Вот ответы на вопросы для подготовки к экзамену по дискретной математике:

1. Сочетания без повторений и с повторениями:
   - Сочетания без повторений: Из n элементов выбирается k элементов, порядок не важен и элементы не повторяются. Если X – n-элементное множество, то любое его k-элементное подмножество, где n, $k \in N$ и k<=n, называется сочетанием из n элементов (множества X) по k. Сочетания неупорядоченные! Число всех сочетаний без повторений определяется формулой: *$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
   - Сочетания с повторениями: Сочетанием с повторениями из n-элементов данного множества X по k элементов, где $k \in N$ называется любое разложение вида: $(a_1,a_1, \cdots ,a_1; a_2,a_2 \cdots ,a_2; a_n,a_n, \cdots ,a_n)$, Из n элементов выбирается k элементов, порядок не важен, но элементы могут повторяться. Число всех сочетаний с повторениями определяется формулой: $C(n + k - 1, k) = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$.
   - Примеры:
     - Без повторений: Сколькими способами можно выбрать 2 студента из 5? Ответ:$C(5, 2) = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$.
     - С повторениями: Сколькими способами можно выбрать 3 конфеты из 4 видов? Ответ:$C(4 + 3 - 1, 3) = \frac{6!}{3!3!} = 20$.
2. Размещения без повторений и с повторениями:
   - Размещения без повторений: Изnэлементов выбираетсяkэлементов, порядок важен и элементы не повторяются. Число всех размещений без повторений определяется формулой:$A(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
   - Размещения с повторениями: Изnэлементов выбираетсяkэлементов, порядок важен и элементы могут повторяться. Число всех размещений с повторениями определяется формулой:n^k.
   - Примеры:
     - Без повторений: Сколькими способами можно расставить 3 книги из 5? Ответ:$A(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$.
     - С повторениями: Сколькими способами можно создать код из 2 символов, если доступно 3 различных символа? Ответ:$3^2 = 9$.
3. Перестановки без повторений и с повторениями:
   - Перестановки без повторений: Всеnэлементов располагаются в определенном порядке. Число всех перестановок без повторений определяется формулой:$P(n) = n!$.
   - Перестановки с повторениями: Если средиnэлементов есть повторяющиеся элементы, число всех перестановок определяется формулой:$P(n; n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!}$, где$n_1+n_2+\cdots+n_k = n$.
   - Примеры:
     - Без повторений: Сколькими способами можно расставить 4 человека в ряд? Ответ:$P(4) = 4! = 24$.
     - С повторениями: Сколькими способами можно расставить слово “AAB”? Ответ:$P(3; 2, 1) = \frac{3!}{2!1!} = 3$.

4. Основные комбинаторные правила:
   - Правило суммы: Если событиеAможет произойтиmспособами, а событиеB—nспособами, и эти события не могут произойти одновременно, то общее число способов дляAилиBравно$m + n$.
   - Правило произведения: Если событиеAможет произойтиmспособами, и после него событиеBможет произойтиnспособами, то общее число способов дляAиBравно$m \times n$.
5. Метод включения-исключения:
   - Метод используется для вычисления числа элементов в объединении нескольких множеств, корректируя избыточные подсчеты пересечений. Формула для трех множеств:

$$\|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \quad (1)$$

     .
6. Определение биномиальных коэффициентов:
   - Биномиальный коэффициент$C(n, k)$или$\binom{n}{k}$равен числу способов выбратьkэлементов изnи определяется формулой:$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
7. Треугольник Паскаля и его свойства:
   - Треугольник Паскаля — это таблица биномиальных коэффициентов. Каждое число в треугольнике равно сумме двух чисел, расположенных над ним. Свойства включают симметрию и свойство начальных строк.
8. Основные тождества с биномиальными коэффициентами:
   - Основные тождества включают:
     - Симметрия:$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.
     - Рекуррентное соотношение:$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.
9. Бином Ньютона. Биномиальные формулы:
   - Бином Ньютона описывает разложение$(a + b)^n$в сумму: $(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$.
10. Свойства бинома Ньютона:
    - Основное свойство бинома Ньютона заключается в его применении для вычисления коэффициентов в разложении многочленов. Также он используется для доказательства тождеств с биномиальными коэффициентами.
11. Булевы функции:
    - Булевы функции — это функции, которые принимают значения 0 и 1. Примеры включают логические операции И (конъюнкция), ИЛИ (дизъюнкция), НЕ (отрицание).
12. ДНФ, КНФ. Определения и примеры:
    - Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ): Это дизъюнкция конъюнкций. Пример:$(A \wedge B) \vee (C \wedge \neg D)$.
    - Конъюнктивная нормальная форма (КНФ): Это конъюнкция дизъюнкций. Пример:$(A \vee B) \wedge (C \vee \neg D)$.
13. СДНФ, СКНФ. Определения и примеры:
    - СДНФ (совершенная дизъюнктивная нормальная форма): Это

ДНФ, в которой каждое слагаемое содержит все переменные.
    - СКНФ (совершенная конъюнктивная нормальная форма): Это КНФ, в которой каждый множитель содержит все переменные.

14. Многочлены Жегалкина:
    - Многочлен Жегалкина — это полином, представляющий булеву функцию с использованием операции сложения по модулю 2 и умножения. Пример:$f(x, y) = x \oplus y \oplus xy$.
15. Основные понятия теории графов:
    - Основные понятия включают вершины, ребра, смежность, инцидентность, степени вершин.
16. Элементы графов:
    - Вершины (узлы), ребра (дуги), петли, кратные ребра, смежные вершины, инцидентные вершины и ребра.
17. Маршруты, цепи, циклы:
    - Маршрут: последовательность смежных ребер.
    - Цепь: маршрут без повторений ребер.
    - Цикл: цепь, начинающаяся и заканчивающаяся в одной и той же вершине.
18. Виды графов:
    - Ориентированные, неориентированные, взвешенные, невзвешенные, планарные, полные графы.
19. Операции над графами:
    - Объединение, пересечение, дополнение, декартово произведение графов.
20. Изоморфизм графов:
    - Графы изоморфны, если

существует биекция между множествами их вершин, сохраняющая смежность.

21. Матрицы смежности и инцидентности:
    - Матрица смежности: квадратная матрица, где элемент$a_{ij} = 1$, если вершиныiиjсмежны.
    - Матрица инцидентности: матрица, где строки соответствуют вершинам, столбцы — ребрам, и элемент$a_{ij} = 1$, если вершинаiинцидентна ребруj.
22. Связность в графах:
    - Граф связен, если существует путь между любыми двумя его вершинами. В ориентированных графах различают сильную и слабую связность.
23. Матрицы достижимости и контрдостижимости:
    - Матрица достижимости: матрица, где элемент$a_{ij} = 1$, если существует путь из вершиныiв вершинуj.
    - Матрица контрдостижимости: обратная матрица достижимости.
24. Выявление маршрутов с заданным количеством ребер:
    - Использование степеней матрицы смежности для нахождения количества маршрутов с точно заданным количеством ребер.

25. Расстояния в графах:
    - Расстояние между двумя вершинами — это длина кратчайшего пути между ними.
26. Алгоритм Дейкстры:
    - Алгоритм для нахождения кратчайших путей от одной вершины до всех остальных в графе с неотрицательными весами ребер.
27. Эйлеровы графы. Алгоритм Флери:
    - Эйлеров граф содержит цикл, проходящий через все ребра. Алгоритм Флери используется для нахождения эйлерова пути или цикла.
28. Гамильтоновы графы:
    - Граф содержит гамильтонов цикл, проходящий через все вершины ровно один раз.
29. Обходы графа по ширине и глубине:
    - Обход в ширину (BFS): посещение вершин уровня за уровнем.
    - Обход в глубину (DFS): углубление до конца ветки, затем возврат.
30. Деревья. Основные определения и свойства:
    - Дерево — связный ациклический граф. Основные свойства: любое дерево сnвершинами имеет$n - 1$ребро.
31. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья:
    - Ориентированное дерево: дерево, где каждое ребро имеет направление.
    - Упорядоченное дерево: дерево с фиксированным порядком детей у каждой вершины.
    - Бинарное дерево: дерево, в котором каждая вершина имеет не более двух детей.
32. Алгоритм выделения остовного дерева:
    - Алгоритмы Крускала и Прима для нахождения минимального остовного дерева.
33. Минимальные остовные деревья нагруженных графов:
    - Использование алгоритмов Крускала и Прима для нахождения минимального остовного дерева в графе с весами ребер.
34. Планарность графов:
    - Граф планарен, если его можно нарисовать на плоскости без пересечения ребер. Теорема Куратовского характеризует планарные графы.
35. Раскраски графов:
    - Процесс раскраски вершин графа в минимальное количество цветов так, чтобы смежные вершины были окрашены в разные цвета.
36. Теорема о пяти красках, гипотеза четырех красок:
    - Теорема о пяти красках утверждает, что любой планарный граф можно раскрасить не более чем в пять цветов.
    - Гипотеза четырех красок утверждает, что достаточно четырех цветов для раскраски любого планарного графа.

Эти ответы охватывают основные концепции и примеры для каждого вопроca.