소비자 이론(2)

미시경제이론

조남운

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

주제

- 소비자 선호 (주텍스트 Ch4)
  - 선호체계
  - 효용함수
  - 무차별곡선
  - 한계효용

소비자 선호

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

소비자 선호의 정의

- 소비 집합의 원소들을 좋아하는 순서대로 정렬하는 체계
  - 개인마다 다를 수 있음
  - 시간과 환경에 따라 달라질 수 있음
- 표현 방법
  - 선호관계 - 본질적이나 다루기 어려움
  - 효용함수 - 다소 제한적이나 다루기 쉬움

전제: 선호의 합리성 Rationality of Preference

- 대전제: 어떤 소비묶음이 주어지더라도 어떤 것을 더 선호하는지 진술할 수 있음
- 합리적 선호관계의 조건
  - 완전성
  - 이행성

기본적 표현방법

- 강선호 (strictly preferred)
  - x를 y보다 선호한다
- 무차별 (indifferent)
  - x와 y의 선택에서 차이를 느끼지 않는다
- 약선호 (weakly preferred)
  - x는 y보다 못하지 않은 선택이다

$x \succ y$ Strictly Preferred

$x \sim y$ Indifferent

$x \succsim y$ Weakly Preferred

주의: 이질적인 것 사이의 선후관계이므로 연산 불가능 (부등호와 다름)

공리1: 선호의 완전성 (완비성) Completeness of Preference

- (표현1) x가 y보다 강선호되고 y가 x보다 강선호되는 x, y는 존재하지 않는다
- (표현2) 모든 x,y에 대해 x가 y보다 약선호되거나 y가 x보다 약선호되거나, 둘 다이다.
- 완전성을 충족할 경우 임의의 두 상품 묶음에 대해서 가능한 모든 강선호 혹은 무차별 관계들 중 하나가 반드시 성립함

$$\nexists x, y \quad s.t. \quad x \succ y \quad \wedge \quad x \prec y$$

$$\forall x, y, \quad x \succsim y \quad \vee \quad x \precsim y$$

무차별 vs. 선호불명

- 무차별: 어떤 것을 선택해도 상관 없음
  - 완전성을 충족
- 선호불명 (선호를 모르겠음)
  - 두 상품묶음 사이의 선호를 알지 못함을 의미
  - 완전성을 충족하지 않음
  - 즉, 합리적 선호 체계의 공리를 위배 ⇒ 합리적 선호 체계가 아님

공리2: 이행성
Transivity

$$\forall x, y, z, \quad x \succsim y \wedge y \succsim z \quad \Rightarrow \quad x \succsim z$$

- 모든 x,y,z 에 대해서 x가 y보다 약선호되고, y가 z 보다 약선호되면, x는 z보다 약선호된다.

효용 함수
Utility Function

$$U : X \to \mathbb{R}$$

- input: 소비묶음
  - X: 소비묶음의 집합
- output: 실수 (real number)
  - 높은 값: 높은 만족도
  - 만족스러워하는 정도를 양적으로 표현

선호관계 vs. 효용함수

	선호관계	효용함수
강선호	$x \succ y$	$U(x) > Y(y)$
약선호	$x \succsim y$	$U(x) \geq U(y)$
무차별	$x \sim y$	$U(x) = U(y)$

선호관계와 달리, U(x), U(y)에는 실수연산 적용 가능

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

선호관계와 효용함수의 관계

- 어떤 효용함수 (U) 가 모든 선택에서 특정 선호관계 (≿) 와 동일하게 선호 순서를 부여할 경우 그 효용함수 U는 그 특정 선호관계 ≿ 를 표현한다 (represent) 라고 정의
- 하나의 선호관계를 표현하는 효용함수는 여럿일 수 있음
- X가 유한집합이라면 X에 대한 합리적 선호 ≿ 를 표상하는 효용함수가 반드시 최소한 하나 존재함

A utility function $U : X \to \mathbb{R}$ *represent* a preference $\succsim$

$$\text{if } x \succsim y \iff U(x) \geq U(y) \quad \forall x, y \in X$$

표상하는 효용함수가 존재하는 선호관계의 특성

- "합리적이지 않은 (완전성이나 이행성을 충족하지 않는) 선호관계는 선호함수를 가질 수 없다"
  - Proof Sketch (완전성):
    - 완전성이 충족하지 않는 선호관계와 그것을 표상하는 효용함수 U의 존재를 가정
    - $\exists$ x, y$\in$ X s.t. x≻y and y≻x implies $\exists$U: X→R s.t. U(x) > U(y) and U(y) > U(x). contradiction! QED
- Hint: $\nexists$ a,b $\in$ R s.t. a>b and b>a
  - a>b 이면서 b>a 인 실수 a,b는 존재하지 않는다. (모든 실수는 0보다 작거나, 크거나, 같거나 중 정확히 한 가지에 속함: axiom of trichotomy)

이행성을 충족하지 않는 선호체계의 경우:

- Proof Sketch(이행성)
  - 이행성을 충족하지 않는 선호체계 $\succsim$ 와 그것을 표상하는 효용함수 U의 존재를 가정
  - $\exists\ x,y,z \in X$ s.t. $x \succsim y$ and $y \succsim z \Rightarrow z \succsim x$ implies $\exists U{:}X \to R$ s.t. $U(x) \geq U(y)$ and $U(y) \geq U(z) \Rightarrow U(z) \geq U(x)$. contradiction! QED
- Hint: $\nexists\ a,b,c$ s.t. $a \geq b$ and $b \geq c \Rightarrow c \geq a$
  - $a \geq b \geq c$ 이면서 $c \geq a$ 인 실수 a,b,c는 존재할 수 없음 (실수의 이행성)

선호 체계의 연속성

- 직관적 개념:
  - 소비묶음이 아주 조금 변화할 경우 선호관계도 아주 조금 변화하는 성질
- 대학원 과정에서 자세히 다룰 것임
- 완비, 이행, 연속성을 충족하는 선호체계는 반드시 그것을 표상하는 연속인 효용함수가 최소한 하나 존재함
  - 함의: 만일 어떤 효용체계가 완비,이행,연속성을 충족할 경우 반드시 연속인 효용함수로 표현 가능

사전편찬식 선호
Lexicographic Preference

- 한 상품의 수량만이 선호를 결정하고, 다른 상품의 수량은 오직 지배적 상품의 양이 같을 때에만 선호를 결정하는 선호체계
- 2상품 체계에서의 사전편찬식 선호

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^2_+, \quad x \succsim y \iff (1)\ x_1 > y_1 \ \vee\ (2)\ x_1 = y_1 \wedge x_2 \geq y_2$$

$$x = (x_1, x_2), \quad y = (y_1, y_2)$$

사전편찬식 선호

- 사전편찬식 선호는 완전성과 이행성을 충족
- 연속성은 충족하지 않음
- 이 선호를 표상하는 효용함수는 존재하지 않음을 증명 가능
  - 연속이 아닌 효용함수 중에도 존재하지 않음
- 이 선호를 표현하는 무차별곡선도 존재하지 않음

서수적 vs. 기수적 효용 Ordinal vs. Cardinal

- 서수적 효용: 오직 두 수의 대소관계만이 의미를 가짐
  - 두 수를 뺀 값이 0보다 큰지 작은지만 의미있음
  - 측정이 용이함
  - 분석은 어려움
- 기수적 효용: 두 수의 크기의 대소관계뿐만 아니라 그 수의 크기도 의미를 가짐
  - 측정이 어려움
  - 분석이 쉬움

강단조증가변환 Strictly Positive Monotone Transformation

- 강단조증가 함수를 합성하는 것
  - 강단조증가 함수의 정의
    - 모든 a>b 에 대해 f(a)>f(b)를 만족하는 f: R→R 을 [강단조증가함수]라고 한다
- u(x)의 강단조증가변환 f(u(x))는 동일한 효용관계를 표현한다

서수적 속성과 강단조증가 변환

- 서수적 속성 (ordinal property)
  - 임의의 강단조증가변환으로 유지되는 속성
  - 단조성 (monotonicity), 준오목성 (quasiconcavity) 등
- 기수적 속성 (cardinal property)
  - 서수적 속성이 아닌 속성
  - 오목성 (concavity), 한계효용체감 등
- 자세한 내용은 차후에 다룸

무차별곡선

- 일반적 정의: 효용함수의 Level Set
  - 상품의 수가 N이라고 할 경우, N차원 실수공간에서 정의됨
  - 동일한 효용을 주는 소비묶음의 집합
  - N=2 일 경우 2차원 실수공간에서 정의됨

Level Curves

Let $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^1$. Then level curves of f are curves on domain space with same $f(\mathbf{x})$. *I.e.,*

$$\{\mathbf{x} | f(\mathbf{x}) = \bar{c}\}$$

등량곡선

무차별곡선

- Isoquant: level curve of production function
- Indifference curve: level curve of utility function
- Generally, when $f : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ it is called level set and this is k dimensional nonlinear object

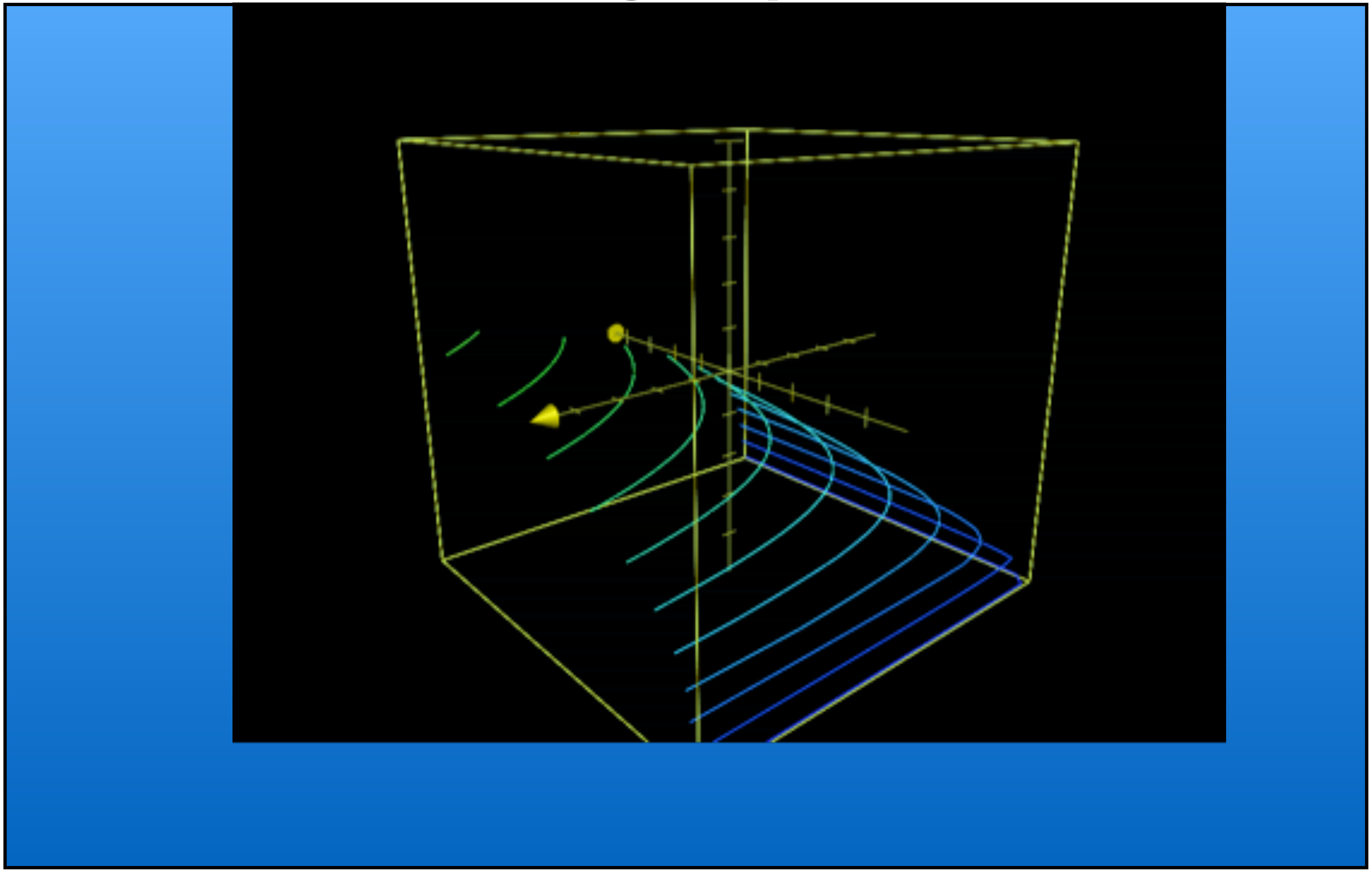
무차별곡선이란?

- 효용함수의 모양: 효용체계로 이루어진 지형도와 유사한 곡면(상품량➔ 평면좌표, 효용량➔ 고도)
  - 두 상품의 양(x1, x2): x1,x2축
  - 효용(U): 세로축
- 무차별곡선: 이 곡면의 등고선을 x1-x2평면에 투사한 것
  - 즉, 효용의 크기가 같은 상품묶음의 조합을 선으로 표시한 것 (등효용선)

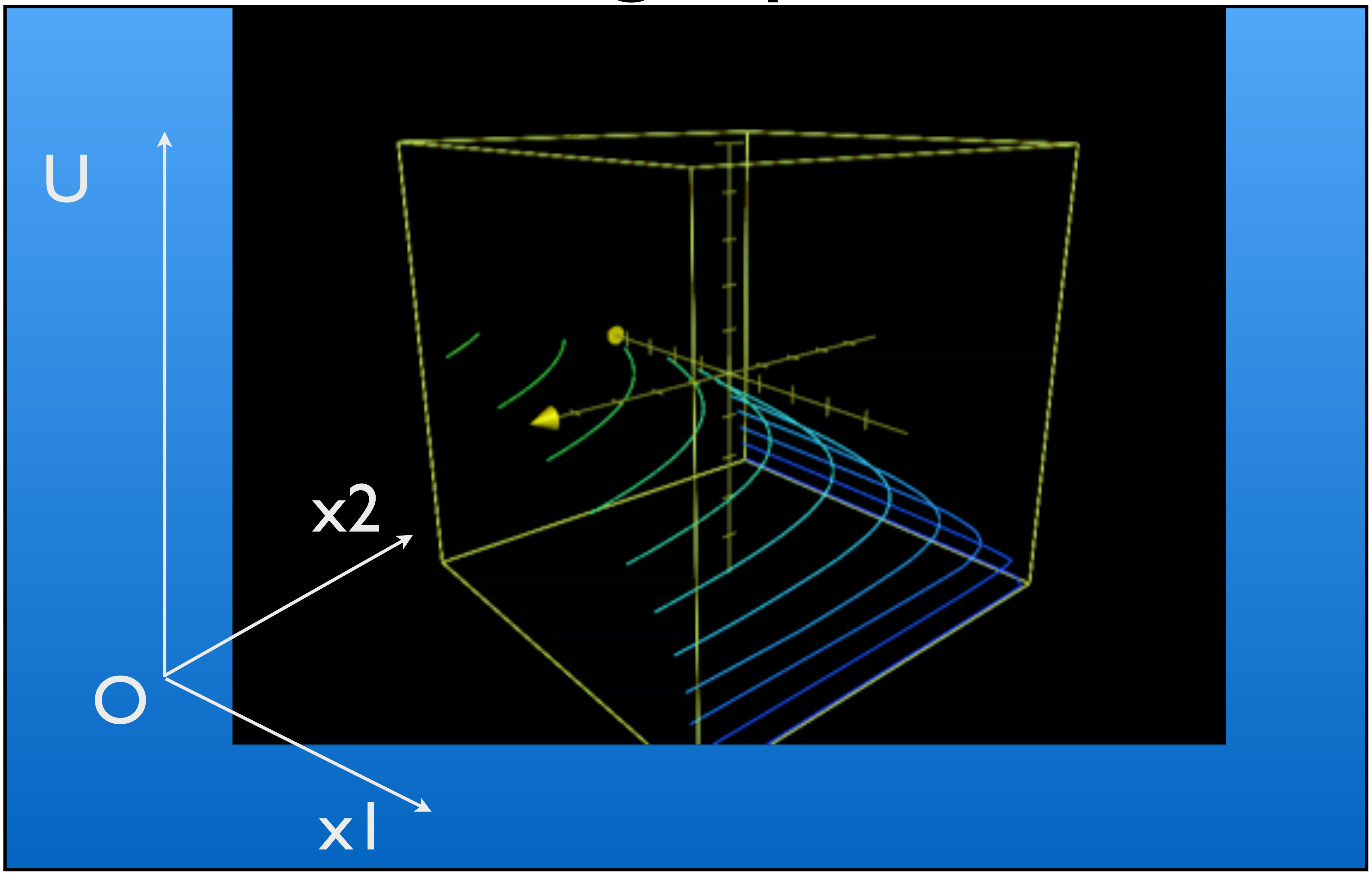
효용곡면
Utility Surface

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

효용곡면



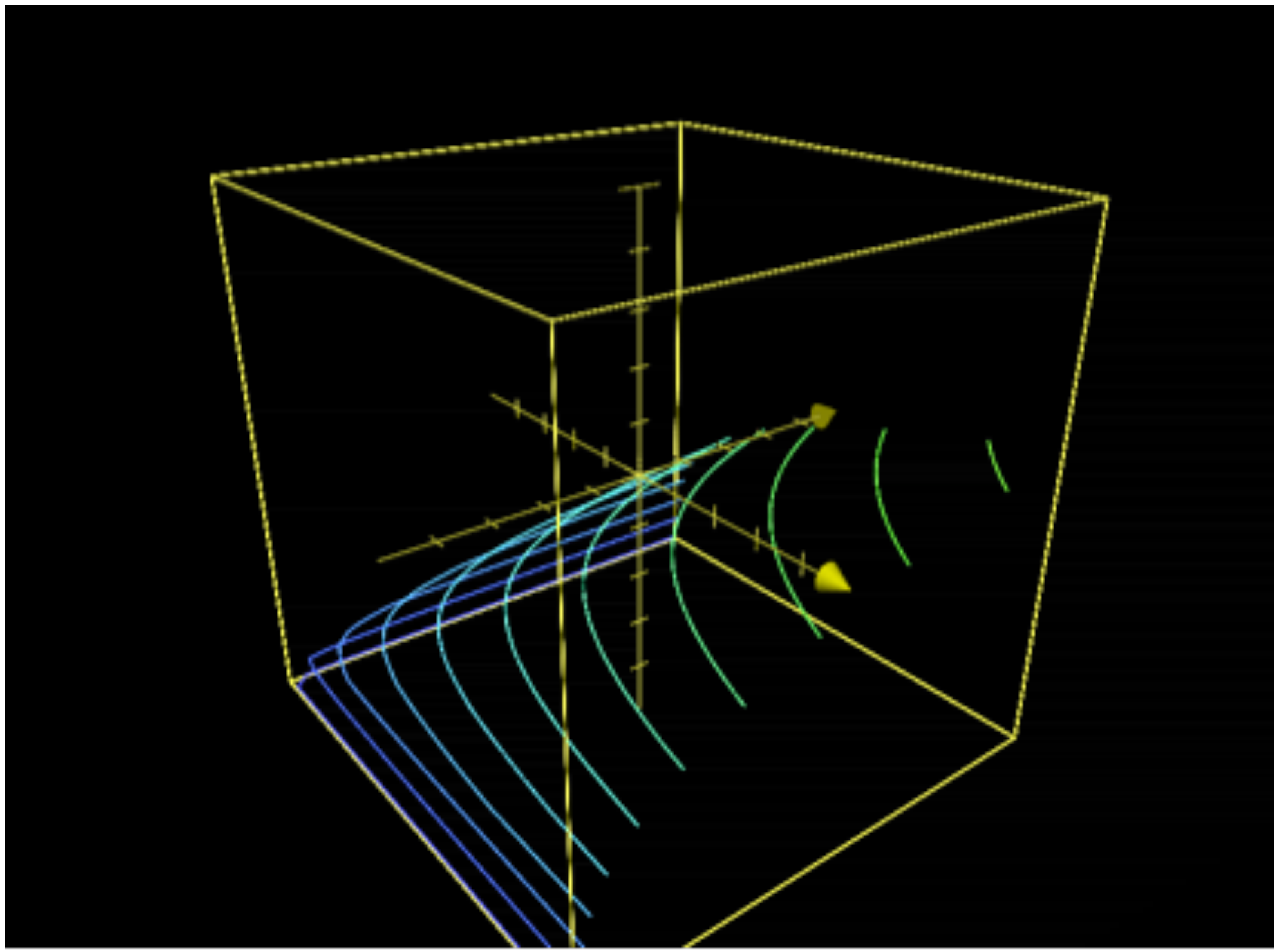
효용곡면



무차별곡선
Indifference Curve

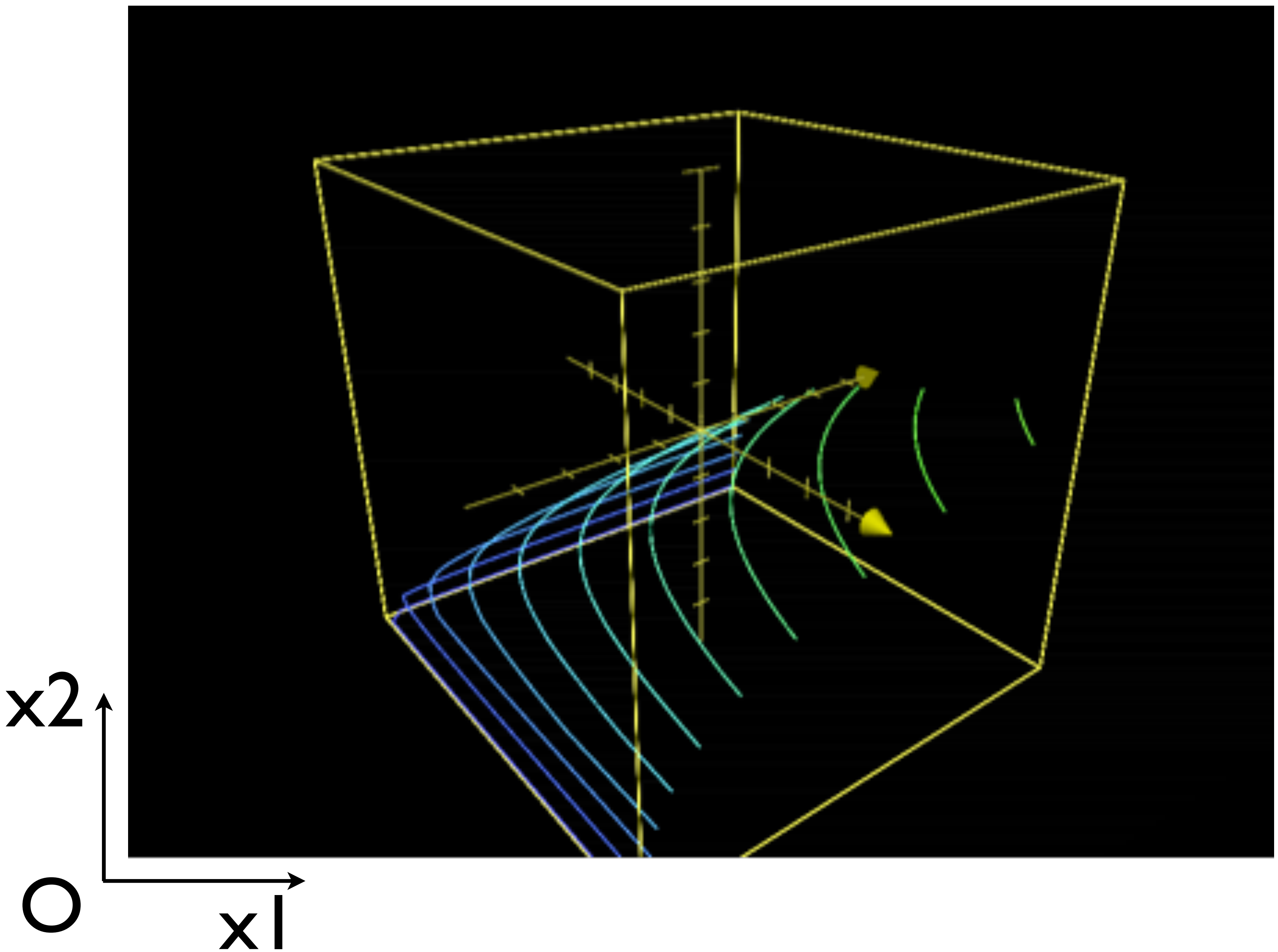
Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

무차별곡선
Indifference Curve

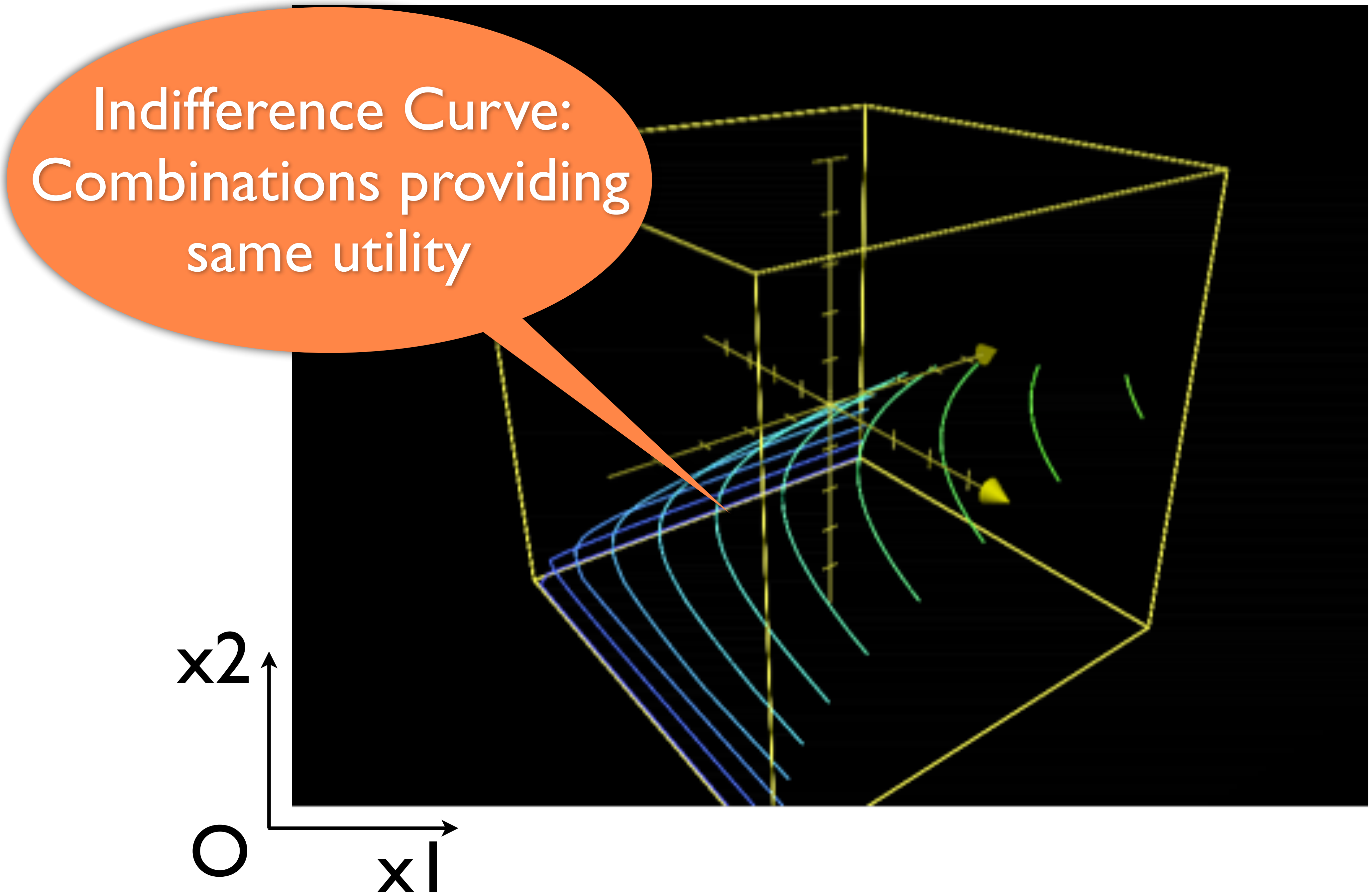


Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

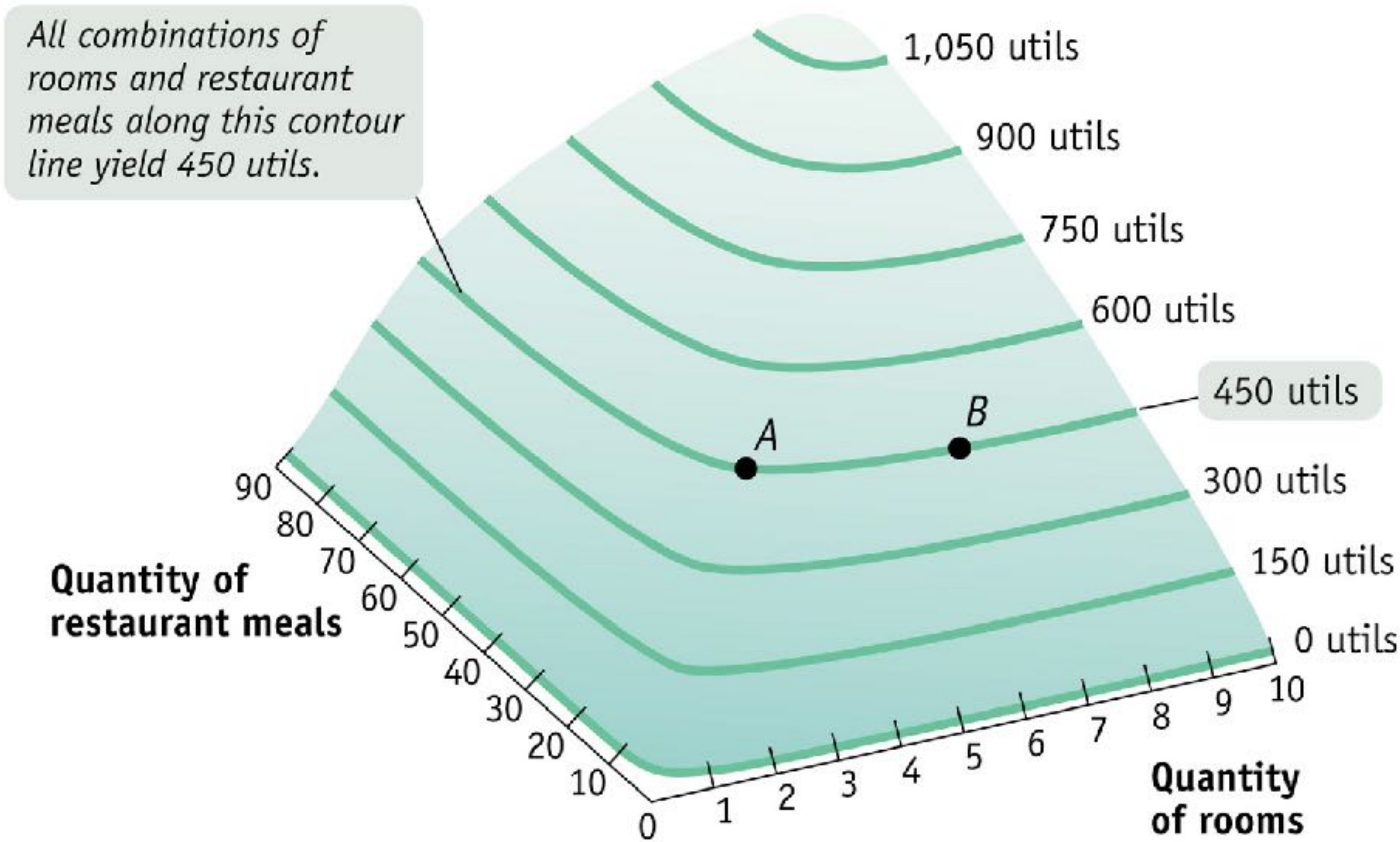
무차별곡선
Indifference Curve



무차별곡선
Indifference Curve

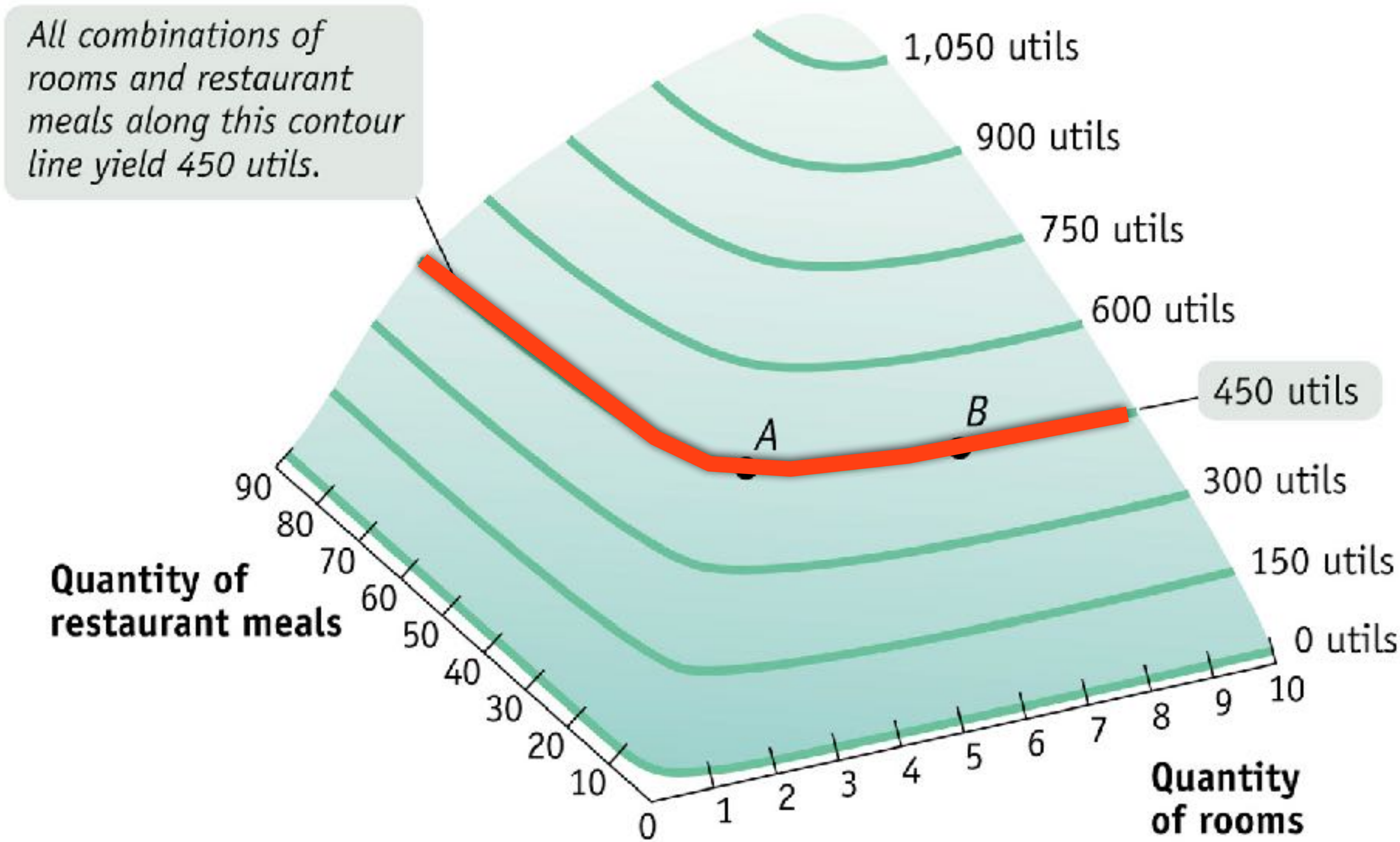


예: 450util의 무차별곡선

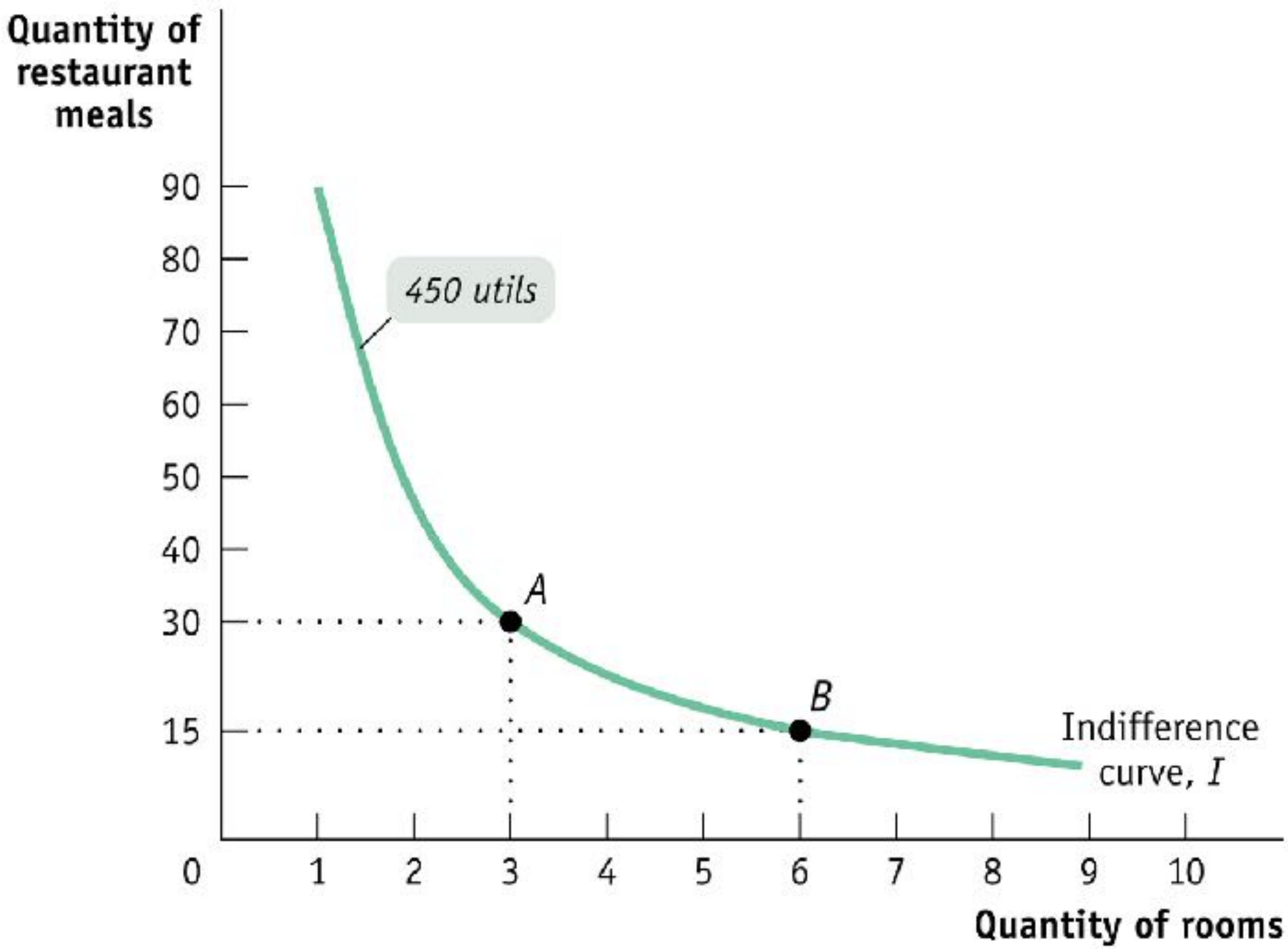


Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

예: 450util의 무차별곡선

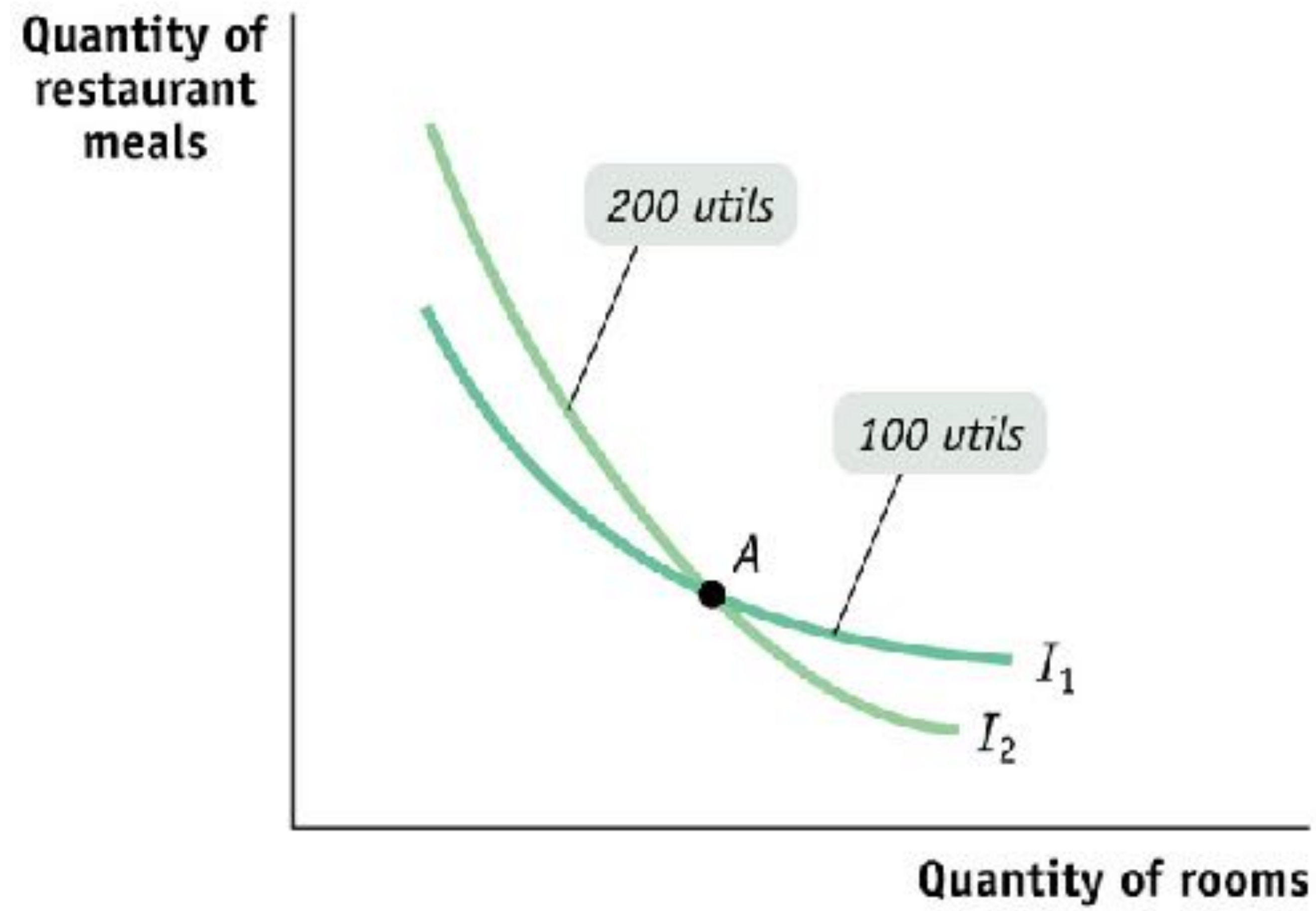


예: 450util의 무차별곡선



무차별곡선의 성질

- 효용수준이 다른 무차별곡선은 절대 교차하지 않는다
- 특정 소비묶음을 지나는 무차별곡선은 항상 존재하며 유일하다



한계효용
Marginal Utility

- 재화의 소비를 한 단위 변화시킬 때 발생하는 효용의 변화분
- 각 재화의 한계효용을 각각 MU1, MU2 라고 한다면 연속이고 미분가능한 (즉, 합리적 선호체계를 표상하는) 효용함수 U에 대해 아래와 같이 기술할 수 있음

$$MU_i := \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2$$

Partial Derivative

Let $f : D \in \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ and $\mathbf{e_i}$ be a vector whose i th element is 1 and others are 0.

$$\mathbf{e_i} := (\overbrace{0, 0, \cdots, 0, 1}^{i}, 0, \cdots, 0)$$

Definition (Partial Derivative)

Partial derivative at $\bar{\mathbf{x_0}} \in D$ is

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} := \lim_{h \to 0} \frac{f(\overline{\mathbf{x_0}} + h\mathbf{e_i}) - f(\overline{\mathbf{x_0}})}{h}$$

When $n = 1$, partial derivative is equivalent to derivative of one variable function.

Calculation Procedure

- Treat x_i as the only variable in f
- Treat x_{-i} as constant

실제로 연습해보기

단조성
Monotonicity

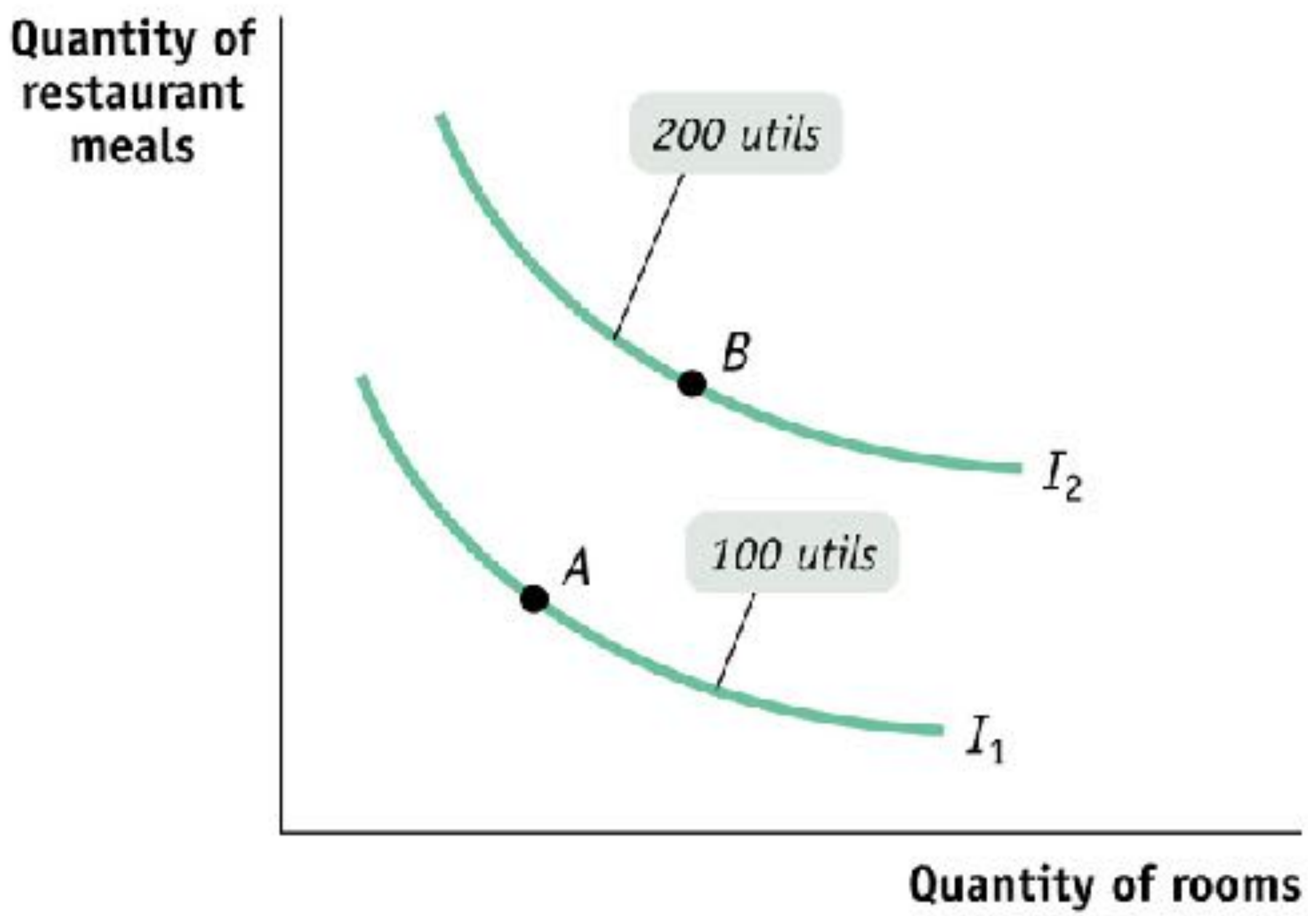
- “약간의 무리를 감수하고” 벡터의 부등식을 다음과 같이 정의
  - (x1, x2) > (y1, y2) if (1) x1≥y1 and x2≥y2, and (2) x1>y1 or x2>y2
  - ex) (3,1) > (0,1)
  - 무리인 이유: 부등식이 정의되지 않는 벡터가 존재
    - ex)(3,1) vs (2,2)
- 단조성: $x > y \Rightarrow U(x) > U(y)$

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

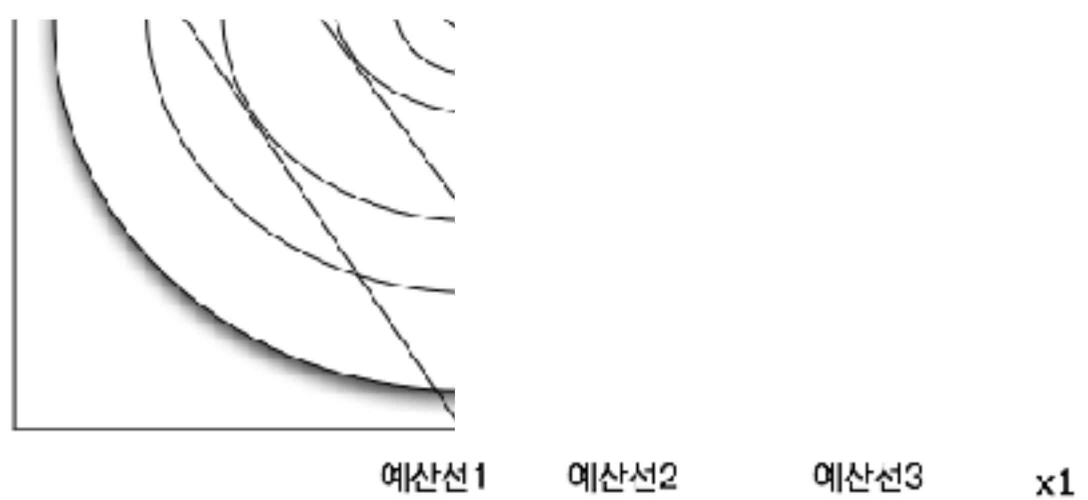
한계효용으로 정의하는 단조성

$$MU_i > 0 \quad \forall i$$

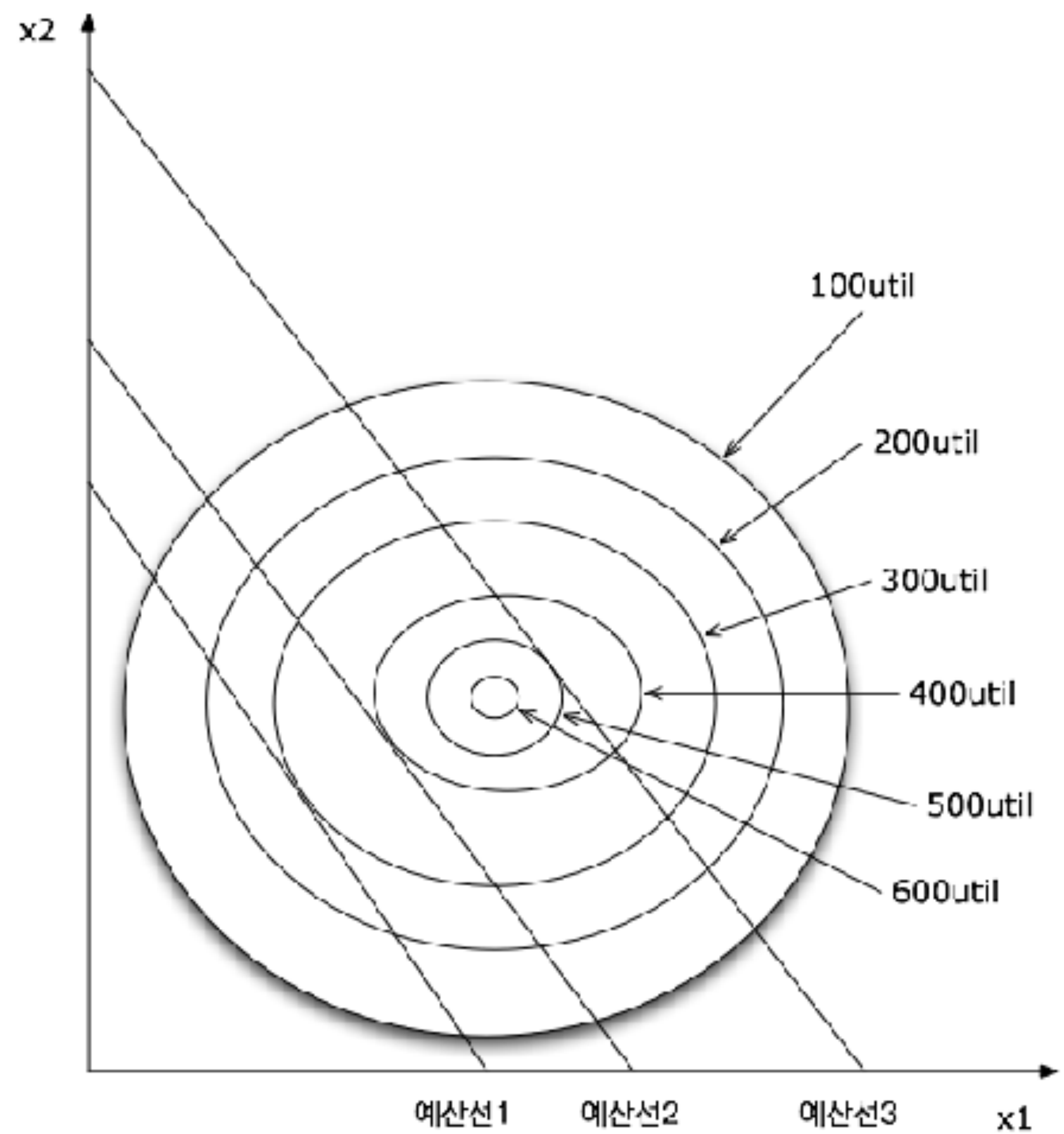
- i번째 변수가 아닌 다른 모든 변수가 불변인 상태에서 i번째 변수만 증가시킬 때 효용은 증가함을 의미
- 무차별곡선은 우하향
- 참고: 지복점 (bliss point)이 존재할 경우의 효용은 단조성을 위배



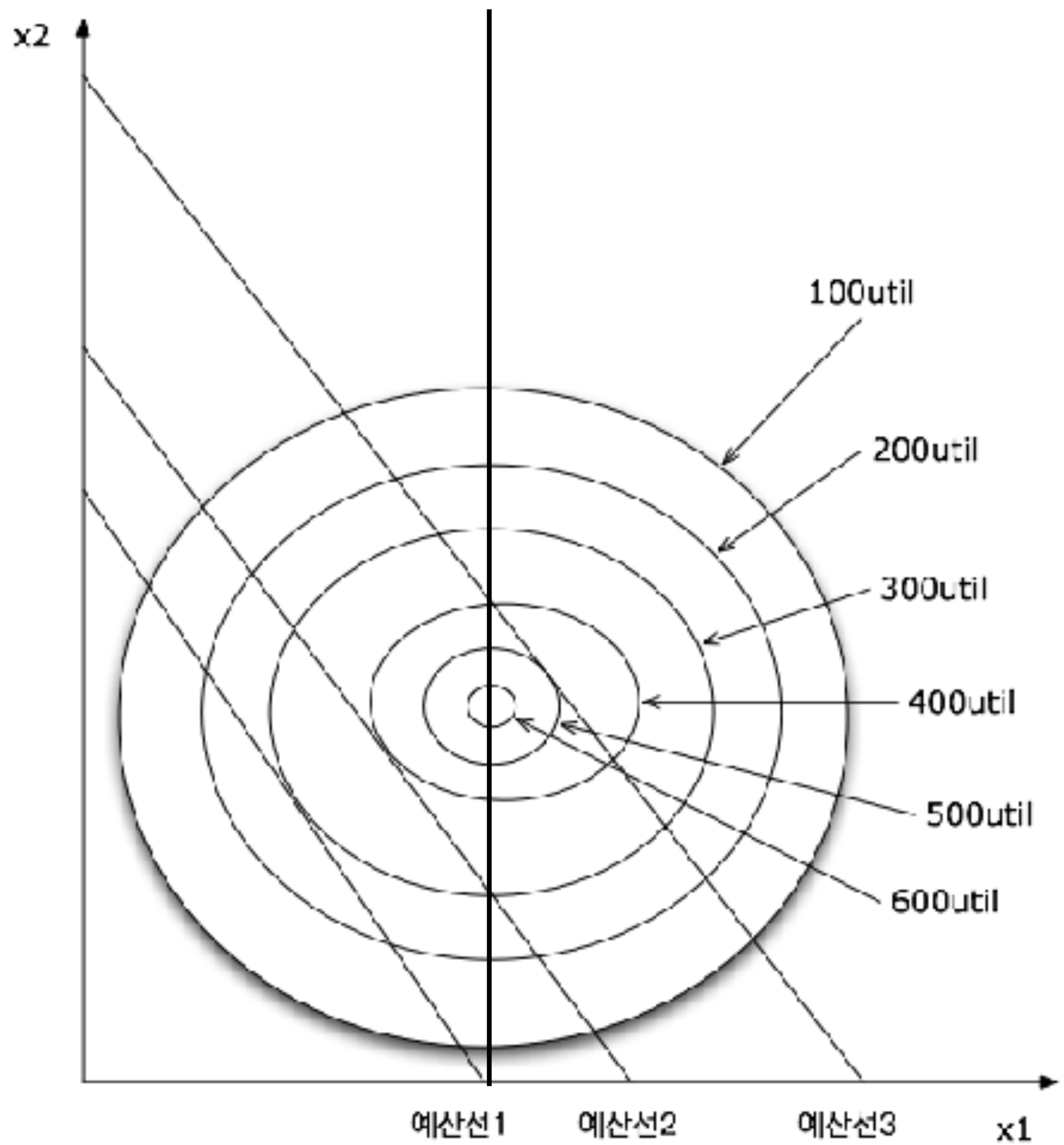
지복점이 있는 경우의 무차별곡선



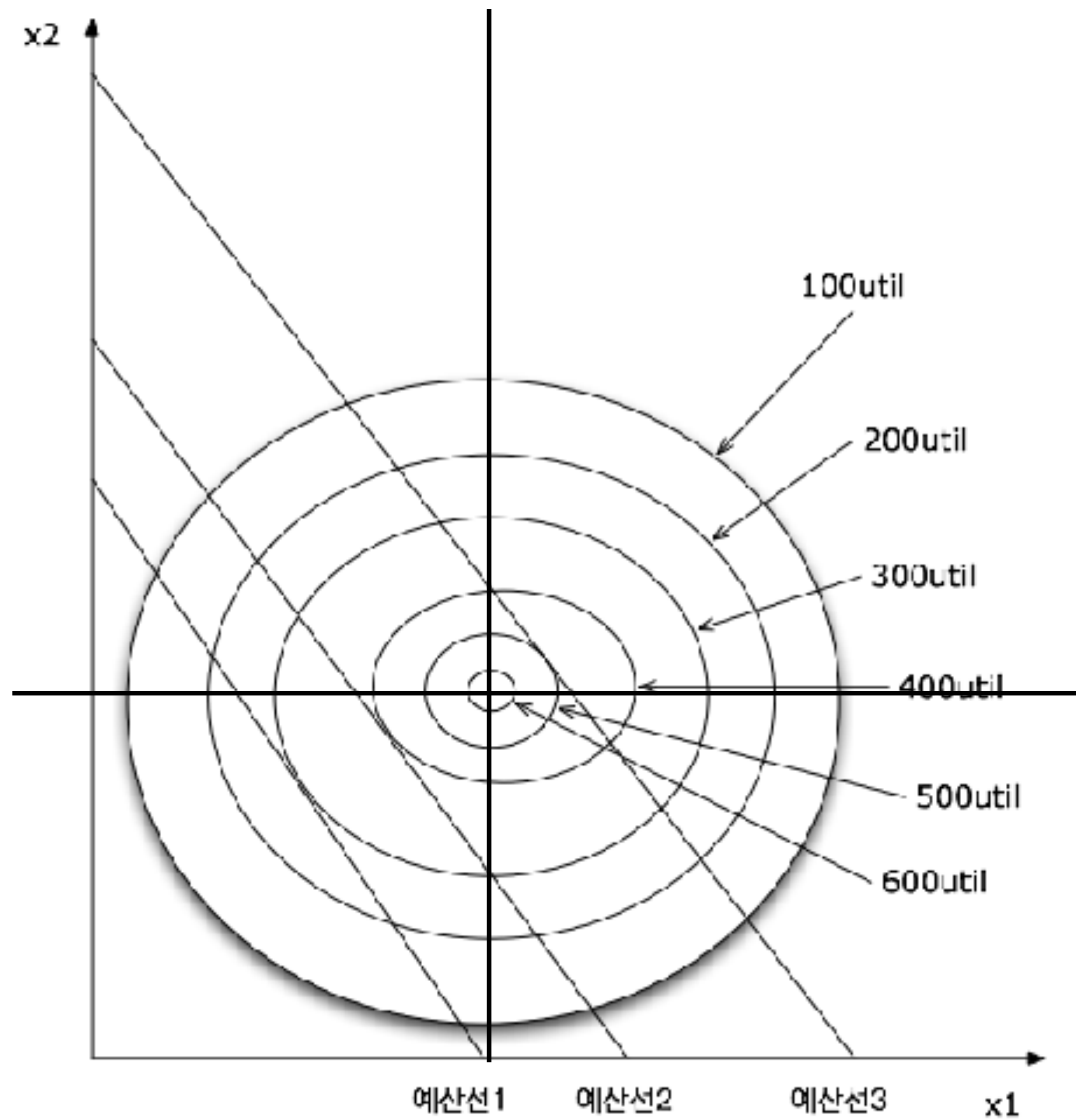
지복점이 있는 경우의 무차별곡선



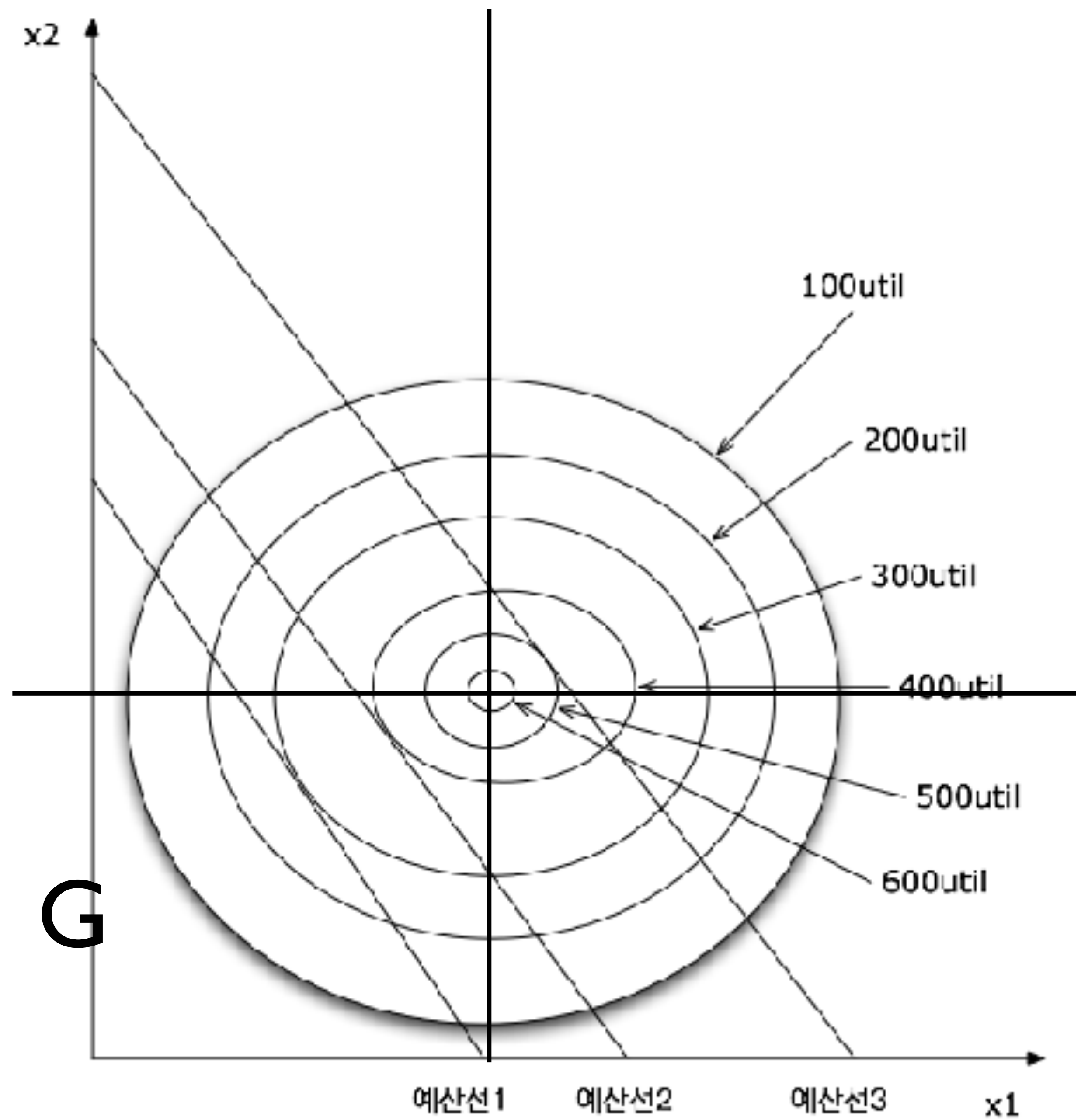
지복점이 있는 경우의 무차별곡선



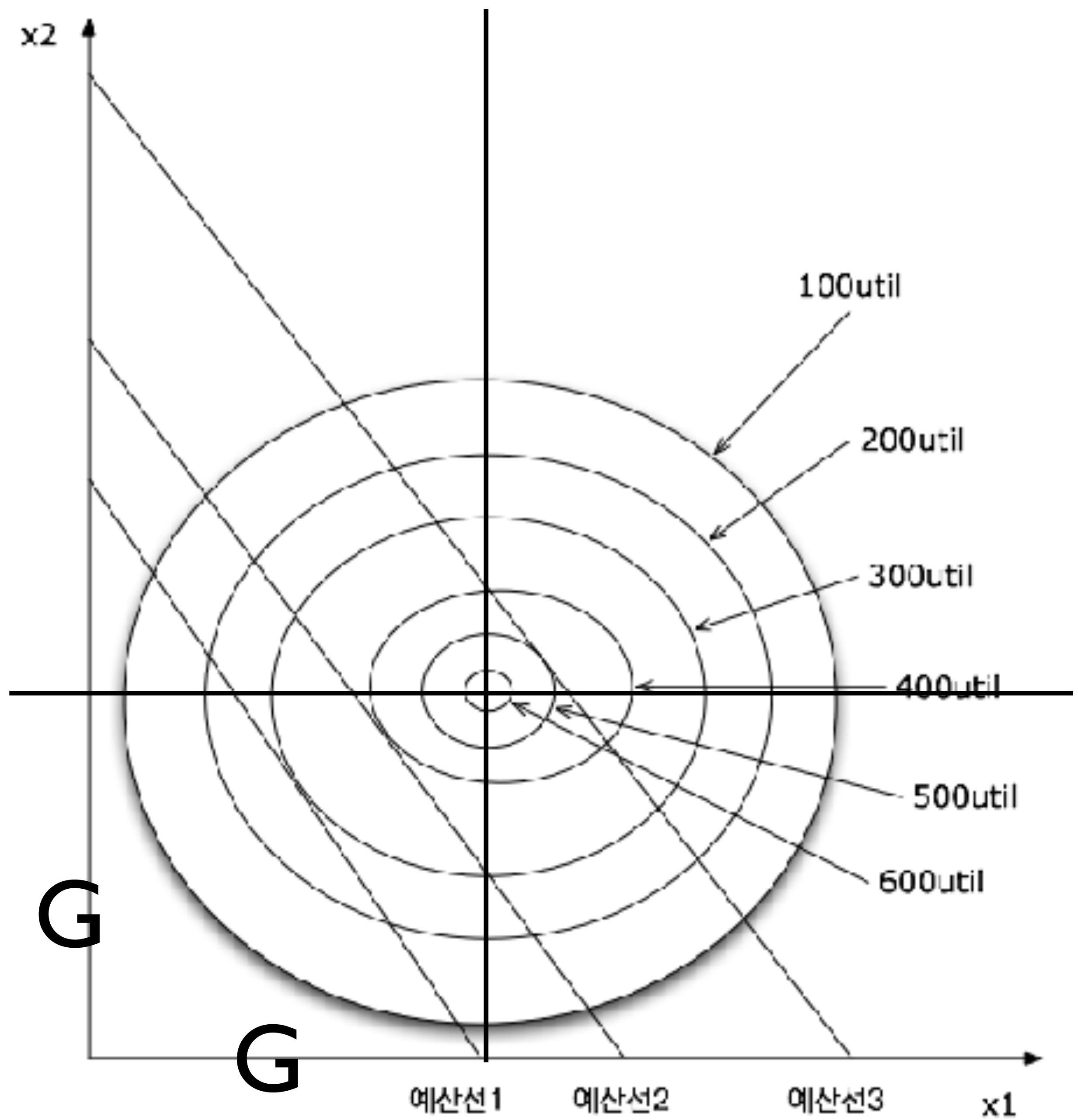
지복점이 있는 경우의 무차별곡선



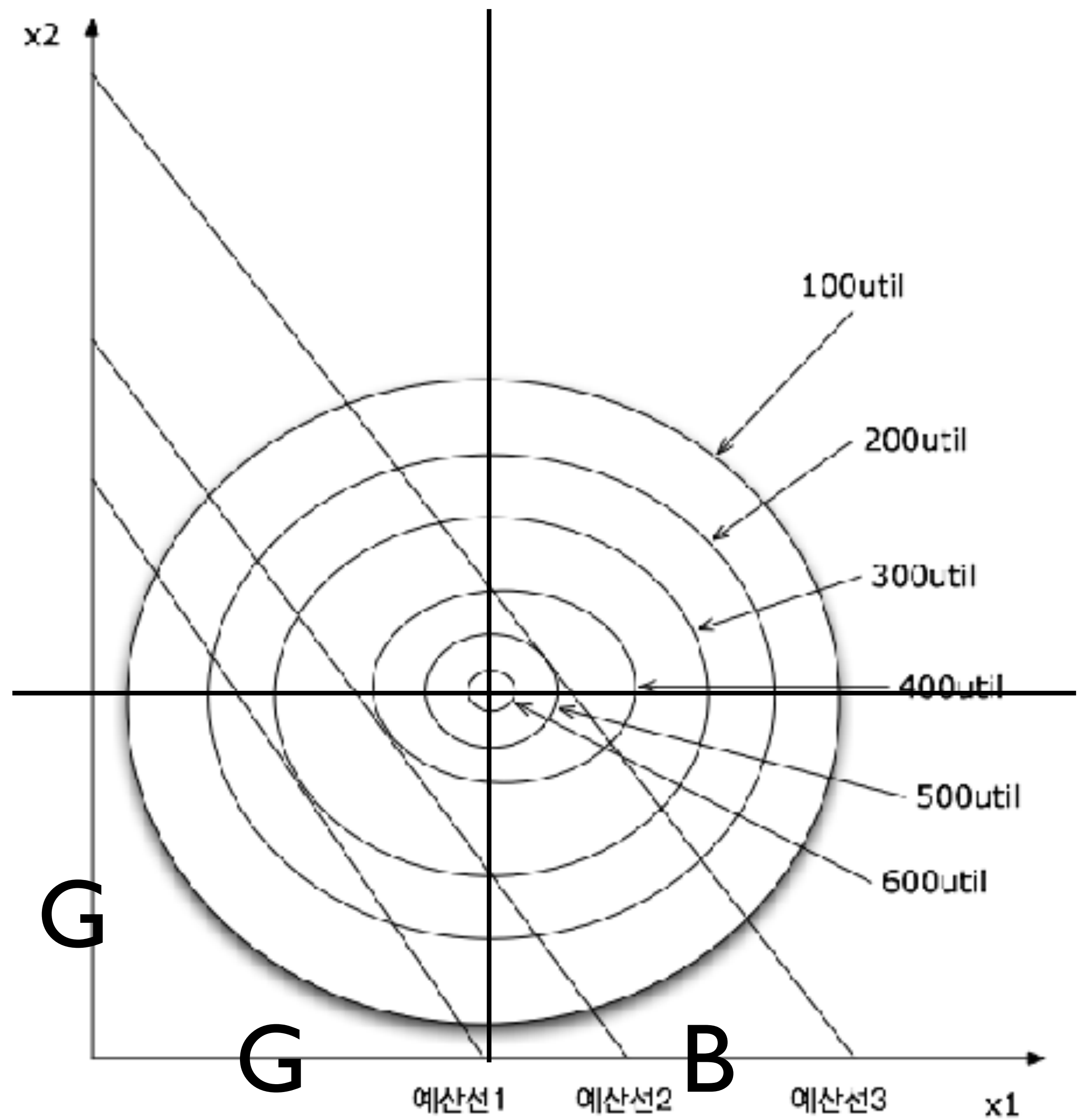
지복점이 있는 경우의 무차별곡선



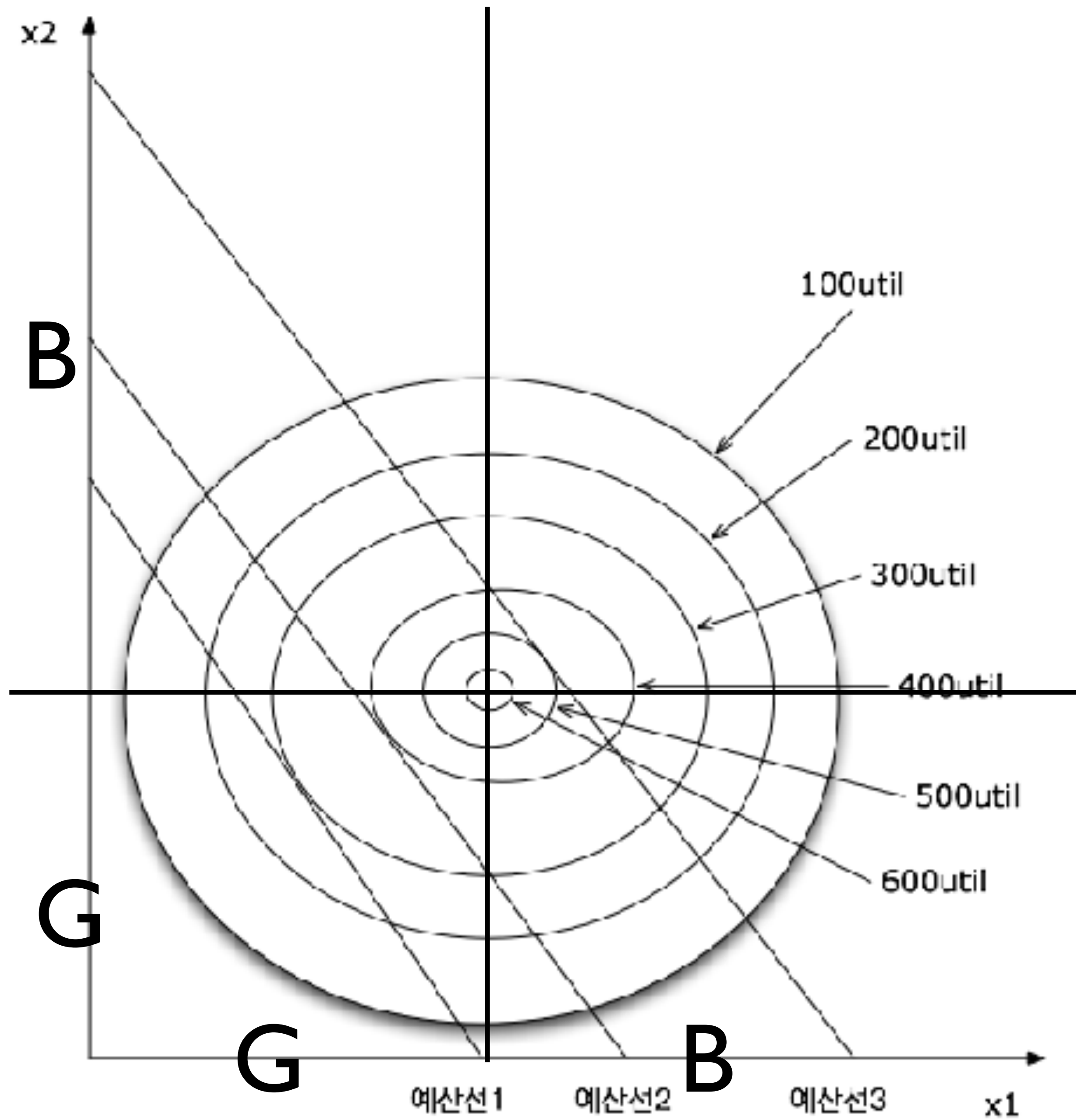
지복점이 있는 경우의 무차별곡선



지복점이 있는 경우의 무차별곡선



지복점이 있는 경우의 무차별곡선



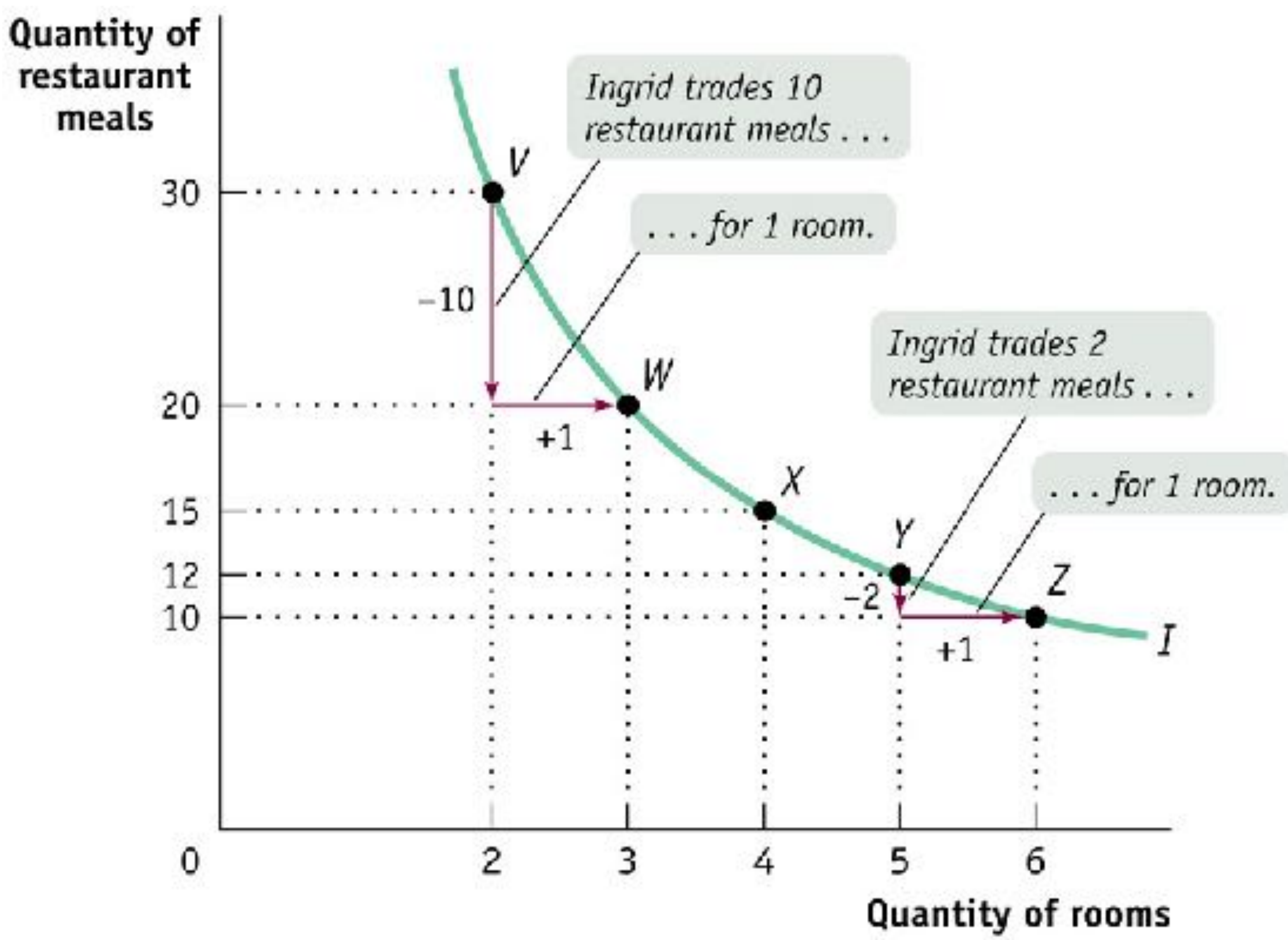
한계효용체증/불변/체감

- 한계효용체증
  - 한계효용함수 MUi >0 가 증가함수
- 한계효용불변
  - 한계효용함수 MUi >0 가 상수
- 한계효용체감
  - 한계효용함수 MUi >0 가 감소함수

한계대체율
MRS:Marginal Rate of Substitution

- 무차별곡선의 의미 중 하나는 상품묶음이 다르더라도 효용이 같은(즉, 효용극대화의 관점에서 무차별한) 조합이 존재한다는 것
- 가령 1상품의 일부를 포기하는 대신 2상품의 일부를 얻는 것이 똑같은 효용이라면:
  - 즉, 상품조합이 같은 무차별곡선상에 있다면:
  - 효용을 유지하면서 대체 가능한 상품 비율을 계산할 수 있음 ➔ 한계대체율

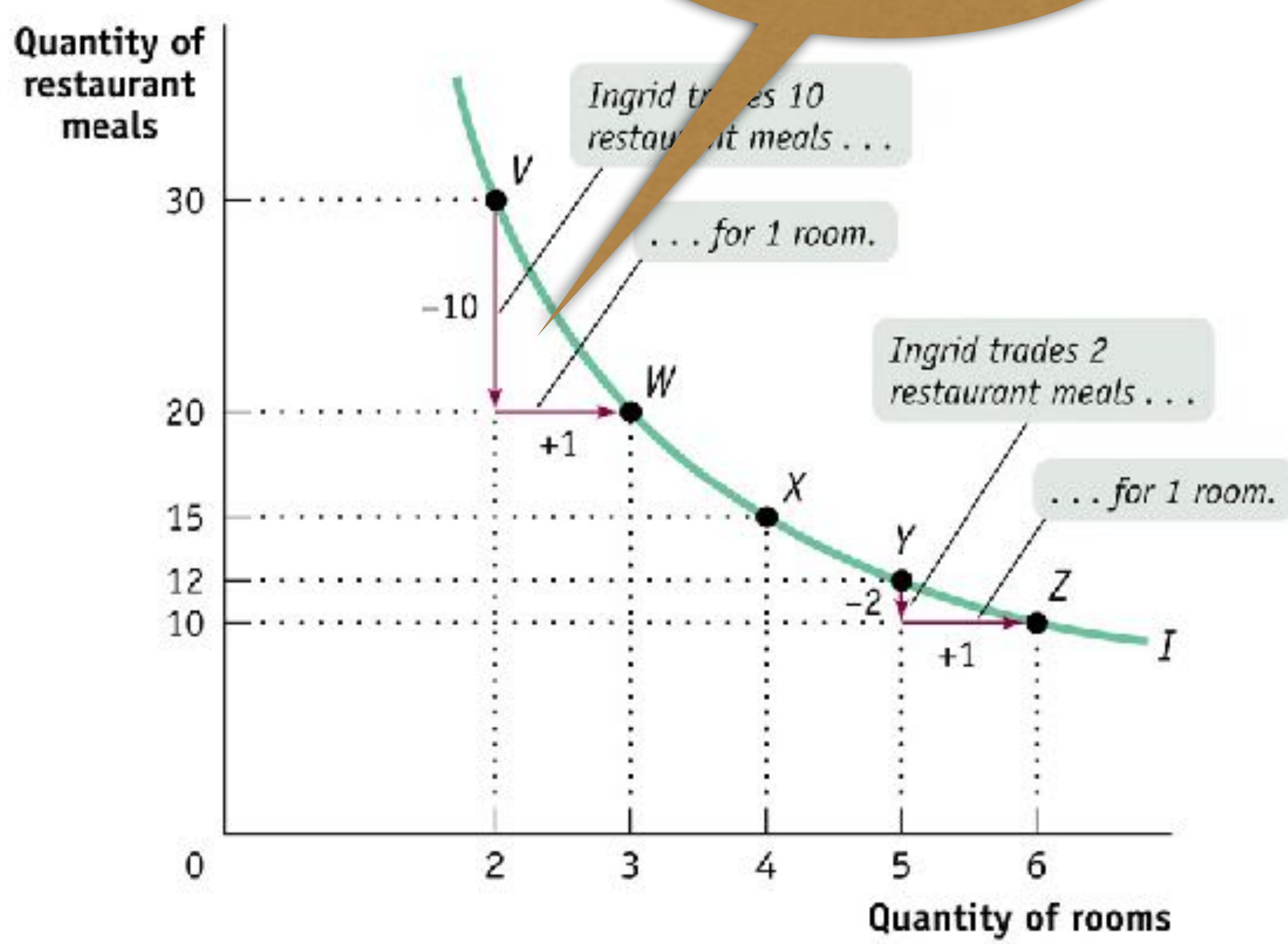
무차별곡선과 한계대체율(MRS)



Consumption bundle	Quantity of rooms	Quantity of restaurant meals
V	2	30
W	3	20
X	4	15
Y	5	12
Z	6	10

무차별곡선과 한계대체율(MRS)

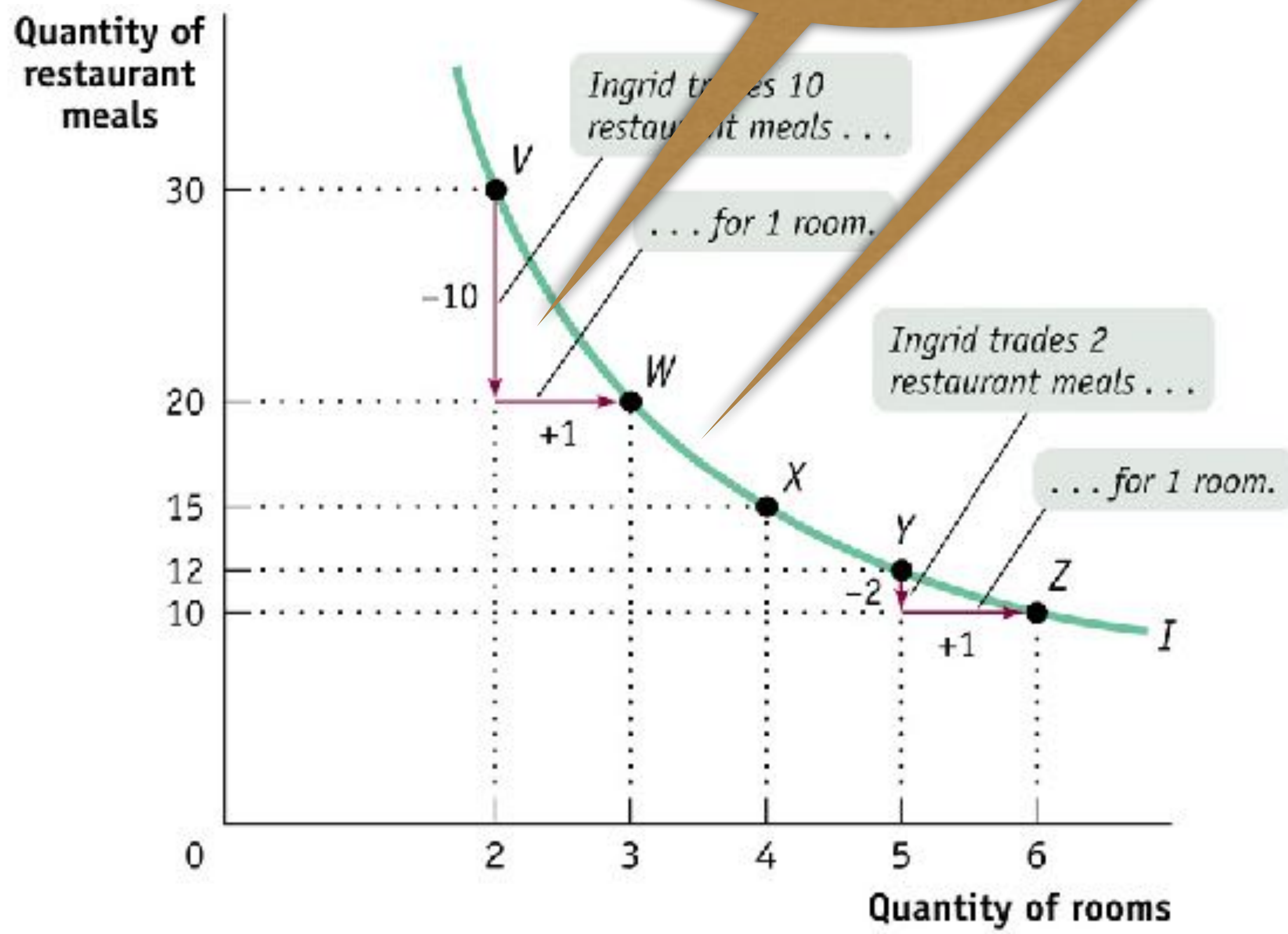
MRS:10



Consumption bundle	Quantity of rooms	Quantity of restaurant meals
V	2	30
W	3	20
X	4	15
Y	5	12
Z	6	10

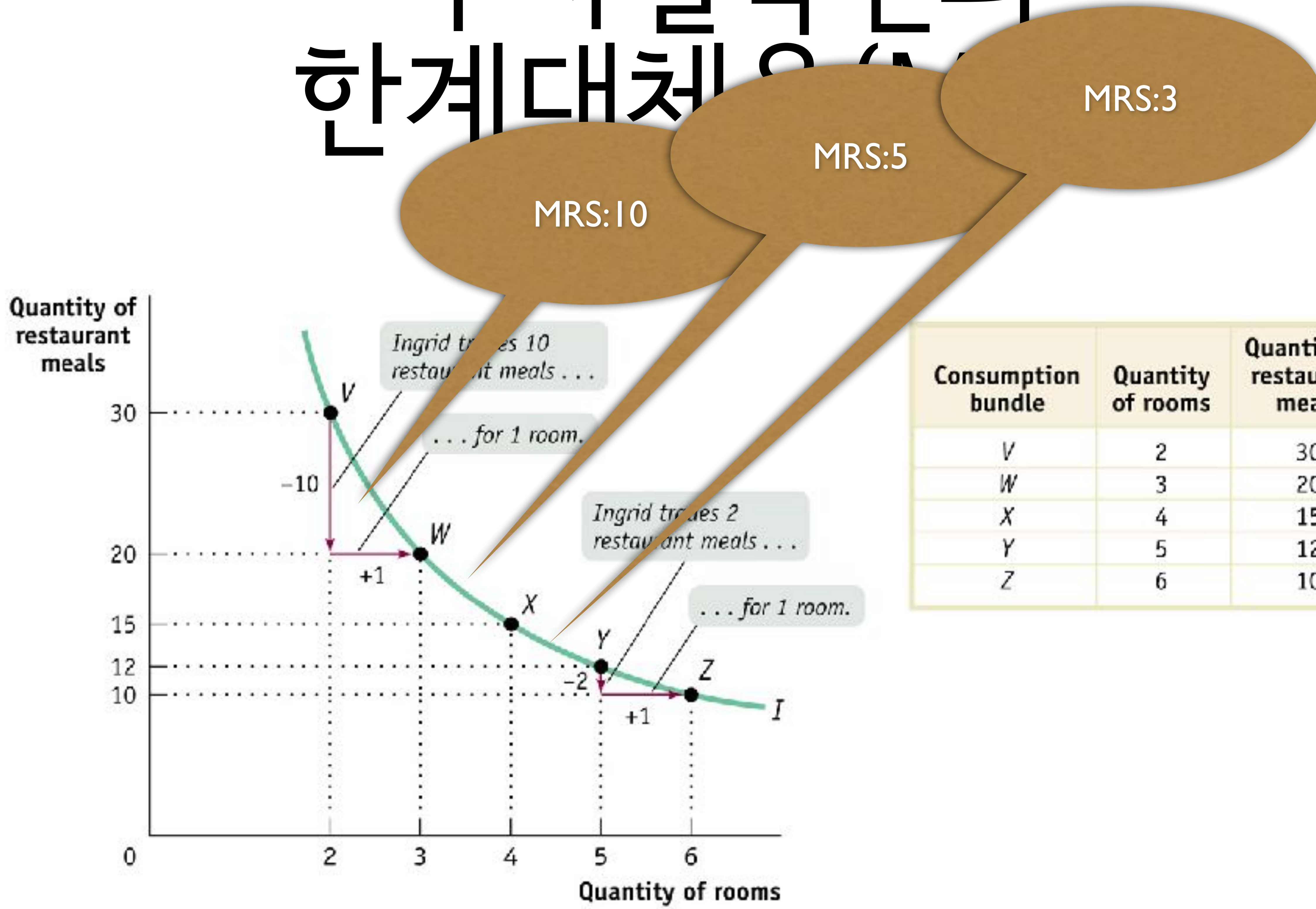
Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

무차별곡선과 한계대체율 (MRS)



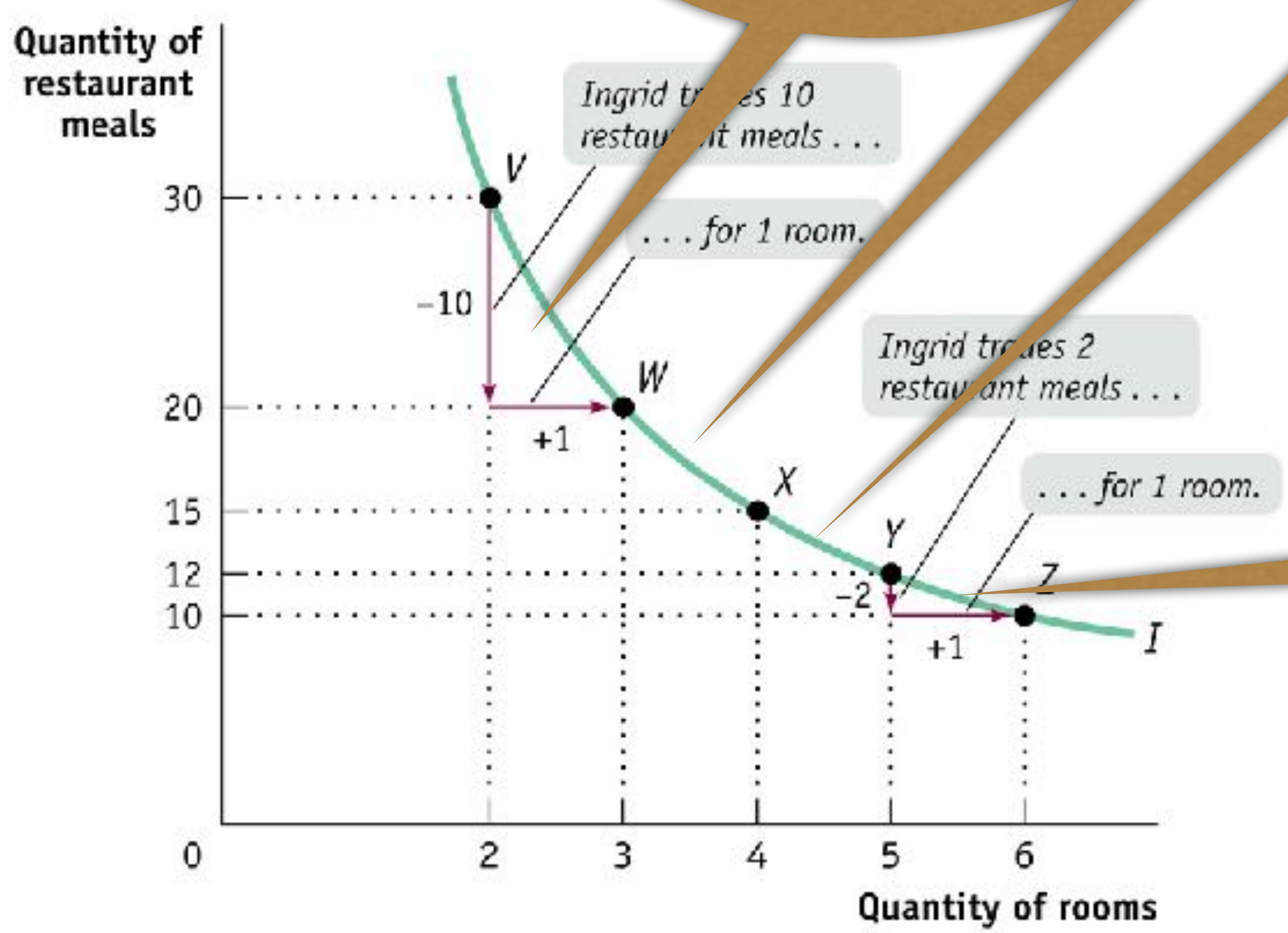
Consumption bundle	Quantity of rooms	Quantity of restaurant meals
V	2	30
W	3	20
X	4	15
Y	5	12
Z	6	10

무차별곡선과
한계대체율 (M



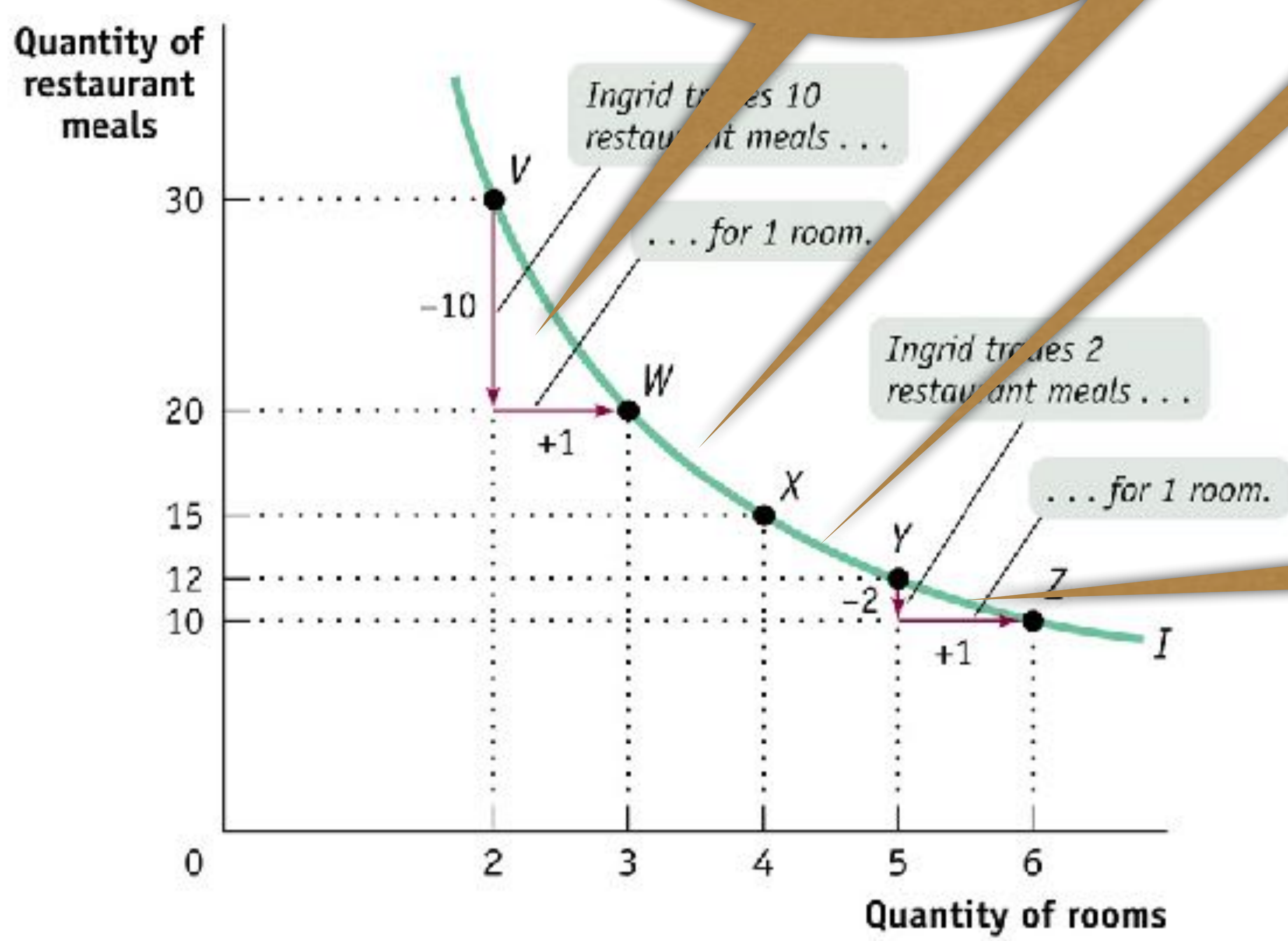
Consumption bundle	Quantity of rooms	Quantity of restaurant meals
V	2	30
W	3	20
X	4	15
Y	5	12
Z	6	10

무차별곡선과
한계대체



Consumption bundle	Quantity of rooms	Quantity of restaurant meals
V	2	30
W	3	20
X	4	15
Y	5	12
Z		

무차별곡선과 한계대체



Consumption bundle	Quantity of rooms	Quantity of restaurant meals
V	2	30
W	3	20
X	4	15
Y	5	12
Z		

MRS의 대수적 표현

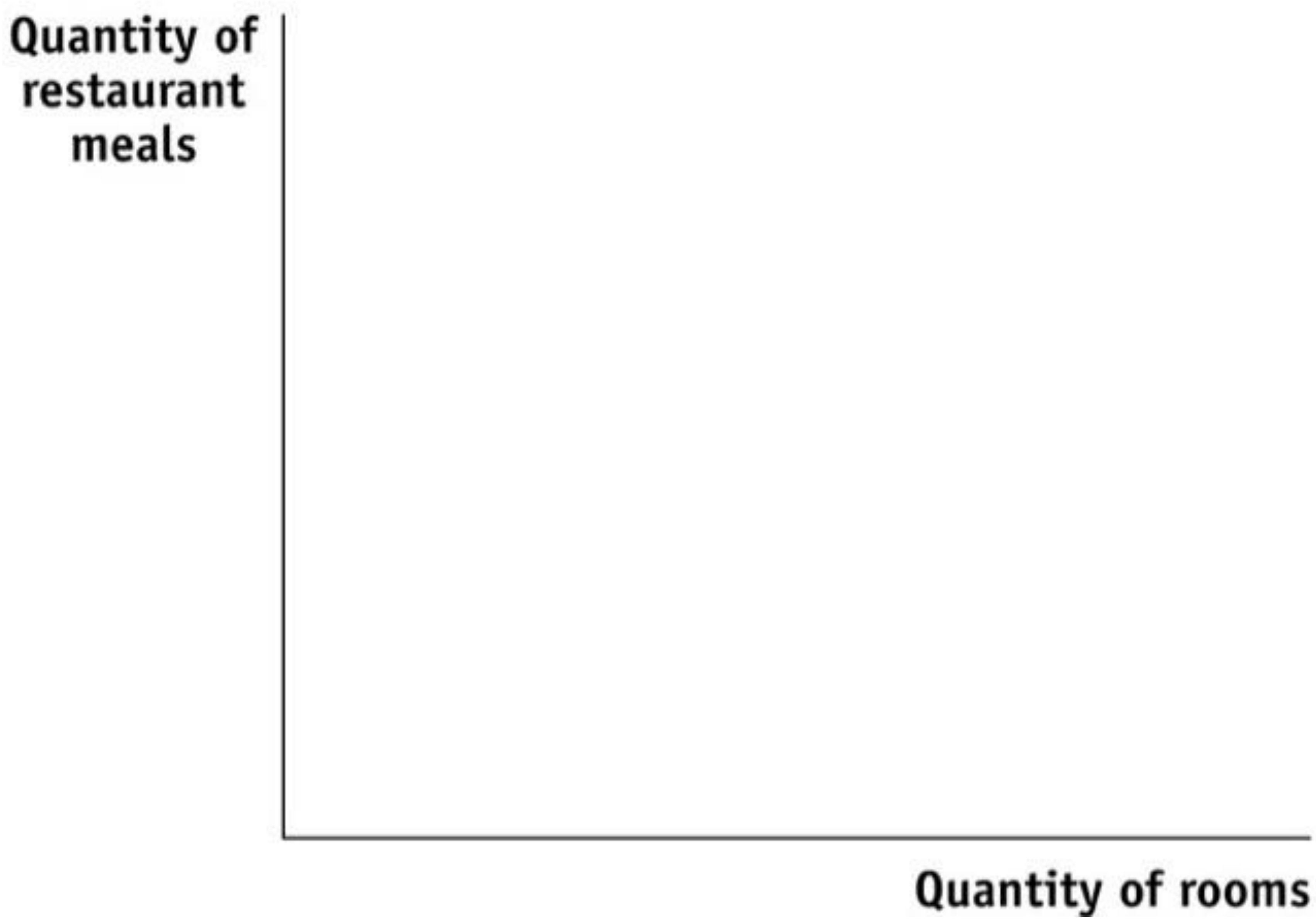
$$MRS_{1,2} \equiv \left| \frac{\Delta Q_2}{\Delta Q_1} \right|_{TU=\bar{u}}$$

- ΔU = Δ1U+Δ2U=Δx1·MU1+Δx2·MU2=0
- -⊿x2/⊿x1 = MU1/ MU2
- ∴ MRS1,2= MU1/ MU2
- MRS는 무차별곡선의 기울기의 절대값

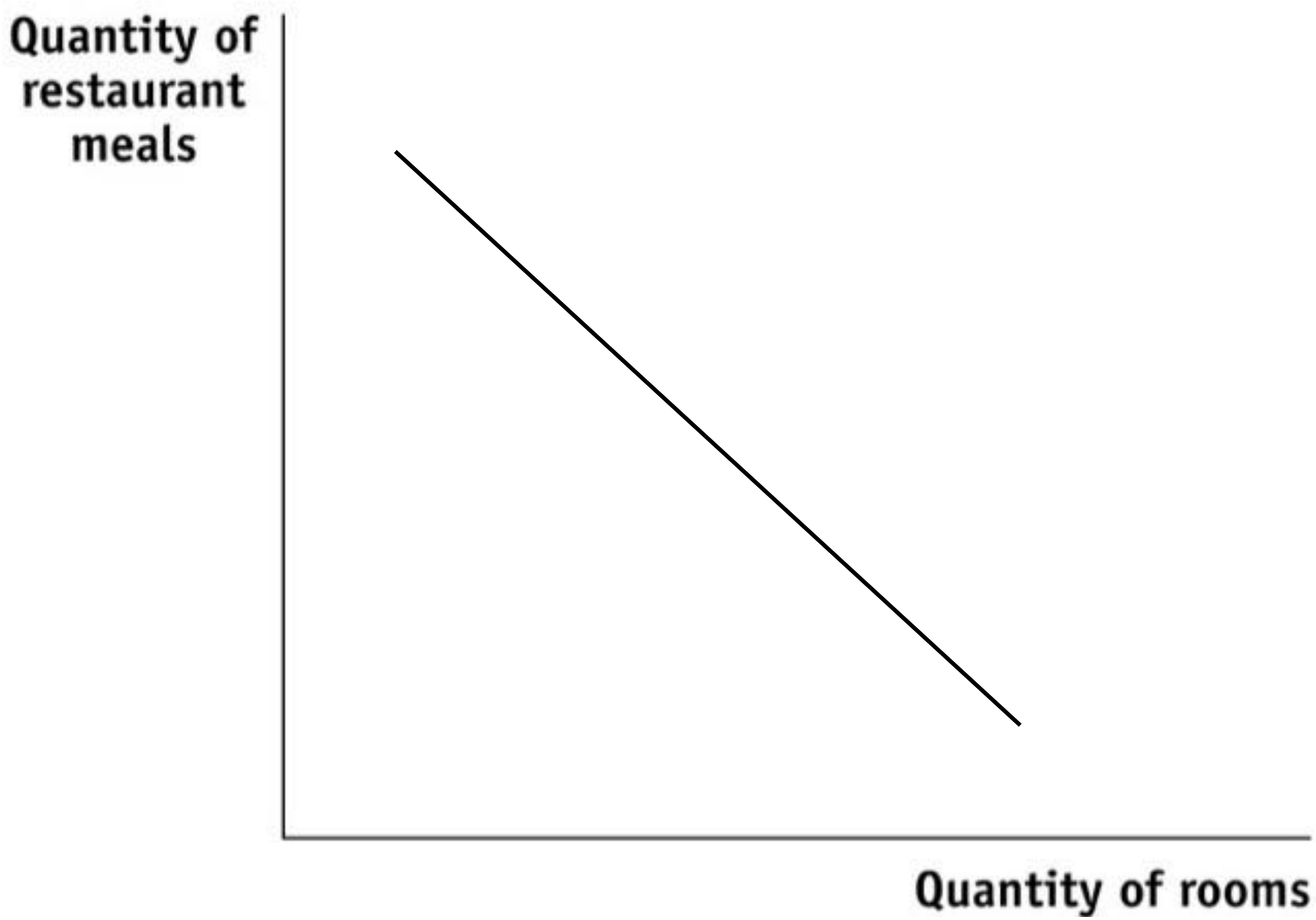
한계대체율 체감 Diminishing MRS

- 한계대체율 체감 = 무차별곡선 기울기 감소 = 원점에서 볼록 (convex)
- 무차별곡선이 성질4(원점에서 볼록)를 만족하는 경우에만 성립

한계대체율이 체감하지 않는 예

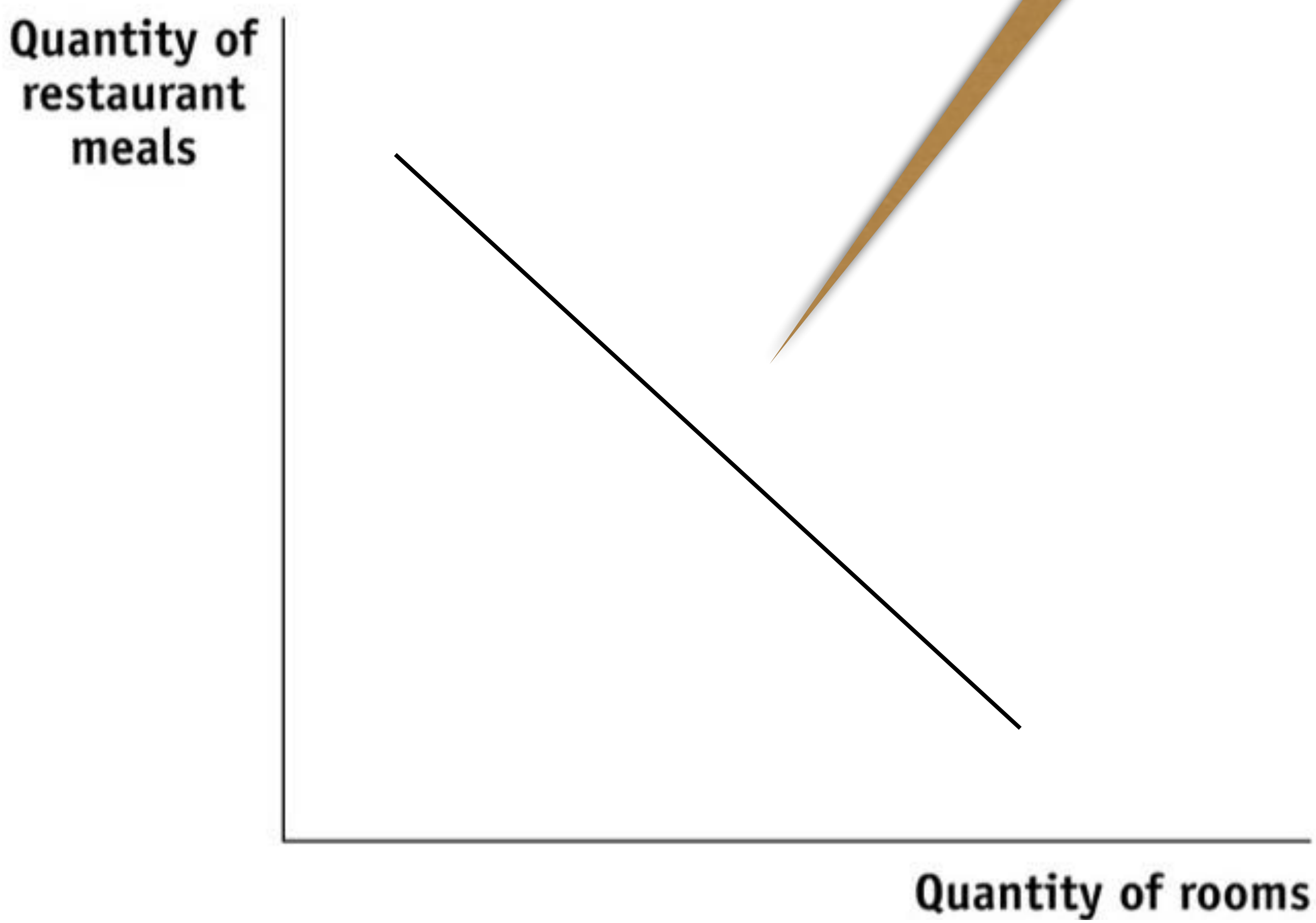


한계대체율이 체감하지 않는 예

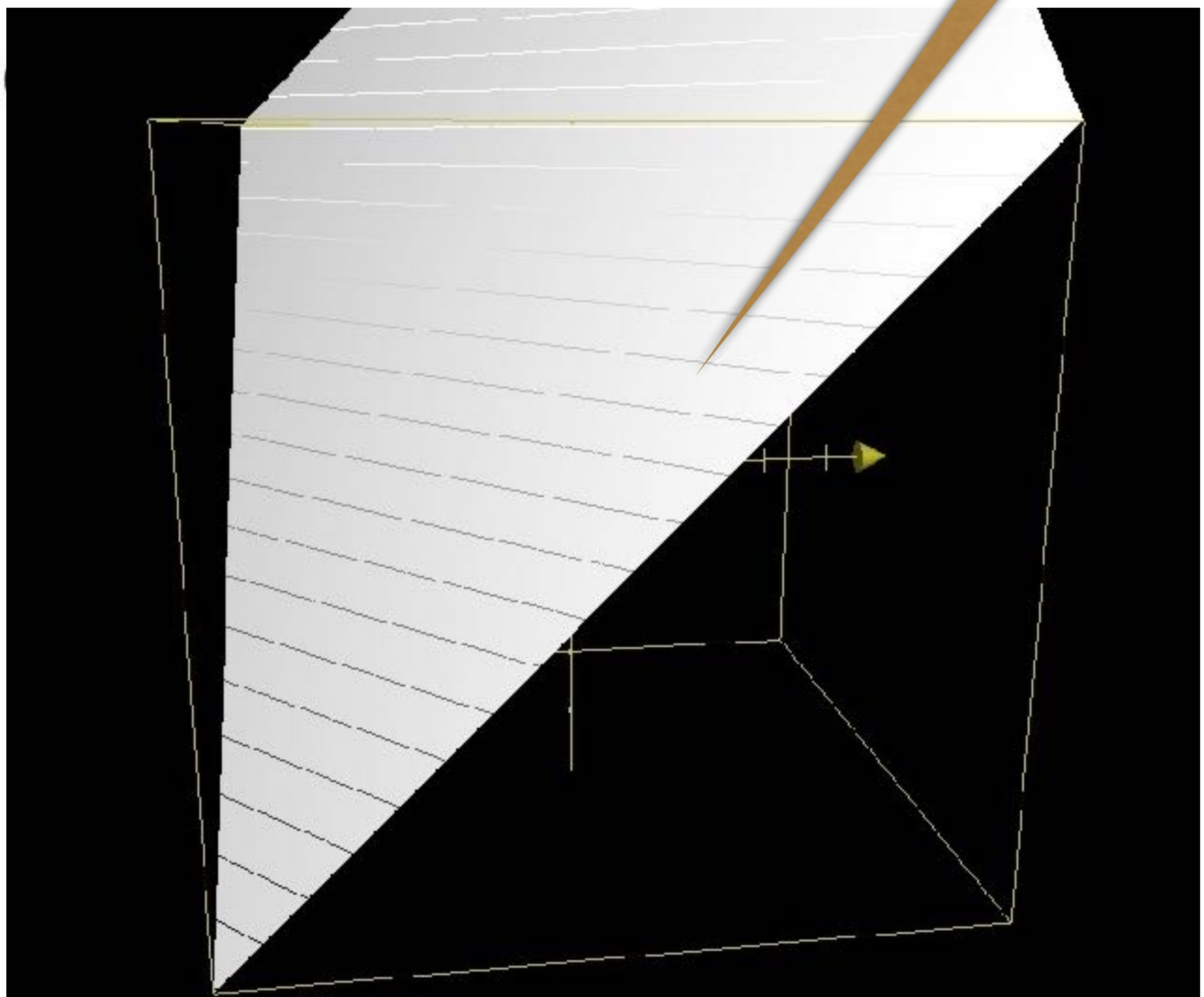


한계대체율이 체감하지 않는

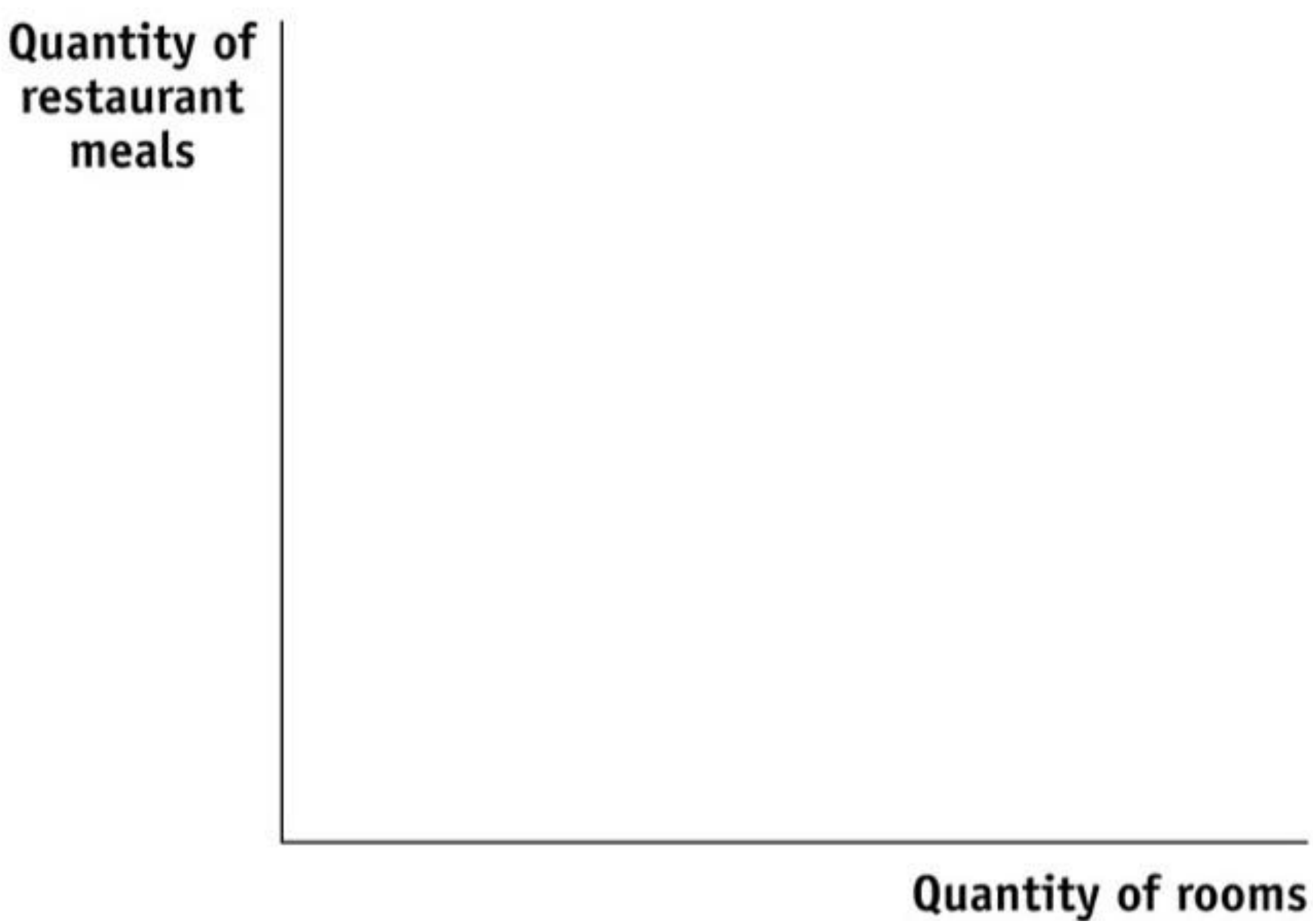
MRS:일정



한계대체율이
체감하지 않는

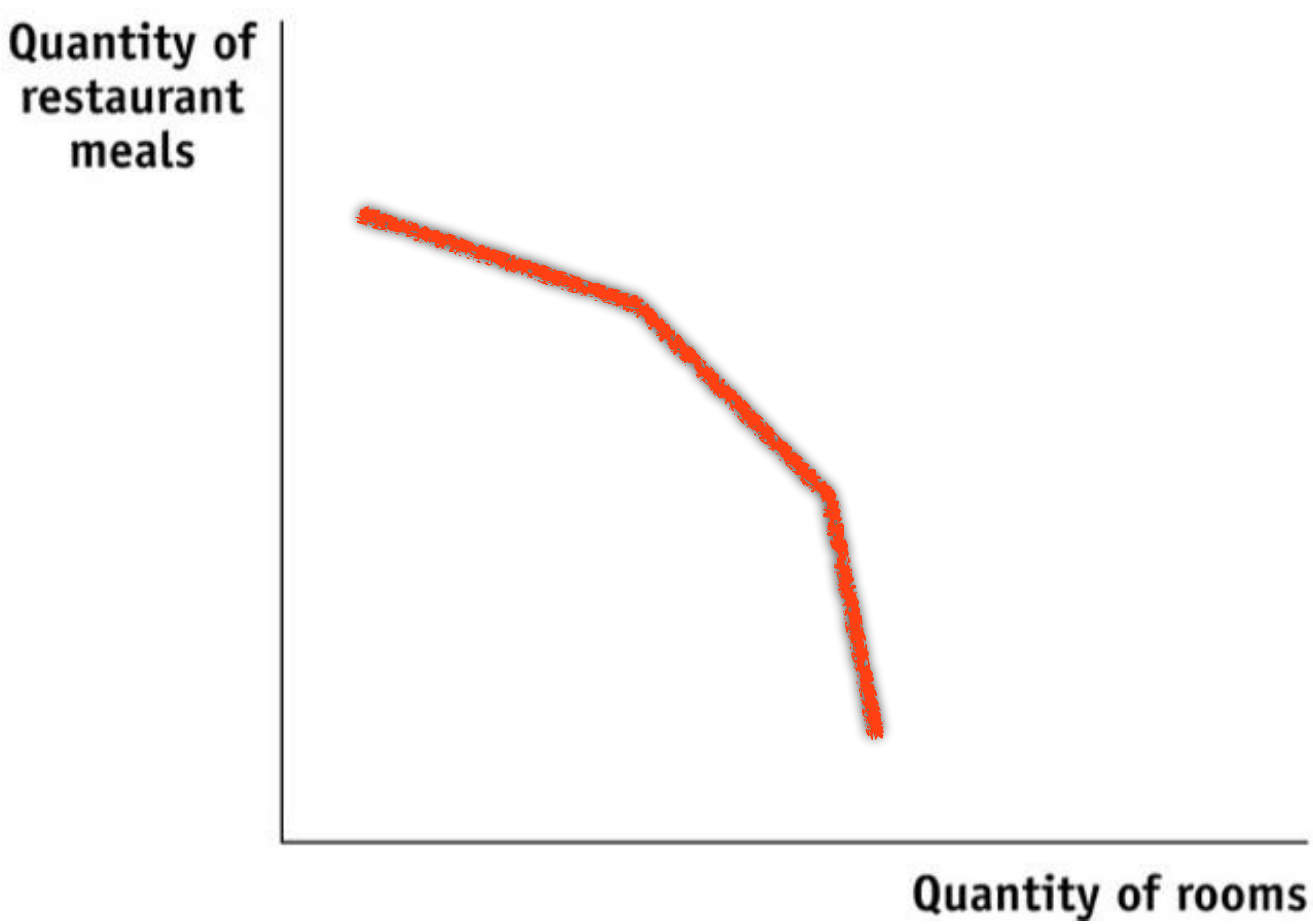


한계대체율이 체감하지 않는 예(2)

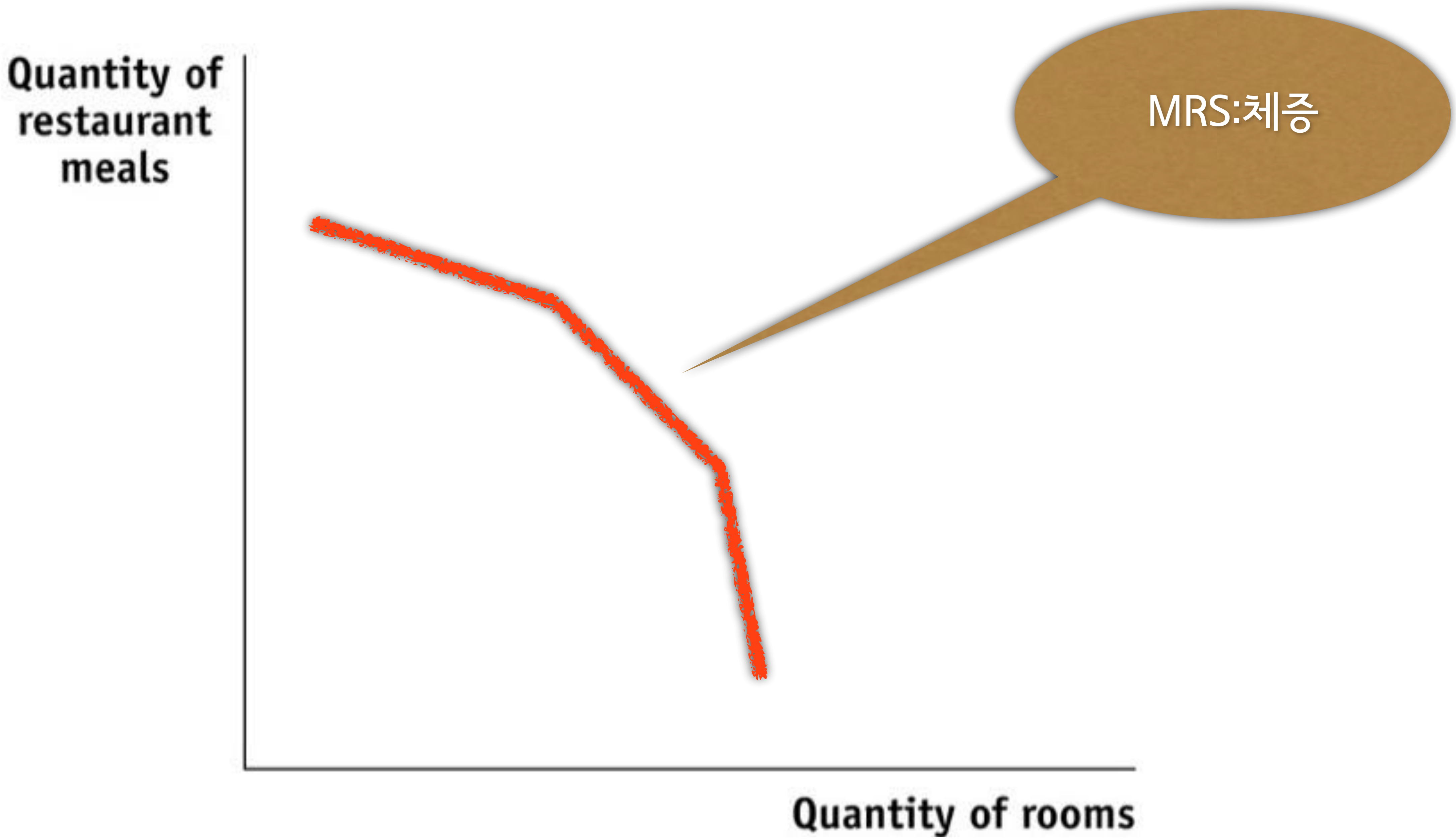


Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

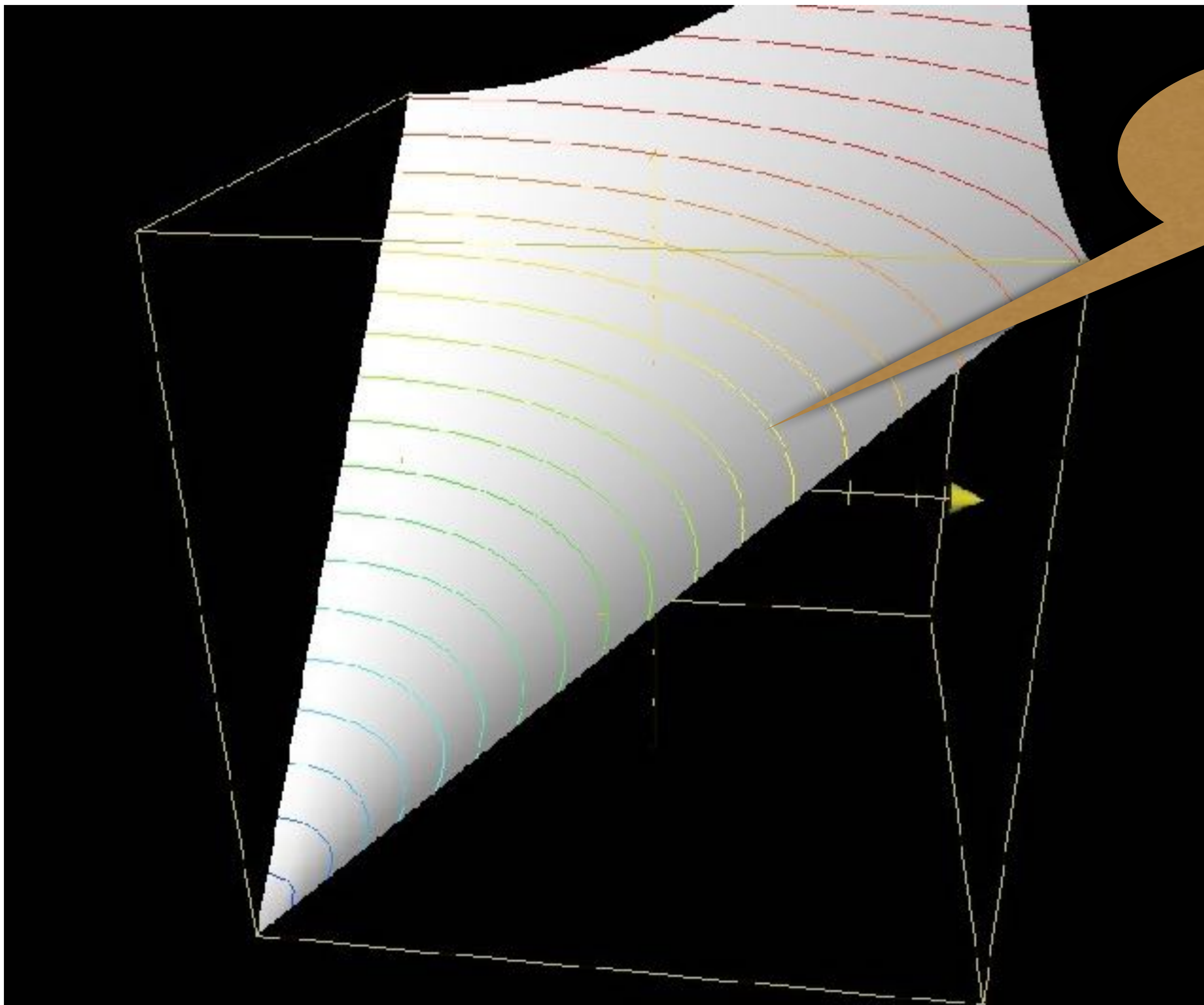
한계대체율이 체감하지 않는 예(2)



한계대체율이 체감하지 않는 예(2)



한계대체율이 체감하지 않는 예(2)



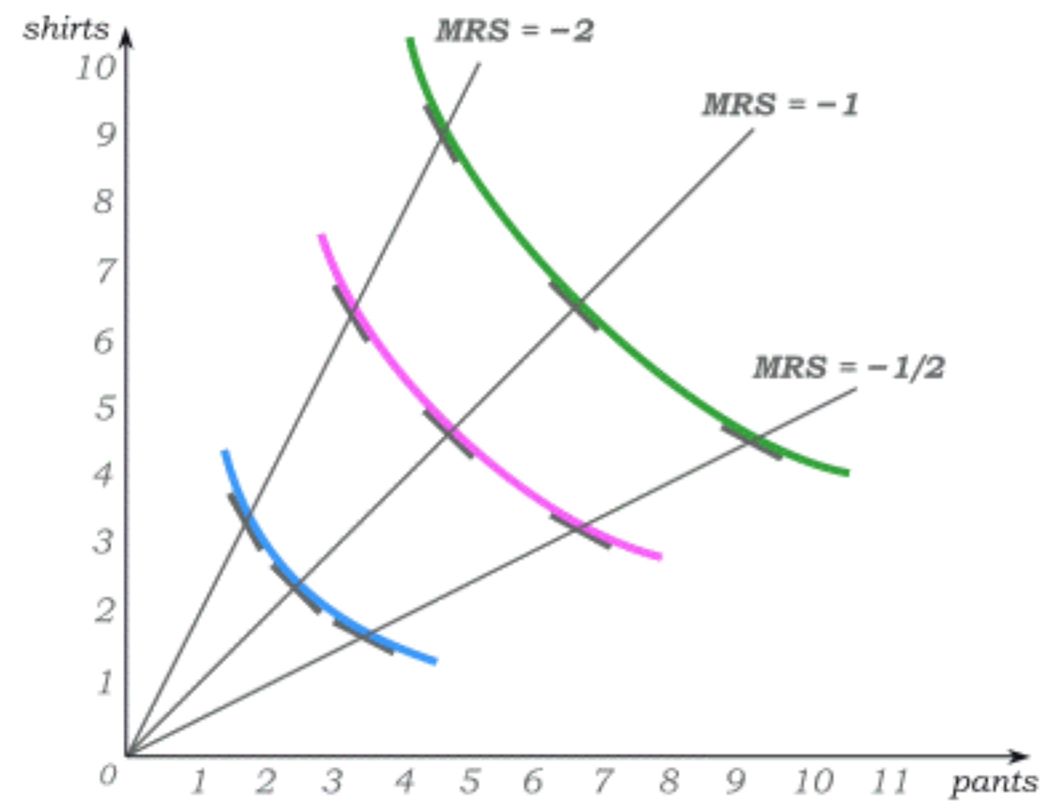
한계효용체감과 한계대체율 체감은 무관

- MRS: 체감, MU: 체증
  - $U = x1^2\ x2^2$
- MU: 체감, MRS: 불변
  - U = (x1+x2)^(0.5)
- U(x1,x2) = h(x1)+g(x2) 인 경우
  - MU 체감 ⇒ MRS 체감

Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

동조적 효용함수 Homothetic Utility Func.

- 동조적 효용체계 $\succsim$
  - $x \backsim y \Rightarrow \alpha x \backsim \alpha y$ $\forall \alpha \geq 0$
- 동조적 효용함수 U
  - $U(x) = U(y) \Rightarrow U(\alpha x) = U(\alpha y)$ $\forall \alpha \geq 0$
  - MRS는 재화의 절대량이 아니라 재화의 비율에 의존



Cobb-Douglas Utility Function: examples

- α + β = 1 인 조건을 추가해도 효용체계는 변함이 없음
- 강단조변환 f(x) = x^{1/(α+β)}를 적용할 경우 효용체계는 변함이 없으면서 두 지수의 합은 1이 됨
- MU: 체감
- 동조성 존재

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$$

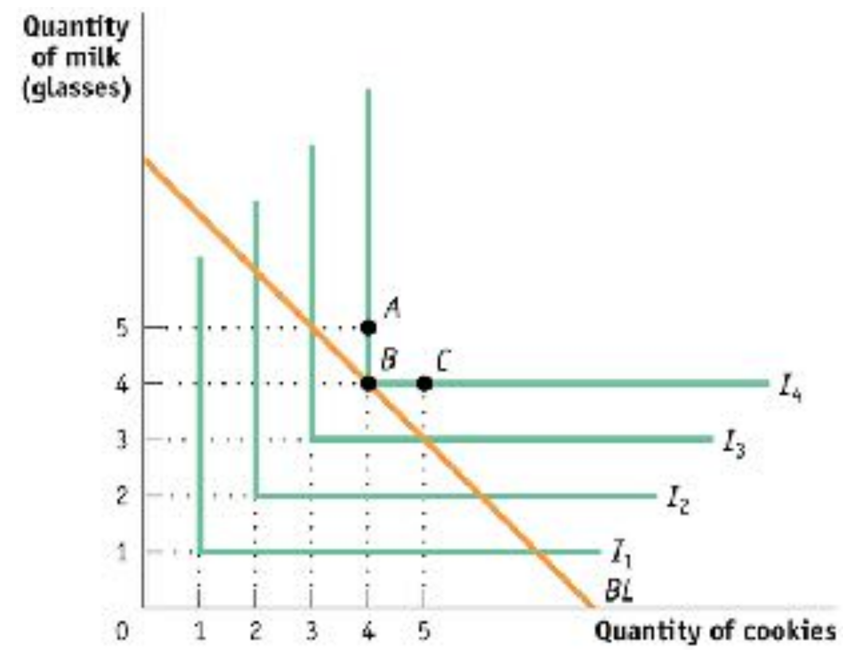
$$U = \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2$$

$$U = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$$

완전보완재

$$U(x_1, x_2) = \min(x_1, x_2)$$

- x1, x2가 서로를 완벽하게 보완함
  - 예: 소맥을 즐기는 사람의 효용체계 (x1: 소주, x2: 맥주)
- 왼쪽 신발과 오른쪽 신발



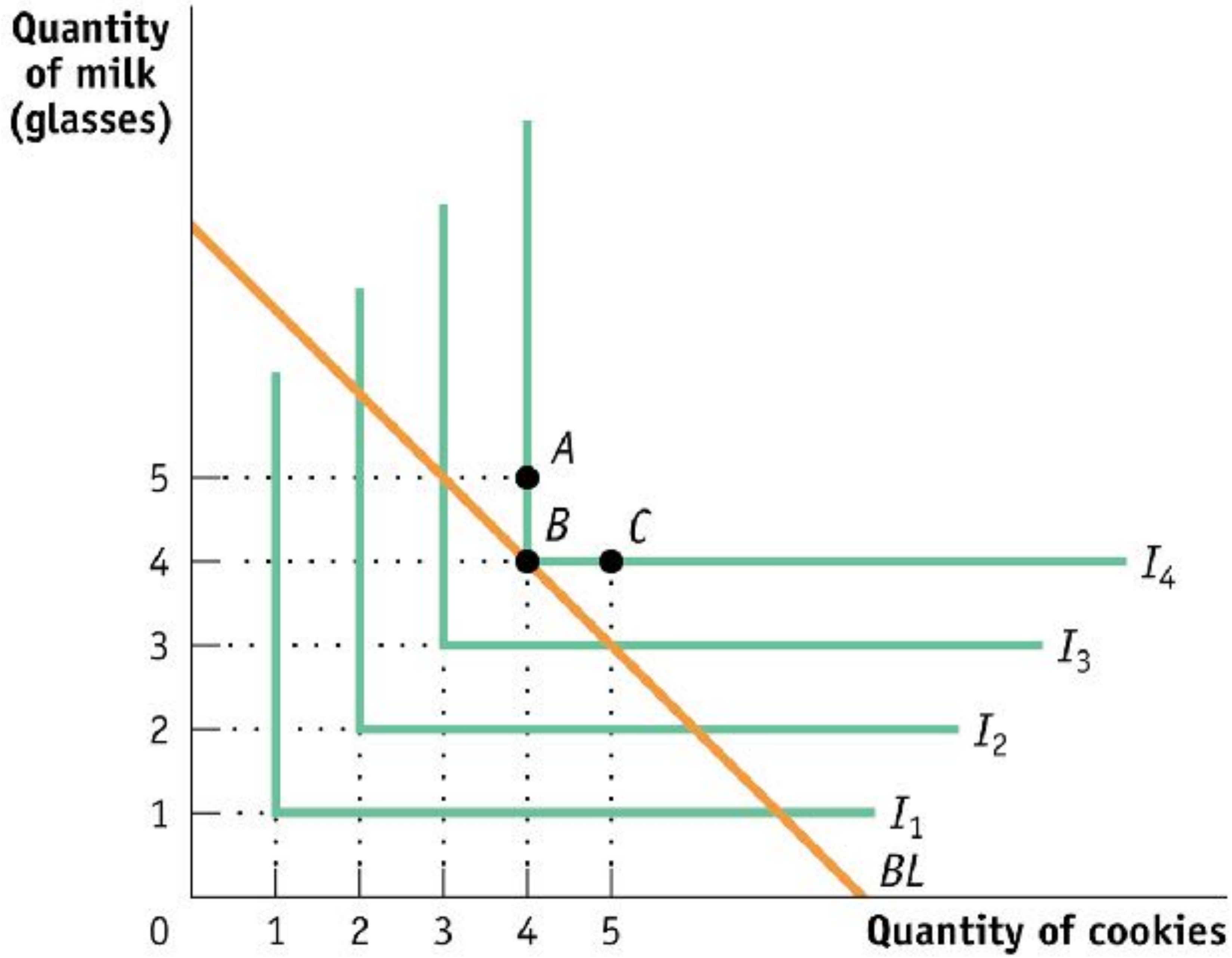
보완재 Complements

- 보완적 성격의 재화: A의 가격만 하락[상승]하면 B의 수요가 증가[감소]
  - 스마트폰과 보호필름, 자전거와 자전거용 자물쇠, 국수와 비빔장, 소주와 맥주(섞어마시는 경우), 왼쪽 신발과 오른쪽 신발 등
- A, B가 서로 보완재라면 A만의 가격하락[상승]은 B의 수요곡선을 오른쪽[왼쪽]으로 이동시킴

완전보완재
Perfect Complements

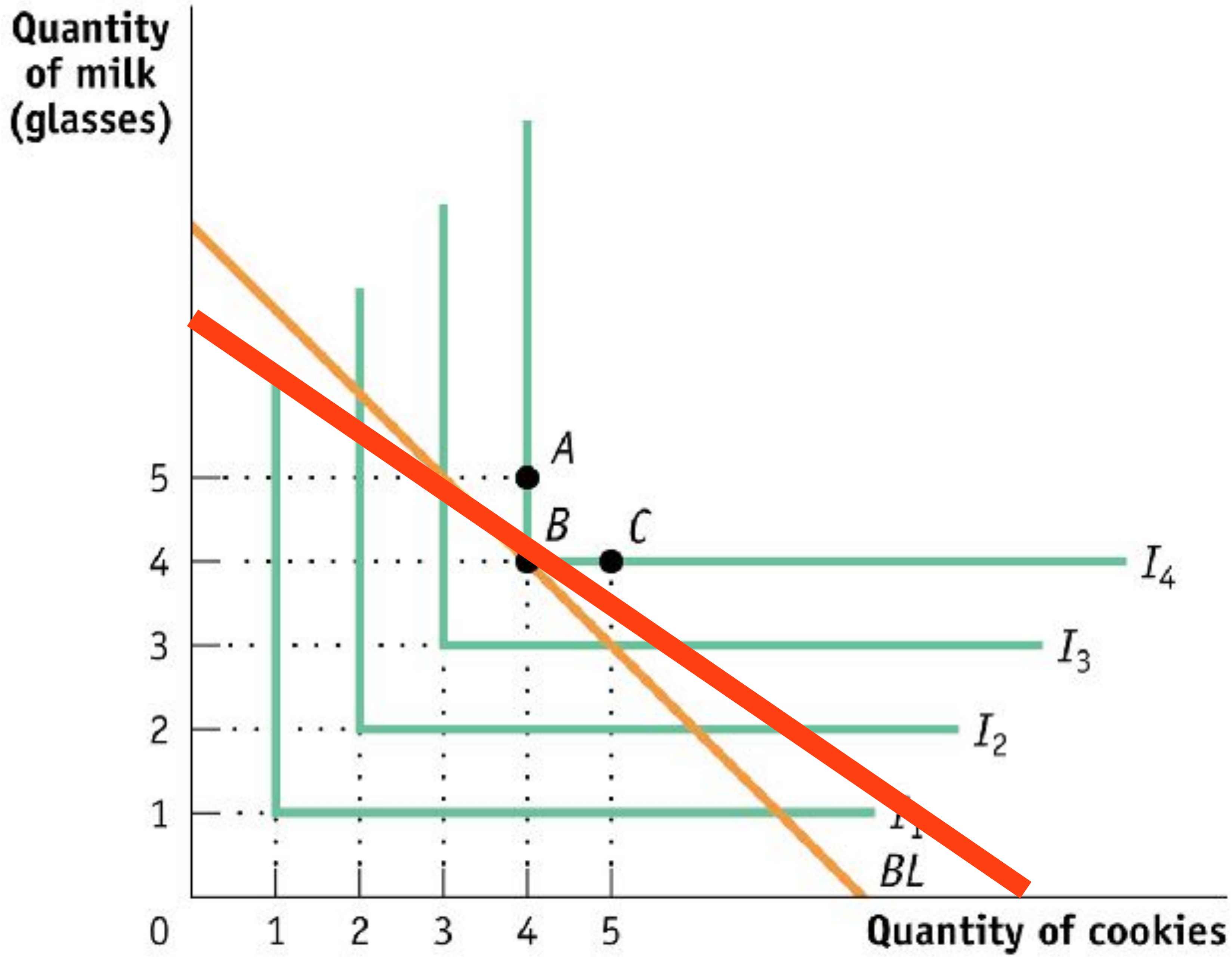
- 극단적인 보완재
  - 예) 왼쪽신발과 오른쪽신발
- 대체가 되지 않으므로 (누가 왼쪽 신발만 다른 모델의 신발로 바꾸려 하겠는가?) 한계대체율 자체가 정의되지 않음

완전보완재의 무차별곡선

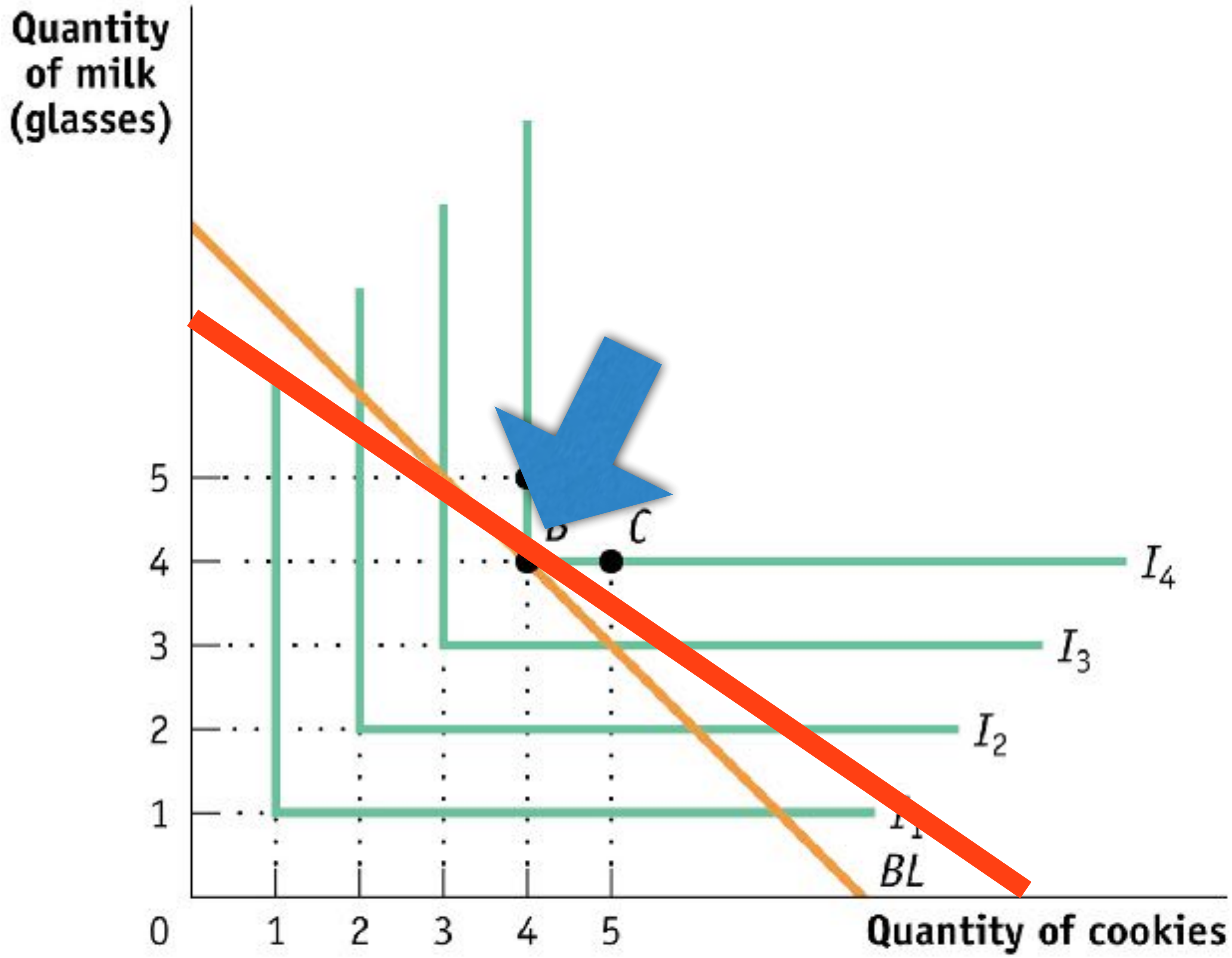


Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

완전보완재의 무차별곡선

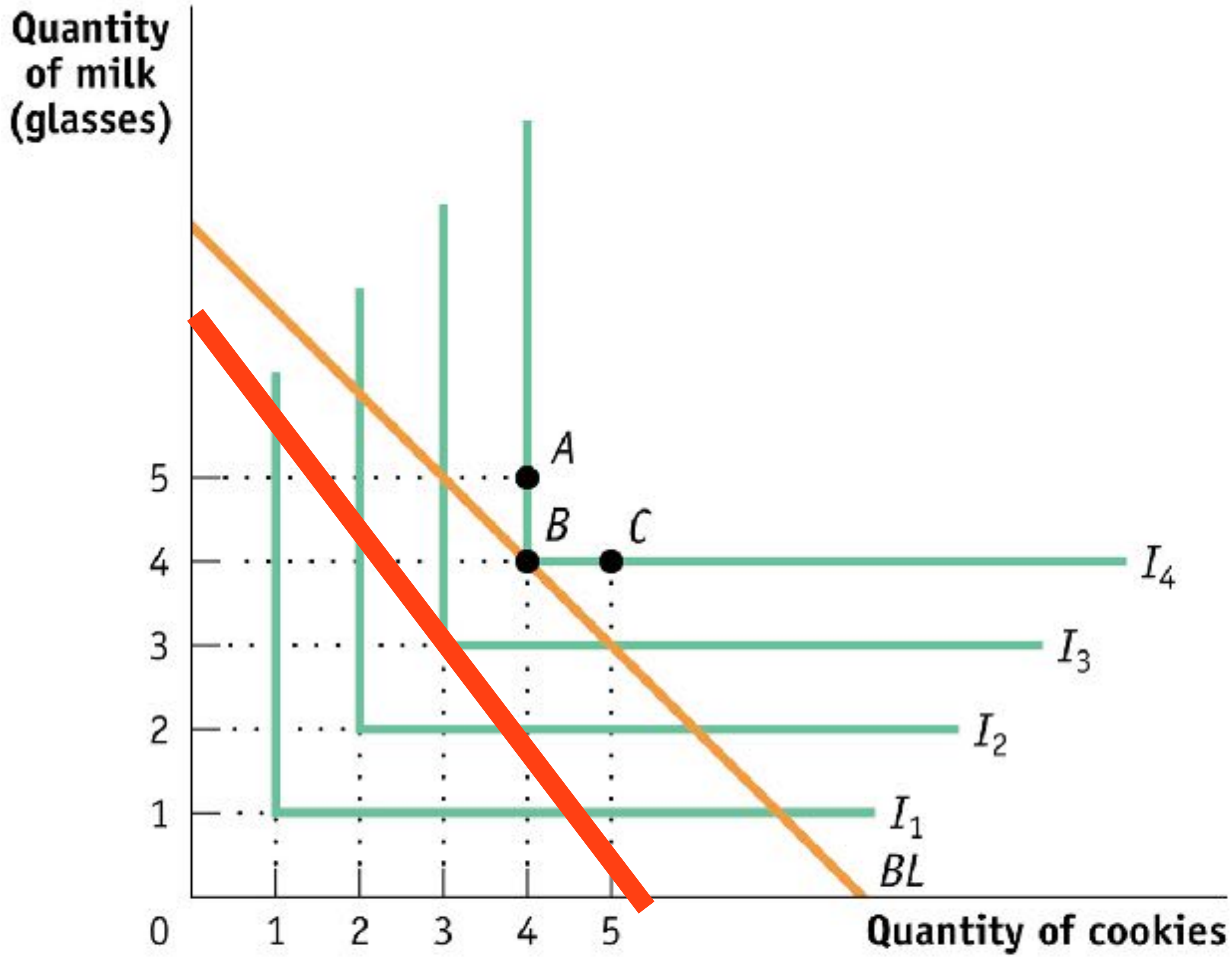


완전보완재의 무차별곡선

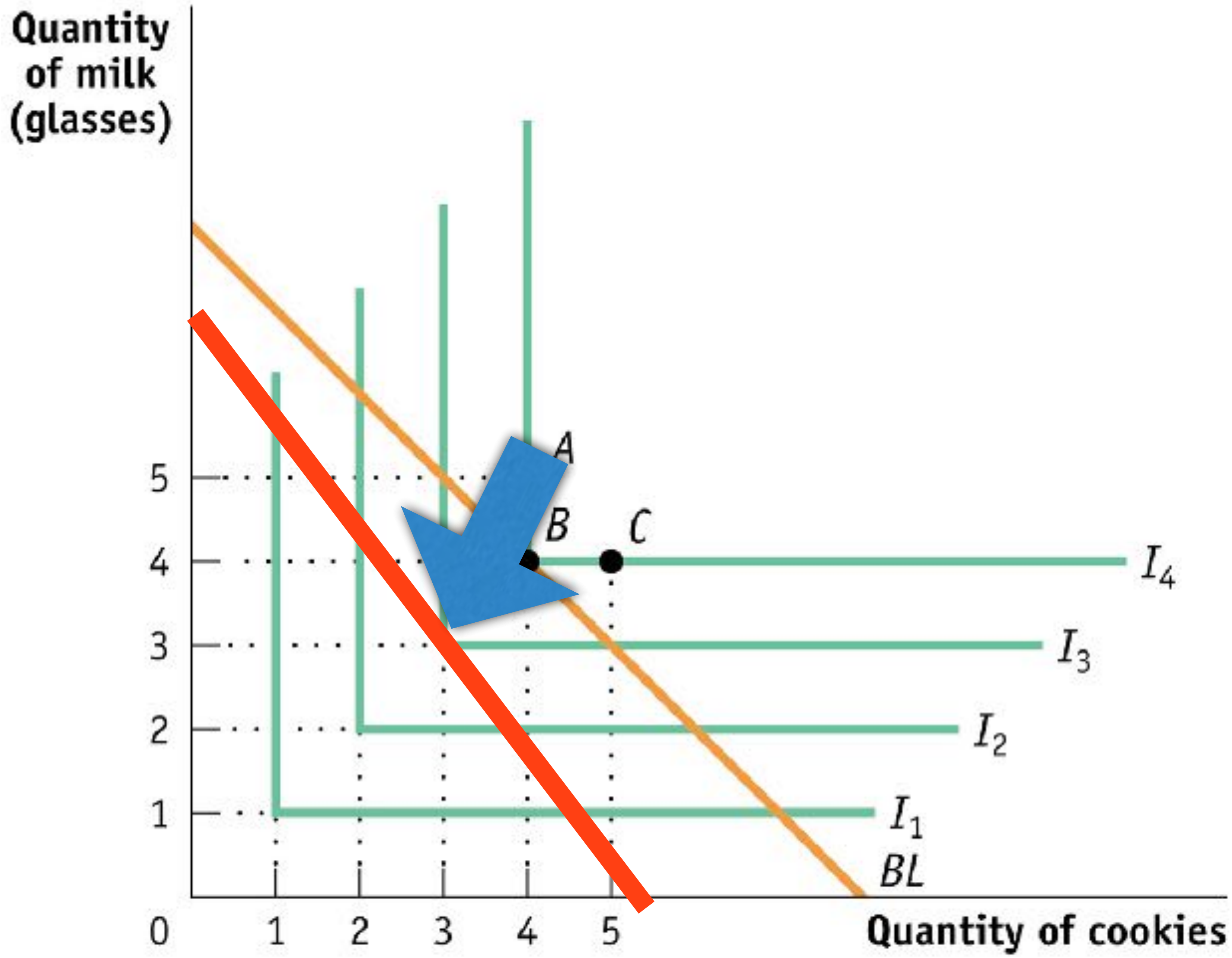


Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

완전보완재의 무차별곡선



완전보완재의 무차별곡선



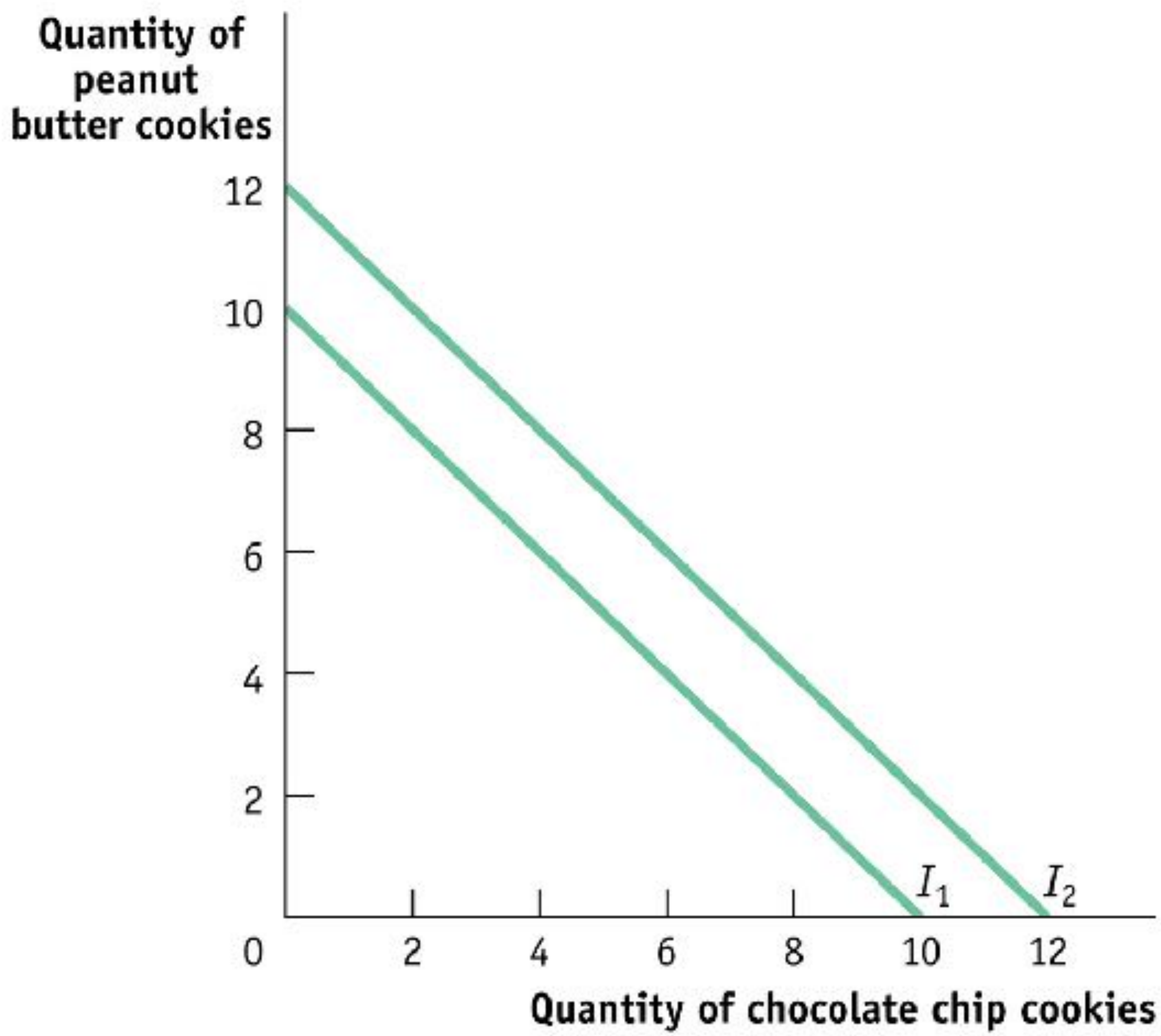
대체재 Substitutes

- 대체재(substitutes): 대체가능한 재화: A재의 가격이 하락할 경우 A재의 수요가 늘어나 B재의 수요가 줄어드는 성격이 있음
- 지하철과 버스, 데스크탑과 노트북, 쇠고기와 돼지고기, 소주와 맥주(따로 마시는 경우) 등
- A, B가 대체재일때, A의 가격하락[상승]은 B의 수요곡선을 왼쪽[오른쪽]으로 이동시킴

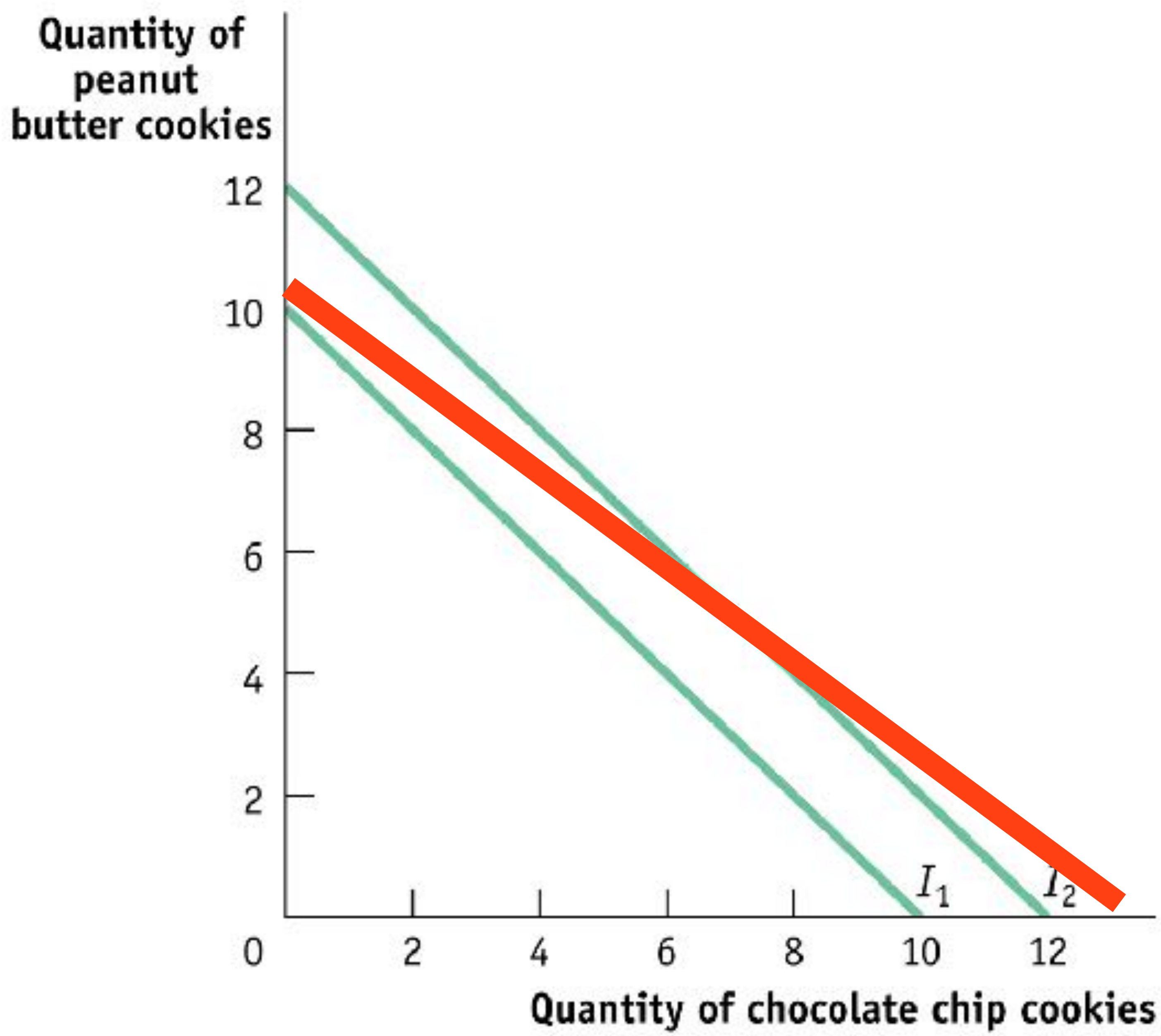
완전대체재
Perfect Substitutes

- 극단적인 대체재
- 상품1, 2가 완전대체재일 때, 소비자는 두 상품으로부터 완전히 동일한 효용을 얻음
- 양적인 차이는 존재 가능
- 예) 김씨의 효용체계: 소주 1병 ~ 맥주 3병
- 가격의 작은 변화가 극단적인 소비변화로 이어짐

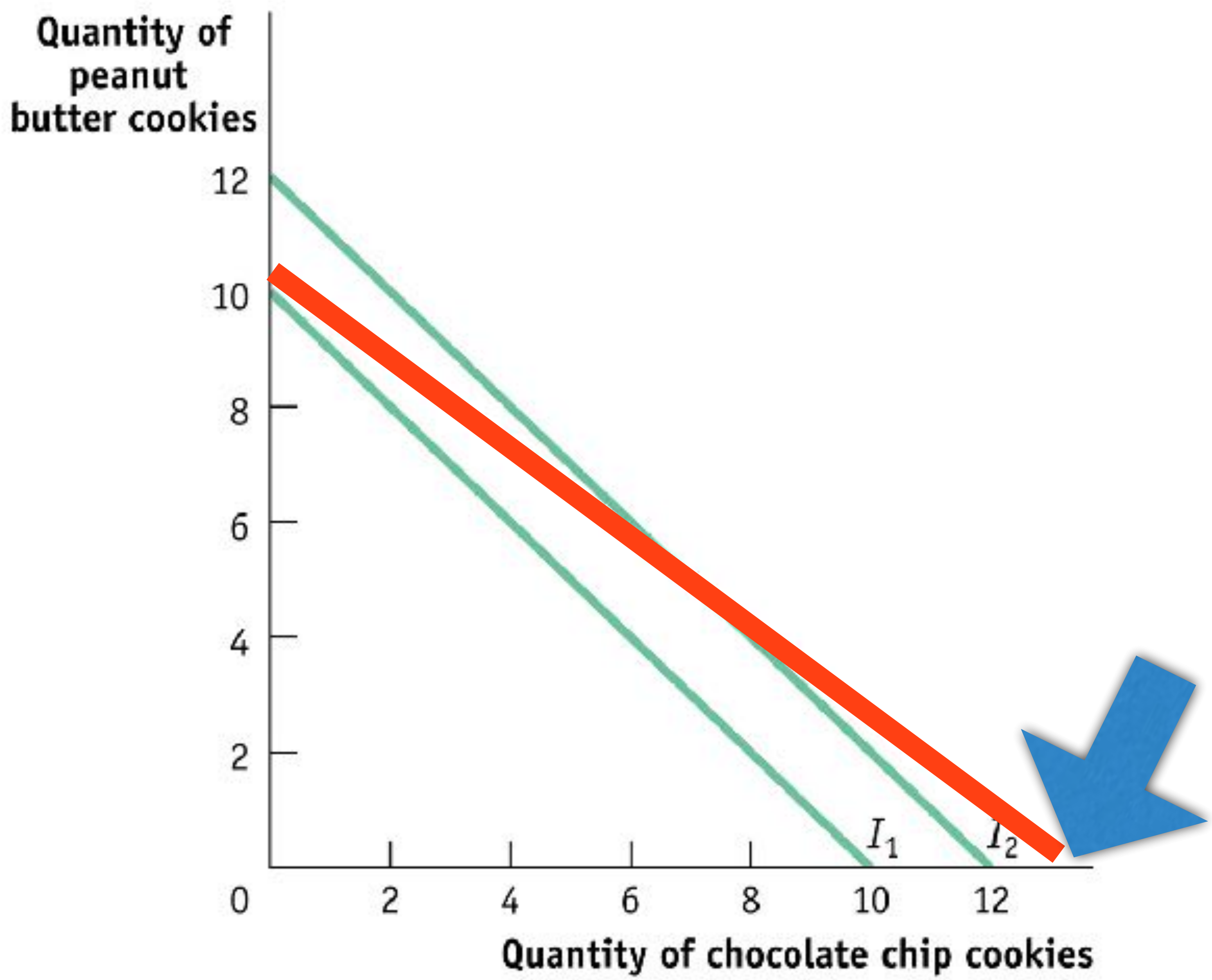
완전대체재의 무차별곡선



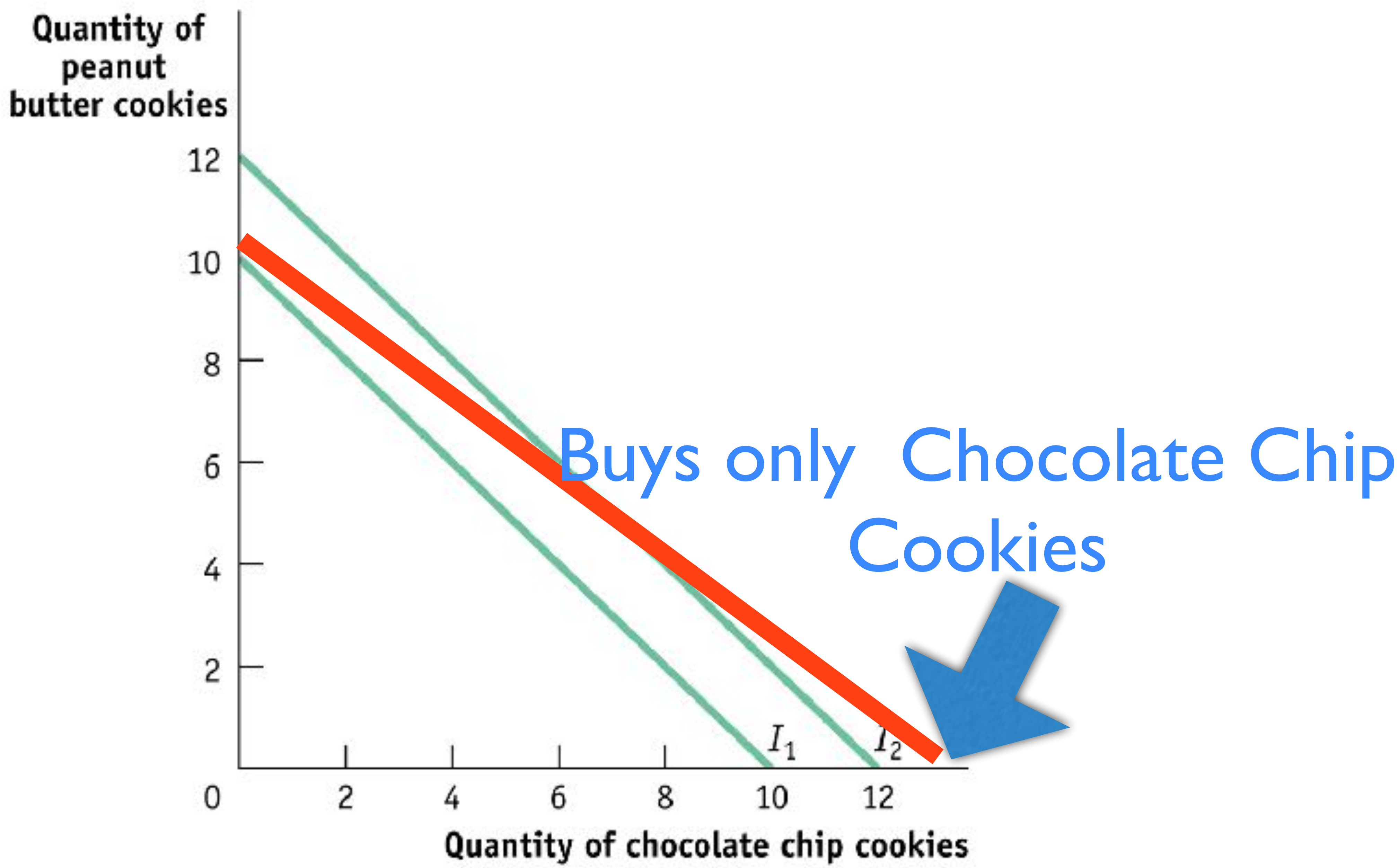
완전대체재의 무차별곡선



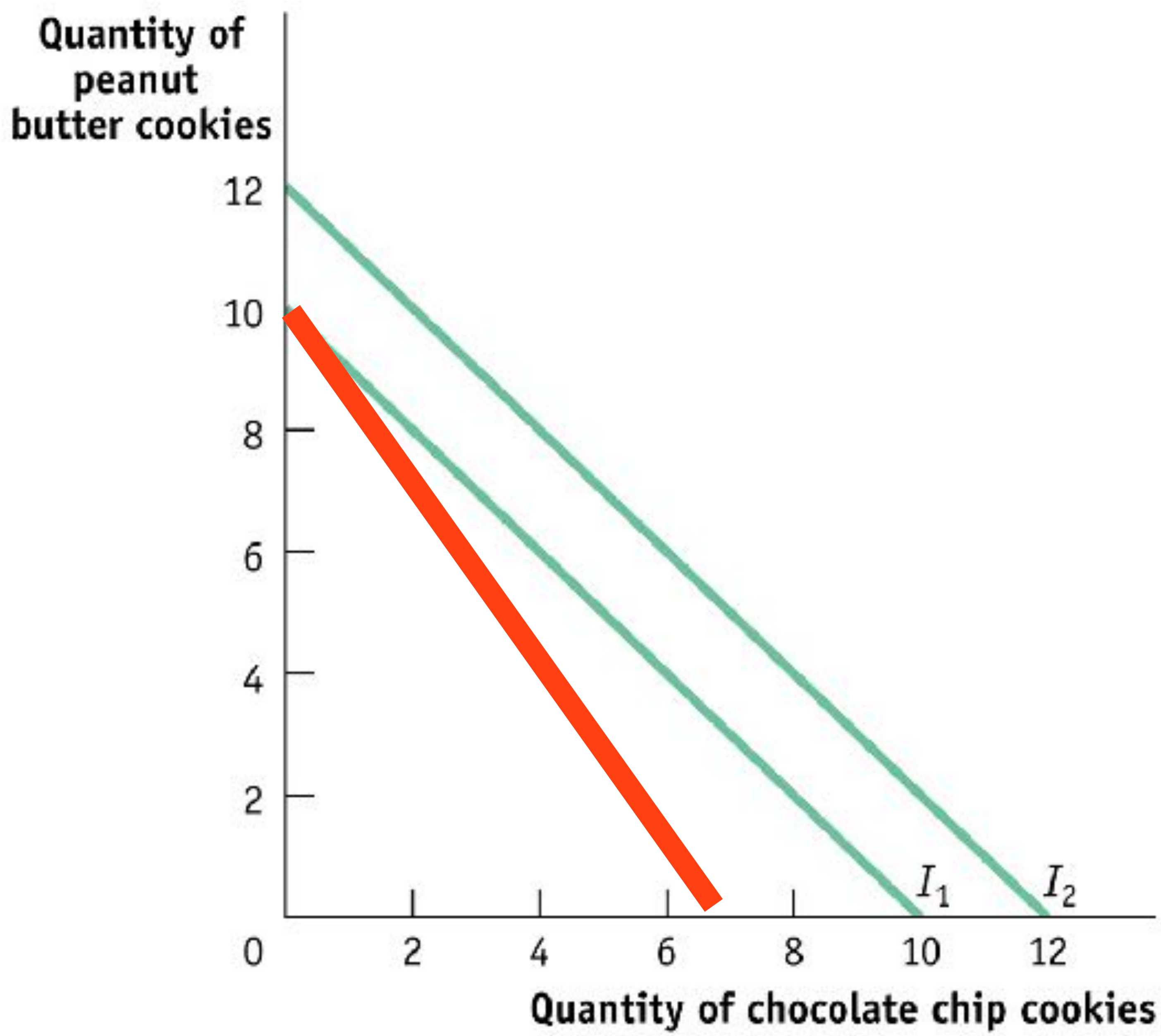
완전대체재의 무차별곡선



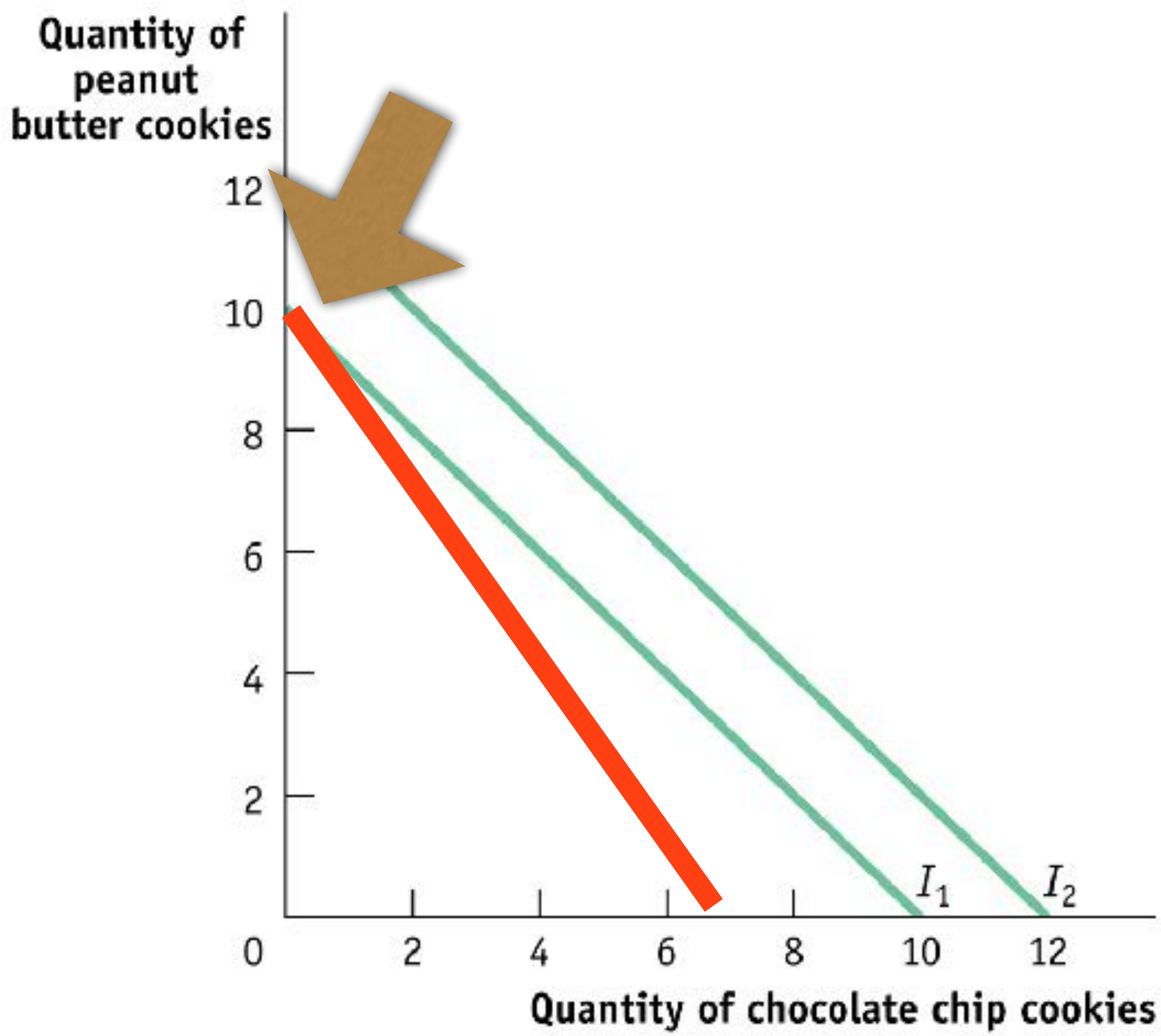
완전대체재의 무차별곡선



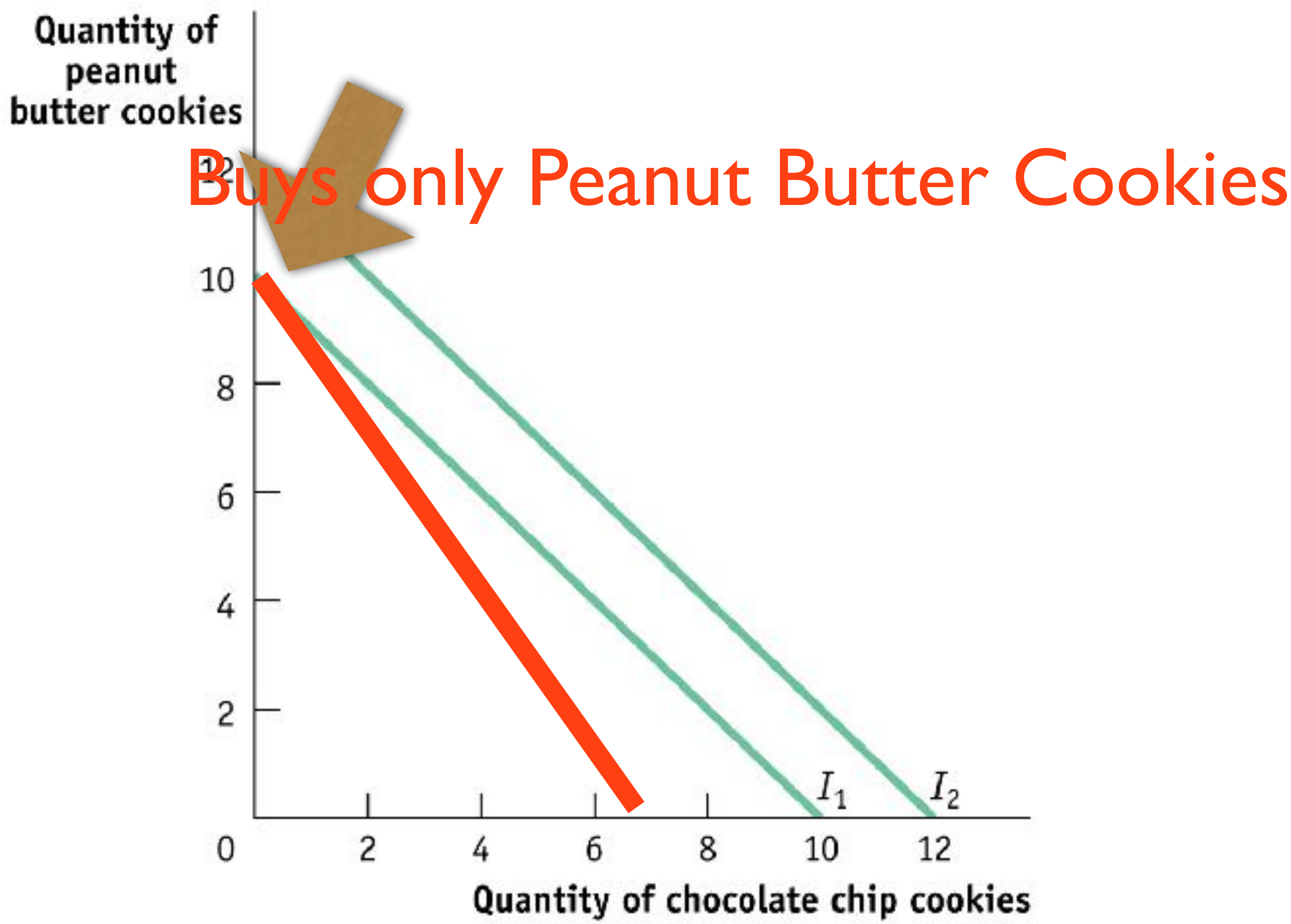
완전대체재의 무차별곡선



완전대체재의 무차별곡선

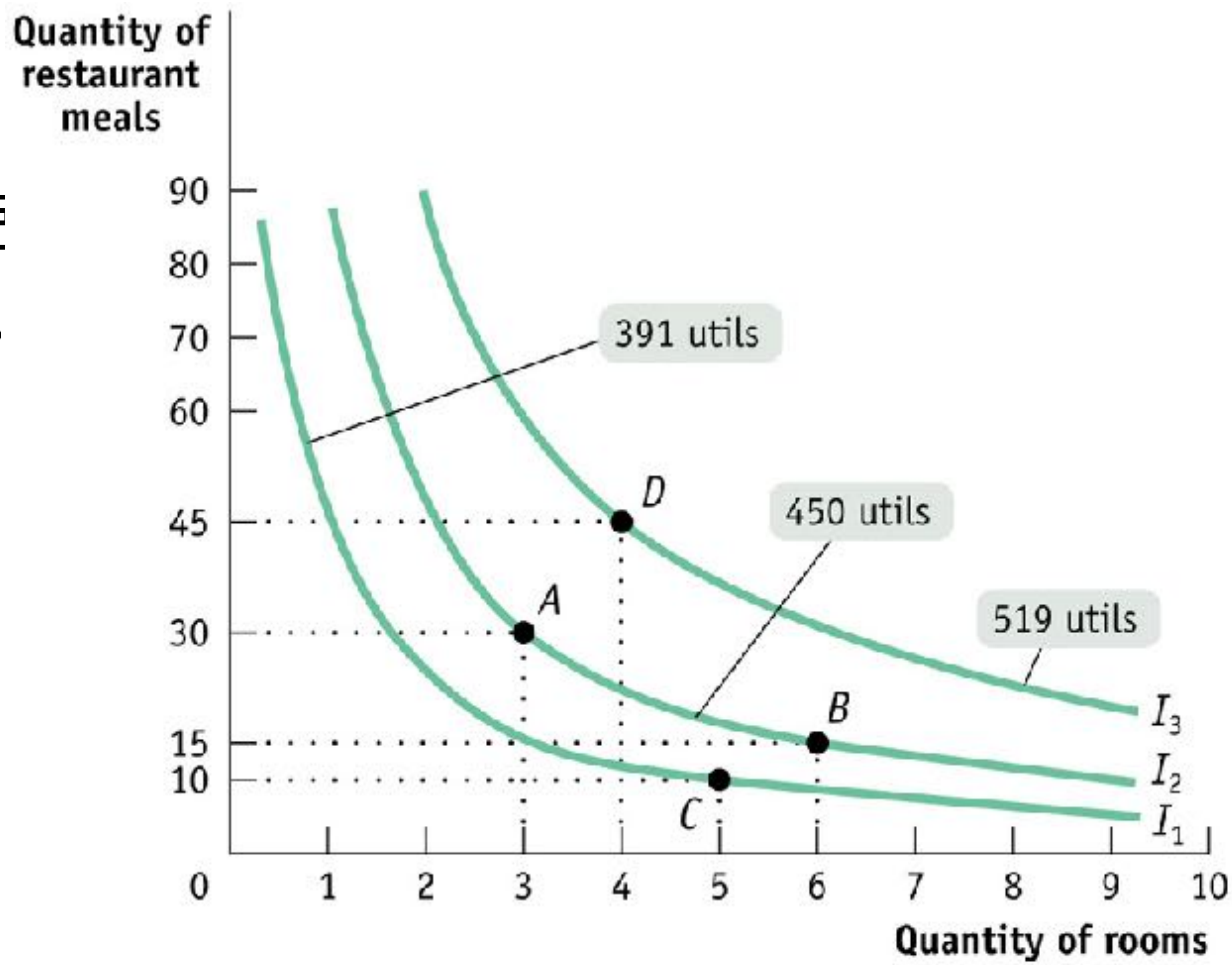


완전대체재의 무차별곡선

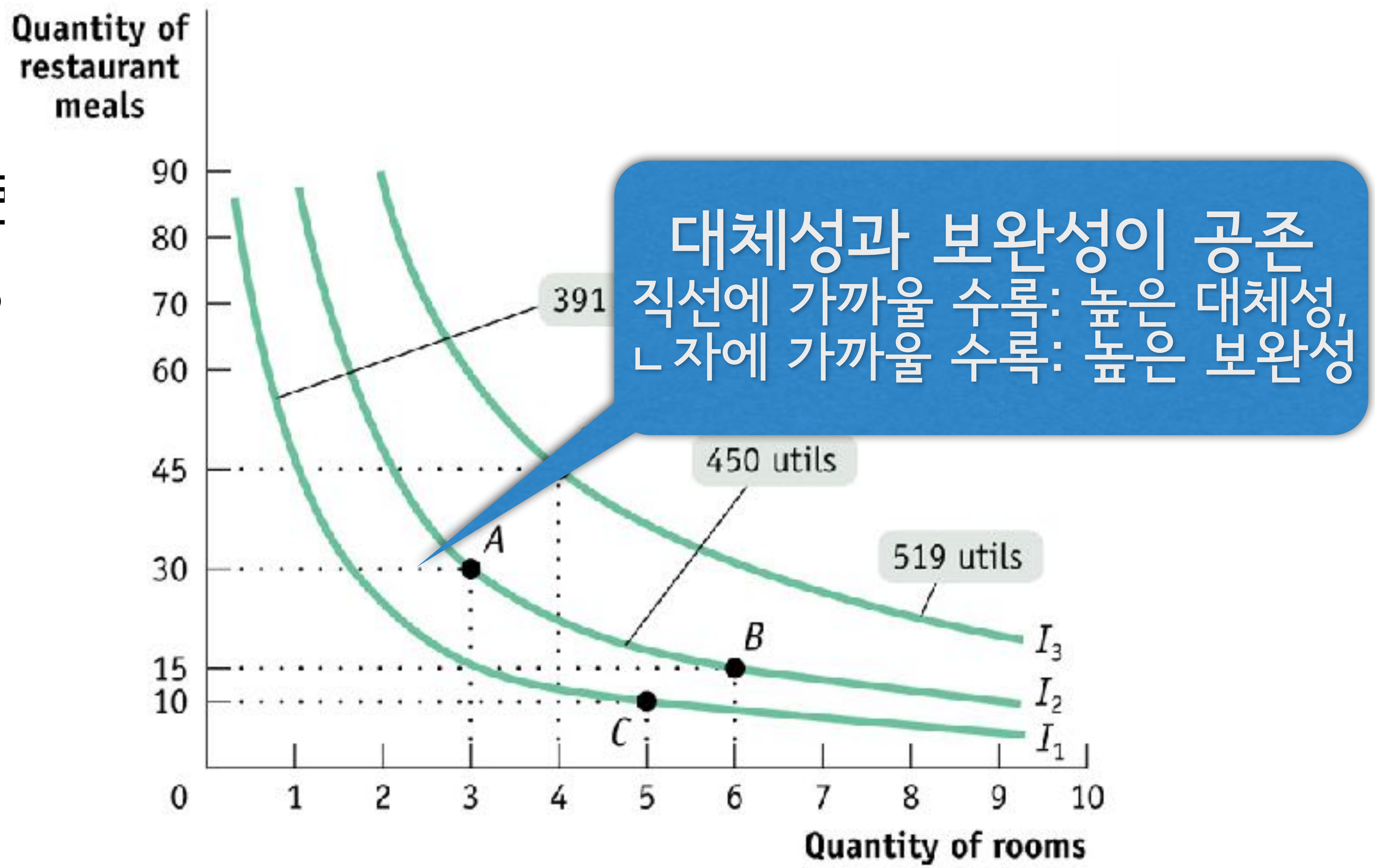


Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr

일반적 재화의 무차별곡선의 의미



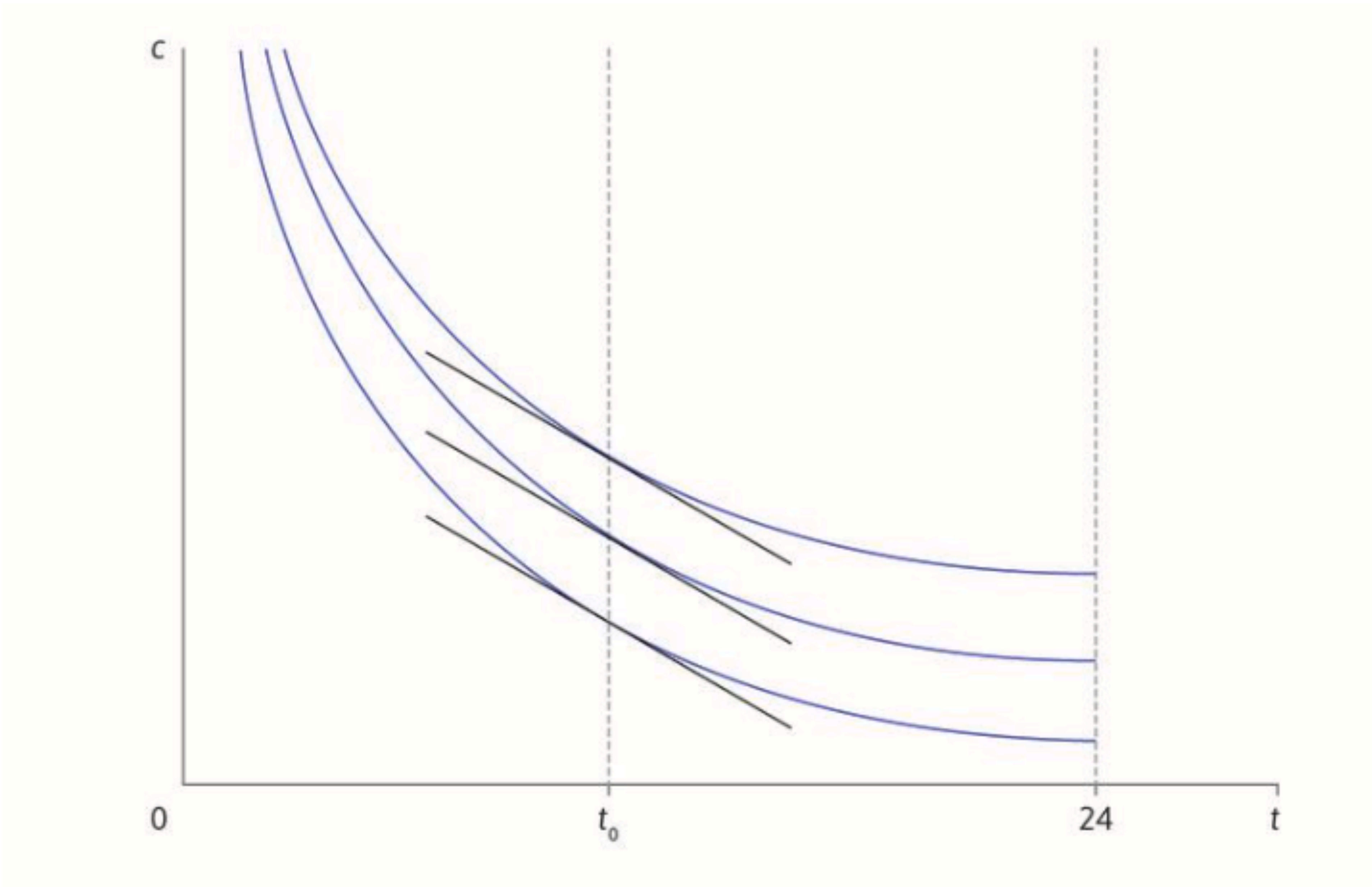
일반적 재화의
무차별곡선의 의미



준선형 효용함수
quasi-linear Utility Function

- 두 재화 중 하나의 효용함수가 선형인 효용함수
  - 둘 다 선형일 경우 완전대체재
- Let U be a quasi-linear utility function. Then,
  - U(x1, x2) = ax1 + h(x2) 라고 한다면:
  - 한계대체율 체감
    - MRS는 x2에 의해 결정됨

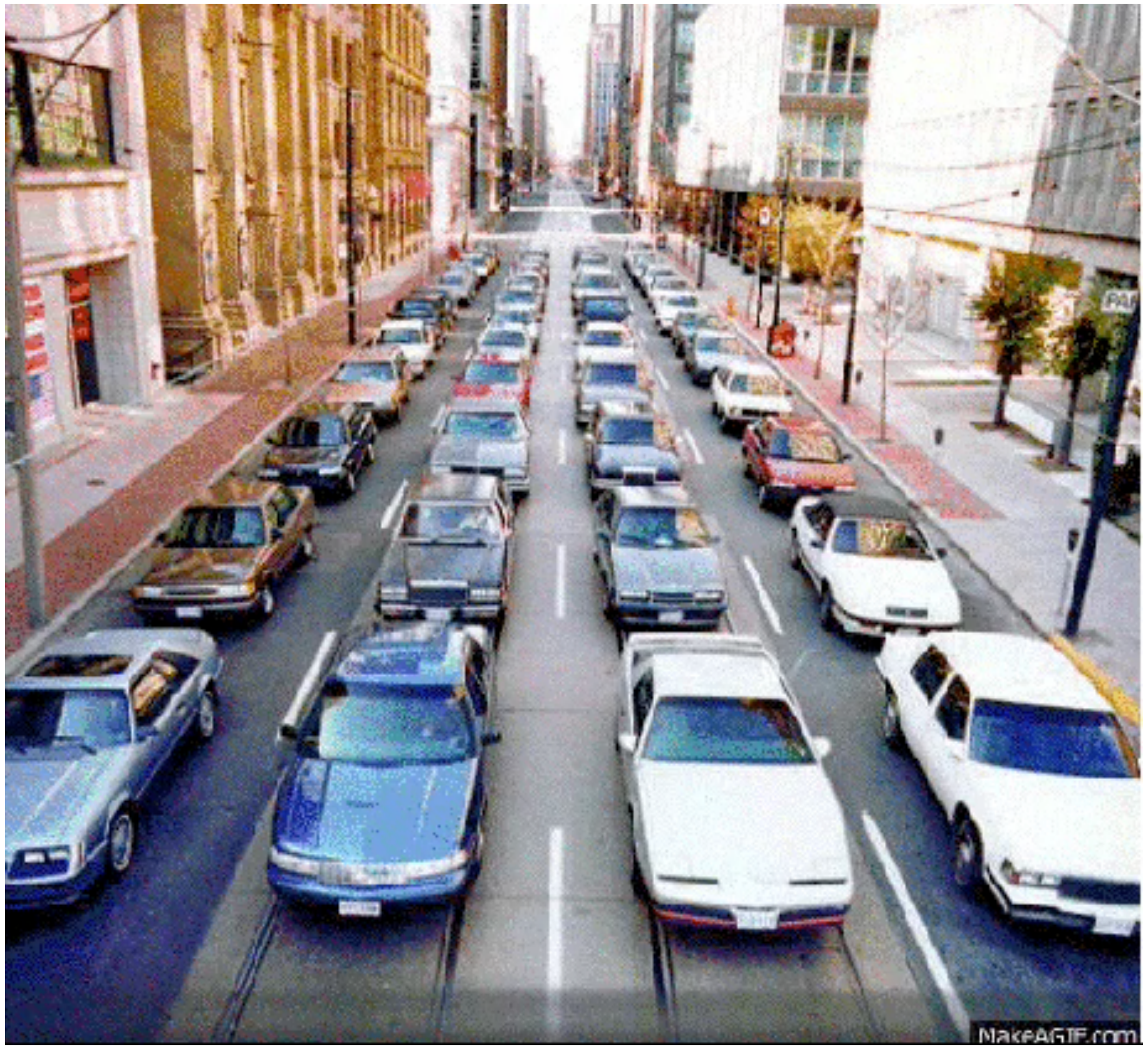
준선형 효용함수의 무차별곡선



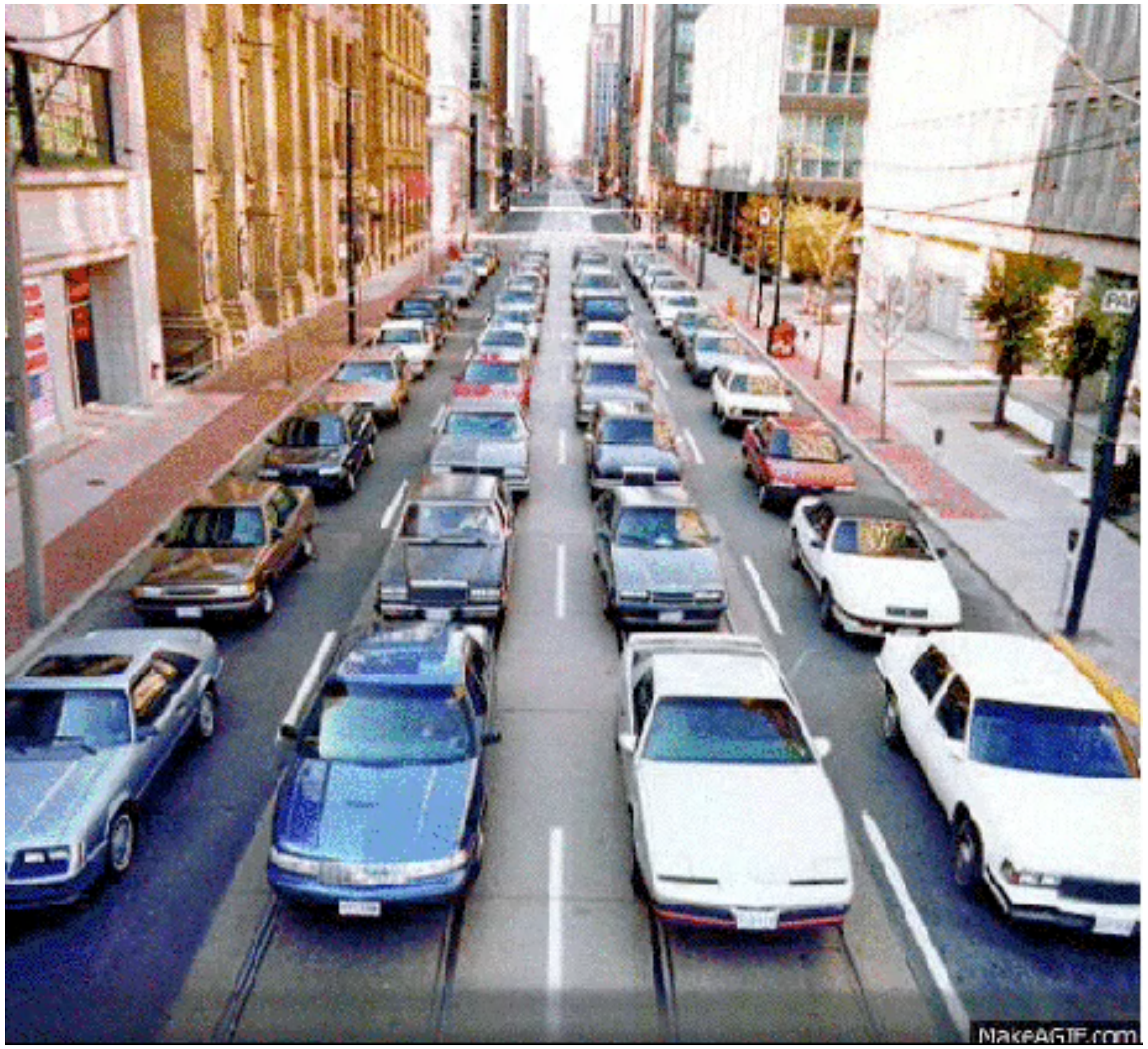
Next Topics

- 예산 제약을 감안한 소비자의 선택
- 수요법칙, 소비자후생

수고하셨습니다!



수고하셨습니다!



Namun Cho/ mailto:namun@snu.ac.kr