

100 Задач по теме "Комбинаторика"

Выполнил студент 113 группы Файтельсон Антон

1. задача Пароль

Источник: ICPC 2022-2023 NERC (NEERC), квалификационный этап Чемпионата Юга и Поволжья России

Монокарп забыл пароль от своего телефона. Пароль состоит ровно из 6 цифр от 0 до 9 (обратите внимание, что пароль может начинаться с цифры 0).

Монокарп помнит, что в его пароле были ровно две различные цифры, причем каждая из этих цифр встречалась в пароле ровно по три раза. Также Монокарп помнит количество цифр (n), которых точно не было в его пароле .

Посчитайте количество последовательностей из 6 цифр, которые могли бы быть паролем Монокарпа (то есть которые подходят под все описанные условия).

Решение:

Так как Монокарп помнит количество цифр, которых точно не было в пароле, тогда количество цифр, которые возможно были в пароле равно

$$(10 - n)$$

Возьмем простейший случай, когда всего два возможных претендента на числа в пароле - 1 и 0.

Найдем, сколькими способами мы можем выбрать 3 позиции из 6 возможных:

$$C_6^3 = \frac{6!}{3! \times 3!} = 20$$

Вернемся к случаю, когда у нас $10 - n$ возможных чисел. Найдем сколько можно составить пар из этих чисел.

$$C_{10-n}^2 = \frac{(10-n)!}{(8-n)! \times 2!} = \frac{(10-n)! \times (9-n)!}{2}$$

Тогда решением задачи будет формула:

$$C_6^3 \times C_{10-n}^2 = 20 \times \frac{(10-n)! \times (9-n)!}{2} = 10 \times (10-n)! \times (9-n)!$$

Ответ: $10 \times (10-n)! \times (9-n)!$

2. задача

Источник: С.Якунин сайт kompege.ru

Полина составляет 21-буквенные слова из букв слова РЕКОГНОСЦИРОВКА. Каждая гласная в них используется столько раз, сколько в слове РЕКОГНОСЦИРОВКА. Каждая согласная может использоваться сколько угодно раз или не использоваться совсем. Сколько слов может составить Полина, если известно, что сумма порядковых номеров гласных букв, в каждом из них, равна 21? Буквы нумеруются слева направо, начиная с единицы.

Решение:

Подсчёт конфигураций: 21 нам даёт единственный набор, состоящий из 6 неповторяющихся гласных: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$. Гласные, которые могут стоять на этих местах: 3 буквы О, одна буква А, одна буква И и одна буква Е. Так как неповторяющихся букв у нас всего 3, значит нам нужно выбрать только для них позиции, значит всего:

$$\frac{6!}{3!} = 4 \times 5 \times 6 = 120$$

Размещение согласных: Любая согласная может занимать одну из следующих 15 позиций. Имеем 15 перемноженных семёрок (размещения с повторениями) или $7^{15} = 4747561509943$.

Итоговый подсчёт слов: Итак, в каждой из 120 конфигураций есть 4747561509943 вариантов. Значит, всего слов:

$$120 \times 4747561509943 = 569707381193160$$

Ответ: 569707381193160

3. задача

Источник: Дискретная математика. Учебник и задачник для Вузов (Баврин И.И.)

Пусть имеется n сортов мономеров (например, азотистых оснований). Из этих мономеров образуется полимер, который можно представить как цепочку из k мономеров. При этом k , как правило, больше n , и мономеры в цепочке могут повторяться. Какое количество различных полимеров длины k можно образовать из данных n сортов мономеров?

Решение:

Будем считать набор мономеров алфавитом из n элементов. Тогда каждый полимер, состоящий из k мономеров, есть слово длины n . Число таких слов, как известно, равно n^k , а число различных полимеров будет в два раза меньше, так как, например, молекулы $a_1a_2a_3$ и $a_3a_2a_1$ не различаются (одна из них превращается в другую, если ее повернуть на 180°).

В частности, если алфавит состоит из четырех азотистых оснований А, Ц, Г и Т (т. е. $n = 4$), а полимером является ген (средняя длина гена равна 1000 единиц, т. е. $k = 1000$), то число всевозможных генов, которые можно получить из четырех оснований, равно

$$\frac{1}{2}n^k = \frac{1}{2}4^{1000} = \frac{2^{2000}}{2} = 2^{1999}$$

Это громадное число. По некоторым подсчетам, оно превосходит общее число атомов в Солнечной системе

Ответ: $\frac{1}{2}n^k$

4. задача

Источник: Дискретная математика. Учебник и задачник для Вузов (Баврин И.И.)

Хорошо известно, что хромосому схематично можно представить как цепочку из генов. При этом свойства хромосомы зависят не только от состава генов, но и от их расположения в цепочке. Существуют методы, позволяющие изменить порядок генов в хромосоме. Возникает вопрос: какое количество хромосом можно получить из данной, изменяя в ней порядок следования генов?

Решение:

Пусть исходная хромосома состоит из n генов. Обозначим их a_1, a_2, \dots, a_n , и пусть $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Тогда понятно, что каждая хромосома, имеющая данный набор генов, есть перестановка множества A . Число таких перестановок, как известно, равно $n!$.

Ответ: $n!$

5. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

"Фулл хаус" содержит три карты одного ранга и две карты другого ранга. Например, расклад, содержащий три короля и две шестерки представляет собой "фулл хаус". Сколько существует 5-карточных раскладов с "фулл хаус"?

Решение:

Предположим, что "фулл хаус" составили три короля и две шестерки. Три короля выбираются из четырех, поэтому существуют $C_4^3 = 4$ способа выбрать трех королей. Две шестерки выбираются из четырех, по-

этому существуют $C_4^2 = 6$ способов выбрать две шестерки. Поэтому, согласно комбинаторному принципу умножения существуют $4 \times 6 = 24$ способа выбрать трех королей и две шестерки или три карты одного ранга и две карты другого ранга. Существуют 13 способов выбрать три карты одного ранга и 12 способов выбрать две карты одного ранга. Поэтому существуют $13 \times 12 = 156$ различных способов сочетания рангов. Следовательно, существуют $156 \times 24 = 3744$ возможных 5-карточных раскладов с "фулл хаус".

Ответ: 3744

6. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

Сколько существует вариантов опроса 11 учащихся на одном занятии, если ни один из них не будет подвергнут опросу дважды и на занятии может быть опрошено любое количество учащихся, причем порядок, в котором опрашиваются учащиеся, безразличен?

Решение:

Имеется генеральная совокупность объема 11 учащихся. Преподаватель может не опросить ни одного из 11 учащихся, что является одним из вариантов. Этому случаю соответствует C_{11}^0 . Преподаватель может опросить только одного из учащихся, таких вариантов C_{11}^1 . Если преподаватель опросит двух учащихся, то число вариантов опроса C_{11}^2 и т. д. Наконец, могут быть опрошены все учащиеся. Число вариантов в этом случае C_{11}^{11} .

Число всех возможных вариантов опроса можно найти по правилу сложения:

$$C_{11}^0 + C_{11}^1 + C_{11}^2 + \dots + C_{11}^{11} = 2^{11} = 2048$$

Ответ: 2048

7. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Десять команд участвуют в розыгрыше первенства по футболу, лучшие из которых занимают 1-е, 2-е и 3-е место. Две команды, занявшие последние места, не будут участвовать в следующем таком же первенстве. Сколько разных вариантов результата первенства может быть, если учитывать только положение первых трех и последних двух команд.

Решение:

Имеется генеральная совокупность объема 10 команд. Из нее будем выбирать 5 команд в 2 этапа: 1) сначала на первые 3 места из 10 с учетом состава и порядка команд; 2) затем на последние 2 места из оставшихся 7 с учетом только состава (порядок выбывших команд не важен). Первые 3 места могут быть распределены $A_{10}^3 = \frac{10!}{7!} = 720$ способами. Число способов исключить 2 команды из оставшихся 7 равно $C_7^2 = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$. Согласно правилу умножения получаем, что число разных результатов неравенства равно:

$$C_7^2 \times A_{10}^3 = 15120$$

Ответ: 15120

8. задача

Источник: Задачи по комбинаторике, Шварц Д. А.

У бедного студента осталось гречки на две порции, риса на три порции и макарон на две порции. Сколько у студента способов съесть это на завтраки в течение недели (по одной порции в день)?

Решение:

Если студент разложит имеющиеся 7 порций еды по разным тарел-

кам, то количество вариантов выбора будет составлять $P_7 = 7!$, но поскольку разные порции, например, риса не отличимы, то общее количество необходимо разделить на количество перестановок из 2 элементов $P_2 = 2!$ (число способов упорядочить 2 тарелки с гречкой), затем на $P_3 = 3!$ (число способов упорядочить 3 тарелки с рисом), затем на $P_2 = 2!$ (макароны). Итого получим кол-во способов завтракать в течение недели для нашего бедного студента.

$$\frac{7!}{2! \times 3! \times 2!} = 210$$

Ответ: 210

9. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

При игре в домино 4 игрока делят поровну 28 костей. Сколькими способами они могут это сделать?

Решение:

Так как у нас всего 28 костей, то каждому игроку необходимо дать $28 \div 4 = 7$ костей. Представим, что кости данные игроку 1 получают некоторое св-во и становятся одинаковыми. Аналогично с другими игроками. Тогда кол-во способов поделить кости будет равно

$$\overline{P_{7,7,7,7}} = \frac{28!}{7! \times 7! \times 7! \times 7!} = 472518347558400$$

Данное упрощение имеет смысл так, как нас не волнует порядок костей, которые мы дали игрокам, тогда для упрощения вычисления их можно считать равными
 Ответ: 472518347558400

10. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколькими способами можно расположить для фотографирования пять мальчиков и пять девочек, если ни две девочки, ни два мальчика не должны стоять рядом?

Решение:

В данной ситуации первым в ряду может быть либо мальчик, либо девочка. Если первой стоит девочка, то ряд имеет вид ДМДМДМДМДМ. Имеются $5!$ способов расставить девочек на позициях Д и $5!$ способов расставить мальчиков на позициях М. Поэтому, существуют $5! \times 5!$ способов расположить детей в ряд, если первой стоит девочка. Аналогично, существуют $5! \times 5!$ способов расположить детей в ряд, если первым стоит мальчик. Таким образом, имеются $2 \times 5! \times 5! = 28800$ способов расположить детей в ряд для фотографирования.

Ответ: 28800

11. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколькими способами можно рассадить 10 человек за круглым столом, если имеет значение только порядок соседей.

Решение:

Предложим, что место за столом уникально. Посадим одного человека на это место и будем считать его место опорным элементом, тогда следующего человека(соседа опорного элемента) можно выбрать $10 - 1 = 9$ способами, находящегося рядом с соседом человека можно выбрать $9 - 1 = 8$ способами, тогда общее кол-во способов рассадки равно:

$$P_9 = P! = 362880$$

Ответ: 362880

12. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколько различных четырехзначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, ..., 9, если все цифры в каждом четырехзначном числе различны?

Решение:

Для формирования каждого четырехзначного числа выбираем четыре цифры из девяти, поэтому всего таких чисел существует:

$$A_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = 3024$$

Ответ: 3024

13. задача

Источник: Дискретная математика. Учебник и задачник для Вузов (Баврин И.И.)

Нужно присудить первую, вторую и третью премии на конкурсе, в котором принимают участие 20 человек . Сколькими способами можно распределить эти премии?

Решение:

Ответом на данную задачу будут являться количество размещений по 3 человека из 20:

$$A_{20}^3 = (20) \times (20 - 1) \times (20 - 2) = 20 \times 19 \times 18 = 6840$$

Ответ: 6840

14. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

В театре 10 актеров и 8 актрис. Сколькими способами можно распределить между ними роли в пьесе, в которой 5 мужских и 3 женские роли?

Решение:

Так как нам важен порядок при распределении ролей, то нам нужны размещения, тогда Ответом на данную задачу будут являться произведение размещения из 10 элементов по 5 и размещения из 8 элементов по 3:

$$A_{10}^5 \times A_8^3 = \frac{10!}{5!} \times \frac{8!}{5!} = 10160640$$

Ответ: 10160640

15. задача

Источник: Дискретная математика. Учебник и задачник для Вузов (Баврин И.И.)

Восемь лабораторных животных нужно проранжировать в соответствии с их способностями выполнять определенные задания. Каково число возможных ранжировок, если допустить, что одинаковых способностей нет?

Решение:

Так как одинаковых способностей нет, то тогда в комбинациях не будет повторений. Ответом на данную задачу будут являться количество перестановок из 8 лабораторных животных:

$$P_8 = 8! = 40320$$

Ответ: 40320

16. задача

Источник: Дискретная математика. Учебник и задачник для Вузов (Баврин И.И.)

Комитет состоит из 12 человек. Минимальный кворум на заседаниях этого комитета должен насчитывать восемь членов. Сколькими способами может достигаться минимальный кворум?

Решение:

Ответом на данную задачу будут являться количество сочетаний по 8 человека из 12:

$$C_{12}^8 = \frac{12!}{8! \times 4!} = 495$$

Ответ: 495

17. задача

Источник: Дискретная математика. Учебник и задачник для Вузов (Баврин И.И.)

В лабораторной клетке содержатся 8 белых и 6 коричневых мышей. Найдите число способов выбора пяти мышей из клетки, если они могут быть любого цвета.

Решение:

Найдем кол-во мышей в общей сложности $8 + 6 = 14$, тогда ответом на данную задачу будут являться количество сочетаний по 5 мышей из 14 возможных:

$$C_{14}^5 = \frac{14!}{9! \times 5!} = 2002$$

Ответ: 2002

18. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколько существует вариантов выбора 5 карт из стандартной колоды, содержащей 52 карты?

Решение:

Поскольку порядок карт не имеет значения, речь идет о выборе 5 объектов из 52, поэтому существует всего комбинация:

$$C_{52}^5 = \frac{52!}{5! \times 47!} = 2598960$$

Ответ: 2598960

19. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколькими способами можно вытянуть 5 карт трефовой масти из стандартной колоды, содержащей 52 карты?

Решение:

В колоде имеется 13 трэф, из которых выбираются 5, поэтому существует всего:

$$C_{13}^5 = \frac{13!}{8! \times 5!} = 1287$$

Ответ: 1287

20. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколькими способами можно выбрать комитет, включающий 6 мужчин и 8 женщин, из группы, состоящей из 12 мужчин и 20 женщин?

19!

Решение:

Найдем кол-во способов выбора мужчин и кол-во способов выбора женщин

$$C_{12}^6 = \frac{12!}{6! \times 6!}$$
$$C_{20}^8 = \frac{20!}{8! \times 12!}$$

Поэтому, согласно комбинаторному принципу умножения, найдем кол-во способов выбрать комитет:

$$C_{20}^8 \times C_{12}^6 = 116396280$$

Ответ: 116396280

21. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

В некоторой газете 12 страниц. Необходимо на страницах этой газеты поместить четыре фотографии. Сколькими способами можно это сделать, если ни одна страница газеты не должна содержать более одной фотографии?

Решение:

В данной задаче генеральной совокупностью являются 12 страниц газеты, и выборкой без возвращения 4 выбранные из них страницы для фотографий. В данной задаче важно не только то, какие выбраны страницы, но и в каком порядке (для расположения фотографий). Таким образом, задача сводится к классической задаче об определении числа размещений без повторений из 12 элементов по 4 элемента:

$$A_{12}^4 = \frac{12!}{8!} = 11880$$

Ответ: 1287

22. задача

Источник: задача №10 из демоверсии ЕГЭ по информатике 2016 года.

Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Решение:

Буква «П» появляется ровно 1 раз, значит она может находиться на одной из 5 позиций в слове. Буквы «И» и «Р» заполняют остальные 4 позиции. Рассмотрим выборки объема 4 из 2 элементов ($k = 4, n = 2$). Кодовые слова могут отличаться как порядком следования букв, так и составом, значит, комбинаторная схема – размещения с повторениями. Найдем число таких размещений:

$$\overline{A}_2^4 = 2^4 = 16$$

После применим правило произведения:

$$5 \times 16 = 80$$

Ответ: 80

23. задача

Источник: Тренировочная задача №10 для подготовки к ЕГЭ по информатике

Вася составляет 5-буквенные слова из четырехбуквенного алфавита А, С, R, Т, причём буква А используется в каждом слове ровно 2 раза. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом, считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Решение:

1) пронумеруем позиции в слове, тогда варианты расположений букв «А» можно представить в качестве неупорядоченного выбора двух цифр из пяти. Значит, комбинаторная схема - сочетания без повторений:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$$

2) остальные допустимые символы будут занимать 3 позиции. Эти выборки объемом 3 из 3 элементов будут отличаться как порядком следования, так и набором символов. Очевидно, комбинаторная схема – размещения с повторениями.

$$\overline{A}_3^3 = 3^3 = 27$$

3) применим правило произведения:

$$27 \times 10 = 270$$

Ответ: 270

24. задача

Источник: Задача под номером В4 из демонстрационной версии ЕГЭ по информатике 2014 года.

Для передачи аварийных сигналов договорились использовать специальные цветные сигнальные ракеты, запускаемые последовательно. Одна последовательность ракет – один сигнал; в каком порядке идут цвета – существенно. Какое количество различных сигналов можно передать при помощи запуска ровно пяти таких сигнальных ракет, если в запасе имеются ракеты трёх различных цветов (ракет каждого вида неограниченное количество, цвет ракет в последовательности может повторяться)?

Решение:

Ракеты могут быть трех различных цветов, при этом в одной последовательности пять ракет. Значит, рассматривается выборка объема пять из трех элементов ($n = 3, k = 5$).

Определим комбинаторную схему. Два положения в условии задачи:

(а) «в каком порядке идут цвета – существенно»;

(b) «цвет ракет в последовательности может повторяться»;

указывают на то, что – это размещения с повторениями.

$$\overline{A}_3^5 = 3^5 = 243$$

Ответ: 243

25. задача

Источник: Задача под номером 10473 с сайта решуегэ.

Шифр кодового замка представляет собой последовательность из пяти символов, каждый из которых является цифрой от 1 до 4. Сколько различных вариантов шифра можно задать, если известно, что цифра 1 встречается ровно два раза, а каждая из других допустимых цифр может встречаться в шифре любое количество раз или не встречаться совсем?

Решение:

Количество способов поставить две 1 на пять позиций, можно представить как перестановку с повторениями из 2 единиц и 3 нулей, где 0 - некоторое число:

$$P_{2,3} = \frac{5!}{2! \times 3!} = 10$$

После того, как определили позиции двух 1, на оставшиеся позиции можем поставить любое из трёх чисел, это можно сделать

$$\overline{A}_3^3 = 3^3 = 27$$

Итого всего кодов (правило умножения):

$$10 \times 27 = 270$$

Ответ: 270

26. задача

Источник: Задача под номером 10473 с сайта решуегэ.

Шифр кодового замка представляет собой последовательность из пяти символов, каждый из которых является цифрой от 1 до 5. Сколько различных вариантов шифра можно задать, если известно, что цифра 1 встречается ровно три раза, а каждая из других допустимых цифр может встречаться в шифре любое количество раз или не встречаться совсем?

Решение:

Количество способов поставить три единицы на пять позиций, если дать номера позициям, тогда можно представить количество способов как количество сочетаний из 5 элементов по 3:

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10$$

После того, как определили позиции трех 1, на оставшиеся две позиции можем поставить любое из четырех чисел, это можно сделать

$$\overline{A_4^2} = 4^2 = 16$$

Итого всего кодов (правило умножения):

$$10 \times 16 = 160$$

Ответ: 160

27. задача

Источник: Банк ФИПИ

Вася составляет 5-буквенные слова, в которых есть только буквы К, Р, А, Н, Т, причём буква К используется в каждом слове ровно 2 раза. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допусти-

мая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Решение:

Количество способов поставить две К на пять позиций, можно представить как перестановку с повторениями из 2 единиц и 3 нулей, где 0 - некоторое число:

$$P_{2,3} = \frac{5!}{2! \times 3!} = 10$$

После того, как определили позиции двух К, на оставшиеся позиции можем поставить любое из четырех чисел, это можно сделать

$$\overline{A_4^3} = 4^3 = 64$$

Итого всего кодов (правило умножения):

$$10 \times 64 = 640$$

Ответ: 640

28. задача

Источник: Яндекс учебник

Какое количество четырёхзначных чисел, записанных в восьмеричной системе счисления, начинается на цифру 3 и заканчивается на цифру 0, при условии, что все цифры числа различные и никакие две чётные цифры не стоят рядом.

Решение:

Так как всего в восьмеричной системе исчисления 8 цифр, тогда в две свободные ячейки мы можем поставить какую-то цифру из 3 четных, а после какую-то цифру из 3 нечетных(четные цифры не стоят рядом, значит на предпоследний разряд можно поставить только нечетное число), или поставить какую-то цифру из 3 нечетный и какую-то цифру из

оставшихся 2 нечетных. Тогда по правилу комбинаторного сложения и умножения получаем ответ

$$3 \times 3 + 3 \times 2 = 15$$

Ответ: 15

29. задача

Источник: Банк ФИПИ

Сколько существует десятичных шестизначных чисел, не содержащих в своей записи цифру 3, в которых все цифры различны и никакие две чётные или две нечётные цифры не стоят рядом?

Решение:

На первом месте четное число: на первом месте - 4 числа (ноль нельзя использовать в старшем разряде), на втором месте: 4 варианта, на третьем месте: 4 (ноль возможно использовать, но одно чётное число уже использовали), на четвёртом месте: 3 (одно нечётное число использовали, и 3 нельзя использовать), на пятом месте: 3 (два числа использовали), на шестом месте: 2 числа (3 нельзя использовать и два числа использовали). Всего: $(4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2)$ вариантов

Случай, если на первом месте нечётное число: $(4 \times 5 \times 3 \times 4 \times 2 \times 3)$

$$\text{Итого : } (4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2) + (4 \times 5 \times 3 \times 4 \times 2 \times 3) = 2592$$

Ответ: 2592

30. задача

Источник: Демонстрационный вариант ЕГЭ-2024.

Сколько существует восьмеричных пятизначных чисел, не содержащих в своей записи цифру 1, в которых все цифры различны и никакие две чётные или две нечётные цифры не стоят рядом?

Решение:

Так как всего в восьмиричной системе исчисления 8 цифр, то всего четных чисел в нашем распоряжении - 4, а нечетных - 3(1 не в счет), тогда можно разделить задачу на два базовых случая: ЧНЧНЧ и НЧНЧН, тогда посчитаем кол-во для данных случаев, аналогично прошлой задаче:

$$1)(3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2) = 108$$

$$2)(3 \times 4 \times 2 \times 3 \times 1) = 72$$

Итого получаем: $72 + 108 = 180$

Ответ: 180

31. задача

Источник: одnogруппники

Сколько можно составить 4-х буквенных слов из букв в словах "брак"?

Решение:

$$P_4 = 4! = 24$$

Ответ: 180

32. задача

Источник: одnogруппники

Пусть имеется множество букв {А,В,С} записать всевозможные перестановки.

Ответ:

(ABC);(ACB);(BCA);(BAC);(CBA);(CAB)

33. задача

Источник: Сайт mathprofi.net(одногруппники)

Сколько различных автомобильных номеров можно составить из 3 цифр от 1 до 3 и 9 букв русского алфавита, при условии, что номер состоит из 3-х букв и 4-ых цифр?

Решение:

$$(C_9^1)^3 = 9^3 - \text{способов выбрать 3 буквы}$$

$$(C_9^1)^4 = 9^4 - \text{способов выбрать 4 цифры для номера}$$

$$(9^3 \times 9^4 = 9^7) - \text{способов составления}$$

Ответ: 9^7

34. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

В кондитерском магазине продавались 4 сорта пирожных: наполеоны, эклеры, песочные и слоеные. Сколькими способами можно купить 7 пирожных?

Решение:

Очевидно, что порядок, в котором выбираются пирожные, не существен, причем в комбинации могут входить повторяющиеся элементы (например, можно купить 7 эклеров). Следовательно, число способов покупки 7 пирожных определяется числом сочетаний с повторениями из 4 элементов по 7, т.е.

$$\overline{C}_4^7 = C_{4+7-1}^7 = \frac{10!}{7! \times 3!} = 120$$

Ответ: 120

35. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

В технической библиотеке имеются книги по математике, физике, химии и т. д., всего по 16 разделам науки. Поступили очередные 4 заказа на литературу. Сколько существует вариантов такого заказа?

Решение:

Так как 4 заказанные книги могут быть и из одного раздела науки, и из разных разделов, при этом порядок выбора разделов не важен, то число вариантов заказа определяется числом сочетаний с повторениями из 16 элементов по 4, т. е.

$$\overline{C}_{16}^4 = C_{16+4-1}^4 = \frac{19!}{4! \times 15!} = 3876$$

Ответ: 3876

36. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

Имеются 2 буквы А, 2 буквы В, 2 буквы С. Сколькими способами можно выбрать две из этих шести букв?

Решение:

Существует 6 способов выбора 2 букв из 6 с повторениями: (АА), (АВ), (АС), (ВС), (ВВ), (СС). Порядок следования букв не учитывается.

Ответ: 6

37. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

Необходимо выбрать в подарок 4 из 10 имеющихся различных книг. Сколькими способами можно это сделать?

Решение:

Генеральной совокупностью является 10 различных книг. Из них нужно выбрать 4, причем порядок выбора книг не играет роли. Нужно найти число сочетаний из 10 элементов по 4:

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{4! \times 6!} = 210$$

Ответ: 210

38. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

Пусть имеется множество, содержащее 4 буквы {A, B, C, D}. Запишем все возможные сочетания из указанных букв по 3.

Решение:

Таких сочетаний 4: ABC, ACD, ABD, BCD. Здесь в число сочетаний не включены, например, ACB, BCA, так как они не отличаются по составу от последовательности букв ABC, потому что перестановка элементов нового сочетания не дает.

Ответ: 4

39. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

Сколько разных буквосочетаний можно сделать из букв слова «Миссисипи»?

Решение:

Здесь 1 буква «м», 4 буквы «и», 3 буквы «с» и 1 буква «п», всего 9 букв. Следовательно, число перестановок с повторениями равно

$$P_{1,4,3,1} = \frac{9!}{1! \times 4! \times 3! \times 1!} = 2520$$

Ответ: 2520

40. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

Сколькими способами можно расставить девять различных книг на полке, чтобы определенные четыре книги стояли рядом?

Решение:

В исходной генеральной совокупности - 9 разных книг. Будем считать выделенные 4 книги за одну. Тогда для остальных 6 книг существует $P_6 = 6! = 720$ перестановок. Однако четыре определенные книги можно переставить между собой $P_4 = 4! = 24$ способами. По правилу умножения имеем $P_6 \times P_4 = 720 \times 24 = 17280$

Ответ: 17280

41. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

У мальчика остались от набора для настольной игры штампы с цифрами 1, 3 и 7. Он решил с помощью этих штампов нанести на все книги пятизначные номера – составить каталог. Сколько различных пятизначных номеров может составить мальчик?

Решение:

Можно считать, что опыт состоит в 5-кратном выборе с возвращением одной из 3 цифр {1, 3, 7}. Таким образом, число пятизначных номеров определяется числом размещений с повторениями из 3 элементов по 5:

$$\overline{A}_3^5 = 3^5 = 243$$

Ответ: 243

42. задача

Источник: Дагестанский государственный университет народного хозяйства учебное пособие по дисциплине "математика"

В некоторой газете 12 страниц. Необходимо на страницах этой газеты поместить четыре фотографии. Сколькими способами можно это сделать, если ни одна страница газеты не должна содержать более одной фотографии?

Решение:

В данной задаче генеральной совокупностью являются 12 страниц газеты, и выборкой без возвращения 4 выбранные из них страницы для фотографий. В данной задаче важно не только то, какие выбраны страницы, но и в каком порядке (для расположения фотографий). Таким образом, задача сводится к классической задаче об определении числа размещений без повторений из 12 элементов по 4 элемента:

$$A_{12}^4 = \frac{12!}{(12 - 4)!} = 11880$$

Ответ: 11880

43. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

К несчастью, судья на выставке цветов не разбирается в орхидеях. Если он выбирает победителей случайным образом среди 18 участниц, то сколько имеется способов вручить первый, второй и третий приз?

Решение:

Можно выдать первый приз кому-то из 18 участников, второй приз (18-1) участникам и т.д.:

$$18 \times 17 \times 16 = 4896$$

Ответ: 4896

44. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколько существует способов рассадить за круглым столом пятерых мужчин и пятерых женщин, если двое мужчин не должны сидеть рядом?

Решение:

Возьмем случайную женщину за опорный элемент и будем садить других женщин через одну позицию от опорной, тогда кол-во способов рассадить их равно: $P_4 = 24$. Оставшиеся места заполняем мужчинами, тогда кол-во способов рассадить мужчин будет равно: $P_5 = 120$, тогда общее кол-во способов равно: $P_5 \times P_4 = 24 \times 120 = 2880$

Ответ: 2880

45. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколько существует способов составить комитет из 6 мужчин и 7 женщин, если организация состоит из 15 мужчин и 20 женщин?

Решение:

Кол-во способов составить комитет по 6 мужчин из 15:

$$C_{15}^6 = \frac{15!}{9! \times 6!} = 5005$$

Кол-во способов составить комитет по 7 женщин из 20:

$$C_{20}^7 = \frac{20!}{7! \times 13!} = 77520$$

Всего кол-во способов составить комитет:

$$C_{20}^7 \times C_{15}^6 = 387987600$$

Ответ: 387987600

46. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Пять пар идут в кино. Сколькими способами они могут занять места, если они могут сидеть в любом порядке?

Решение:

Всего 10 человек, а значит ответом будет кол-во перестановок из 10 элементов

$$P_{10} = 10! = 3628800$$

Ответ: 3628800

47. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Пять пар идут в кино. Сколькими способами они могут занять места, если все пять пар сидят подряд?

Решение:

Пару можно разделить на человека 1 и на человека 2, пусть 1 - человек 1 сидит на первом месте, а 2 - человек 2 сидит на втором месте, тогда всего вариантов пар у нас будет

$$\overline{A}_2^5 = 2^5 = 32$$

Так как пары можно еще между собой перетасовывать, тогда получаем кол-во всех способов занять места в данном случае

$$\overline{A}_2^5 \times P_5 = 5! \times 32 = 3840$$

Ответ: 3840

48. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколько трехзначных чисел можно образовать, используя цифры 2, 3, 4, 5, 6, 8 и 9?

Решение:

Кол-во способов выбрать первое число - 7, второе 7-1, третье - 7-2, тогда всего:

$$7 \times 6 \times 5 = 210$$

Ответ: 210

49. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

Сколькими способами девять человек могут расположиться в ряд?

Решение:

Кол-во способов есть количество перестановок из 9 элементов:

$$P_9 = 9!$$

Ответ: 362880

50. задача

Источник: Джеймс Андерсон: Дискретная математика и комбинаторика

В скачках участвуют десять лошадей. Сколько существует вариантов призовой тройки лошадей?

Решение:

Кол-во способов есть количество сочетаний из 10 элементов по 3:

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \times 7!} = 120$$

Ответ: 120