

Файтельсон Антон контрольная работа 3 вариант 8

Задача 1. Построить порождающую матрицу циклического кода, обнаруживающего и исправляющего однократную ошибку, при заданном количестве информационных разрядов. Исправить ошибку в заданном векторе. В ответе привести проверочную часть порождающей матрицы, уравнения синдрома, проверочную матрицу, процесс исправления ошибки.

1) Построение порождающей матрицы

$N_u = 8$; $N_k = 8$;

Единичная матрица

x7	x6	x5	x4	x3	x2	x1	x0
a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1

Приведем порождающий многочлен к виду $(x^n \dots x^0)$:

Порождающий многочлен: $110001011 \Rightarrow x^8 + x^7 + x^3 + x^1 + x^0$

x8	x7	x6	x5	x4	x3	x2	x1	x0
1	1	0	0	0	1	0	1	1

Остатки:

					О	с	т	а	т	к	и						
x7*	X8=	x15	1		X6	+	x4	+	x2	+	1						
x6*	X8=	x14	2		X7	+	x6	+	x5	+	x3	+	x2	+	x	+	1
x5*	X8=	x13	3		x7	+	x5	+	x4	+	x						
x4*	X8=	x12	4		X6	+	x4	+	x3	+	1						
x3*	X8=	x11	5		X7	+	x6	+	x5	+	x3	+	1				
x2*	X8=	x10	6		X7	+	x5	+	x4	+	x						
x1*	X8=	x9	7		X7	+	x4	+	x3	+	x2	+	1				
x0*	X8=	x8	8		X7	+	x3	+	x	+	1						

Вычисления:

$$\begin{array}{r}
 x^{15} \phantom{+ x^{14} + x^{13} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1} \\
 \underline{x^{15} + x^{14} + x^{10} + x^6 + x^2} \\
 x^{14} + x^{13} + x^{10} + x^8 + x^7 \\
 \underline{x^{14} + x^{13} + x^9 + x^7 + x^6} \\
 x^{13} + x^{10} + x^8 + x^6 + x^5 \\
 \underline{x^{13} + x^{12} + x^8 + x^6 + x^5} \\
 x^{12} + x^{10} + x^9 + x^5 \\
 \underline{x^{12} + x^{11} + x^7 + x^5 + x^4} \\
 x^{11} + x^{10} + x^9 + x^3 + x^4 \\
 \underline{x^{11} + x^{10} + x^6 + x^4 + x^3} \\
 x^9 + x^7 + x^6 + x^3 \\
 \underline{x^9 + x^8 + x^4 + x^2 + x} \\
 x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x \\
 \underline{x^8 + x^7 + x^3 + x + 1} \\
 x^6 + x^4 + x^2 + 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x^{14} \phantom{+ x^{13} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1} \\
 \underline{x^{14} + x^{13} + x^9 + x^6 + x^2} \\
 x^{13} + x^{12} + x^8 + x^6 + x^5 \\
 \underline{x^{13} + x^{12} + x^8 + x^7 + x^5} \\
 x^{12} + x^{11} + x^7 + x^5 + x^4 \\
 \underline{x^{12} + x^{11} + x^8 + x^4} \\
 x^{11} + x^{10} + x^6 + x^4 + x^3 \\
 \underline{x^{11} + x^{10} + x^8 + x^6 + x^3} \\
 x^{10} + x^9 + x^5 + x^3 + x^2 \\
 \underline{x^{10} + x^9 + x^5 + x^3 + x^2} \\
 x^8 + x^6 + x^5 + x^2 \\
 \underline{x^8 + x^7 + x^3 + x + 1} \\
 x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + x + 1
 \end{array}$$

a	b	a ⊕ b
1	1	0
0	1	1
1	0	1
0	0	0

$$(\oplus) \times 011$$

$$\begin{array}{r}
 x^{15} \overline{) x^8 + x^7 + x^3 + x + 1} \\
 \underline{x^{15} + x^{14} + x^8 + x^6 + x^5} \\
 x^{12} + x^8 + x^6 + x^5 \\
 \underline{x^{12} + x^{11} + x^7 + x^5 + x^4} \\
 x^{11} + x^8 + x^7 + x^6 + x^4 \\
 \underline{x^{11} + x^{10} + x^6 + x^4 + x^3} \\
 x^{10} + x^8 + x^7 + x^3 \\
 \underline{x^{10} + x^9 + x^8 + x^3 + x^2} \\
 x^9 + x^8 + x^7 + x^5 + x^2 \\
 \underline{x^9 + x^8 + x^9 + x^2 + x} \\
 x^7 + x^5 + x^4 + x
 \end{array}$$

$$v^{12} \mid x^8 + x^7 + x^3 + x + 1$$

$$\begin{array}{r}
 x^{12} \overline{) x^8 + x^7 + x^3 + x + 1} \\
 \underline{x^{12} + x^{11} + x^7 + x^5 + x^4} \\
 x^{11} + x^{10} + x^6 + x^4 + x^3 \\
 \underline{x^{10} + x^7 + x^6 + x^5 + x^3} \\
 x^{10} + x^9 + x^5 + x^3 + x^2 \\
 \underline{x^9 + x^7 + x^6 + x^2} \\
 x^9 + x^8 + x^4 + x^2 + x \\
 \underline{x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + x} \\
 x^8 + x^7 + x^3 + x + 1 \\
 \underline{x^8 + x^7 + x^3 + x + 1} \\
 x^6 + x^4 + x^3 + 1
 \end{array}$$

$$\frac{x^{10} + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^{10} + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}$$

$$\frac{x^{10} + x^6 + x^4 + x^3}{x^{10} + x^9 + x^5 + x^3 + x^2}$$

$$\begin{array}{r} x^9 + x^6 + x^5 + x^4 + x^2 \\ x^3 + x^8 + x^4 + x^2 + x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^8 + x^6 + x^5 + x \\ x^8 + x^7 + x^3 + x + 1 \end{array}$$

$$x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + 1$$

$$16 \mid x^8 + x^7 + x^3 + x + 1$$

$$\begin{array}{r} x^9 + x^6 + x^5 + x^4 + x^2 \\ \underline{x^9 + x^8 + x^4 + x^2 + x} \\ x^8 + x^6 + x^5 + x \\ \underline{x^8 + x^7 + x^3 + x + 1} \\ x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \mid x^8 + x^7 + x^3 + x + 1 \end{array}$$

$$\underline{x^{10} + x^5 + x^5 + x^2} \mid x^2 + x + 1$$

$$\begin{array}{r} x^9 + x^5 + x^3 + \underline{x^2} \\ \underline{x^9} + x^8 + x^4 + \underline{x^2} + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + 1 \\ \underline{x^6 + x^2 + x^3 + x + 1} \end{array}$$

$$(x^7 + x^5 + x^4 + x)$$

$$\begin{array}{r} x^9 \mid x^8 + x^7 + x^3 + x + 1 \\ \hline \end{array}$$

S1	=	p1	+	a2	+	a3	+	a5	+	a6	+	a7	+	a8	
S2	=	p2	+	a1	+	a2	+	a4	+	a5					
S3	=	p3	+	a2	+	a3	+	a5	+	a6					
S4	=	p4	+	a1	+	a3	+	a4	+	a6	+	a7			
S5	=	p5	+	a2	+	a4	+	a5	+	a7	+	a8			
S6	=	p6	+	a1	+	a2	+	a7							
S7	=	p7	+	a2	+	a3	+	a6	+	a8					
S8	=	p8	+	a1	+	a2	+	a4	+	a5	+	a7	+	a8	

Вектор с ошибкой 7 нолей, 1 и 8 нолей:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

s1 = 1

s2 = 0

s3 = 0

s4 = 0

s5 = 1

s6 = 0

s7 = 1

s8 = 1

Ищем в проверочной матрице соответствующий синдрому столбец и определяем номер ошибочного разряда - a8

Исправляем ошибку путем инвертирования установленного разряда и получаем исправленный код 0000000000000000