

100 Задач по теме "Комбинаторика"

Выполнил студент 113 группы Файтельсон Антон

1. Задача 1 Пароль

Источник: ICPC 2022-2023 NERC (NEERC), квалификационный этап Чемпионата Юга и Поволжья России

Монокарп забыл пароль от своего телефона. Пароль состоит ровно из 6 цифр от 0 до 9 (обратите внимание, что пароль может начинаться с цифры 0).

Монокарп помнит, что в его пароле были ровно две различные цифры, причем каждая из этих цифр встречалась в пароле ровно по три раза. Также Монокарп помнит количество цифр (n), которых точно не было в его пароле .

Посчитайте количество последовательностей из 6 цифр, которые могли бы быть паролем Монокарпа (то есть которые подходят под все описанные условия).

Решение:

Так как Монокарп помнит количество цифр, которых точно не было в пароле, тогда количество цифр, которые возможно были в пароле равно

$$(10 - n)$$

Возьмем простейший случай, когда всего два возможных претендента на числа в пароле - 1 и 0.

Найдем, сколькими способами мы можем выбрать 3 позиции из 6 возможных:

$$C_6^3 = \frac{6!}{3! \times 3!} = 20$$

Вернемся к случаю, когда у нас $10 - n$ возможных чисел. Найдем сколько можно составить пар из этих чисел.

$$C_{10-n}^2 = \frac{(10-n)!}{(8-n)! \times 2!} = \frac{(10-n)! \times (9-n)!}{2}$$

Тогда решением задачи будет формула:

$$C_6^3 \times C_{10-n}^2 = 20 \times \frac{(10-n)! \times (9-n)!}{2} = 10 \times (10-n)! \times (9-n)!$$

Ответ: $10 \times (10-n)! \times (9-n)!$

2. Задача 2

Источник: Дискретная математика. Учебник и задачник для Вузов (Баврин И.И.)

Нужно присудить первую, вторую и третью премии на конкурсе, в котором принимают участие 20 человек . Сколькими способами можно распределить эти премии? Решение:

Ответом на данную задачу будут являться количество размещений по 3 человека из 20:

$$A_{20}^3 = (20) \times (20-1) \times (20-2) = 20 \times 19 \times 18 = 6840$$

Ответ: 6840

fff