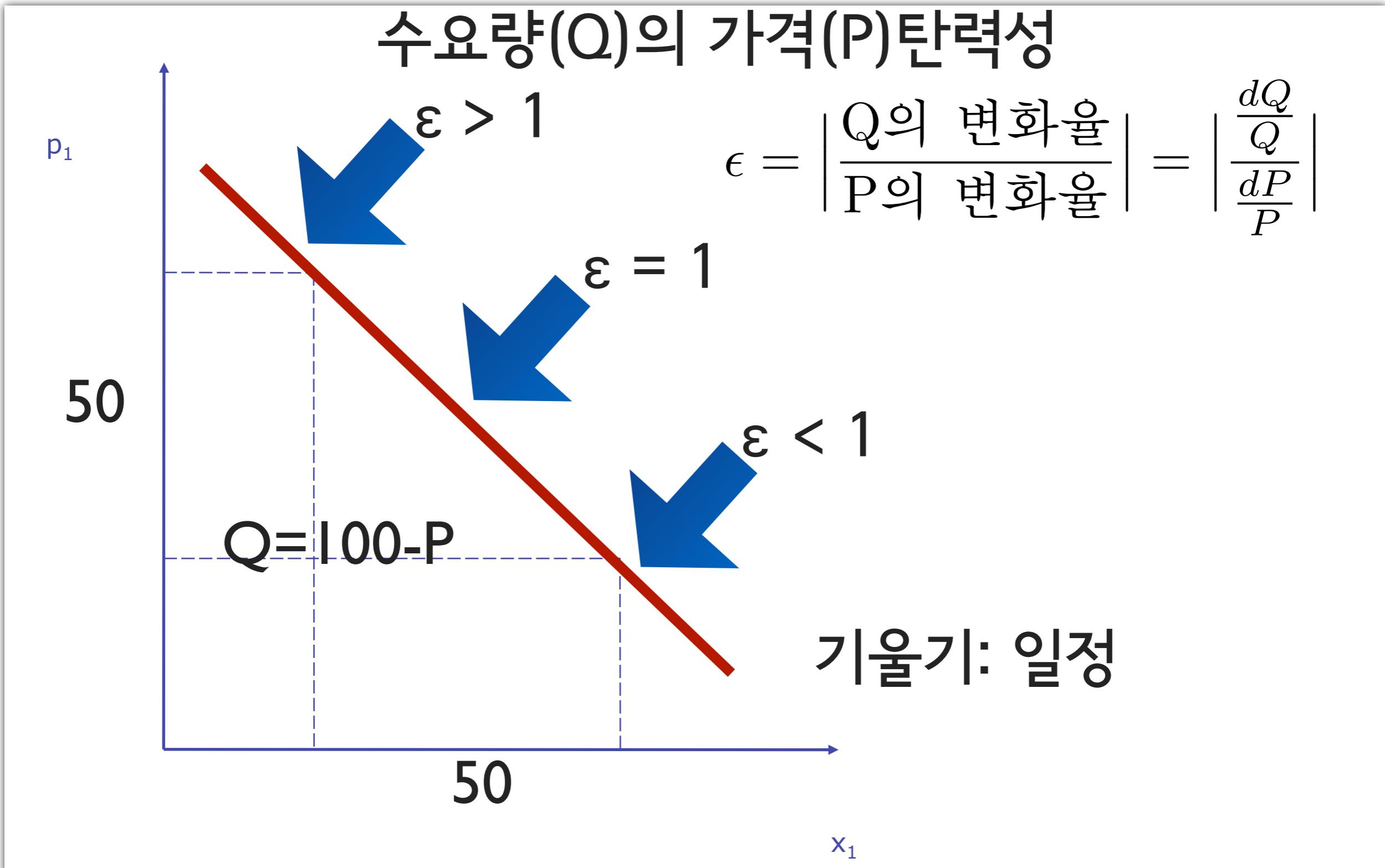
직선형 수요곡선의 탄력성



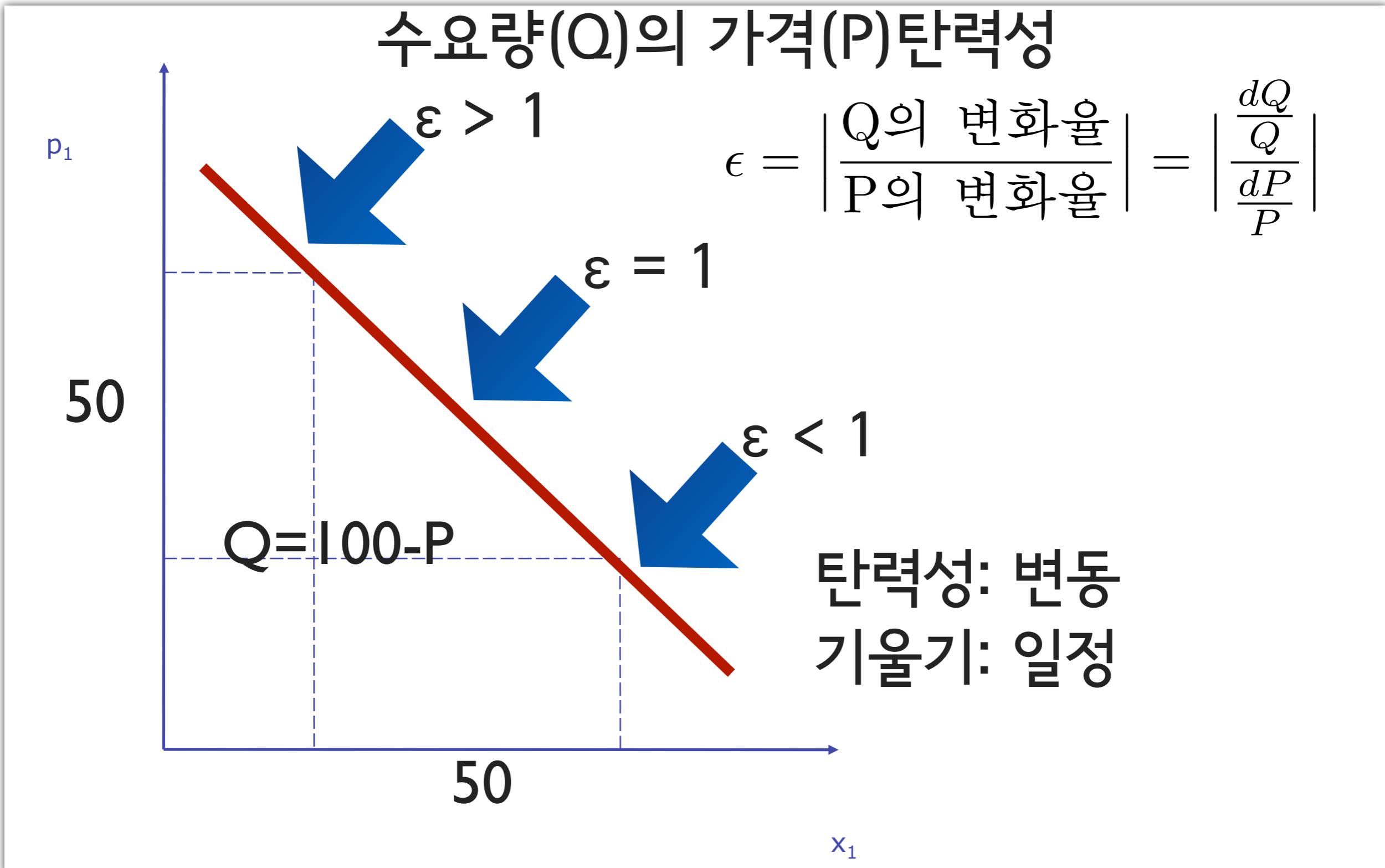
직선형 수요곡선의 탄력성



직선형 수요곡선의 탄력성



직선형 수요곡선의 탄력성



소득비례 범칙금 (일수벌금제)

과속 운전 범칙금이 1억**3700**만원

주요국 과속 범칙금

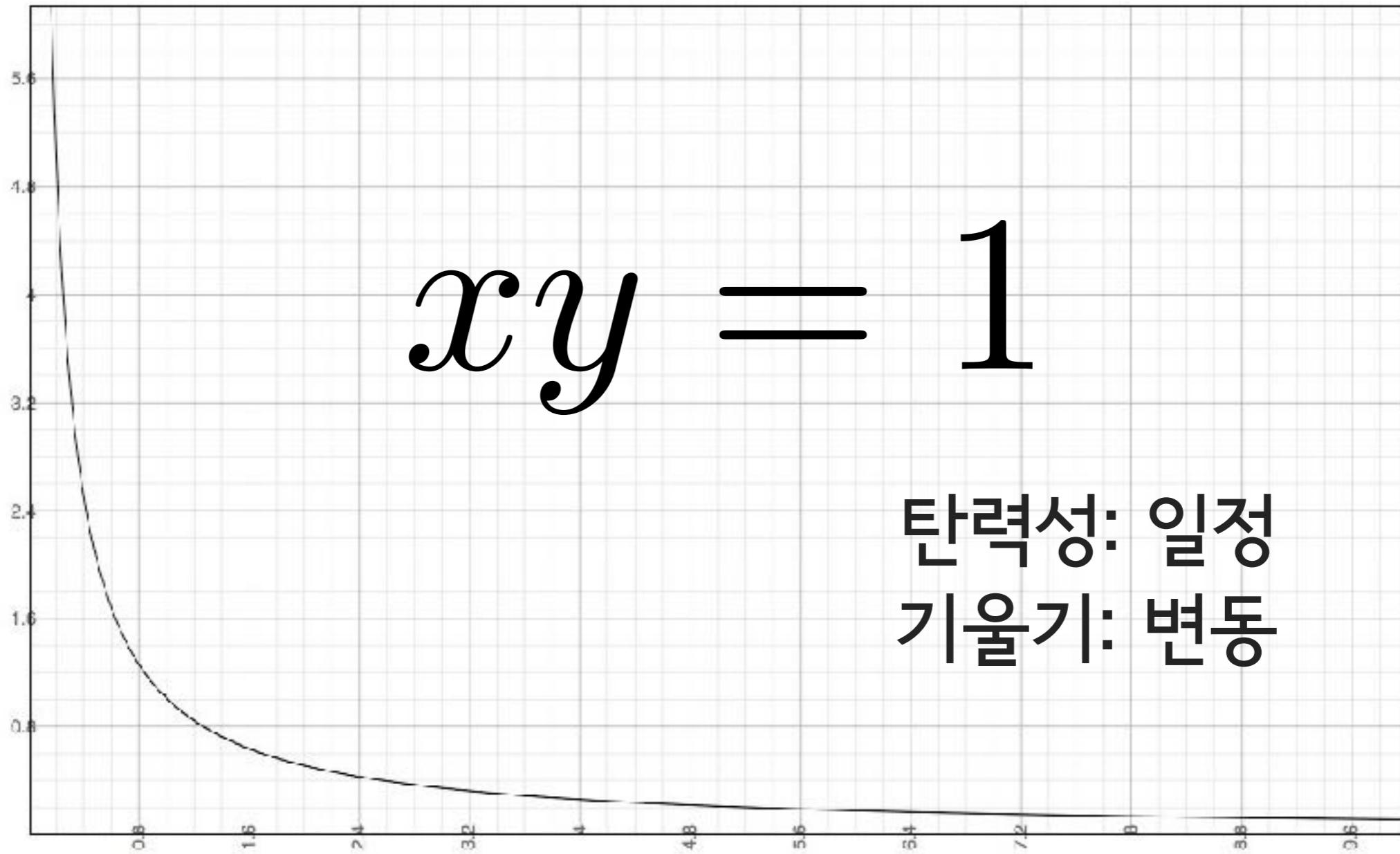
	*각국 통화를 원화로 환산
한국	시속 60km 초과 12만원(벌점 60점, 60일 면허정지)
미국	48km 이상 20만~68만원(뉴욕주 기준)
일본	30km 초과 110만원 이하 또는 6개월 이하 징역(일반도로 기준)
중국	최저 3만6000원, 최고 36만원
프랑스	50km 이상 210만원
독일	최저 2만2000원, 최고 100만원
핀란드	20km 초과 운전자의 14일치 급여

핀란드의 사업가 안데르스 위클뢰프(67)는 14일(현지 시간) 9만5000유로(약 1억3700만원)짜리 ‘딱지’를 손에 쥐었다. 최근 핀란드에서 과속 운전을 하다 경찰에 적발된 데 따른 범칙금이다. 스웨덴 일간지 엑스프레센 등에 따르면 그는 시속 50km 제한 구간에서 27km를 초과한 77km로 달렸다.

핀란드는 소득 수준에 따라 교통 범칙금의 액수를 부과하는 ‘차등 범칙금제’를 운영하는 나라에 속한다. 그중에서도 소득 대비 범칙금 액수가 가장 큰 나라도다. 과속 범칙금은 속도 위반의 정도, 상습 여부 등에 따라 많게는 1일 평균 소득의 몇 배를 물린다. 위클뢰프는 20km 이상 초과한 가중 부과 대상자가 돼 2주일치의 소득이 범칙금으로 정해졌다.

소득 탄력성에 기반한 조세제도

탄력성이 일정한 함수의 예



y=1/x의 탄력성 계산

$$\epsilon = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx}{x}} = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx} = x^2 \left(-\frac{1}{x^2} \right) = -1. \quad QED.$$

변화율 측정문제

- 백분율 변화(%변화율, 변화율)를 계산할 때 측정 기준에 따라 달라지는 문제 발생
 - 한국 택시 기본요금: 1800원
 - 일본 택시 기본요금: 7200원
 - 일본 택시요금은 한국보다 $(7200-1800)/1800 \times 100 = 300\%$ 높다
 - 한국 택시요금은 일본보다 $(1800-7200)/7200 \times 100 = -75\%$ 높다(75% 낮다)?

시간에 따른 변화의 경우

- 통상적으로, 시간에 따른 변화($t, t+1$)의 경우 전기(t)를 기준으로 함
 - ex) 2009년 GDP = 100 억원, 2010년 GDP = 110억원
 - \Rightarrow 2010년 GDP 상승률: $(110-100)/100$

중간값 계산법

Midpoint method

- 측정 기준에 따라 달라지지 않는 가격변화 백분율 계산법
- 측정 기준을 끝값이 아닌 평균값을 사용함

$$X \text{ 변화량의 백분율} = \frac{\Delta X}{\bar{X}} \times 100$$

$$\bar{X} \equiv \frac{[X] + [X + \Delta X]}{2} = X + \Delta X/2$$

중간값계산

- 수요곡선상의 두 점 $(Q_1, P_1), (Q_2, P_2)$ 에서의 가격탄력성을 계산하기:

$$\epsilon = \left| \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{(Q_1 + Q_2)/2}}{\frac{P_2 - P_1}{(P_1 + P_2)/2}} \right|$$

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율

B의 변화율

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율

$$\frac{\text{A의 변화율}}{\text{B의 변화율}} > 1$$

B의 변화율

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율

> 1

B의 변화율

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율

$$\frac{\text{A의 변화율}}{\text{B의 변화율}} > 1$$

B의 변화율

A는 B의 변화에 민감하게 반응

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율

> 1

탄력적이다

B의 변화율

A는 B의 변화에 민감하게 반응

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율

B의 변화율

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율

B의 변화율

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율



< 1

B의 변화율

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율

< 1

B의 변화율

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율



< 1

B의 변화율

A는 B의 변화에 둔감하게 반응

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율



< 1 비탄력적이다

B의 변화율

A는 B의 변화에 둔감하게 반응

Elastic vs. Inelastic

A의 변화율



< 1 비탄력적이다

B의 변화율

A는 B의 변화에 둔감하게 반응

$\varepsilon=1$: 단위탄력적

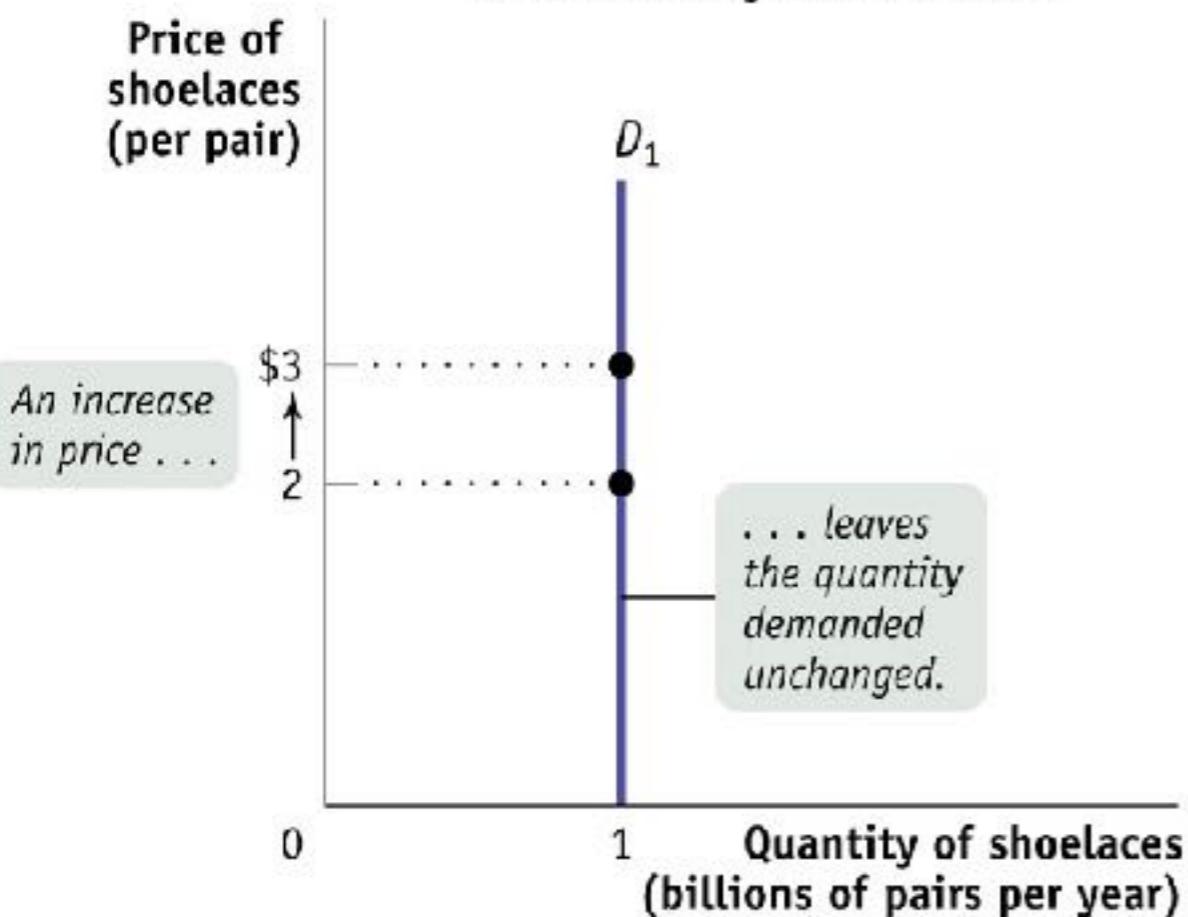
완전탄력, 완전비탄력 Perfect (In)Elasticity

- 완전탄력: $\epsilon = \infty$
 - 종속 요인이 독립 요인에 대해 극단적으로 민감
- 완전비탄력: $\epsilon = 0$
 - 종속 요인이 독립 요인에 대해 극단적으로 둔감:
영향을 받지 않음

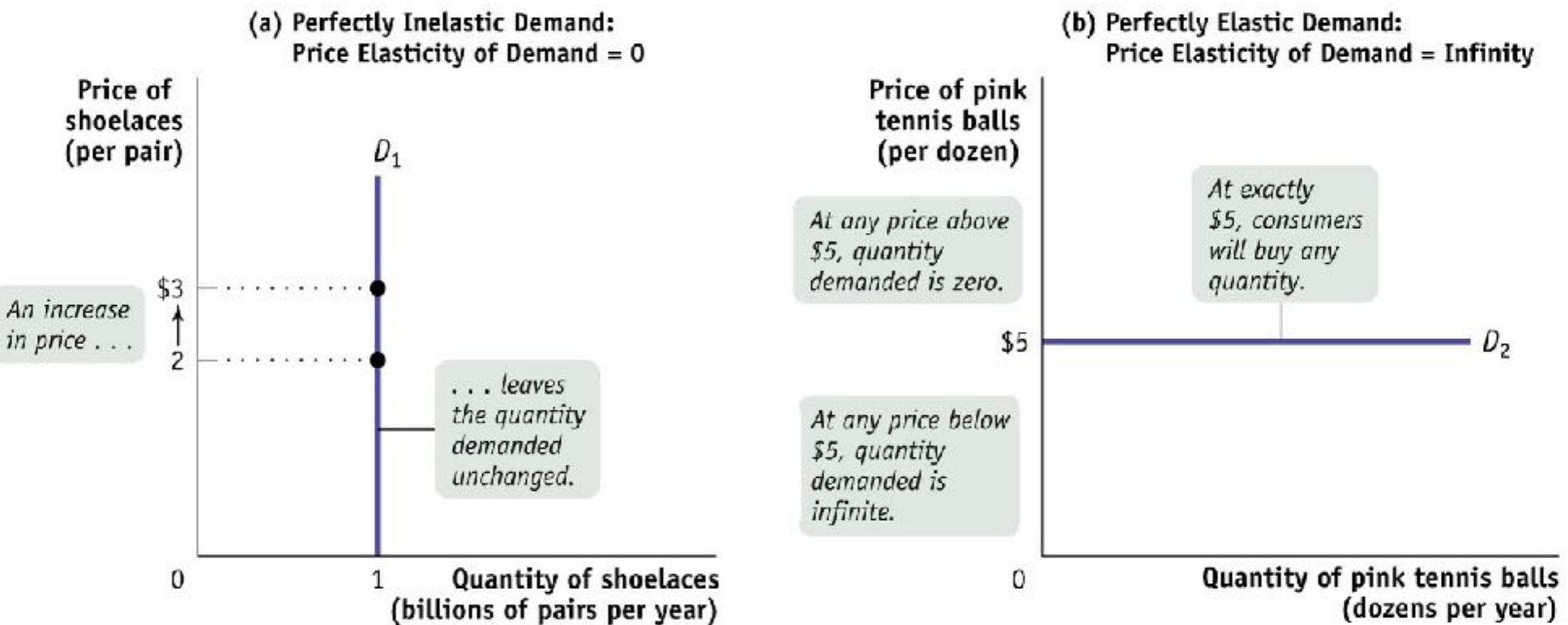
Perfect (In)Elasticity

Perfect (In)Elasticity

(a) Perfectly Inelastic Demand:
Price Elasticity of Demand = 0



Perfect (In)Elasticity



소비자이론 (1)

Topics

- 소비자문제의 모형화
- 예산집합

소비자의 문제

$$\arg \max_{\mathbf{x}} U(\mathbf{x}) \quad s.t. \quad \text{Budget Constraint}$$

- 소비자는 자신이 소비 가능한 상품의 종류와 수량
들 중 자신이 가장 선호하는 것을 선택하여 소비
 - 이 소비량을 “수요” (demand)라고 함
 - 이 문제를 모형화하여 해결하고자 함

상품의 정의 Commodity

- 재화와 서비스
 - 무형의 것들도 포함됨 (서비스, 정보재 등)
 - 넓은 의미의 재화로 혼용해서 쓰기도 함
- 모든 거래되는 유용한 것들의 집합
- 같은 상품이라도 장소나 시간에 따라 다른 상품으로 간주

유용성에 따른 재화의 분류

- 재화 (goods)
 - 소비자에게 만족감을 증대시키는 상품
 - 일반적 상품들 ($p > 0$)
- 비재화 (bads)
 - 소비자에게 만족감을 감소시키는 상품
 - 쓰레기 등 ($p < 0$)
- 중립재 (neutral goods)
 - 소비자의 만족감에 영향을 미치지 않는 상품 ($p \approx 0$)

유용함은 심리적 요인

- 선호는 심리적 현상이기 때문에 소비자마다 느끼는 유용함은 다를 수 있음
- 극단적 경우 어떤 이에게는 재화가 다른 이에게는 비재화가 될 수도 있음에 유의
 - ex) 인간 소변을 약의 재료로 쓰려는 제약회사

재화 관련 가정

- 오직 두 가지의 재화만 존재 (index: 1,2)
 - 산술적 편의성을 위한 것 (향후 n 가지로 확장)
 - 이 전제로 인해 기하학적 표현이 가능
- 모든 재화의 소비량(x_1, x_2)은 실수(real number)로 표현 가능: 완전 가분적
 - $x_i \in \mathbb{R} \quad \forall i$
 - 모든 재화의 소비량은 음이 아닌 실수
 - $x_i \geq 0 \quad \forall i$
 - 참고: 음(negative)의 소비량은 공급을 의미

상품묶음 Commodity Bundle

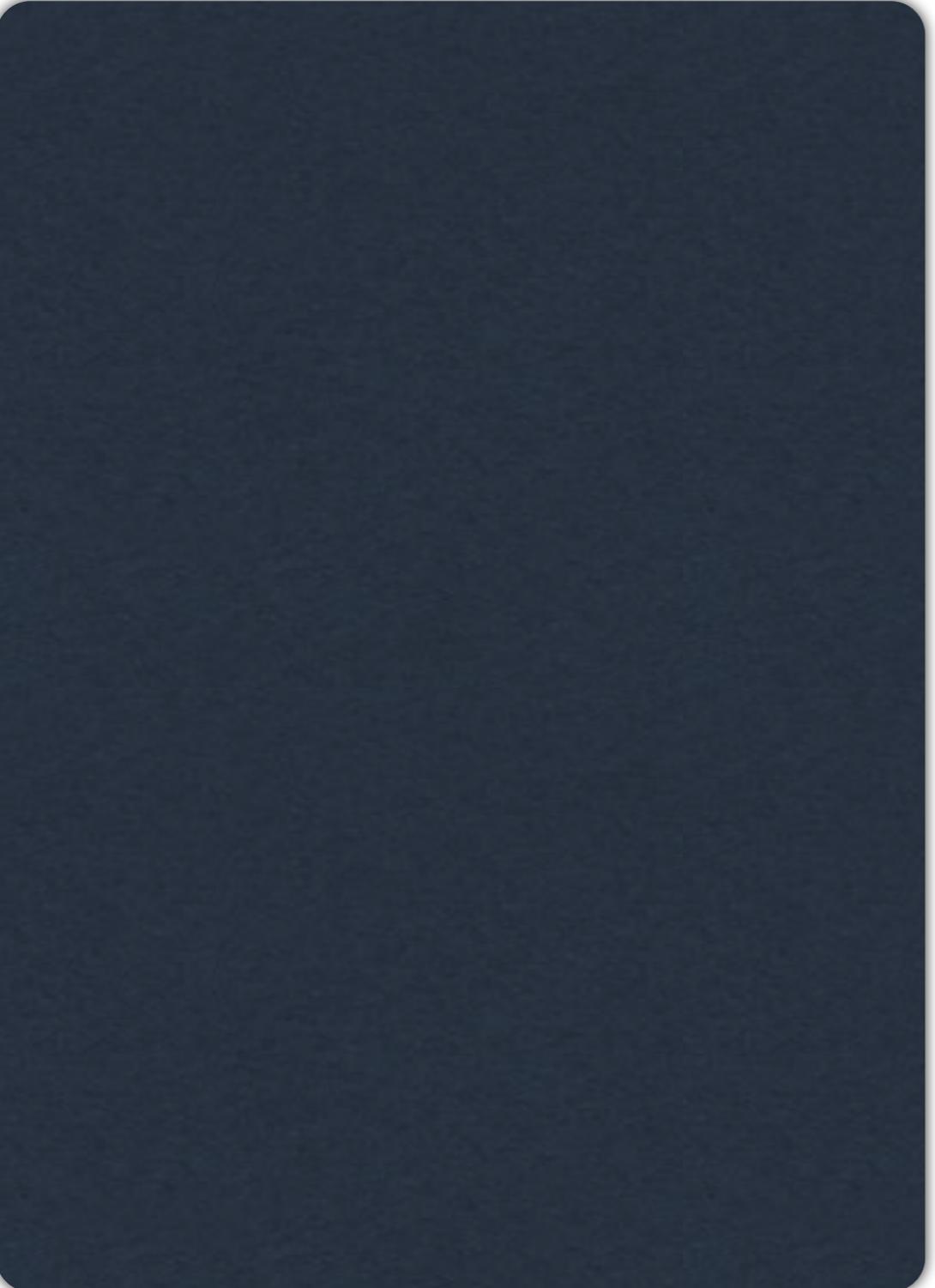
$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$$

- 상품의 수량을 벡터로 나타낸 것
 - 벡터: 순서가 있는 실수의 집합
- 상품의 종류: index로 구분
- 2상품만 존재하는 경우 N=2

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2)$$

상품묶음 ($N=3$)

Commodity Bundle



상품묶음 (N=3) Commodity Bundle



상품묶음 (N=3) Commodity Bundle



상품묶음 (N=3) Commodity Bundle



(스마트폰, 시계, 노트북) = (4, 2, 3)

소비공간, 상품공간 Consumption Space, Commodity Space

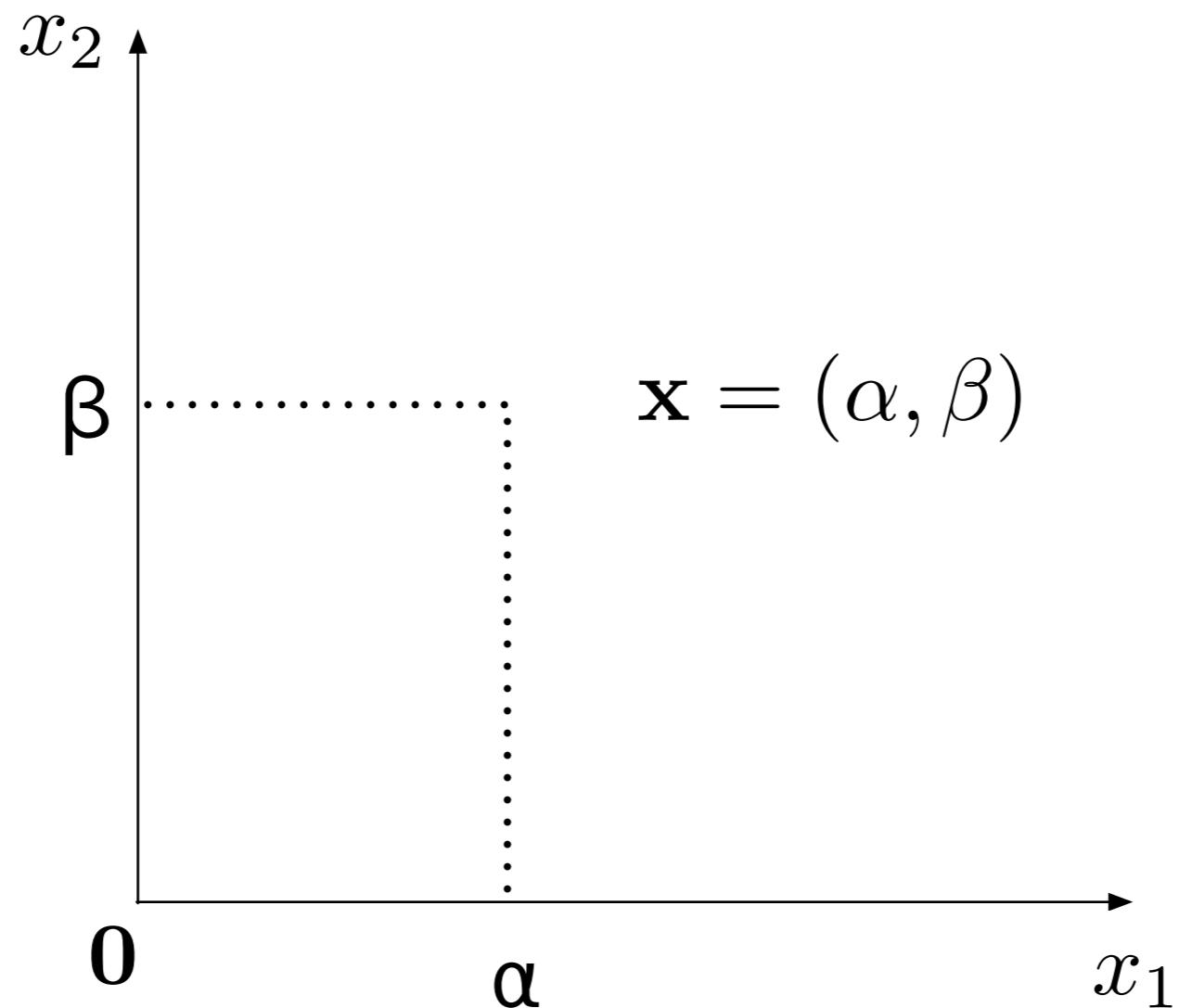
- 상품 묶음의 집합
- $x_i \geq 0$ 이라면 소비공간은 음이 아닌 N차원 실수 공간 (N : 상품의 종류수)
- $N=2$ 이므로 2차원 실수공간

$$\mathbf{x} \in \mathbf{0} \cup \mathbb{R}_+^N$$

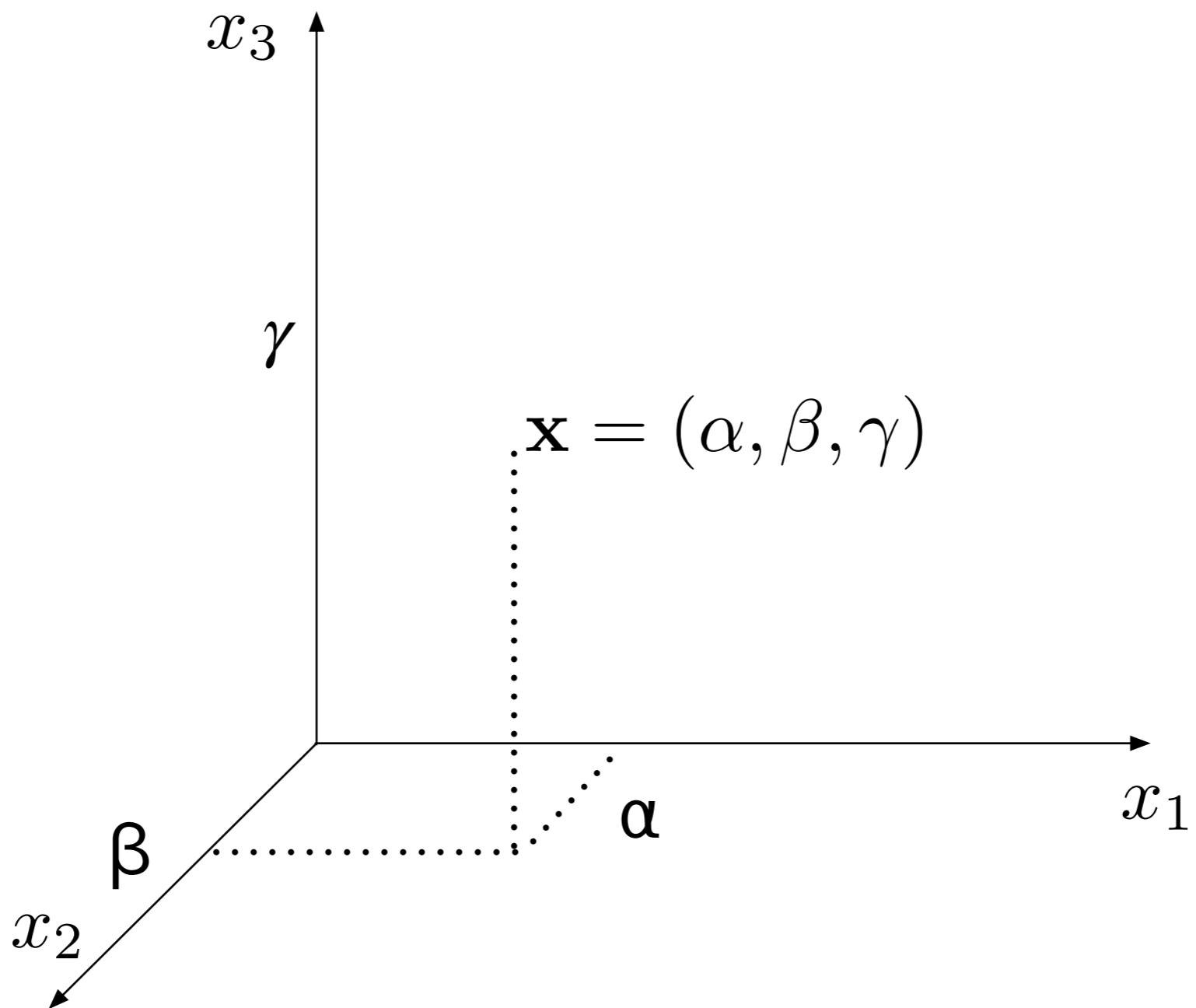
$$\mathbf{R}_+^N := \{(x_1, \dots, x_N) | x_i > 0 \quad \forall i\}$$

$$\mathbf{0} = (0, 0, \dots, 0)$$

Commodity Space (N=2)



Commodity Space (N=3)



예산제약

Budget Constraint

- 어떤 소비자도 자신의 총 소득보다 더 많은 비용을 지출할 수는 없음(대출불가 가정)
- [모든 소비재에 대한 지출] \leq [총소득]
- 예산집합: 위 식이 성립하는 모든 상품묶음의 집합:
 - 예산집합에 포함되는 상품묶음: 소비가능
 - 그렇지 않은 경우: 예산의 제약으로 인해 소비 불가능

총지출금액 계산

$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)$ (x_i : i 번째 상품의 수량)

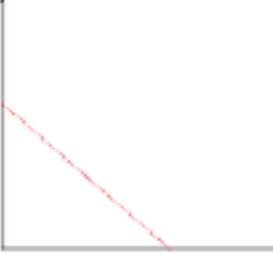
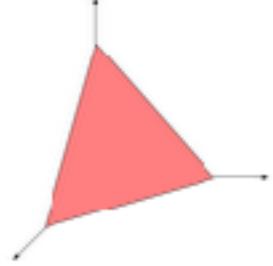
$\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_N)$ (p_i : i 번째 상품의 가격)

$$m = p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_Nx_N = \sum_i^N p_i x_i = \mathbf{p} \bullet \mathbf{x}$$
 (총지출금액)

$$m = p_1x_1 + p_2x_2 \quad (N = 2)$$

Hyperplane

$$\bar{p} \bullet x = \bar{m}$$

N	이름	이미지
N=1	Point (점)	
N=2	Line (직선)	
N=3	Plane (평면)	
N>3	Hyperplane (초평면)	N/A

예산제약

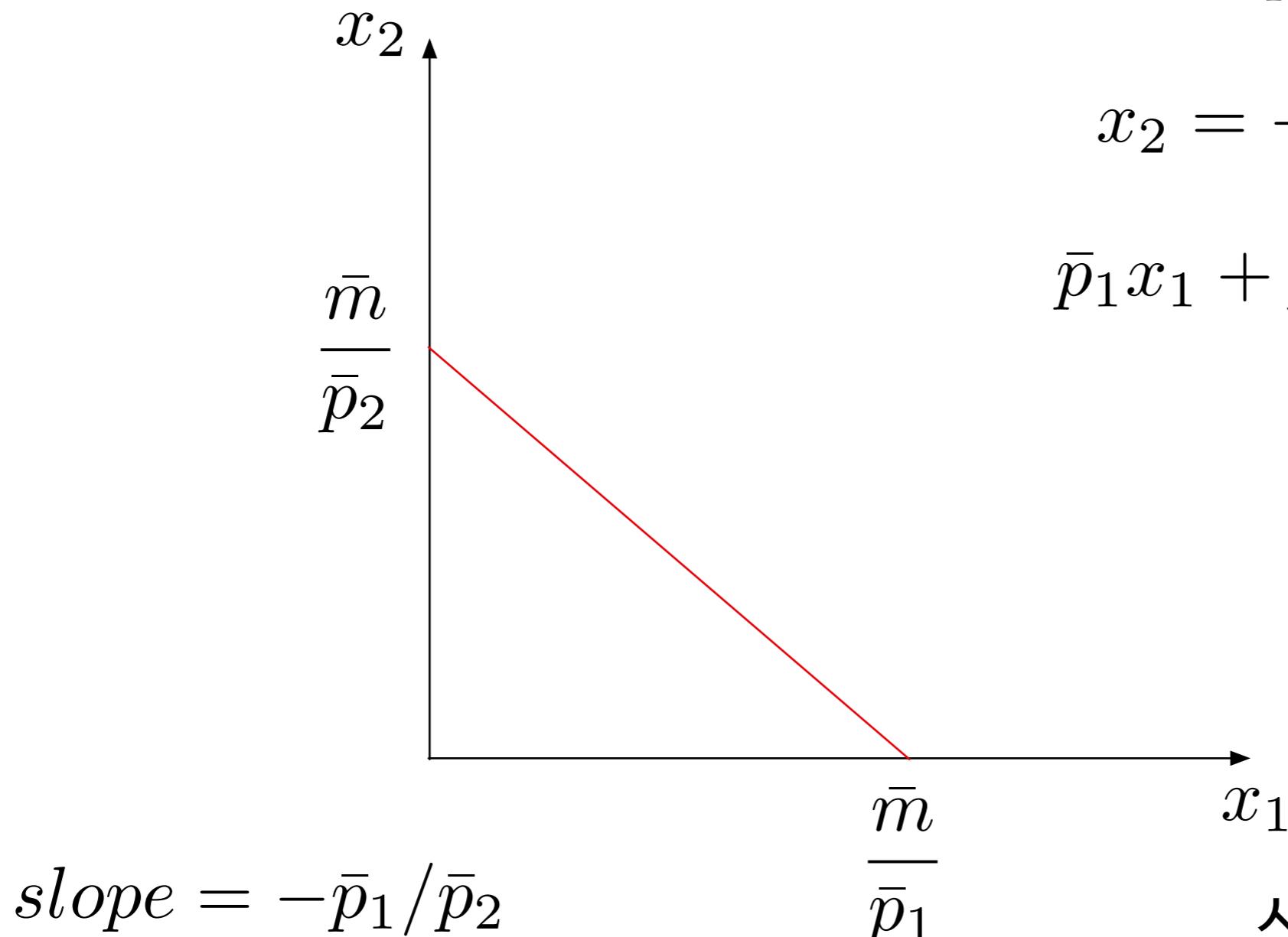
N=2 일 경우의 예산 제약

$$\bar{p}_1 x_1 + \bar{p}_2 x_2 \leq \bar{m}$$

예산 제약의 일반식

$$\bar{\mathbf{p}} \bullet \mathbf{x} \leq \bar{m}$$

$N=2$ 일때의 예산제약



$$\bar{m} = \bar{p}_1 x_1 + \bar{p}_2 x_2$$

$$x_2 = -\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} x_1 + \frac{\bar{m}}{\bar{p}_2}$$

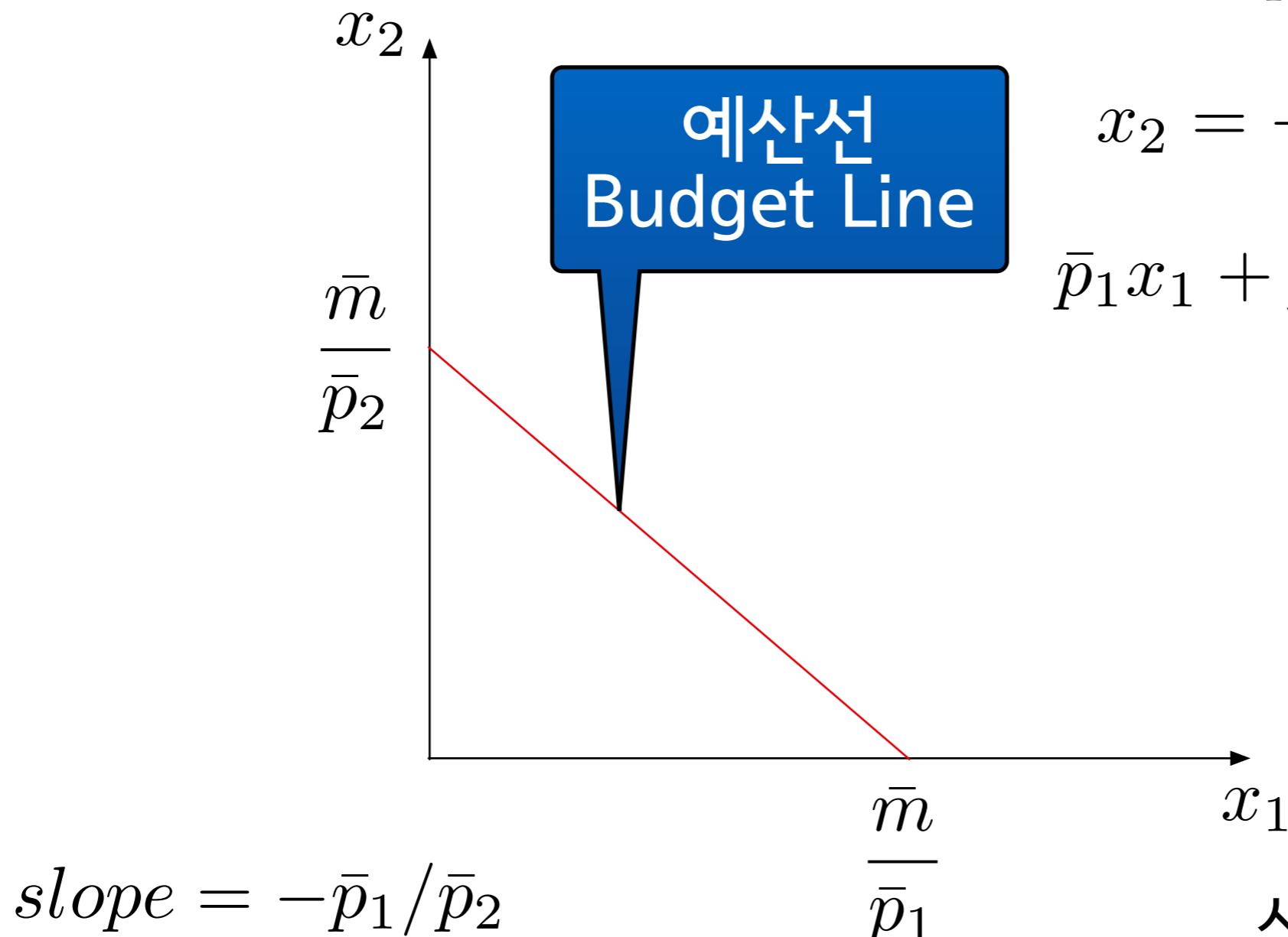
$$\bar{p}_1 x_1 + \bar{p}_2 x_2 \leq \bar{m}$$

식별의 편의를 위해
상수에 bar를 표시함

$$slope = -\bar{p}_1/\bar{p}_2$$

$$\frac{\bar{m}}{\bar{p}_1}$$

$N=2$ 일때의 예산제약



$$\bar{m} = \bar{p}_1 x_1 + \bar{p}_2 x_2$$

$$x_2 = -\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} x_1 + \frac{\bar{m}}{\bar{p}_2}$$

$$\bar{p}_1 x_1 + \bar{p}_2 x_2 \leq \bar{m}$$

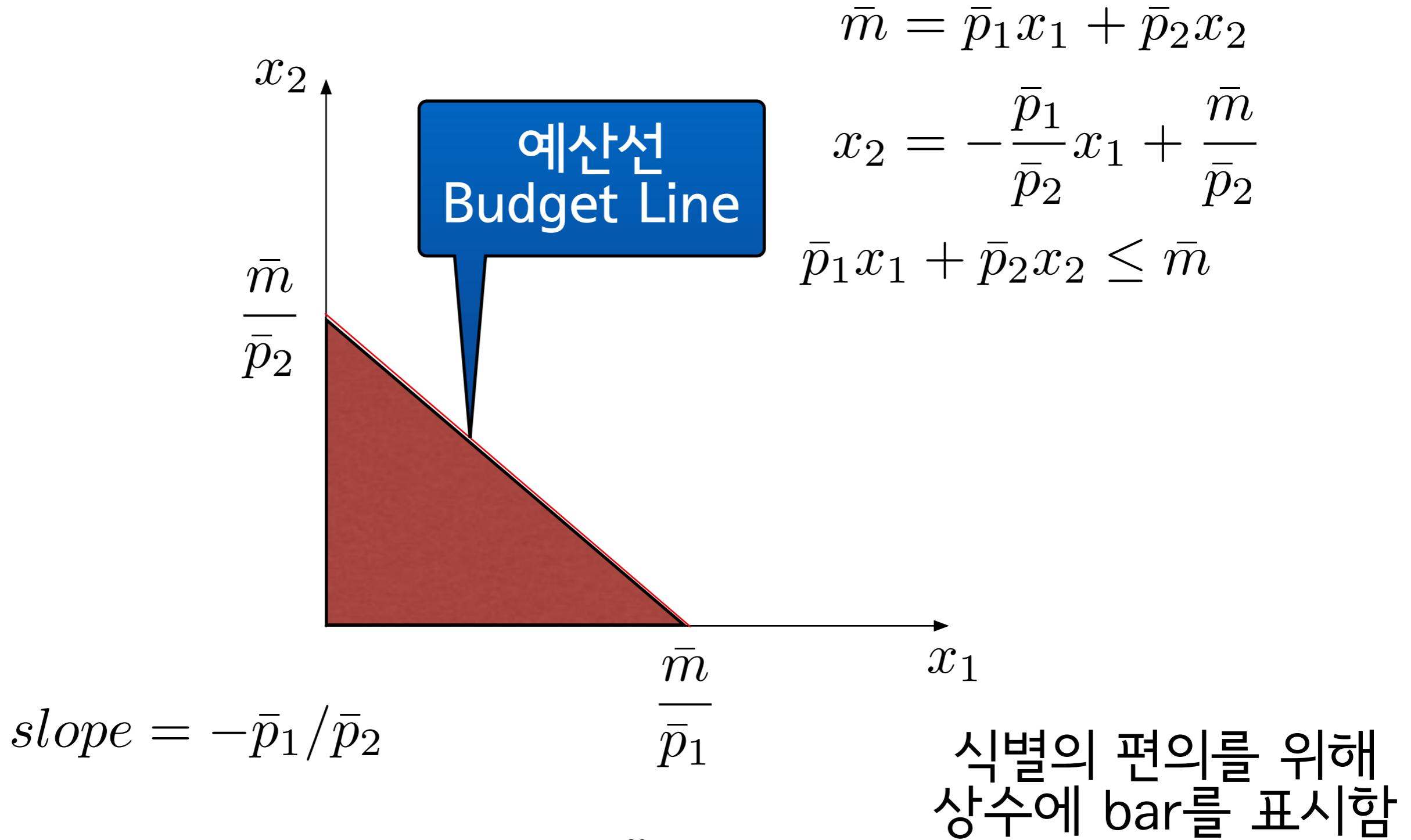
$$slope = -\bar{p}_1 / \bar{p}_2$$

$$\frac{m}{\bar{p}_1}$$

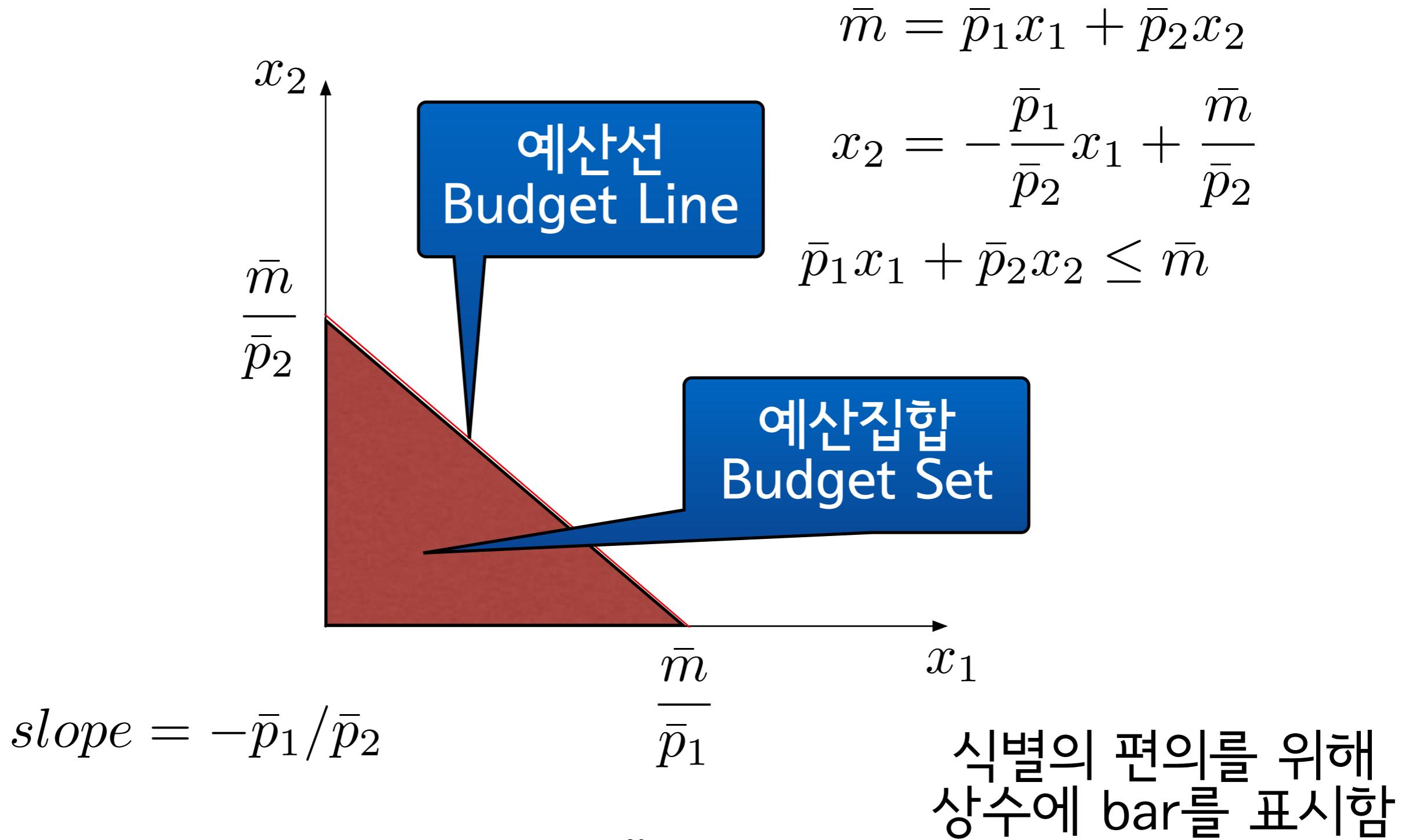
$$x_1$$

식별의 편의를 위해
상수에 bar를 표시함

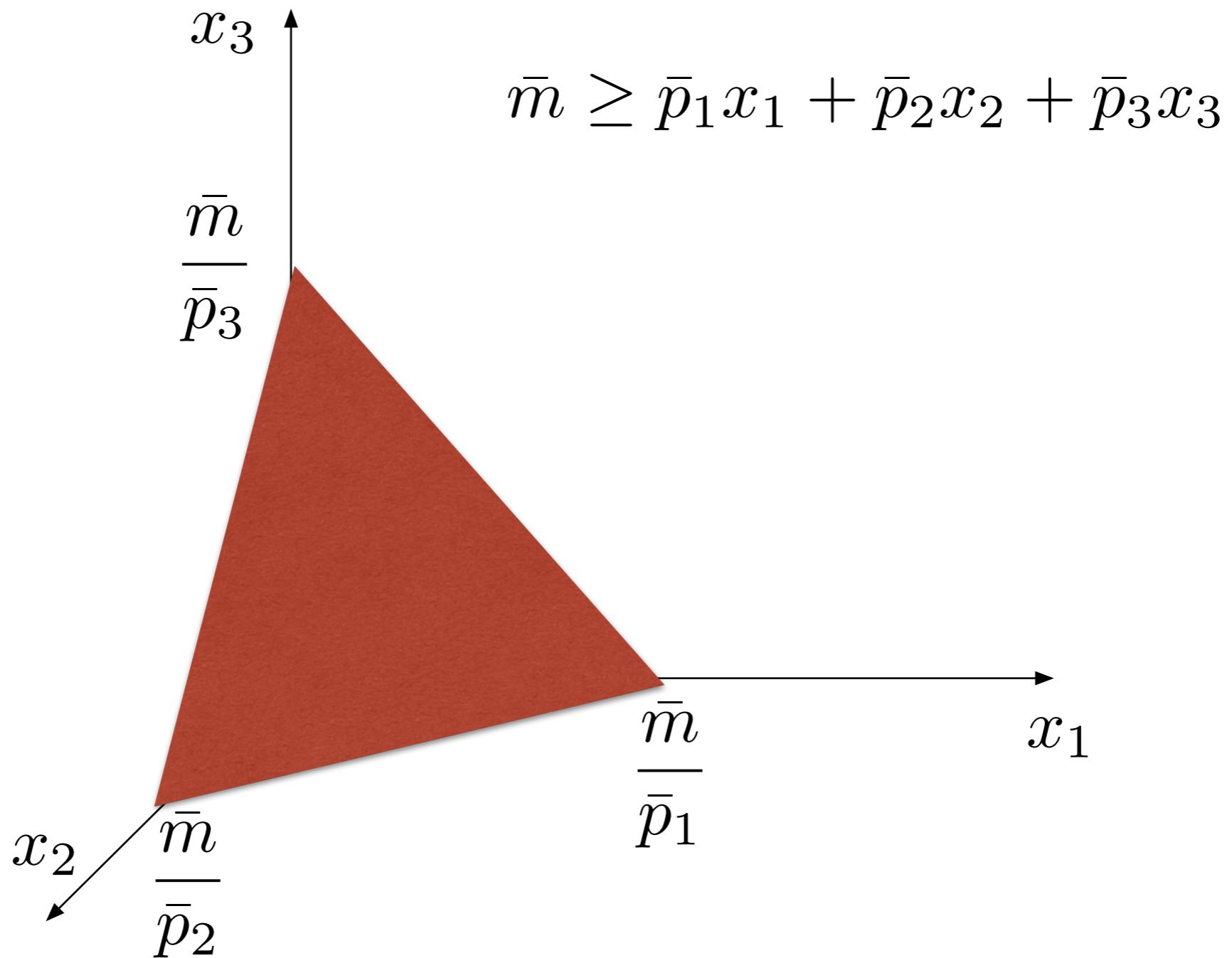
$N=2$ 일때의 예산제약



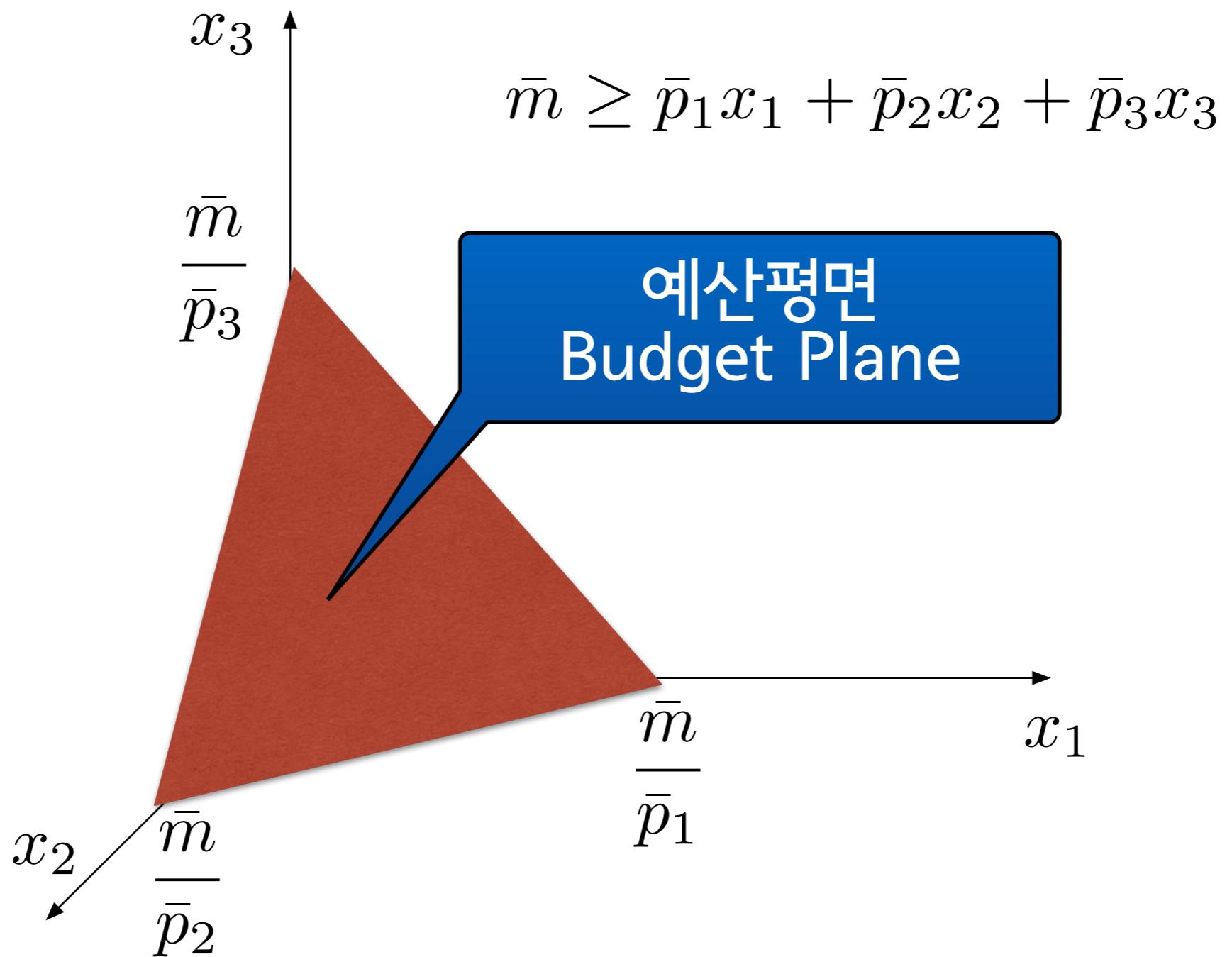
$N=2$ 일때의 예산제약



N=3일 때 예산제약



N=3일때 예산제약



예산선의 기울기의 크기

- 재화의 가격은 양수이므로 기울기는 언제나 음수
- 기울기의 크기 p_1/p_2 : 상대가격
 - p_2 의 가격으로 표현한 p_1 의 가격
- 예: $p_1 = 35000$ (책), $p_2 = 5000$ (볼펜)
 - $p_1/p_2 = 7$ 의 의미: 볼펜(의 가격)으로 표현한 책의 가격
 - “책의 가격은 볼펜 7개의 가격이다”
 - 객관적 교환비율: “책 1권은 볼펜 7개의 비율로 교환 할 수 있다”

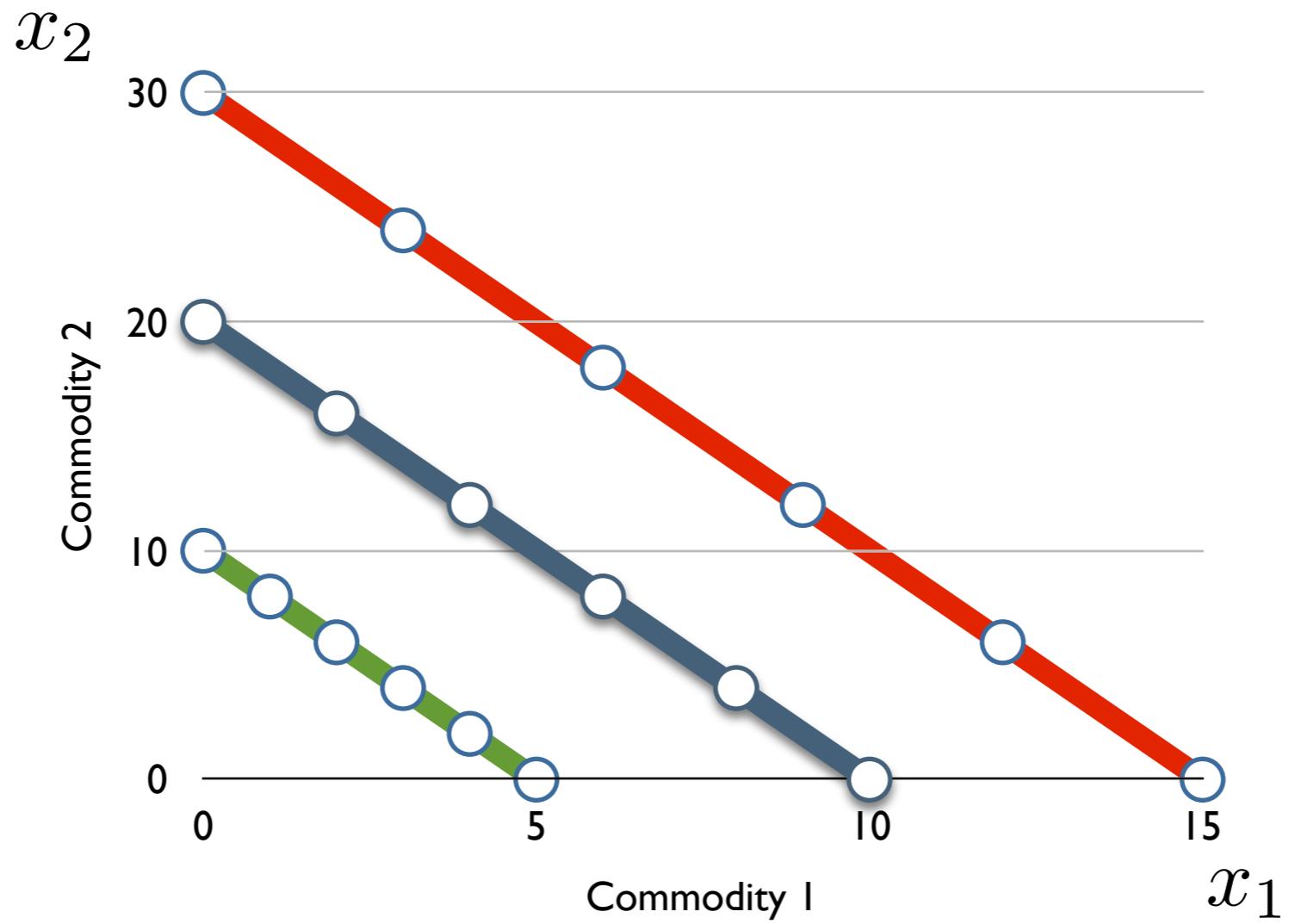
외생변수와 내생변수

- 외생 변수 (Exogenous Variables): 값이 주어진 변수
 - 모형 밖에서 정해진 상수
 - m , p_1 , p_2
- 내생 변수 (Endogenous Variables): 값이 모형 안에서 결정되는 변수
 - 모형 내에서 정해지는 변수
 - x_1 , x_2

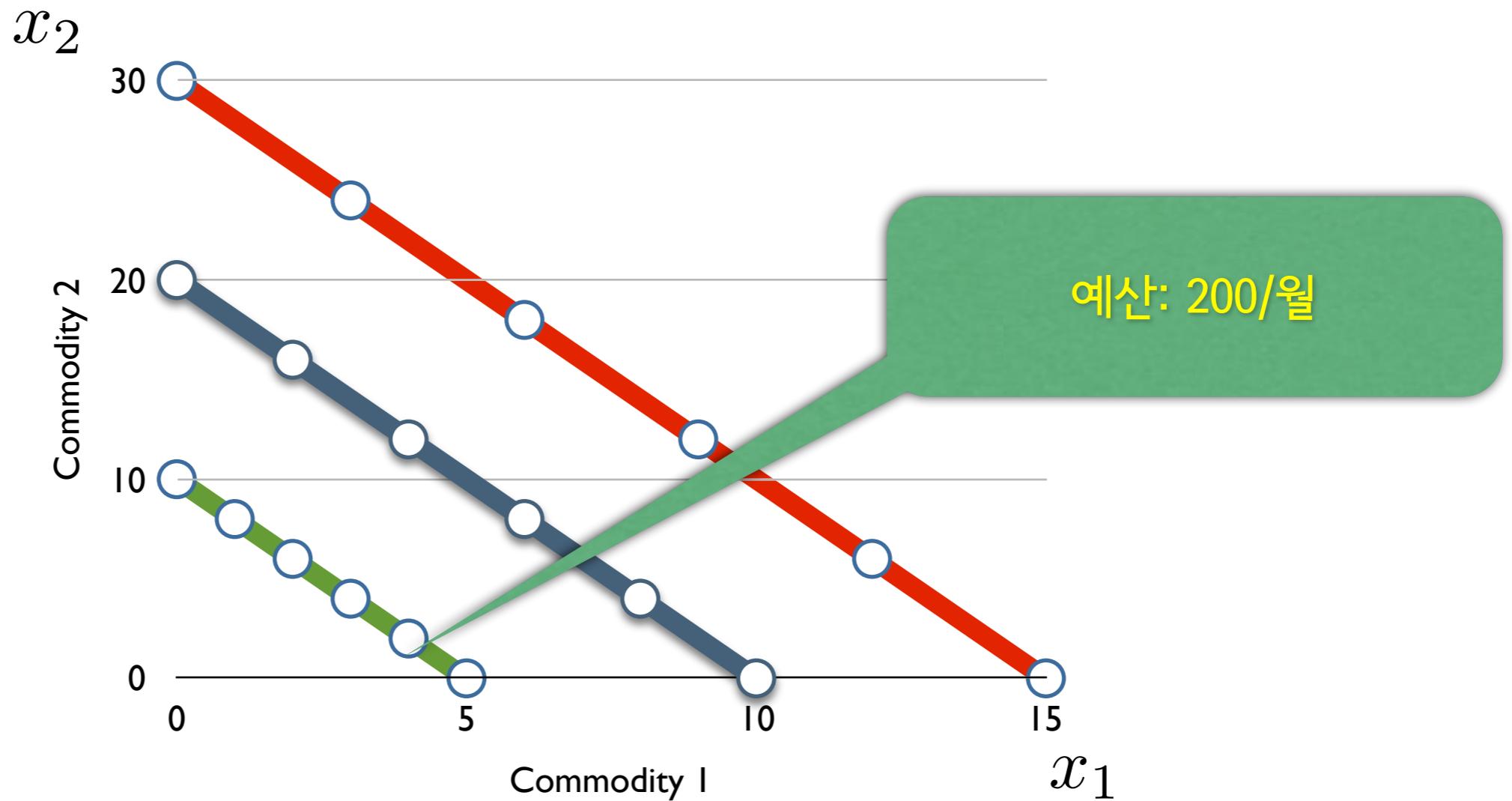
외생변수의 변화에 따른 예산집합의 변화

Case	변화 양상	의미
m이 변화할 경우	예산선의 평행이동	소득 변화
p가 변화할 경우	예산선의 회전, 평행 이동	가격 변화

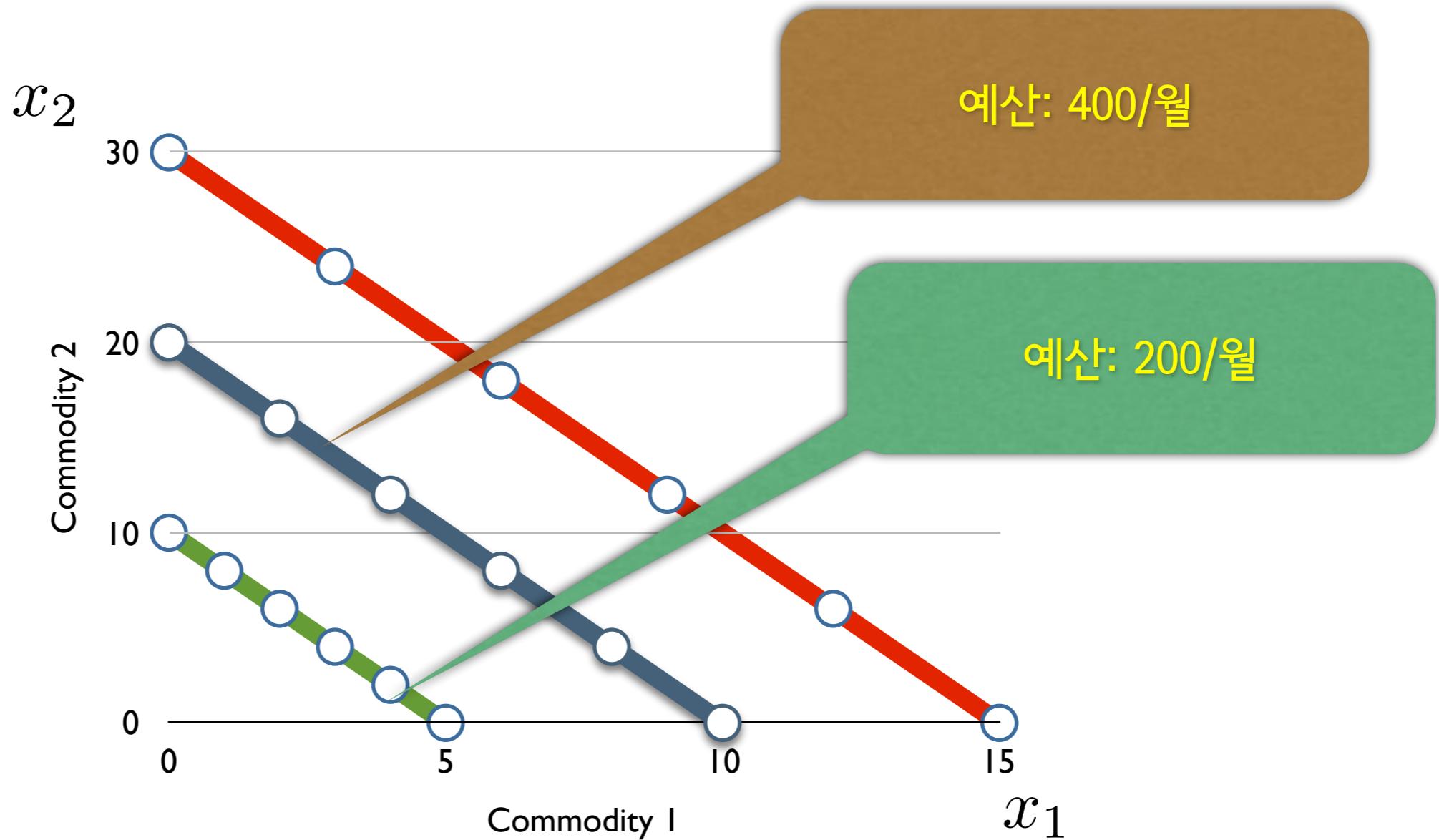
예산선과 소득 Budget Line



예산선과 소득 Budget Line

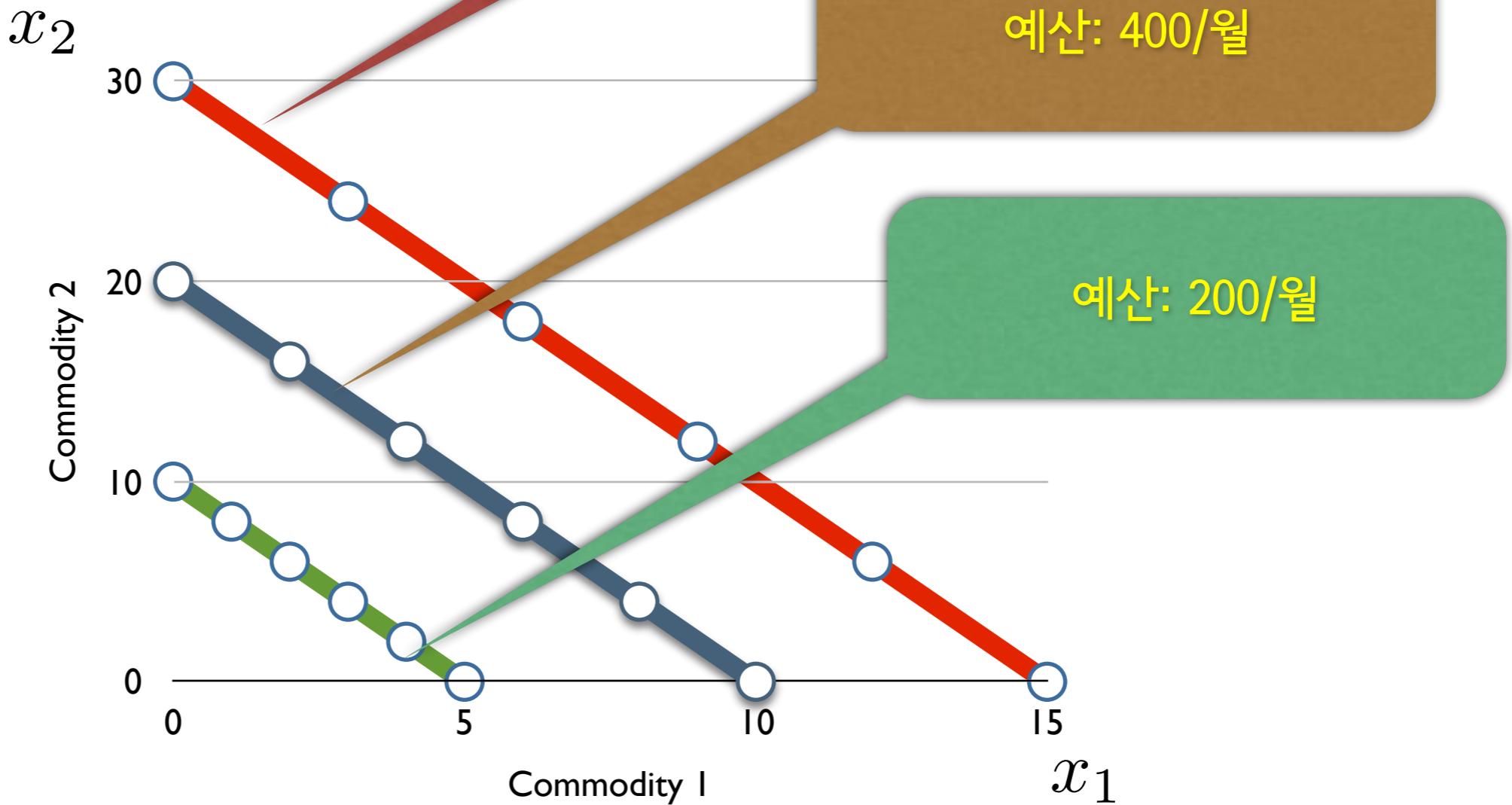


예산선과 소득 Budget Line



예산선과 소드

Budget Line



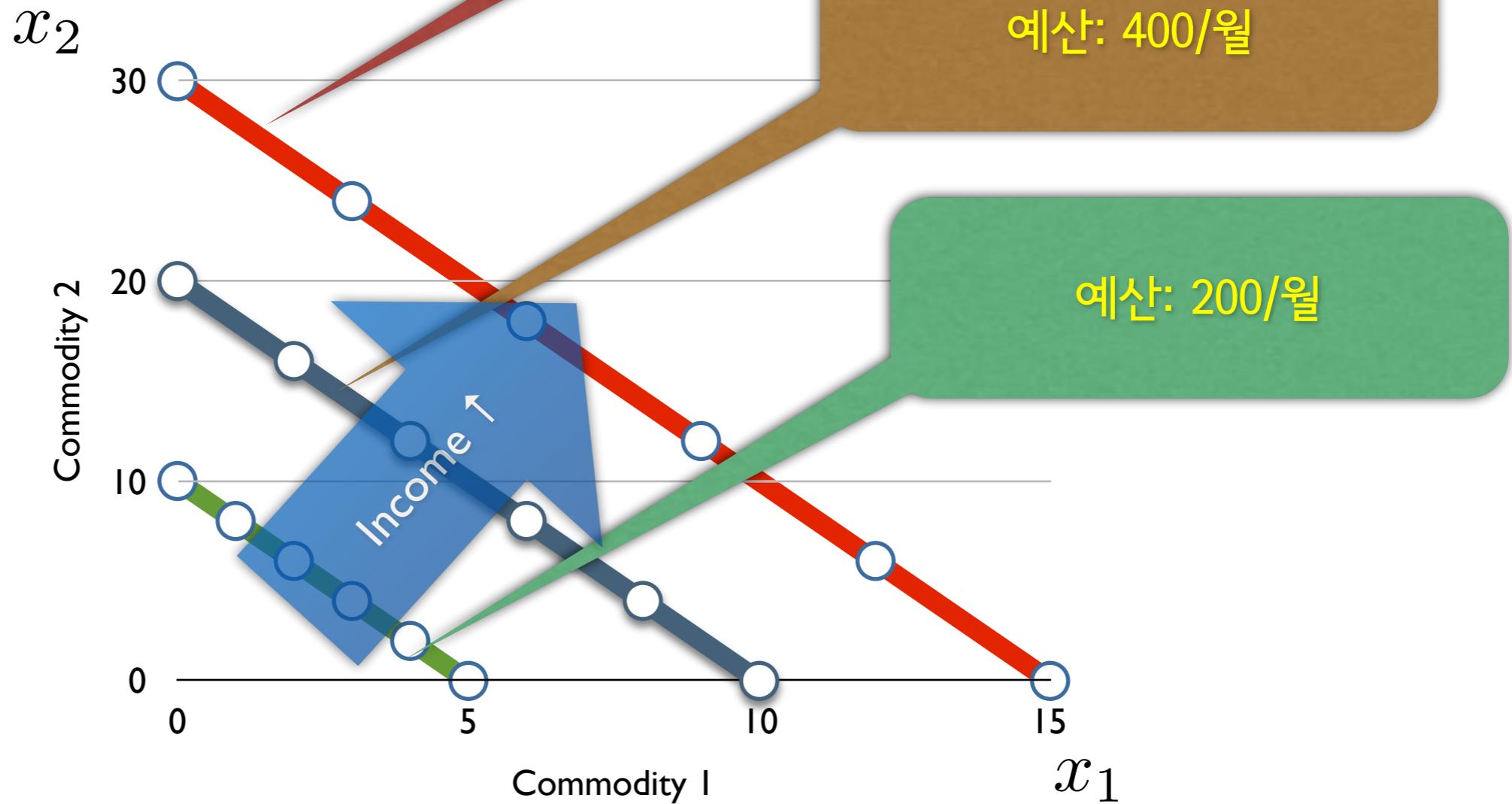
예산: 600/월

예산: 400/월

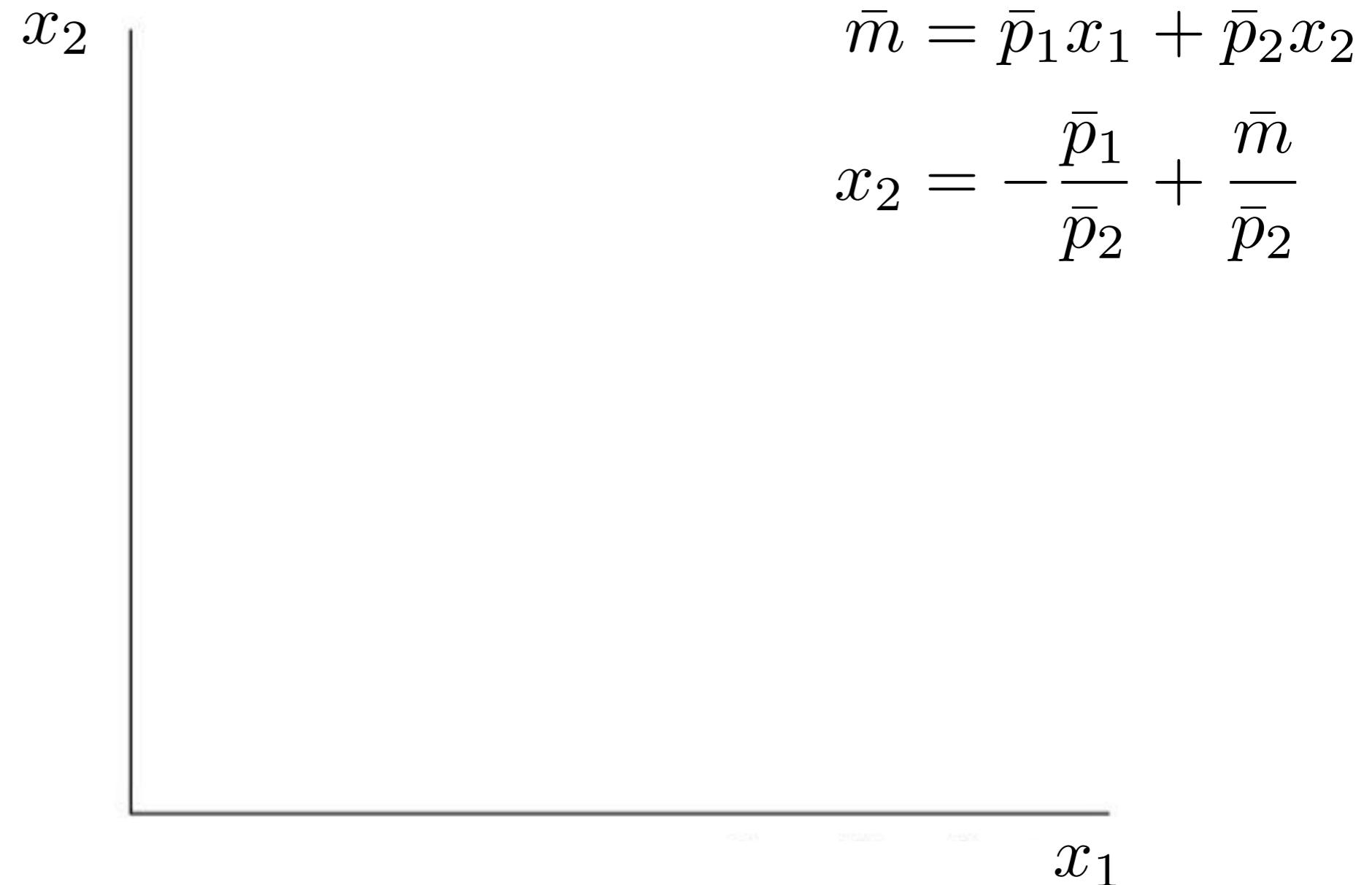
예산: 200/월

예산선과 소드

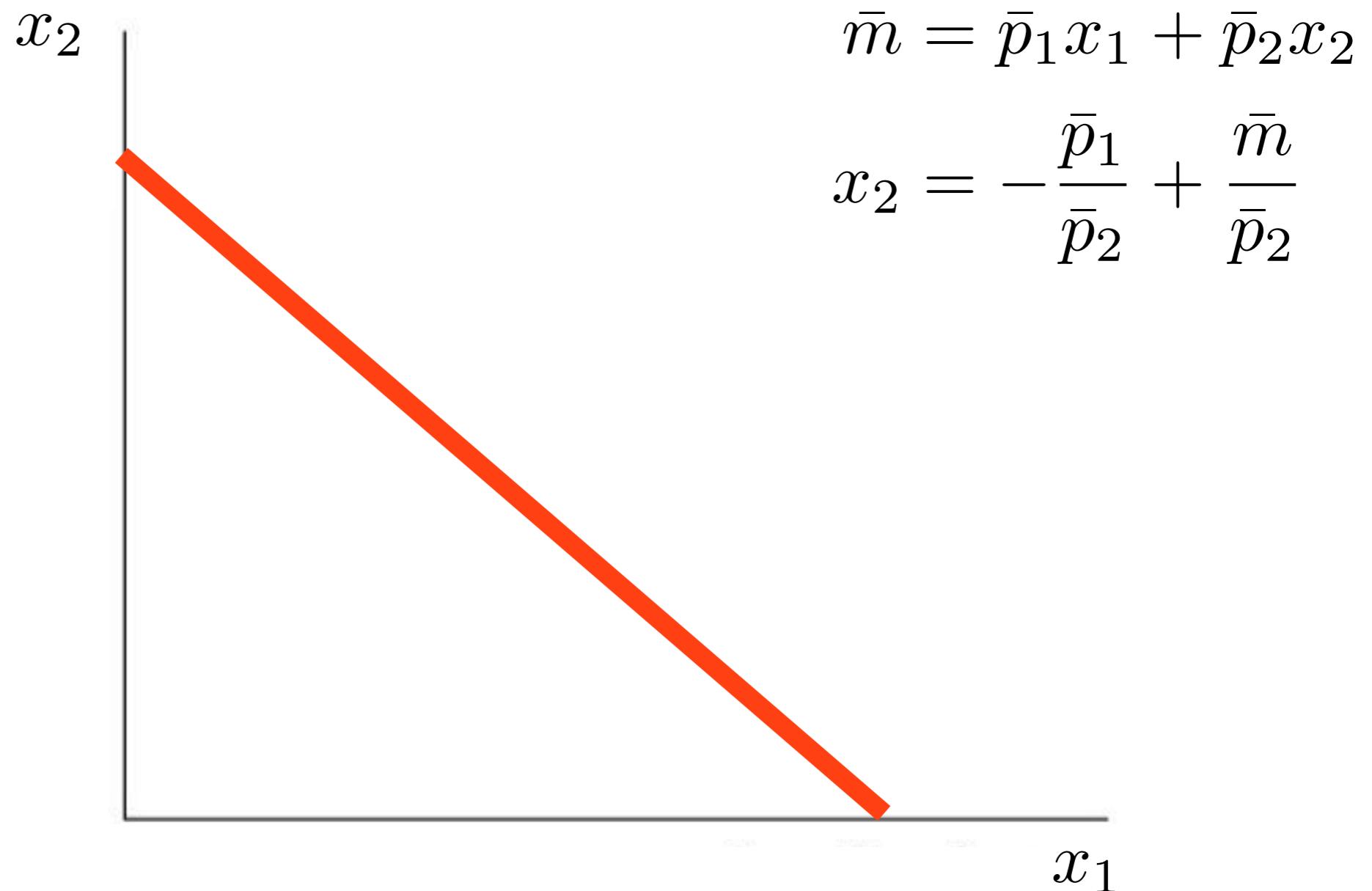
Budget Line



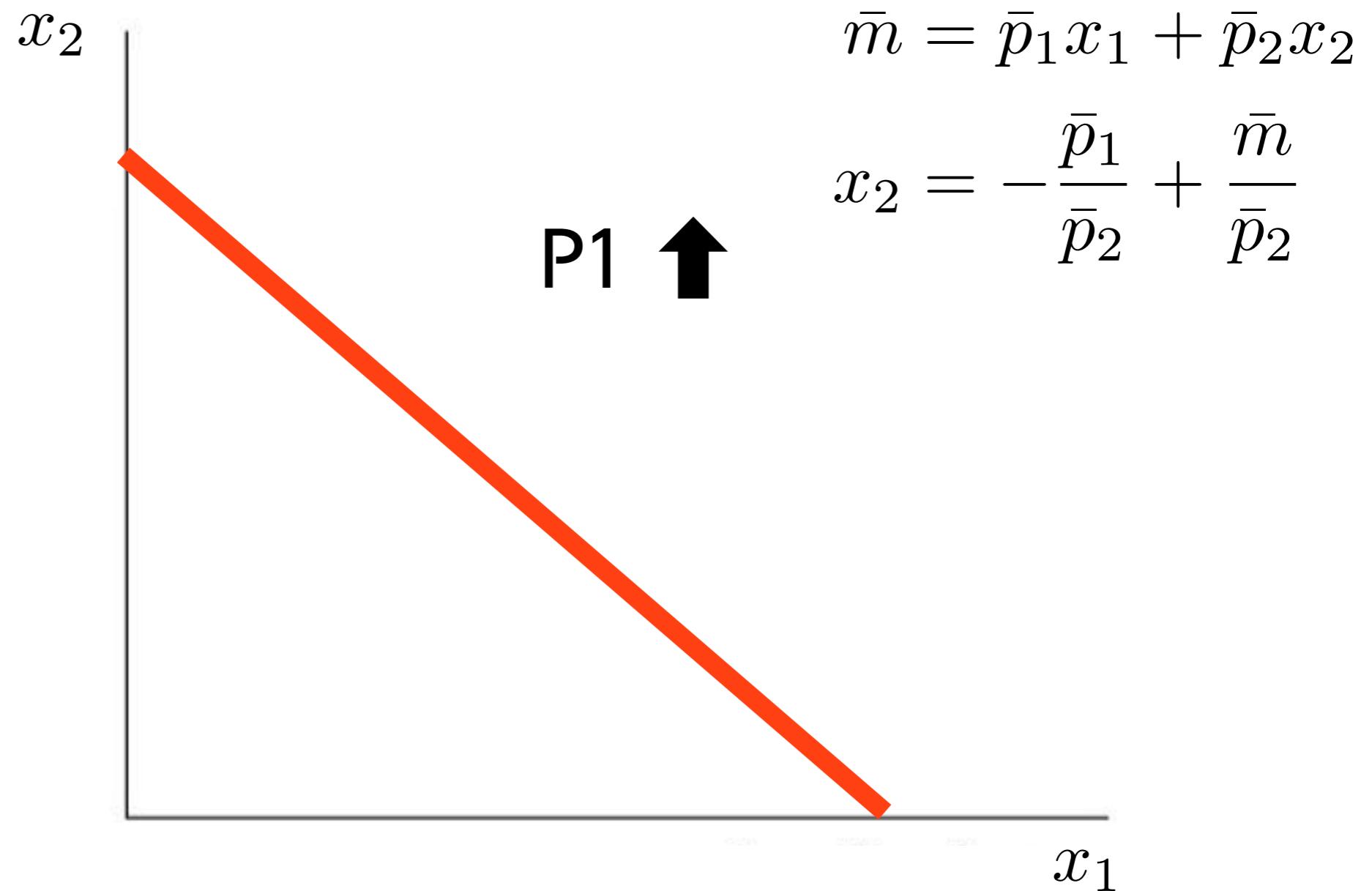
상품1의 가격상승과 예산선 변화



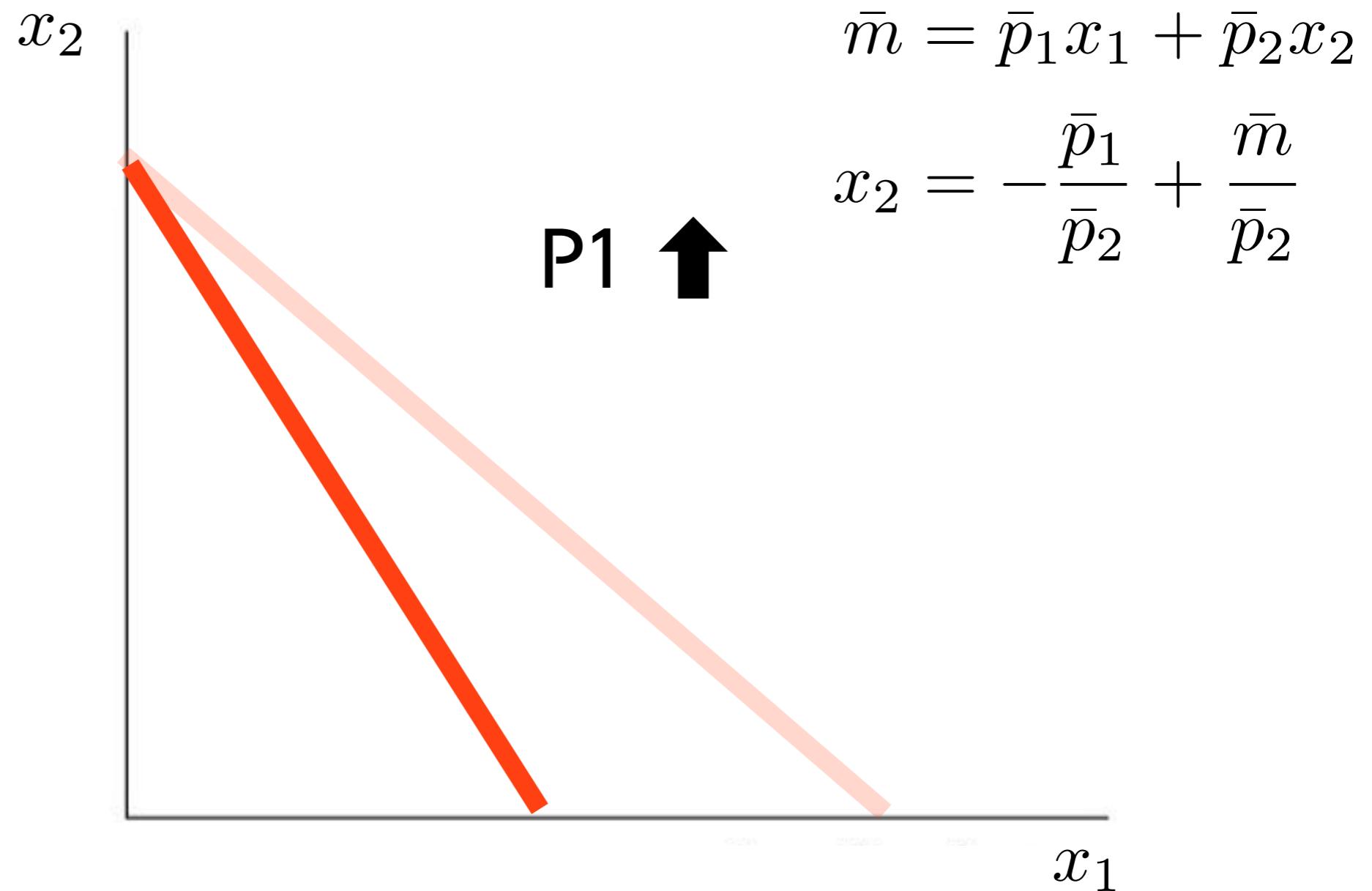
상품1의 가격상승과 예산선 변화



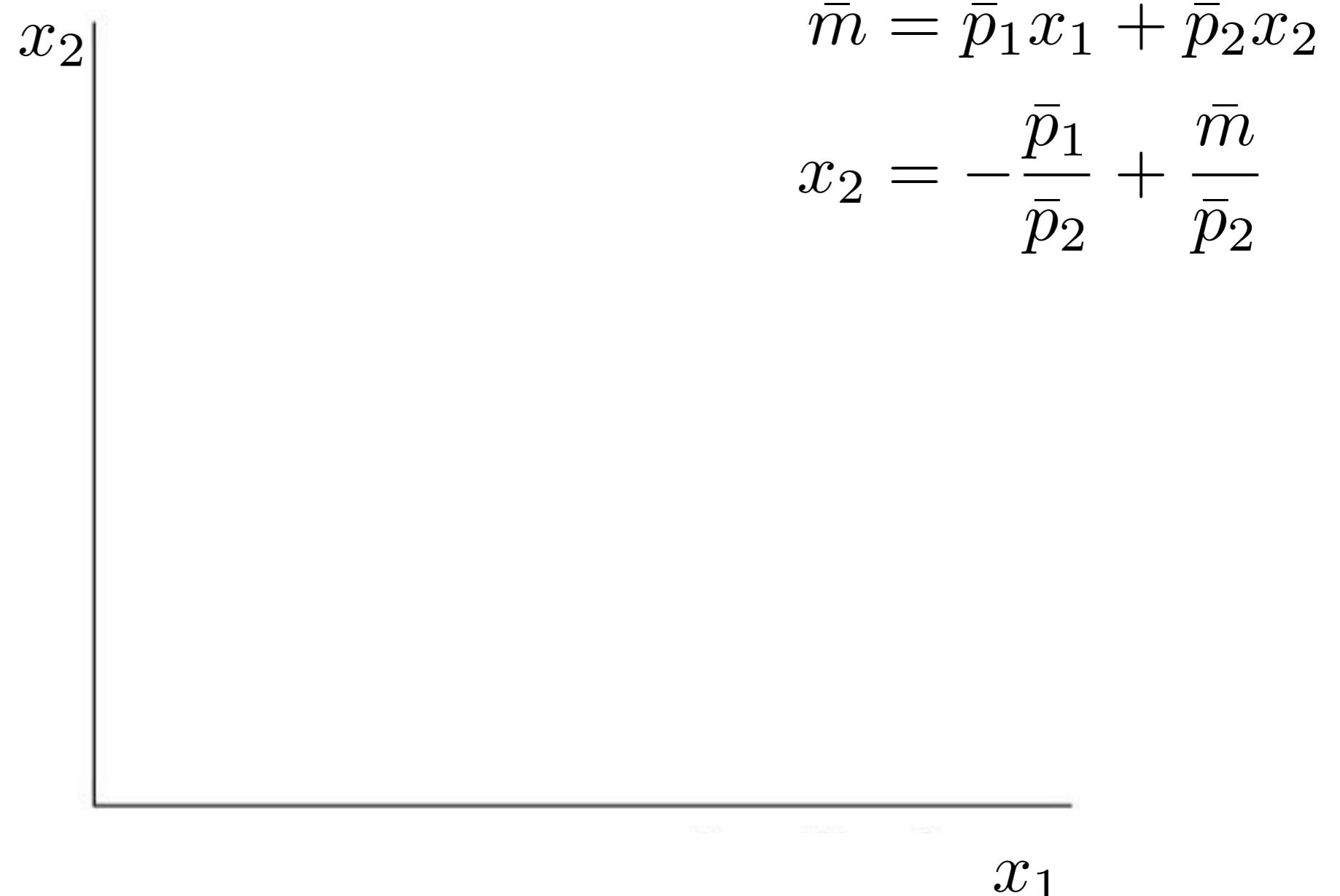
상품1의 가격상승과 예산선 변화



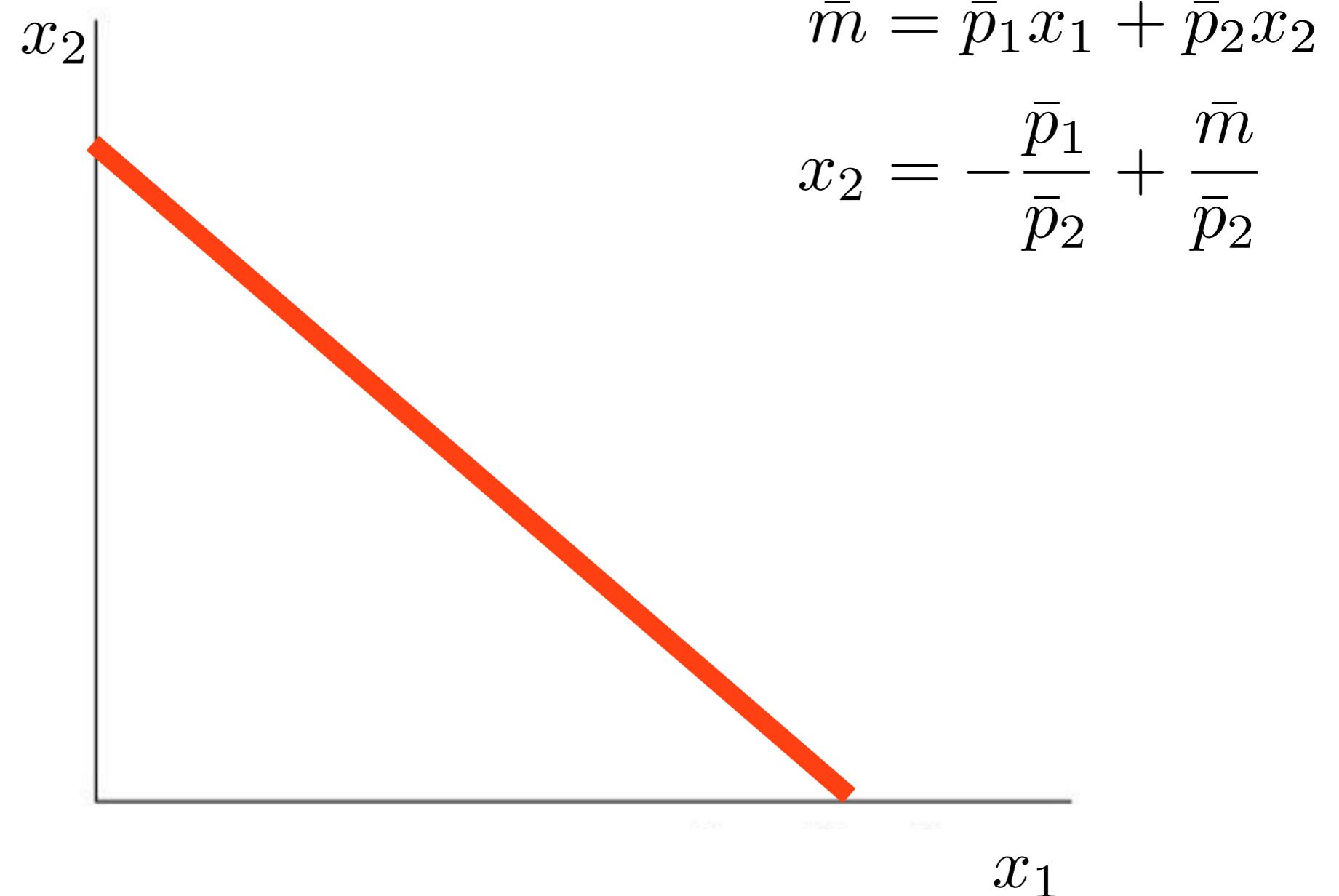
상품1의 가격상승과 예산선 변화



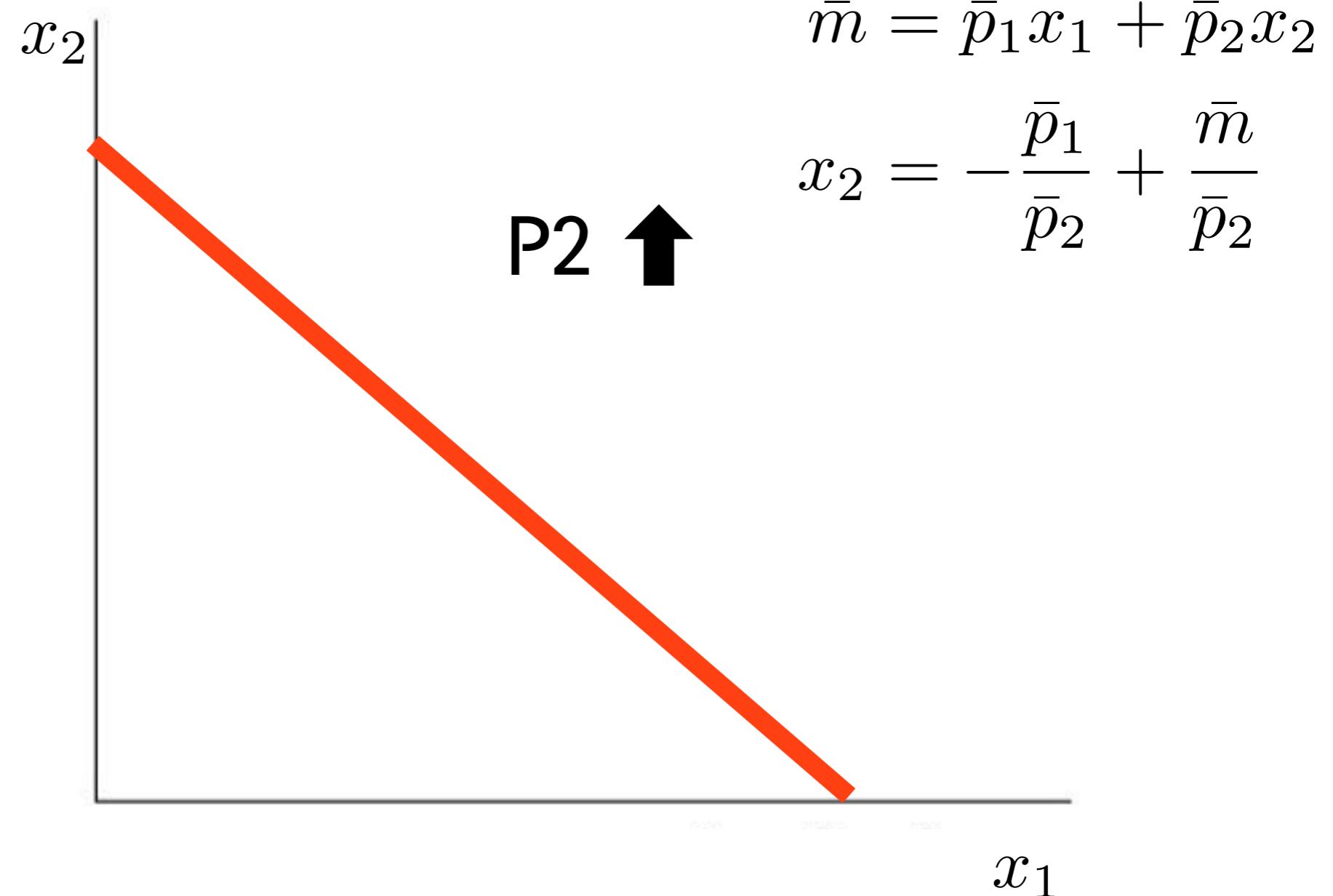
상품1의 가격상승과 예산선 변화



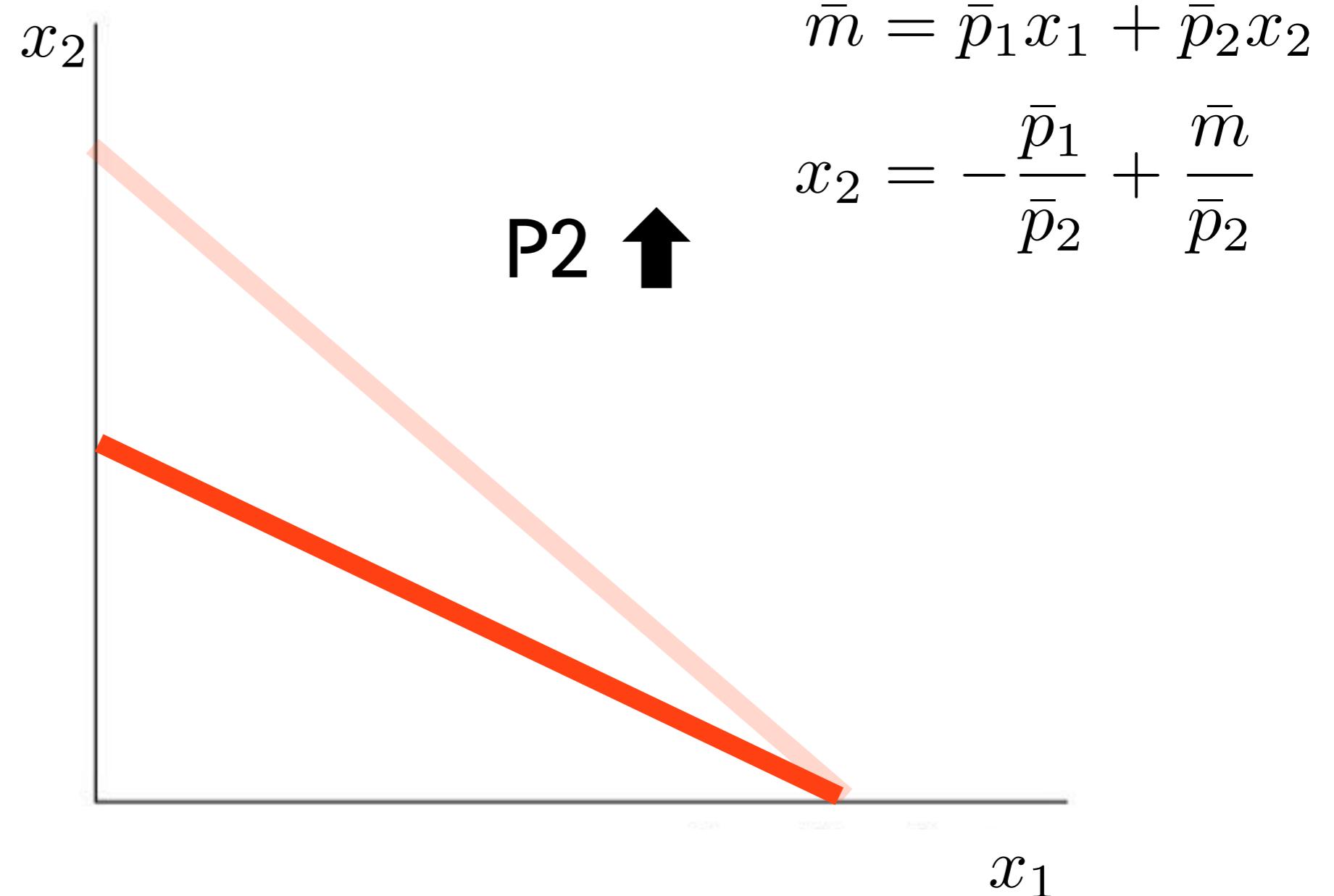
상품1의 가격상승과 예산선 변화



상품1의 가격상승과 예산선 변화



상품1의 가격상승과 예산선 변화



m, p_1, p_2 모두 변화하는 경우

- 변화한 예산선을 그리고 예산집합을 표현하면 됨
- 특수한 경우
 - p_1, p_2, m 이 모두 동일한 비율로 변하는 경우에는 예산선이 달라지지 않음
 - 그래프의 모든 지점이 상대비율로 표현되기 때문
 - 예산집합은 가격과 소득에 대해 0차 동차 (homogeneous of degree 0 in prices and income)
- 사고실험: 한국의 모든 가격체계를 \$로 표현하기
 - 화폐환상(money illusion)이 없음을 전제로 함

다양한 상황에서의 예산집합

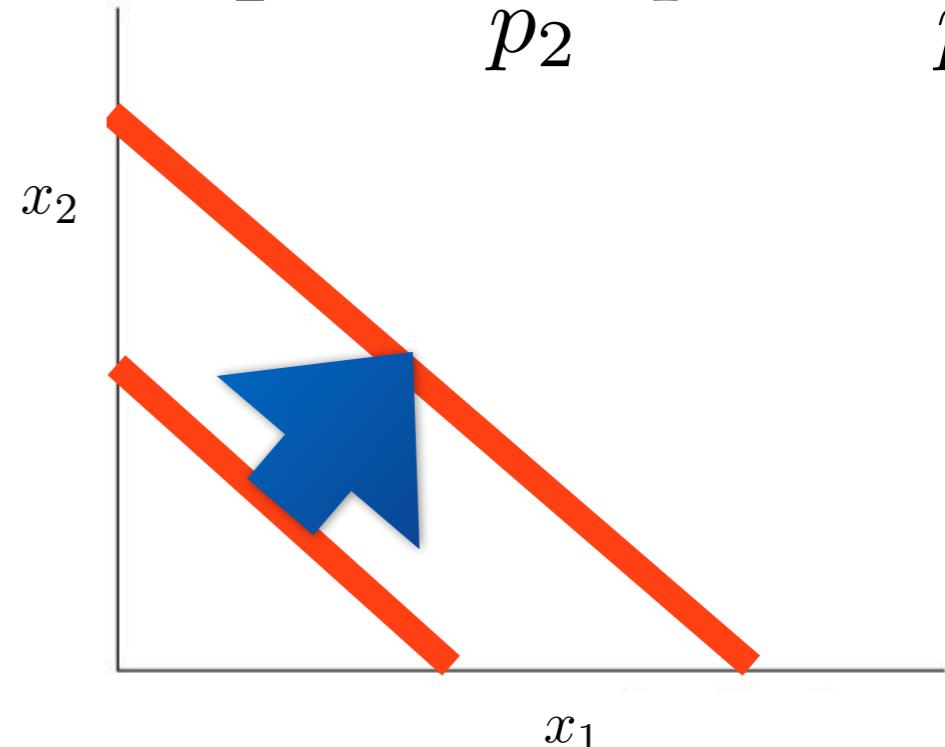
- 예산집합은 경우에 따라 직선으로 표현되지 않을 수도 있음
 - 현금보조 (money transfer)
 - 현물보조 (in-kind transfer)
 - 물량 할당 (rationing)
 - 보조금, 세금 (subsidy and tax)

현금보조 Money Transfer

$$\bar{m} + \bar{m}^* = \bar{p}_1 x_1 + \bar{p}_2 x_2$$

$$x_2 = -\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} x_1 + \frac{\bar{m} + \bar{m}^*}{\bar{p}_2}$$

- 현금보조 m^* 를 받은 소비자
의 예산선 변화
- 소비자의 입장에서는 m^* 만
큼의 소득 증가와 다를 바가
없음



현물보조 In-kind Transfer

- 재화를 직접 증여
- 현금보조시 의도한 소비와 다른 소비를 할 가능성
이 높을 경우 실시할 수 있음
 - 예: 중독자에 대한 보조
- 예: m^* 가치만큼의 x_1 재화로 보조할 경우
 - m^* 가치만큼의 x_1 의 양 (x_1^*) = m^*/p_1
- 보조받은 것을 전제로 한 x_1 의 양을 x_1' 이라고 하고 보조받은 현물은 되팔 수 없다면:

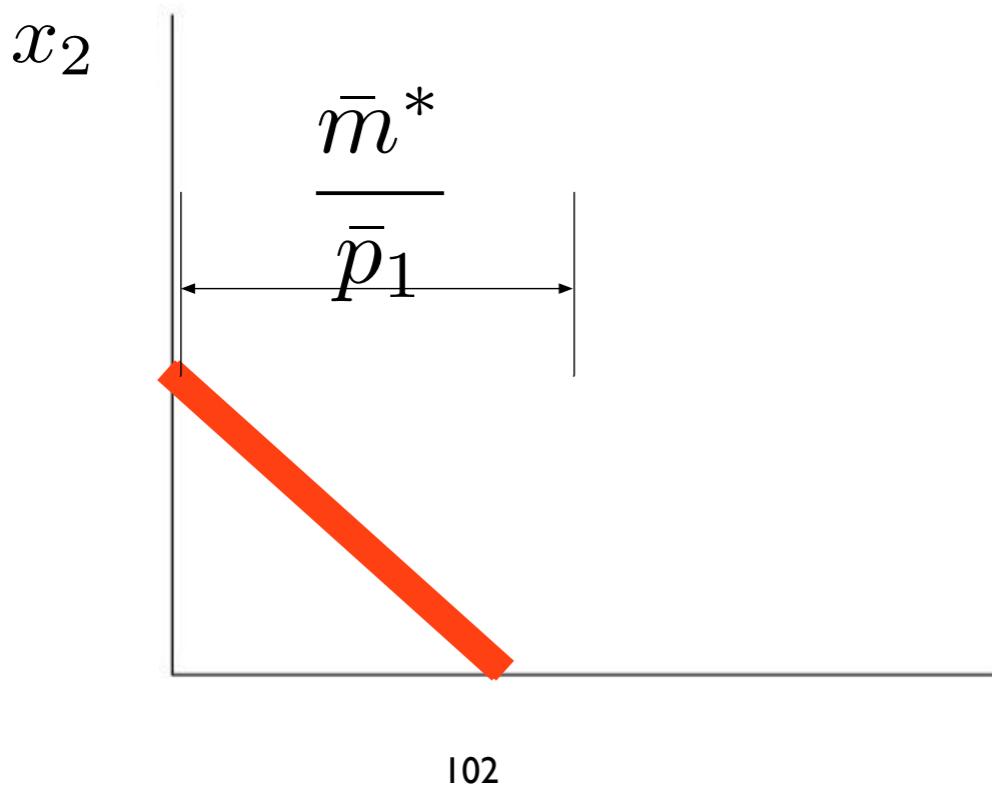
$$x_1' = x_1 + m^*/p_1 \Rightarrow x_1 = x_1' - m^*/p_1 \geq 0$$

현물보조 | 예산선

$$x'_1 = x_1 + m^*/p_1 \Rightarrow x_1 = x'_1 - m^*/p_1 \geq 0$$

$$\bar{m} = \bar{p}_1(x'_1 - \frac{\bar{m}^*}{\bar{p}_1}) + \bar{p}_2 x_2$$

$$x_2 = -\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2}x'_1 + \frac{\bar{m} + \bar{m}^*}{\bar{p}_2}, \quad x'_1 \geq \frac{\bar{m}^*}{\bar{p}_1}$$



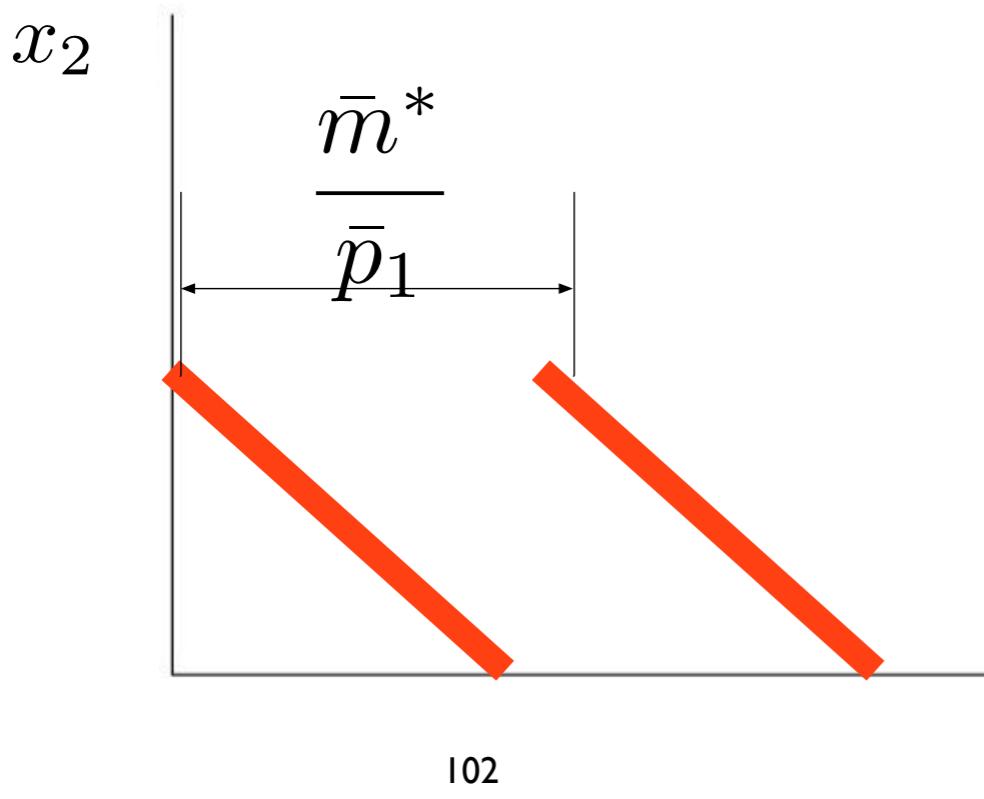
현물의 환금이 손실없이
가능하다면
현금보조와 동일함

현물보조 | 예산선

$$x'_1 = x_1 + m^*/p_1 \Rightarrow x_1 = x'_1 - m^*/p_1 \geq 0$$

$$\bar{m} = \bar{p}_1(x'_1 - \frac{\bar{m}^*}{\bar{p}_1}) + \bar{p}_2 x_2$$

$$x_2 = -\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2}x'_1 + \frac{\bar{m} + \bar{m}^*}{\bar{p}_2}, \quad x'_1 \geq \frac{\bar{m}^*}{\bar{p}_1}$$



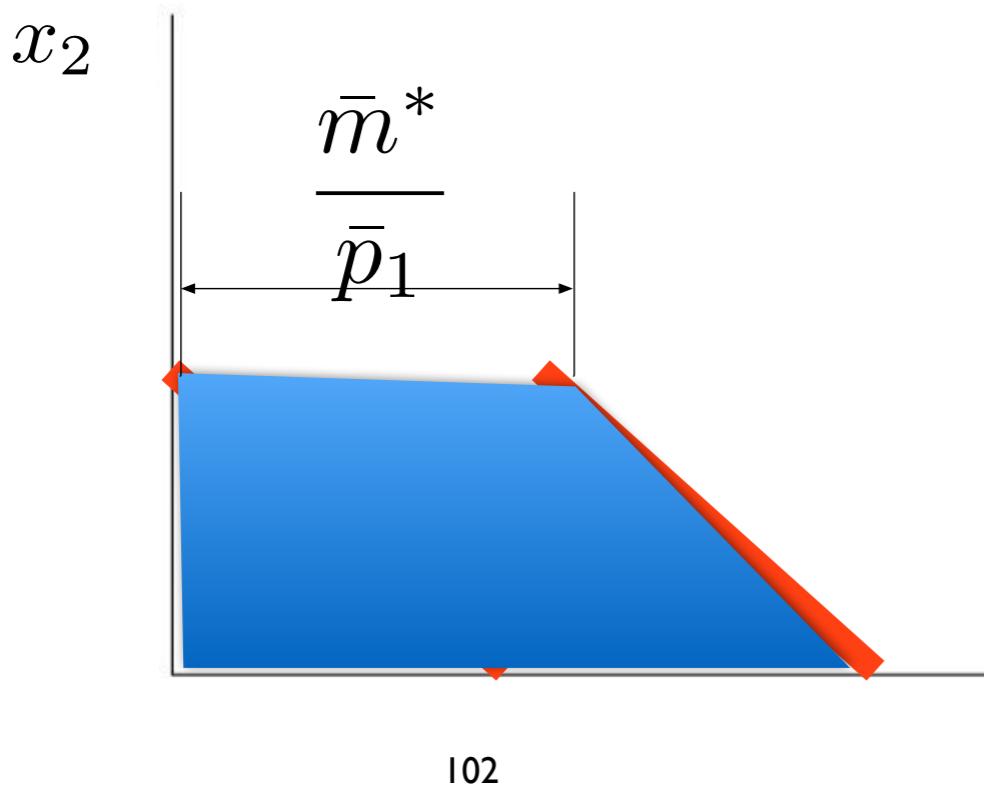
현물의 환금이 손실없이
가능하다면
현금보조와 동일함

현물보조 | 예산선

$$x'_1 = x_1 + m^*/p_1 \Rightarrow x_1 = x'_1 - m^*/p_1 \geq 0$$

$$\bar{m} = \bar{p}_1(x'_1 - \frac{\bar{m}^*}{\bar{p}_1}) + \bar{p}_2 x_2$$

$$x_2 = -\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2}x'_1 + \frac{\bar{m} + \bar{m}^*}{\bar{p}_2}, \quad x'_1 \geq \frac{\bar{m}^*}{\bar{p}_1}$$



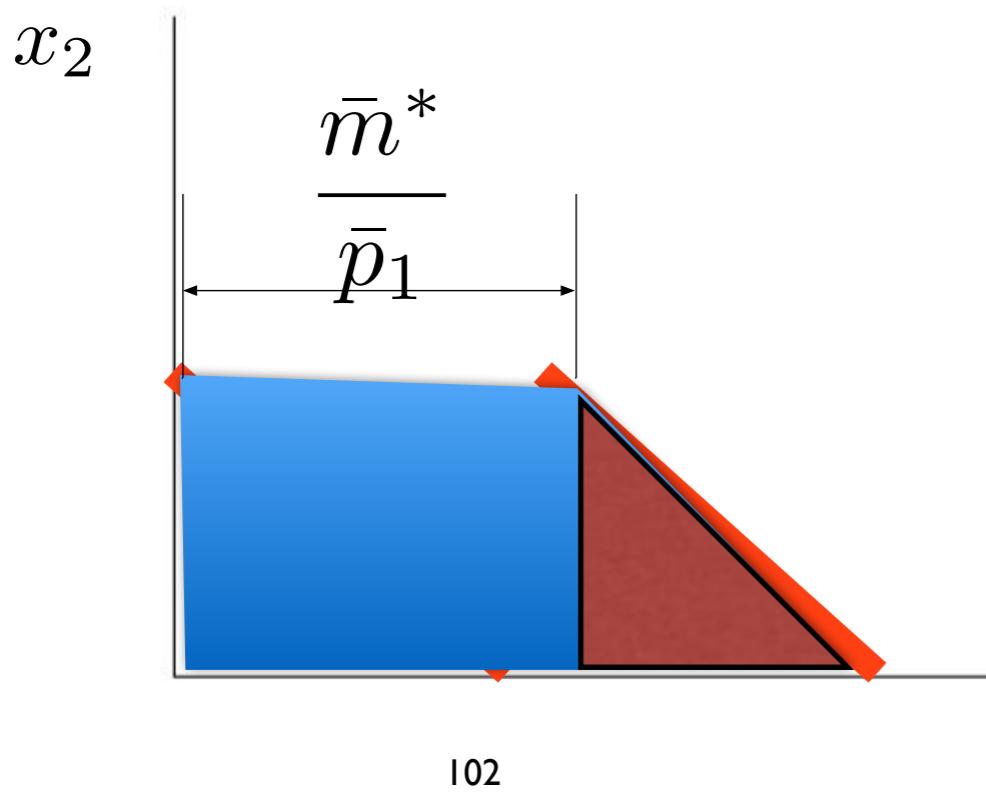
현물의 환금이 손실없이
가능하다면
현금보조와 동일함

현물보조 | 예산선

$$x'_1 = x_1 + m^*/p_1 \Rightarrow x_1 = x'_1 - m^*/p_1 \geq 0$$

$$\bar{m} = \bar{p}_1(x'_1 - \frac{\bar{m}^*}{\bar{p}_1}) + \bar{p}_2 x_2$$

$$x_2 = -\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2}x'_1 + \frac{\bar{m} + \bar{m}^*}{\bar{p}_2}, \quad x'_1 \geq \frac{\bar{m}^*}{\bar{p}_1}$$

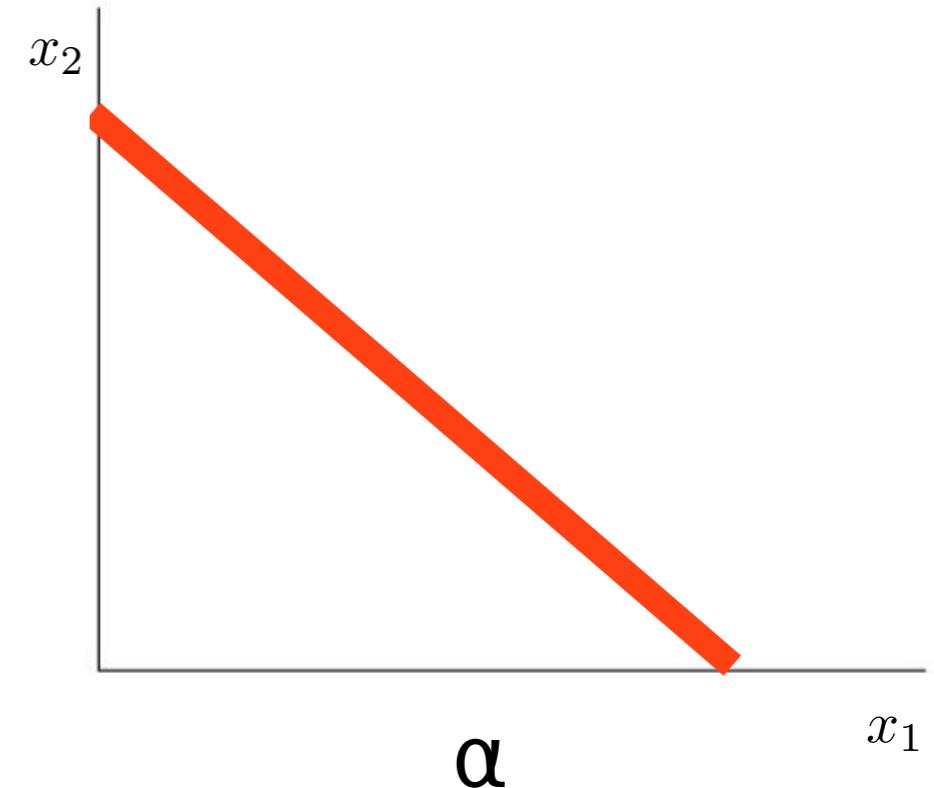


현물의 환금이 손실없이
가능하다면
현금보조와 동일함

물량할당 Rationing

- 최대 소비량을 제한하는 제도
- 예: 전쟁시 개인별 최대 휘발유 사용량 제한
 - x_1 의 사용량을 α 로 제한하는 경우의 수학적 표현

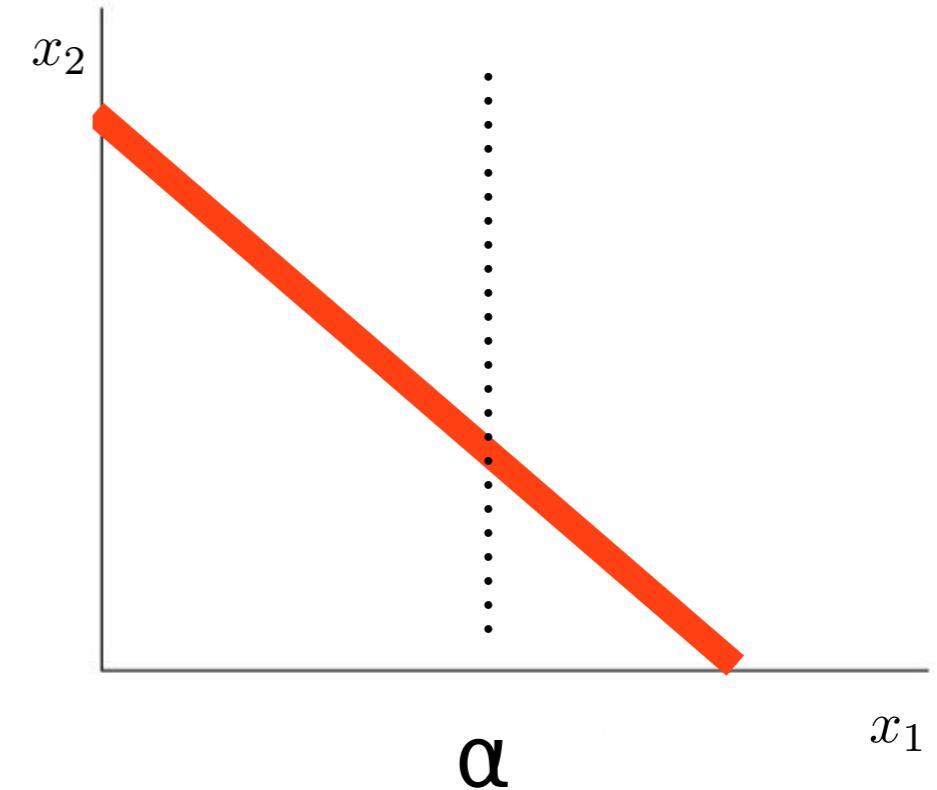
$$x_1 \leq \bar{\alpha}$$



물량할당 Rationing

- 최대 소비량을 제한하는 제도
- 예: 전쟁시 개인별 최대 휘발유 사용량 제한
 - x_1 의 사용량을 α 로 제한하는 경우의 수학적 표현

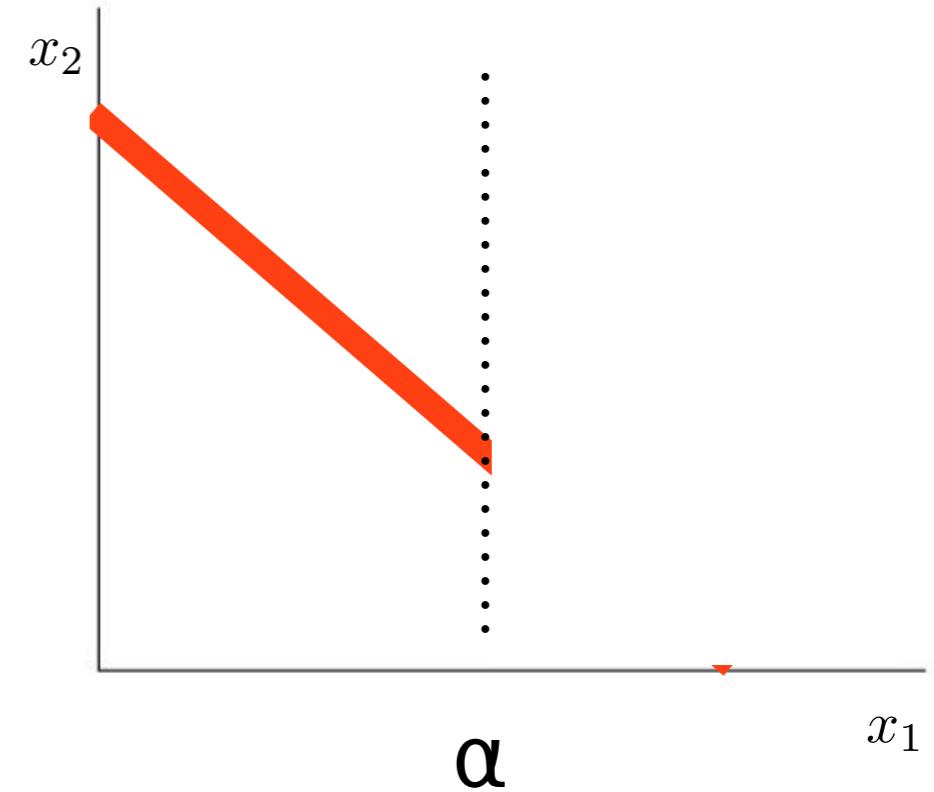
$$x_1 \leq \bar{\alpha}$$



물량할당 Rationing

- 최대 소비량을 제한하는 제도
- 예: 전쟁시 개인별 최대 휘발유 사용량 제한
 - x_1 의 사용량을 $\bar{\alpha}$ 로 제한하는 경우의 수학적 표현

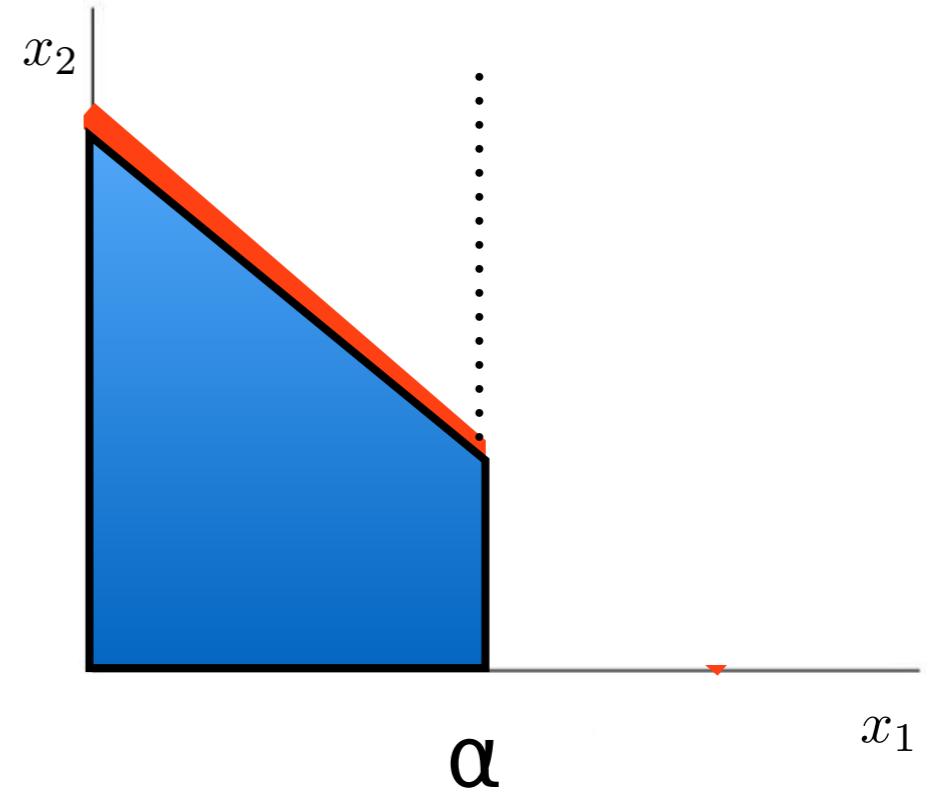
$$x_1 \leq \bar{\alpha}$$



물량할당 Rationing

- 최대 소비량을 제한하는 제도
- 예: 전쟁시 개인별 최대 휘발유 사용량 제한
 - x_1 의 사용량을 $\bar{\alpha}$ 로 제한하는 경우의 수학적 표현

$$x_1 \leq \bar{\alpha}$$



보조금과 세금

Subsidy and Tax

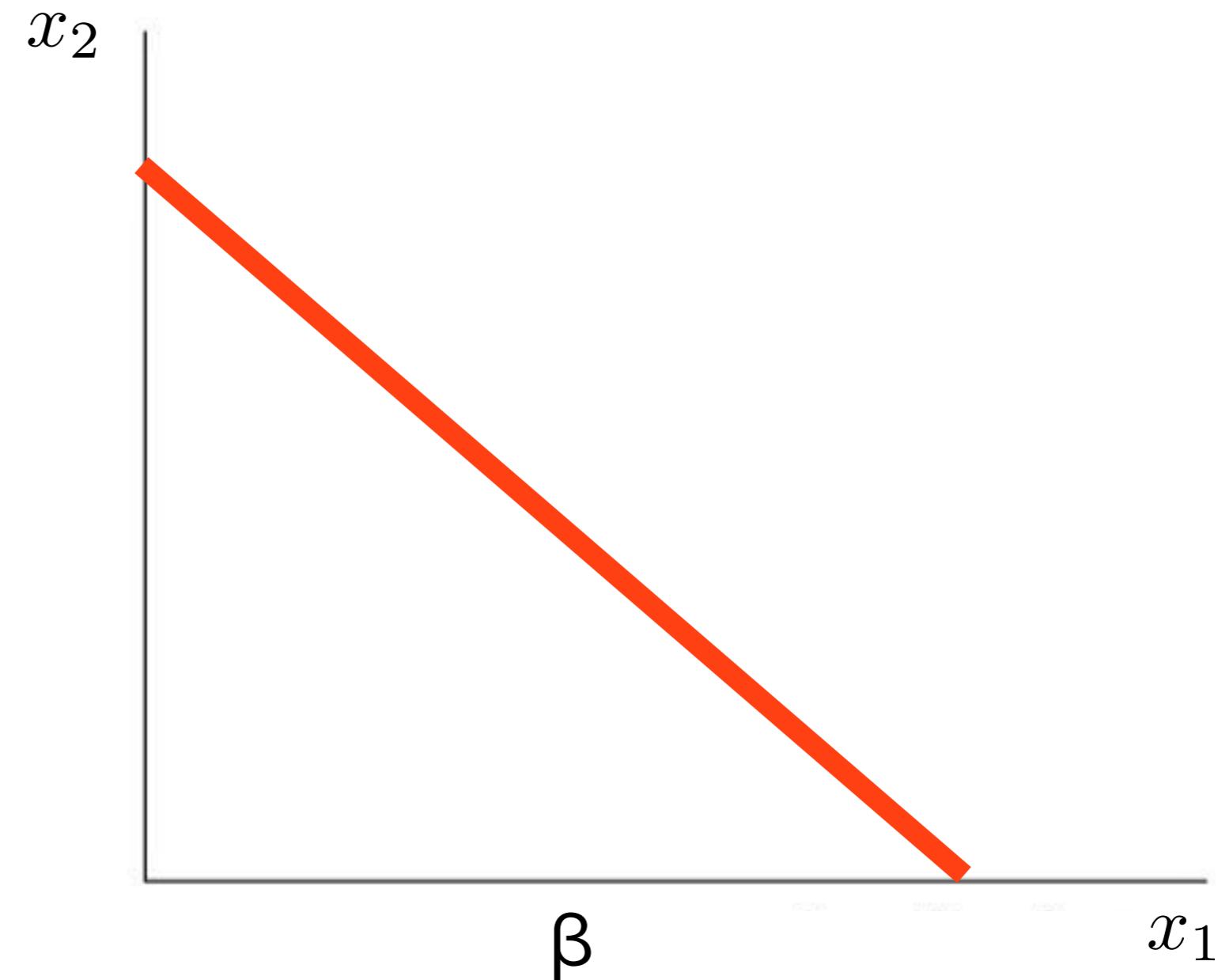
- 보조금은 음(negative)의 세금
 - 현금보조와 동일: 보조금만큼의 소득 증가
- 세금: x_1 단위당 t 의 세금이 부여되는 경우
 - 소비자가 x_1 1단위 구매에 지출해야 하는 금액은 p_1+t 가 됨
 - t 만큼 비싸진 것과 동일한 효과

누진세 Progressive Tax

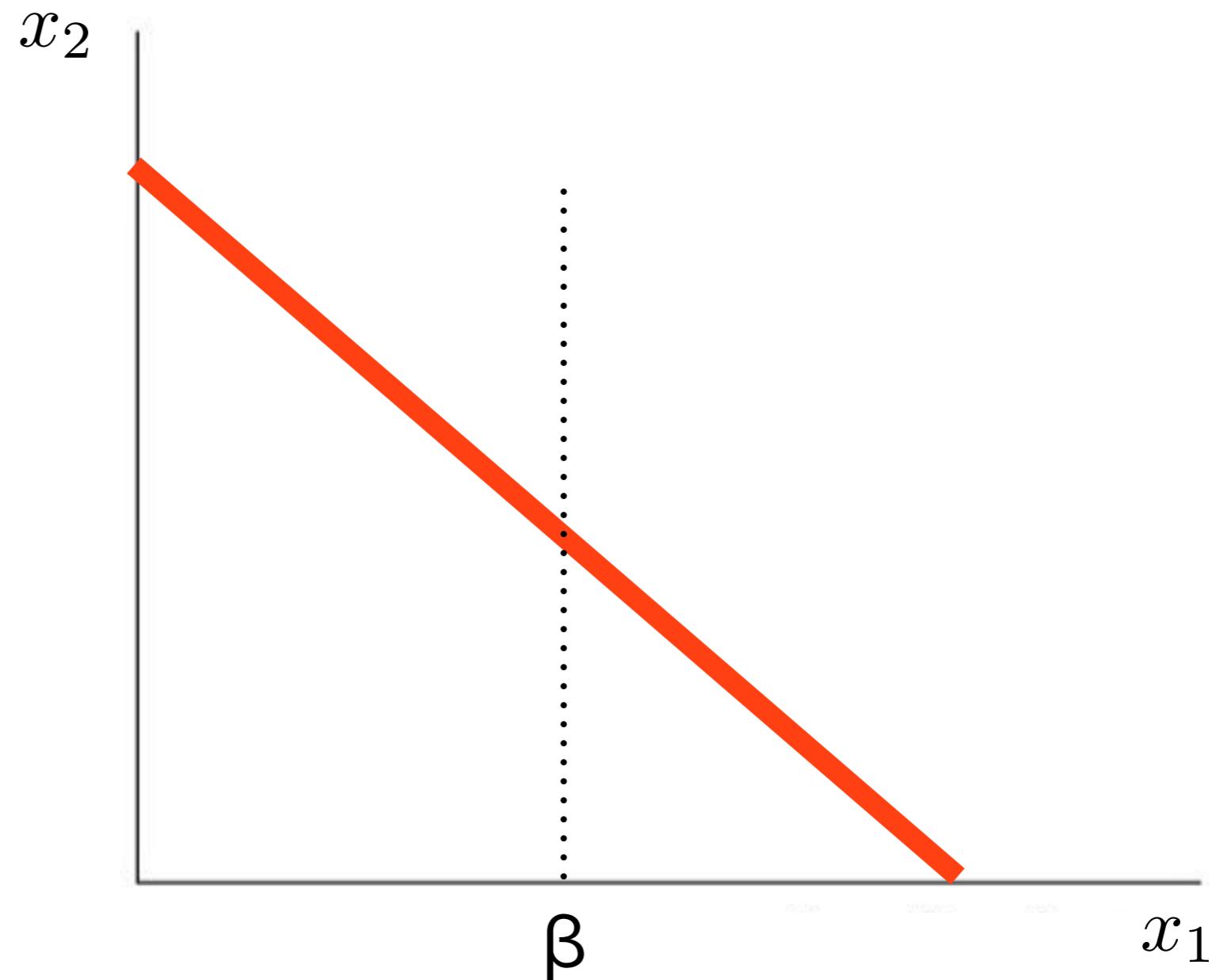
- 소비량이 많아질수록 더 많은 세금을 부과하는 제도
- 누진요금제도 동일한 구조
 - 예: 대한민국 전기 가격 제도
- 상품 1에 β 이상을 소비할 경우에만 t 의 세금을 부과하는 경우:

$$\begin{cases} p_1 \rightarrow p_1, & \text{if } x_1 \leq \beta \\ p_1 \rightarrow p_1 + t, & \text{if } x_1 > \beta \end{cases}$$

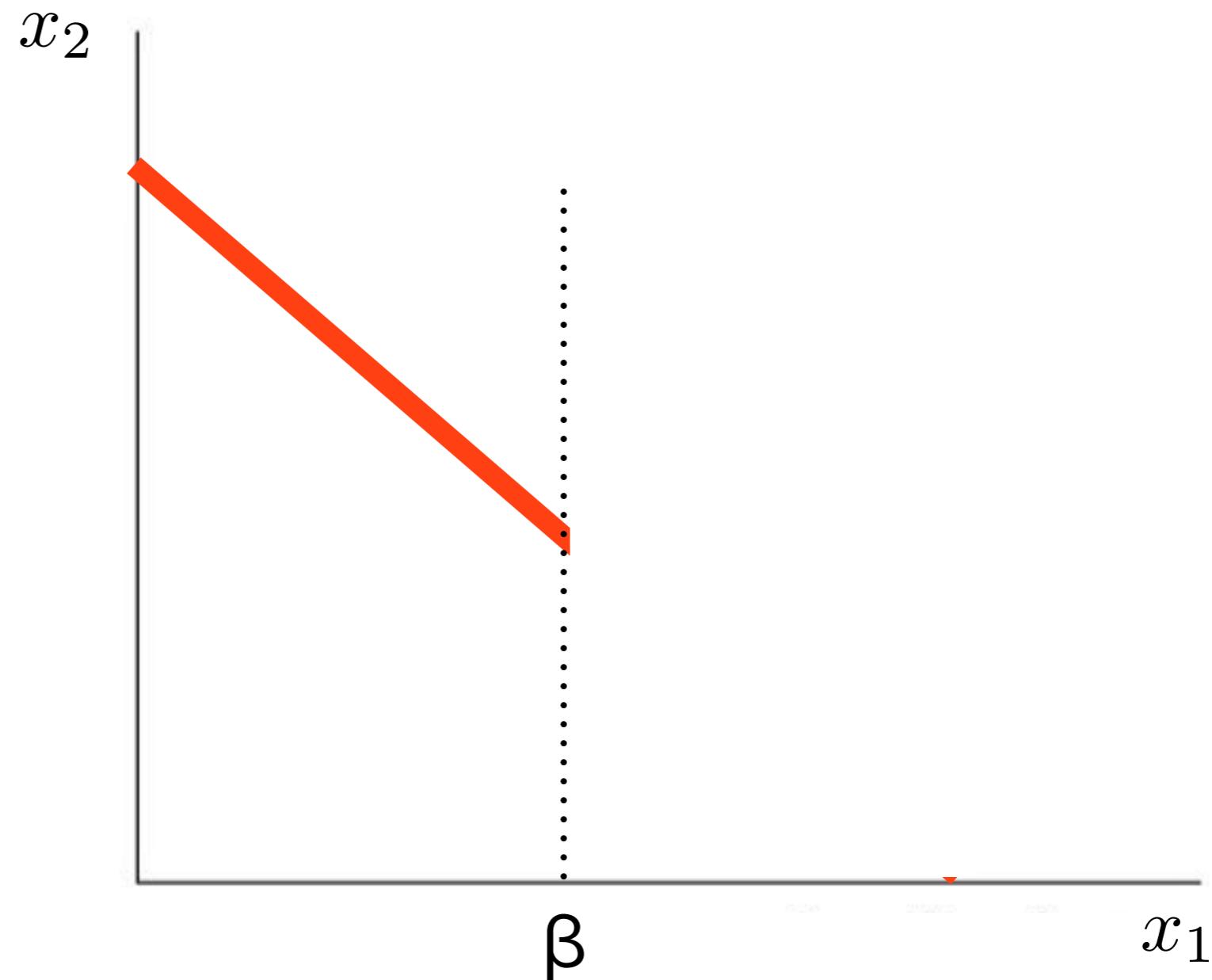
누진세제도 하에서의 예산집합



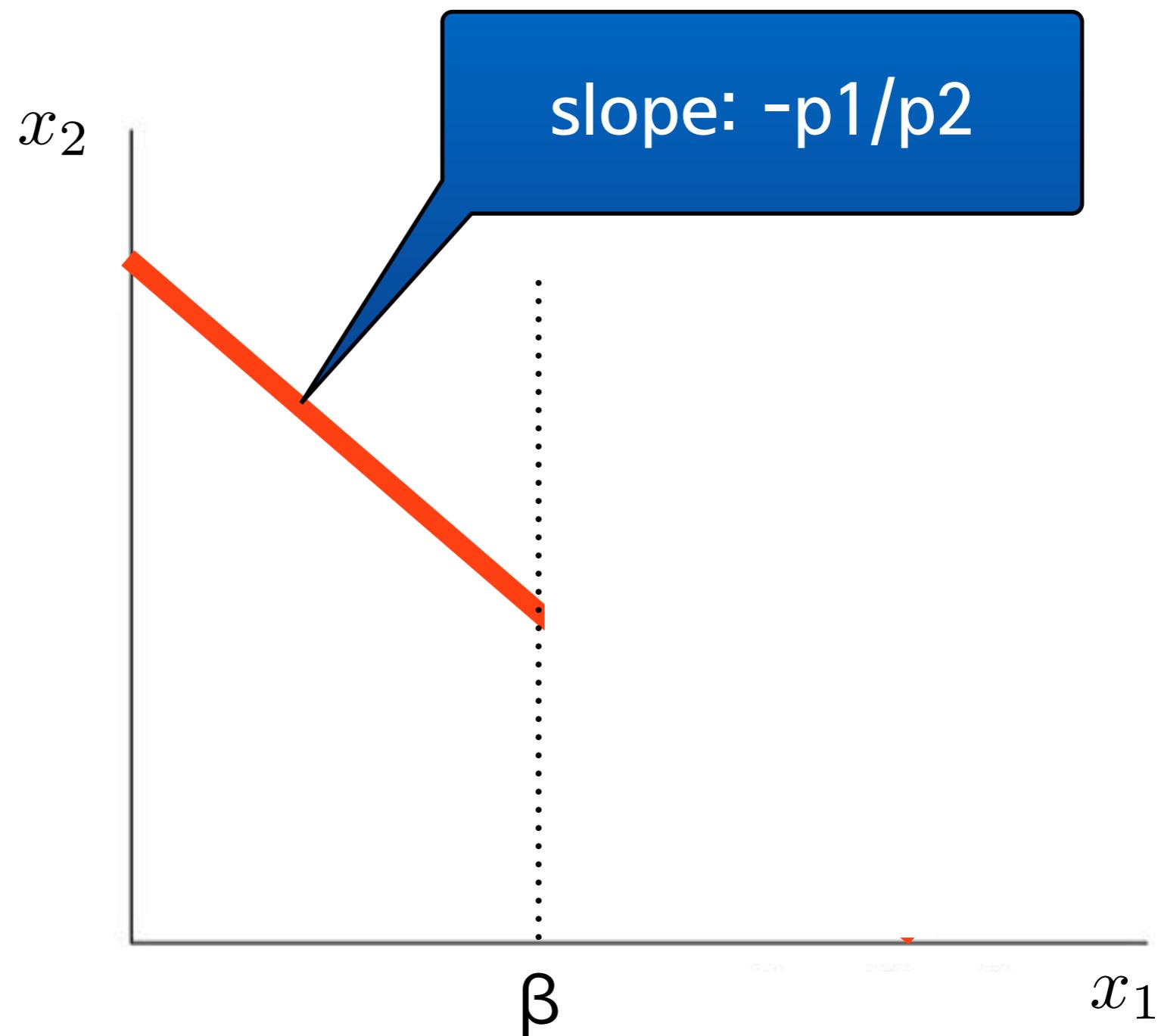
누진세제도 하에서의 예산집합



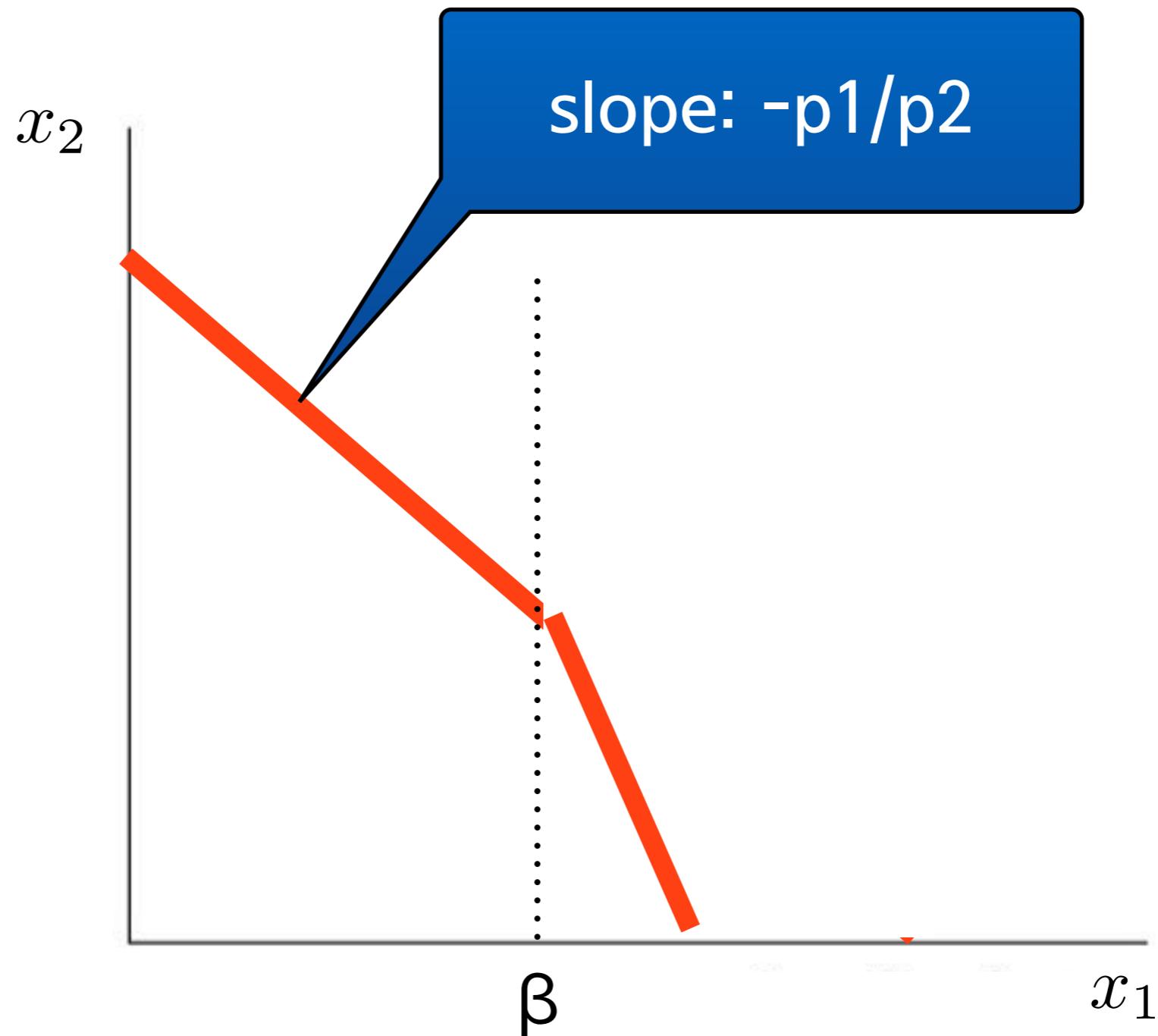
누진세제도 하에서의 예산집합



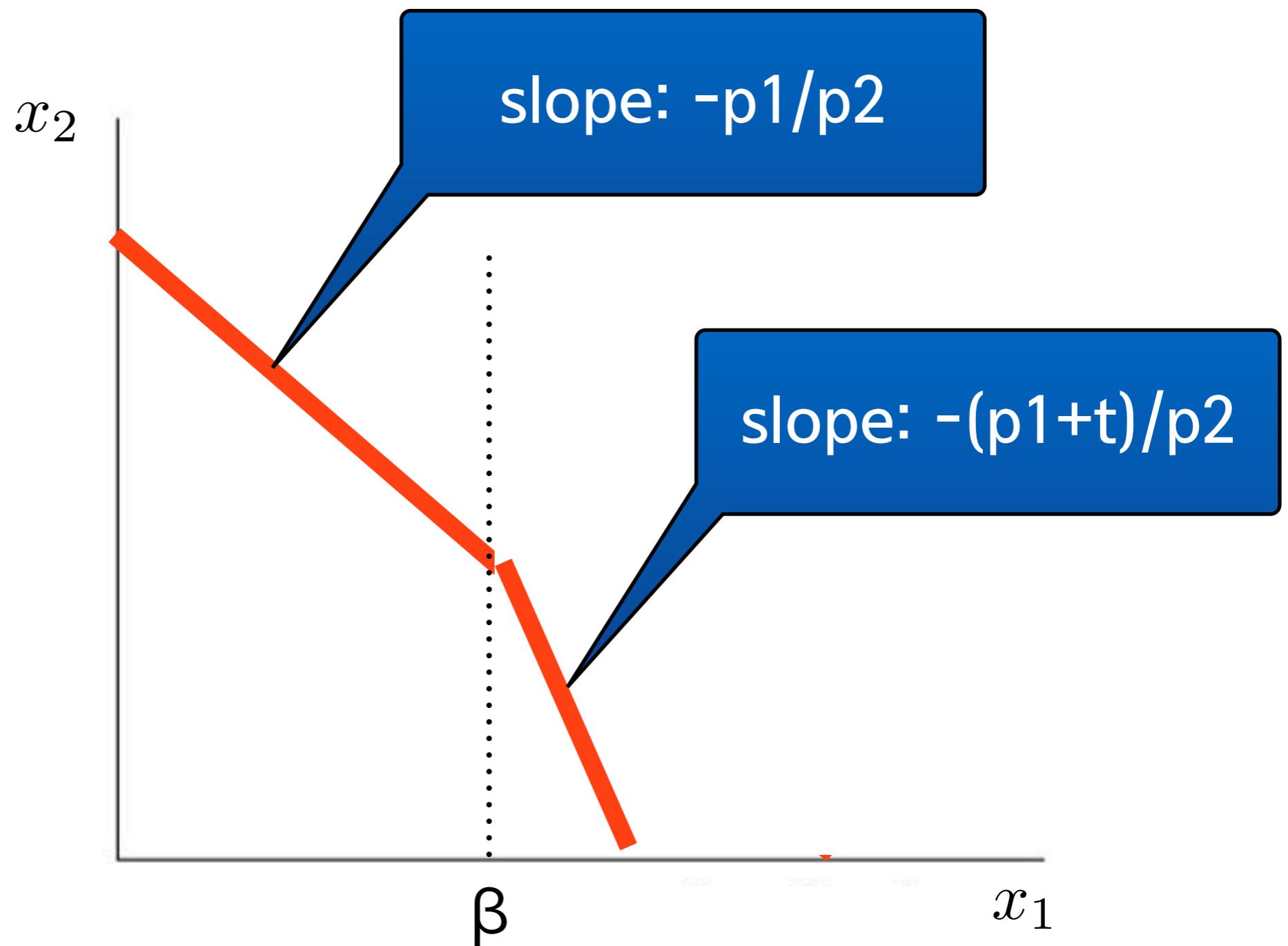
누진세제도 하에서의 예산집합



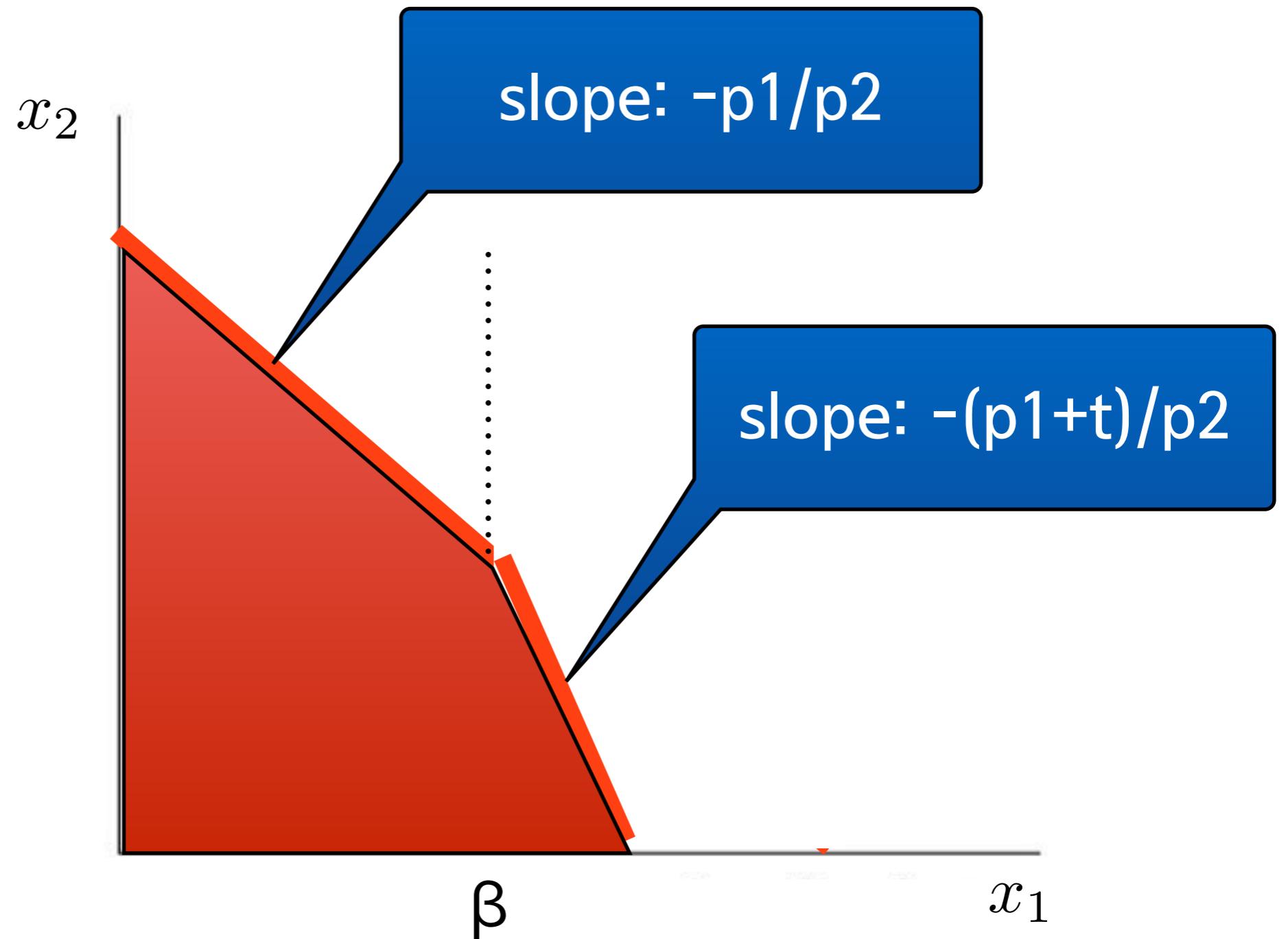
누진세제도 하에서의 예산집합



누진세제도 하에서의 예산집합

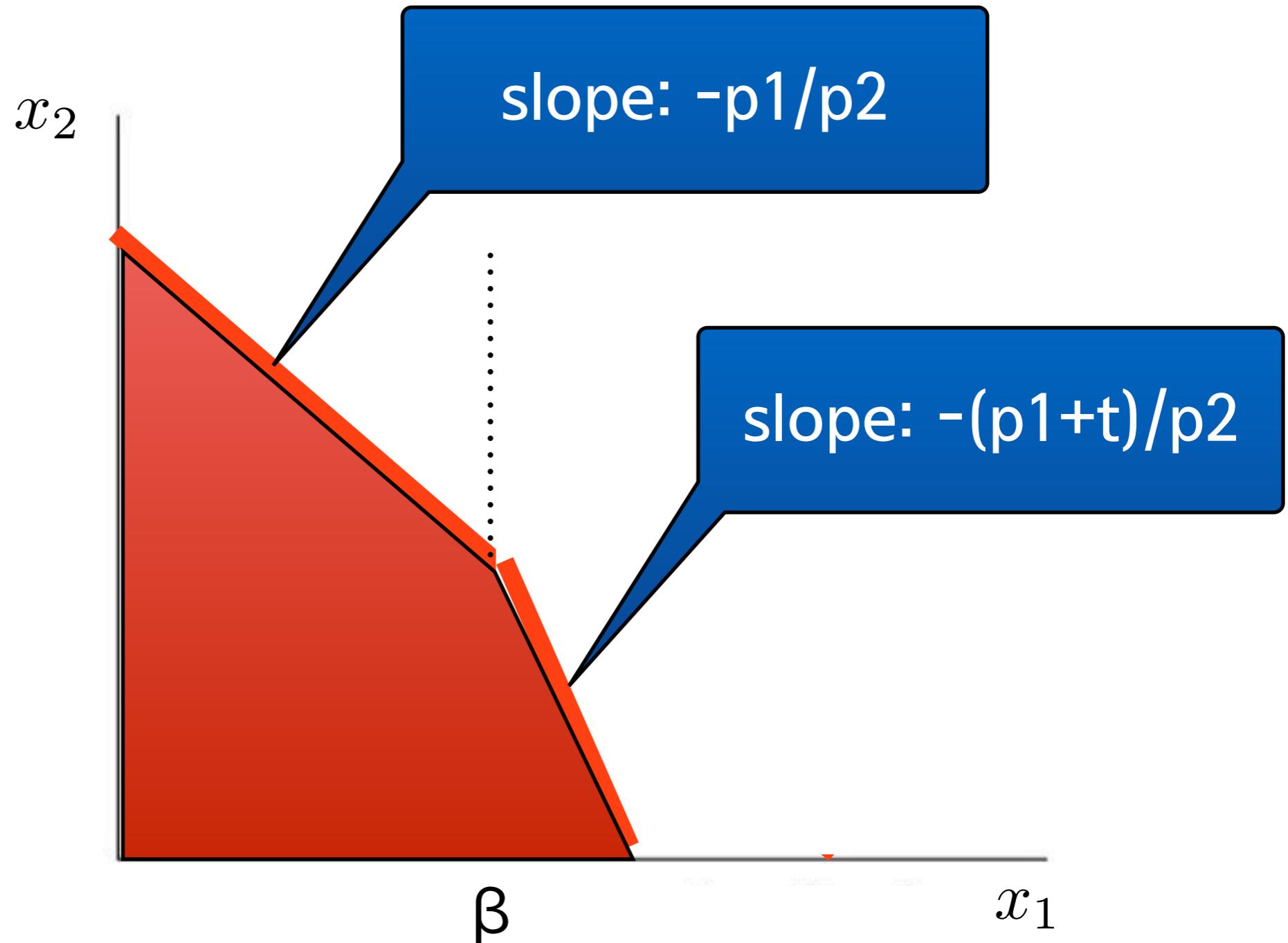


누진세제도 하에서의 예산집합



누진세제도 하에서의 예산집합

더 복잡한 누진세
제도에서는 어떤
형태가 될까?

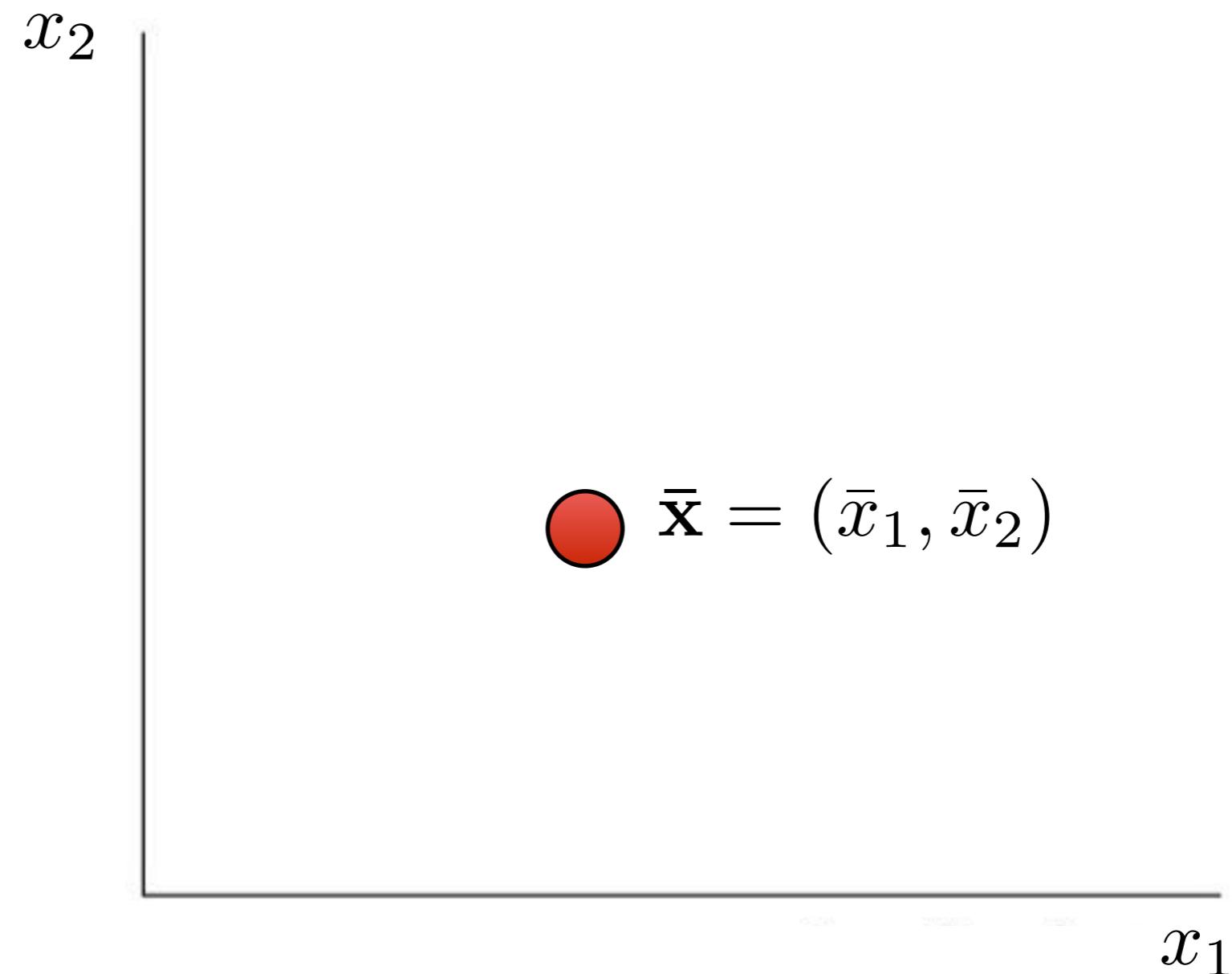


실물부존자원

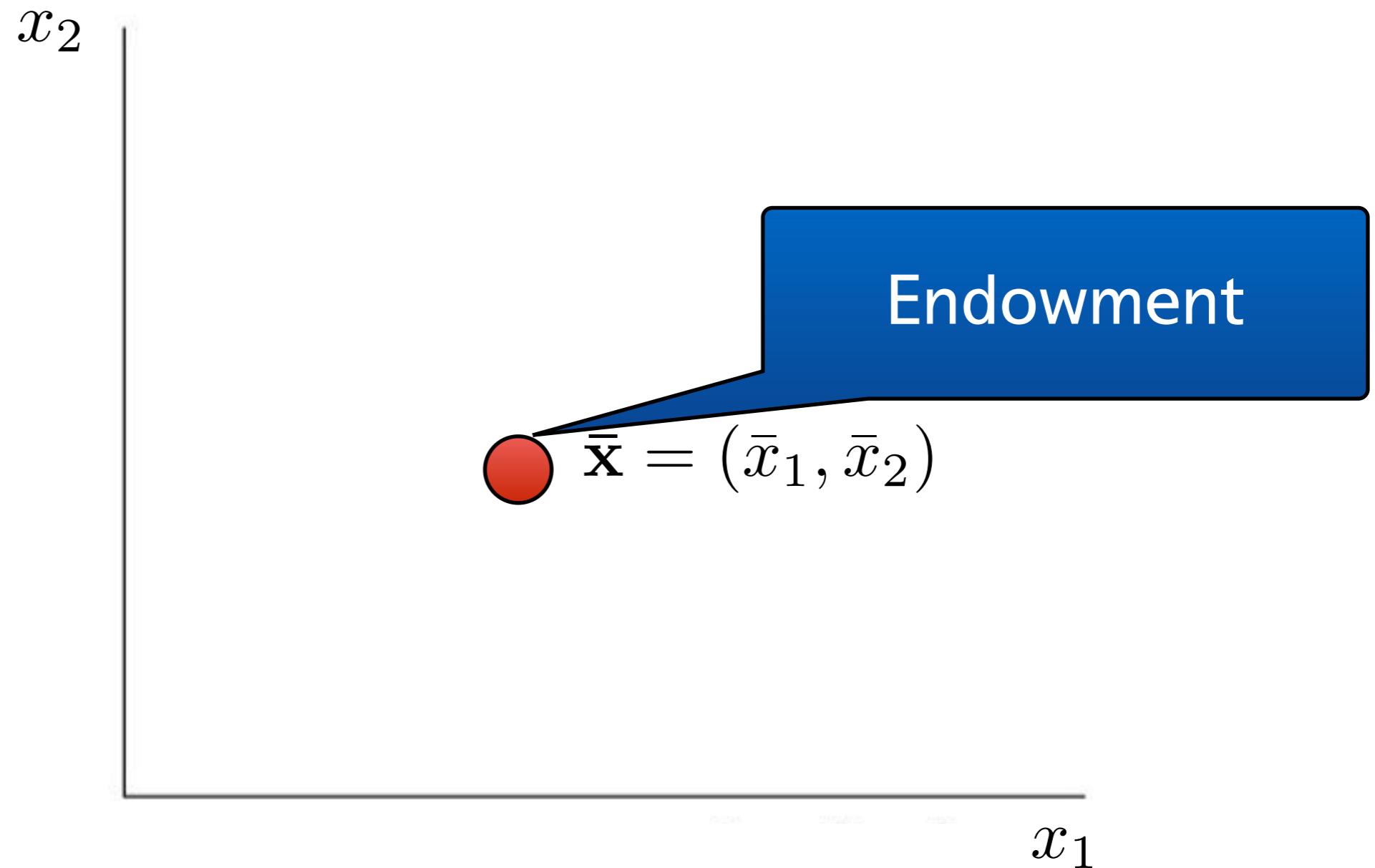
Real Endowment

- 현재 자신이 가진 구매력이 화폐가 아닌 실물 (상품 1,2)인 경우
- 시장에서 가격에 기반한 비율로 교환함으로써 다른 상품 묶음을 소비할 수 있음 (물물교환)
- 혹은 가진 부존자원을 모두 판매하여 화폐로 교환 한 뒤, 자신이 소비하고자 하는 상품묶음을 소비할 수 있음
 - 이때의 예산선은 부존자원을 지나는 기울기 -p1/p2의 직선

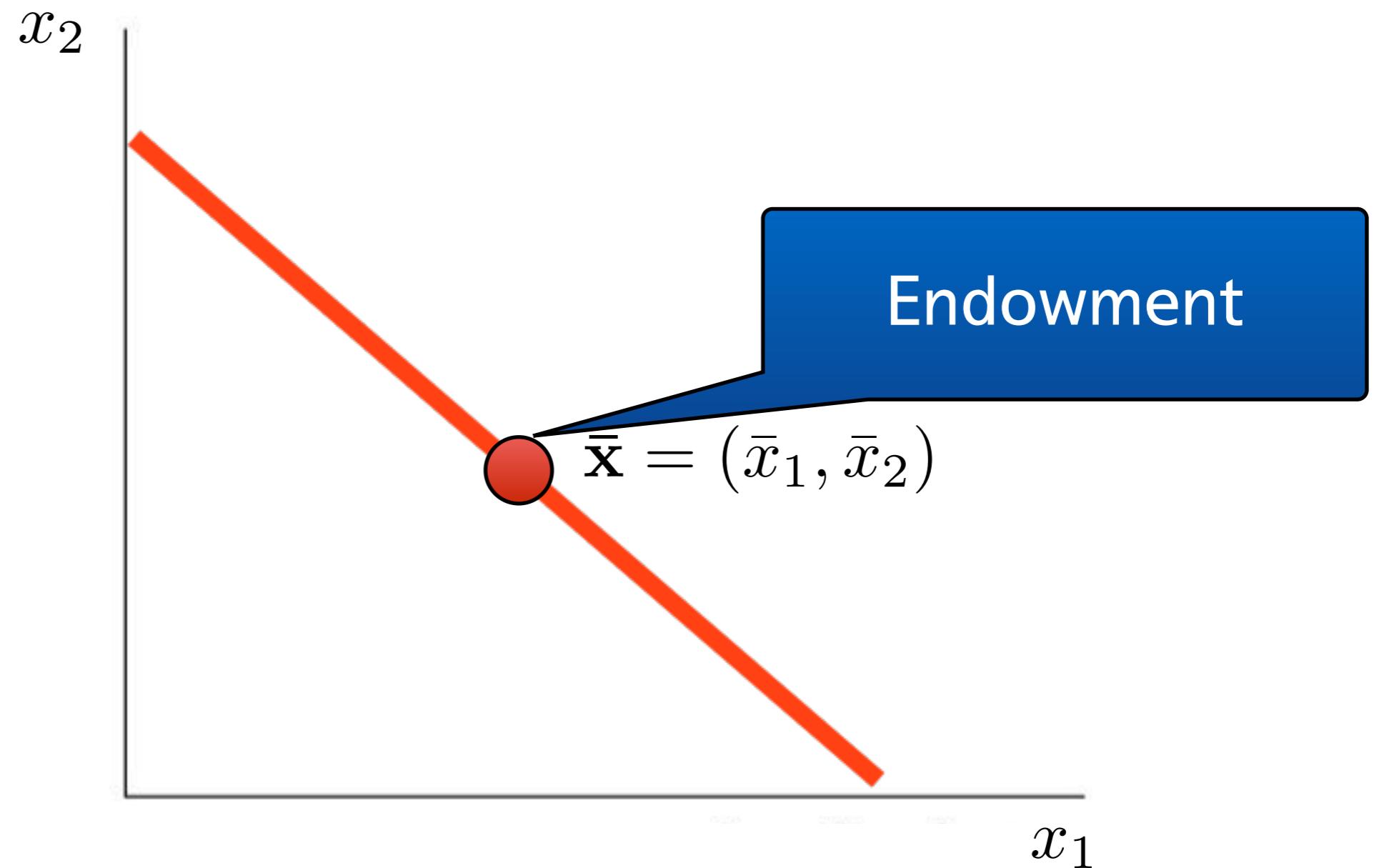
실물부존자원이 주어진 경 우의 예산집합



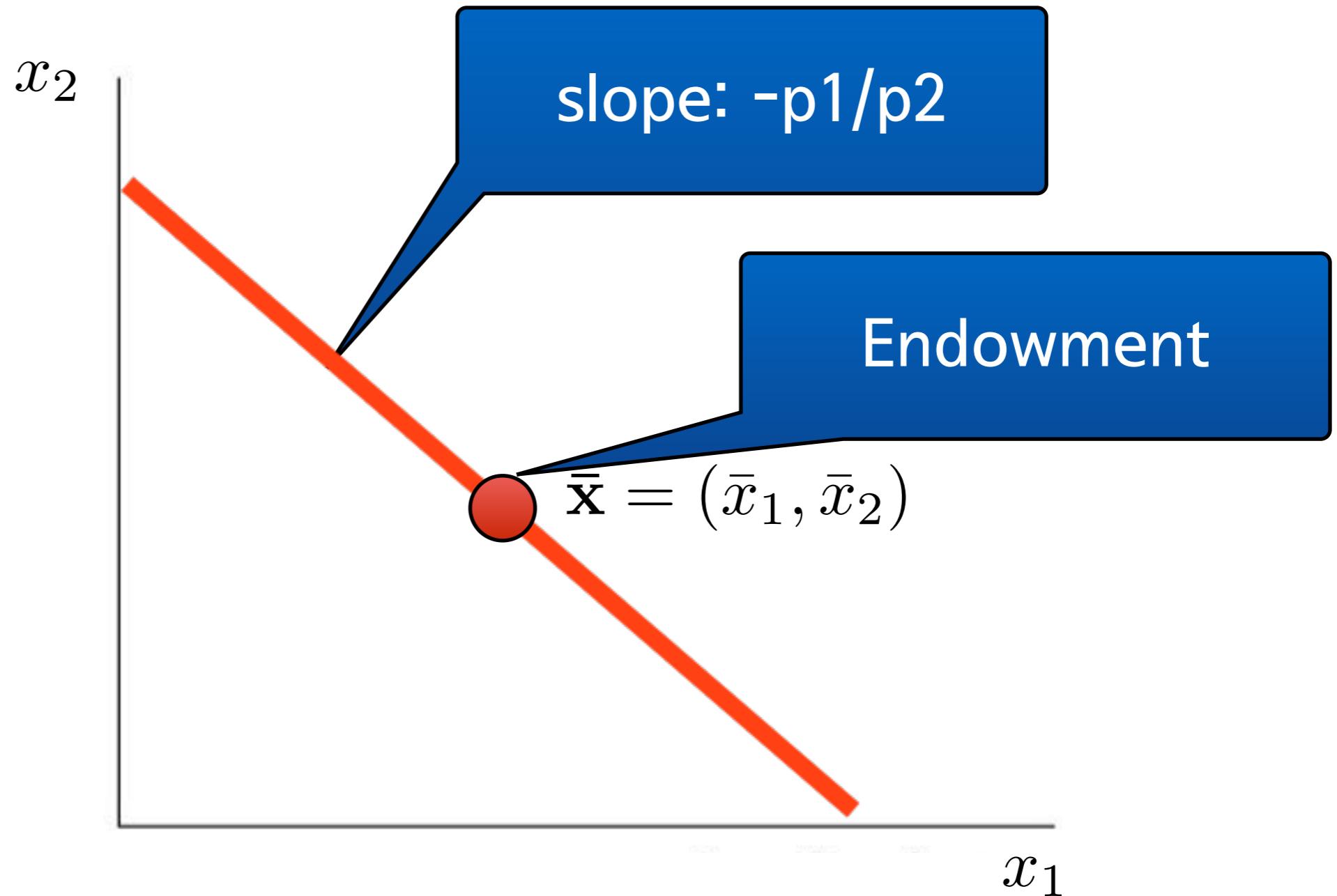
실물부존자원이 주어진 경 우의 예산집합



실물부존자원이 주어진 경 우의 예산집합



실물부존자원이 주어진 경 우의 예산집합



Next Topics

- 소비자 선호

수고하셨습니다!



수고하셨습니다!

