

## Задачи к лабораторной работе на тему «Программирование на языке C++ с использованием рекурсивных функций и функций со сложными параметрами»

### **Цель работы**

Изучить особенности написания программ на языке C++ с использованием рекурсивных функций и функций со сложными параметрами.

### **Указания к выполнению работы**

При решении задачи 1 написать по крайней мере одну функцию (не `main`), у которой в качестве параметров используются указатели или ссылки. Для вариантов 1-27 возвращаемый тип функции — `void`.

При решении задачи 2 написать по крайней мере одну функцию (не `main`), у которой в качестве параметров используются указатели ссылки или массивы. Обеспечить неоднократный вызов функций пользователя.

При решении задачи 3 написать по крайней мере одну рекурсивную функцию (отличную от функции для вычисления факториала натурального числа). Обеспечить минимально возможное количество передаваемых в рекурсивную функцию параметров. При решении задач недопустимо использовать операторы цикла безусловные переходы, а также создавать и использовать глобальные программные объекты.

### **Индивидуальные варианты заданий**

#### **Задача 1**

1. Описать бестиповую функцию `powAB` ( $A, B, C$ ), вычисляющую значение числа  $A$  возведенного в степень числа  $B$  и возвращающую ее в переменной  $C$  ( $A$  и  $B$  — вещественные). С помощью этой функции найти  $a1^{b1}$ ,  $a2^{b2}$ ,  $a3^{b3}$  для заданных  $a1, a2, a3, b1, b2, b3$ .

2. Описать бестиповую функцию `Mean` ( $X, Y, AMean, GMean$ ), вычисляющую среднее арифметическое  $AMean$  и среднее геометрическое  $GMean$  двух положительных чисел  $X$  и  $Y$  ( $X$  и  $Y$  — вещественные). С помощью этой функции найти среднее арифметическое и среднее геометрическое пар ( $A, B$ ), ( $A, C$ ), ( $A, D$ ) для заданных  $A, B, C, D$ .

3. Описать бестиповую функцию `TrianglePS` ( $a, P, S$ ), вычисляющую по стороне  $a$  равностороннего треугольника его периметр  $P$  и площадь  $S$  ( $a$  — вещественное). С помощью этой функции найти периметры и площади трех равносторонних треугольников с заданными сторонами.

4. Описать бестиповую функцию `RectPS` ( $x1, y1, x2, y2, P, S$ ), вычисляющую периметр  $P$  и площадь  $S$  прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат, по координатам  $(x1, y1), (x2, y2)$  его противоположных вершин ( $x1, y1, x2, y2$  — вещественные). С помощью этой функции найти периметры и площади трех прямоугольников с заданными противоположными вершинами.

5. Описать бестиповую функцию `DigitCountSum` ( $N, C, S$ ), находящую количество  $C$  цифр числа  $N$ , а также их сумму  $S$  ( $N$  — целое). С помощью этой функции найти количество и сумму цифр для каждого из пяти заданных целых чисел.

6. Описать бестиповую функцию `InvertDigits` ( $K$ ), меняющую порядок следования цифр целого положительного числа  $K$  на обратный ( $K$  — целое). С помощью этой функции поменять порядок следования цифр на обратный для каждого из пяти заданных целых чисел.

7. Описать бестиповую функцию `AddRightDigit` ( $D, K$ ), добавляющую к целому положительному числу  $K$  справа цифру  $D$  ( $D, K$  — целые,  $0 \leq D \leq 9$ ). С помощью этой

функции последовательно добавить к данному числу  $K$  справа заданные цифры  $D1$  и  $D2$ , выводя результат каждого добавления.

8. Описать бестиповую функцию *AddLeftDigit* ( $D, K$ ), добавляющую к целому положительному числу  $K$  слева цифру  $D$  ( $D, K$  — целые,  $0 \leq D \leq 9$ ). С помощью этой функции последовательно добавить к данному числу  $K$  слева заданные цифры  $D1$  и  $D2$ , выводя результат каждого добавления.

9. Описать бестиповую функцию *Swap* ( $X, Y$ ), меняющую содержимое переменных  $X$  и  $Y$  ( $X$  и  $Y$  — вещественные). С помощью этой функции для заданных переменных  $A, B, C, D$  последовательно поменять содержимое следующих пар:  $A$  и  $B$ ,  $C$  и  $D$ ,  $B$  и  $C$  и вывести новые значения  $A, B, C, D$ .

10. Описать бестиповую функцию *Minmax* ( $X, Y$ ), записывающую в переменную  $X$  минимальное из значений  $X$  и  $Y$ , а в переменную  $Y$  — максимальное из этих значений ( $X$  и  $Y$  — вещественные). Используя четыре вызова этой функции, найти минимальное и максимальное из заданных чисел  $A, B, C, D$ .

11. Описать бестиповую функцию *SortInc3* ( $A, B, C$ ), меняющую содержимое переменных  $A, B, C$  таким образом, чтобы их значения оказались упорядоченными по возрастанию ( $A, B, C$  — вещественные). С помощью этой функции упорядочить по возрастанию два заданных набора из трех чисел: ( $A1, B1, C1$ ) и ( $A2, B2, C2$ ).

12. Описать бестиповую функцию *SortDec3* ( $A, B, C$ ), меняющую содержимое переменных  $A, B, C$  таким образом, чтобы их значения оказались упорядоченными по убыванию ( $A, B, C$  — вещественные). С помощью этой функции упорядочить по убыванию два заданных набора из трех чисел: ( $A1, B1, C1$ ) и ( $A2, B2, C2$ ).

13. Описать бестиповую функцию *Shif. Right3* ( $A, B, C$ ), выполняющую правый циклический сдвиг: значение  $A$  переходит в  $B$ , значение  $B$  — в  $C$ , значение  $C$  — в  $A$  ( $A, B, C$  — вещественные). С помощью этой функции выполнить правый циклический сдвиг для двух заданных наборов из трех чисел: ( $A1, B1, C1$ ) и ( $A2, B2, C2$ ).

14. Описать бестиповую функцию *ShiftLeft3* ( $A, B, C$ ), выполняющую левый циклический сдвиг: значение  $A$  переходит в  $C$ , значение  $C$  — в  $B$ , значение  $B$  — в  $A$  ( $A, B, C$  — вещественные). С помощью этой функции выполнить левый циклический сдвиг для двух заданных наборов из трех чисел: ( $A1, B1, C1$ ) и ( $A2, B2, C2$ ).

15. Описать бестиповую функцию *ChangeDigitN* ( $K, N, D$ ), заменяющую  $N$ -ю цифру целого положительного числа  $K$  (цифры в числе нумеруются справа налево) на цифру  $D$ . Предполагается, что в числе  $K$  количество цифр не меньше  $N$ . Для каждого из пяти заданных целых положительных чисел  $K1, K2, \dots, K5$  и заданного  $D$  вызвать функцию *ChangeDigitN* с параметром  $N$ , изменяющимся от 1 до 5.

16. Описать бестиповую функцию *SecToHMS* ( $TS, H, M, S$ ), определяющую по времени  $TS$  (в секундах) содержащееся в нем количество часов  $H$ , минут  $M$  и секунд  $S$  ( $TS$  — целое). Используя эту функцию, найти количество часов, минут и секунд для пяти заданных отрезков времени  $TS1, TS2, \dots, TS5$ .

17. Описать бестиповую функцию *HMSToSec* ( $H, M, S, TS$ ), определяющую по заданному моменту времени в часах  $H$ , минутах  $M$  и секунда  $S$  количество секунд  $TS$ , прошедших от начала суток ( $H, M$  и  $S$  — целые). Используя эту функцию, найти количество секунд, прошедших от начала суток для трех заданных временных моментов  $H1/M1/S1, H2/M2/S2, H3/M3/S3$ .

18. Описать бестиповую функцию *CheckTime* ( $H, M, S$ ), преобразует временной отрезок, заданный количеством часов  $H$ , минут  $M$  и секунд  $S$  в правильный формат ( $H, M, S$  — целые). Правильным считается формат, в котором количество секунд  $S$  и минут  $M$  не превышает значение 59. Используя эту функцию, привести к правильному формату два заданных временных отрезка: ( $T1, M1, S1$ ) и ( $T2, M2, S2$ ).

19. Описать бестиповую функцию *IncTime* ( $H, M, S, T$ ), которая увеличивает на  $T$  секунд время, заданное в часах  $H$ , минутах  $M$  и секундах  $S$  ( $H, M$  и  $S$  — целые положительные). Дано время (в часах  $H$ , минутах  $M$ , секундах  $S$ ), а также целые числа  $T1$

и  $T2$ . Используя функцию *IncTime*, увеличить данное время на  $T1$  секунд, затем полученный результат увеличить на  $T2$  секунд. Вывести промежуточные и итоговые значения  $H, M, S$ .

20. Описать бестиповую функцию *IncTime2* ( $H1, M1, S1, H2, M2, S2$ ), которая увеличивает время, заданное в часах  $H1$ , минутах  $M1$  и секундах  $S1$  на величину, заданную моментом времени из часов  $H2$ , минут  $M2$  и секунд  $S2$  ( $H1, H2, M1, M2, S1$  и  $S2$  — целые положительные). Дано время (в часах  $H$ , минутах  $M$ , секундах  $S$ ), а также целые числа  $H1, M1, S1, H2, M2, S2$ . Используя функцию *IncTime2*, увеличить данное время на величину ( $H1, M1, S1$ ), затем полученный результат увеличить на величину ( $H2, M2, S2$ ). Вывести промежуточные и итоговые значения  $H, M, S$ .

21. Описать бестиповую функцию *Time24ToTime12* ( $H, M, S, am$ ), которая преобразует время, заданное в часах  $H$ , минутах  $M$  и секундах  $S$  ( $H, M$  и  $S$  — целые положительные) из 24-часового формата в 12-часовой, при этом для времени в 12-часовом формате устанавливается признак принадлежности момента времени первой половине суток  $am$  ( $am$  - логическое). Используя эту функцию, привести к новому формату два заданных временных отрезка: ( $T1, M1, S1$ ) и ( $T2, M2, S2$ ).

22. Описать бестиповую функцию *Time12ToTime24* ( $H, M, S, am$ ), которая преобразует время, заданное в часах  $H$ , минутах  $M$ , секундах  $S$  ( $H, M$  и  $S$  — целые положительные), а также признаку принадлежности момента времени первой половине суток  $am$  ( $am$  - логическое) из 12-часового формата в 24-часовой. Используя эту функцию, привести к новому формату два заданных временных отрезка: ( $T1, M1, S1, am1$ ) и ( $T2, M2, S2, am2$ ).

23. Описать бестиповую функцию *CheckDate* ( $D, M, Y$ ), преобразует дату, заданную номером дня  $D$ , номером месяца  $M$  и годом  $Y$  в правильный формат ( $D, M, Y$  — целые). Правильным считается формат, в котором номер месяца — не больше 12 (в противном случае записать в  $M$  остаток от деления  $M$  на 12), а номер дня  $D$  не превышает максимально возможное число дней в месяце  $M$  (в противном случае записать в  $D$  остаток от деления  $D$  на максимально возможное число дней в месяце  $M$ ). Используя эту функцию, привести к правильному формату две заданные даты: ( $D1, M1, Y1$ ) и ( $D2, M2, Y2$ ).

24. Описать бестиповую функцию *PrevDayDate* ( $D, M, Y$ ), которая по информации о правильной дате, включающей номер дня  $D$ , номер месяца  $M$  и год  $Y$ , определяет предыдущую дату ( $D, M, Y$  — целые). Применить функцию *PrevDayDate* к трем исходным датам и вывести полученные значения предыдущих дат.

25. Описать бестиповую функцию *NextDayDate* ( $D, M, Y$ ), которая по информации о правильной дате, включающей номер дня  $D$ , номер месяца  $M$  и год  $Y$ , определяет следующую дату ( $D, M, Y$  — целые). Применить функцию *NextDayDate* к трем исходным датам и вывести полученные значения следующих дат.

26. Описать бестиповую функцию *PrevMonthDate* ( $D, M, Y$ ), которая по информации о правильной дате, включающей номер дня  $D$ , номер месяца  $M$  и год  $Y$ , определяет дату в предыдущем месяце ( $D, M, Y$  — целые). Если в предыдущем месяце максимальное количество дней меньше текущего  $D$ , то  $D$  заменяется на максимальное количество дней предыдущего месяца. Применить функцию *PrevMonthDate* к трем исходным датам и вывести полученные значения предыдущих дат.

27. Описать бестиповую функцию *NextMonthDate* ( $D, M, Y$ ), которая по информации о правильной дате, включающей номер дня  $D$ , номер месяца  $M$  и год  $Y$ , определяет дату в следующем месяце ( $D, M, Y$  — целые). Если в следующем месяце максимальное количество дней меньше текущего  $D$ , то  $D$  заменяется на максимальное количество дней следующего месяца. Применить функцию *NextMonthDate* к трем исходным датам и вывести полученные значения следующих дат.

28. Напишите функцию, параметрами которой служат адреса трех переменных вещественного типа. Функция должна возвращать адрес (значение указателя) той из

переменных, адресуемых параметрами, которая имеет максимальное значение. В основной программе с помощью обращения к функции поменяйте знак значения максимальной из трех переменных. Для решения данной задачи используйте вспомогательную функцию, возвращающую адрес максимальной из переменных, адресуемых двумя параметрами-указателями.

29. Описать функцию *LinearSolve* (*A*, *B*, *C*, *X*), решающую линейное уравнение  $A \cdot X + B = C$  и возвращающую результат через ссылку *X* (*A*, *B*, *C*, *X* – вещественные). Функция должна возвращать целое значение: 1, если существует ровно один корень, 0, если корней не существует, и -1, если корней бесконечно много. С помощью этой функции найти решение двух линейных уравнений, заданных двумя наборами из трех чисел: (*A1*, *B1*, *C1*) и (*A2*, *B2*, *C2*). Вывести на экран значения корней или сообщения: «корней нет» или «корней бесконечно много».

30. Описать функцию *LinearSystemSolve* (*A1*, *B1*, *C1*, *A2*, *B2*, *C2*, *X*, *Y*), решающую систему из двух линейных уравнений:  $A1 \cdot X + B1 \cdot Y = C1$ ,  $A2 \cdot X + B2 \cdot Y = C2$  и возвращающую результат через ссылки *X* и *Y* (*A1*, *B1*, *C1*, *A2*, *B2*, *C2*, *X*, *Y* – вещественные). Функция должна возвращать целое значение: 1, если существует ровно одно решение, 0, если система не имеет решений, и -1, если система имеет бесконечно много решений. С помощью этой функции найти решение двух систем линейных уравнений с двумя неизвестными, заданных двумя наборами из шести чисел: (*A1*, *B1*, *C1*, *A2*, *B2*, *C2*) и (*A3*, *B3*, *C3*, *A4*, *B4*, *C4*). Вывести на экран значения корней или сообщения: «решений нет» или «решений бесконечно много».

31. Описать функцию *ArrayUnique* (*A*, *N*), которая удаляет из целочисленного одномерного массива *A* размера *N* повторяющиеся элементы (с перераспределением памяти) и возвращает новый размер массива. С помощью этой функции сделайте уникальными элементы в двух массивах *A1* и *A2* размеров *N1* и *N2* соответственно.

32. Опишите функцию с переменным числом аргументов, в которой количество параметров передается как обязательный параметр, и определяющую сумму целых чисел, переданных как необязательные параметры.

33. Опишите функцию с переменным числом аргументов, в которой признаком конца списка необязательных параметров является число 0, и определяющую среднее арифметическое значение всех необязательных параметров.

34. Написать подпрограмму поиска численного решения уравнения на заданном интервале методом бисекции. В качестве параметров подпрограммы передавать указатель на функцию, определяющую уравнение, начальное и конечное значения промежутка (*a* и *b*) и точность  $\epsilon$ . Найти решение для уравнений  $x^2 - x = 0$  и  $\sqrt{x} - x = 0$  на заданном интервале с заданной точностью (границы интервала и точность вычислений вводятся пользователем). При использовании метода бисекции рассматриваемый отрезок делится пополам.

35. Написать программу поиска максимума действительной функции одной переменной на заданном отрезке методом золотого сечения. В качестве параметров подпрограммы передавать указатель на функцию, начальное и конечное значения отрезка (*a* и *b*) и точность решения  $\epsilon$ . Найти максимумы функций  $f(x) = x^3 - \cos x$  и  $g(x) = \sin x - \cos x$  на заданном интервале с заданной точностью, где границы интервала и точность вычислений вводятся пользователем. При использовании метода золотого сечения рассматриваемый отрезок делится в пропорции золотого сечения в обоих направлениях, т.е. выбираются две точки  $x_1$  и  $x_2$  такие, что:

$$\frac{b-a}{b-x_1} = \frac{b-a}{x_2-a} = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \text{ где } \phi - \text{пропорция золотого сечения.}$$

## Задача 2

1. Даны два одномерных массива действительных чисел *u* и *v* размеров *n* и *m* соответственно. Составив функцию, вычисляющую произведение элементов массива,

найти отношение произведения элементов массива  $u$  к произведению элементов массива  $v$ .

2. Даны два одномерных массива действительных чисел  $u$  и  $v$  размеров  $n$  и  $m$  соответственно. Составив функцию, вычисляющую сумму элементов массива, найти разность суммы элементов массива  $u$  и суммы элементов массива  $v$ .

3. Даны два одномерных массива действительных чисел  $u$  и  $v$  размеров  $n$  и  $m$  соответственно. Составив функцию, вычисляющую среднее арифметическое элементов массива, определить, в каком из массивов  $u$  или  $v$  среднее значение всех элементов больше.

4. Даны два одномерных массива действительных чисел  $u$  и  $v$  размеров  $n$  и  $m$  соответственно. Составив функцию, вычисляющую среднее геометрическое элементов массива, найти разность среднего геометрического элементов массивов  $u$  и  $v$ .

5. Даны два массива натуральных чисел  $u$  и  $v$  размеров  $n$  и  $m$  соответственно. Составив функцию, выполняющую поиск наименьшего общего кратного элементов массива, найти наибольшее значение из НОК массивов  $u$  и  $v$ .

6. Даны два массива натуральных чисел  $u$  и  $v$  размеров  $n$  и  $m$ . Составив функцию, выполняющую поиск наибольшего общего делителя элементов массива, найти наименьшее значение из НОД для элементов массивов  $u$  и  $v$ .

7. Дан одномерный массив действительных чисел  $u$  размера  $n$ . Составив функцию, выполняющую поиск максимального элемента массива среди его первых  $k$  элементов, выполнить сортировку массива  $u$  по возрастанию методом выбора.

8. Дан одномерный массив действительных чисел  $u$  размера  $n$ . Составив функцию, выполняющую поиск минимального элемента массива среди его первых  $k$  элементов, выполнить сортировку массива  $u$  по убыванию методом выбора.

9. Даны два одномерных массива действительных чисел  $u$  и  $v$  размеров  $n$  и  $m$  соответственно. Составив функцию, выполняющую добавление к каждой ячейке массива заданное действительное число, найти  $m$  массивов, полученных суммой вектора  $u$  с каждым из элементов массива  $v$ .

10. Даны два одномерных массива действительных чисел  $u$  и  $v$  размеров  $n$  и  $m$  соответственно. Составив функцию, вычисляющую сумму только тех элементов массива, индекс которых является числом Фибоначчи, определить наибольшую из соответствующих сумм для массивов  $u$  и  $v$ .

11. Даны два массива действительных чисел  $u$  и  $v$  размеров  $n$  и  $m$ . В каждом массиве найти сумму его элементов, индекс которых является простым числом.

12. Даны два массива действительных чисел размеров  $n$  и  $m$ . Заменить в каждом из них все элементы, следующие за наибольшим по модулю значением на единицу (если наибольших по модулю значений несколько, то заменить все элементы, следующие за первым из них).

13. Даны две матрицы действительных чисел размеров  $n_1 \times m_1$  и  $n_2 \times m_2$  соответственно. Написать программу определяющую, в какой из матриц среднее арифметическое ее элементов наибольшее.

14. Дан массив, содержащий  $2n$  вещественных чисел, в котором последовательно записаны координаты вершин некоторого  $n$ -угольника:  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, \dots, x_n, y_n$ . Найти значения периметров  $n$ -угольника при увеличении каждой из координат на единицу. Например, при  $n=3$  и массиве, содержащем значения  $\{0,0,2,0,0,2\}$  вывести значения шести периметров для  $n$ -угольников с координатами:  $\{1,0,2,0,0,2\}$ ,  $\{0,1,2,0,0,2\}$ ,  $\{0,0,3,0,0,2\}$ ,  $\{0,0,2,1,0,2\}$ ,  $\{0,0,2,0,1,2\}$ ,  $\{0,0,2,0,0,3\}$ .

15. Дан одномерный массив действительных чисел  $u$  размера  $n$ . Составив функцию, выполняющую сдвиг элементов массива вправо с позиции  $k$  до позиции  $t$ , выполнить сортировку вектора  $u$  по возрастанию методом вставки (используя функцию сдвига).

16. Даны массивы целых чисел  $v$  и  $u$  размера  $n$  и  $m$  соответственно. Определить для массива  $v$  массив  $v_1$ , а для массива  $u$  массив  $u_1$  состоящие только из тех их элементов  $v$  и  $u$  соответственно, которые меньше целого числа  $k$  и являются полными квадратами (целое неотрицательное число  $n$  называется полным квадратом, если найдется целое число  $m$  такое, что  $n = m^2$ ).

17. Даны два натуральных числа  $n$  и  $m$ . Определив функцию, составляющую массив, содержащий простые делители целого числа, найти наименьшее из сумм каждого третьего делителя для чисел  $n$  и  $m$ .

18. Составив функцию для удаления строки с заданным номером из двумерного массива (с перераспределением памяти - оставшиеся строки должны быть расположены плотно), решить следующую задачу. Дана матрица действительных чисел размера  $n \times m$  и массив  $Ind$  размера  $k$  из целых чисел ( $k < n - 1$ ; элементы  $0 \leq Ind_i < n$ ). С помощью разработанных функций исключить из массива строки с индексами, хранящимися в массиве  $Ind$ .

19. Даны две матрицы действительных чисел размеров  $n_1 \times m_1$  и  $n_2 \times m_2$  соответственно. Написать программу, определяющую след каждой из матриц наибольший.

20. Даны два массива целых чисел размеров  $n$  и  $m$  и целые числа  $k$  и  $t$ . Если в первом массиве нет ни одного элемента, совпадающего с  $k$ , то первый элемент этого массива, не меньший всех остальных элементов, увеличить на  $k$ . По такому же правилу преобразовать второй массив применительно к значению  $t$ .

21. Даны два массива целых чисел размеров  $n$  и  $m$  и целые числа  $k$  и  $t$ . Если в первом массиве все элементы не превосходят  $k$ , а во втором массиве все элементы не превосходят  $t$ , то в первом массиве заменить все элементы равные  $k$  значением  $t$ , в противном случае во втором массиве заменить все элементы, равные  $t$  значением  $k$ .

22. Даны две матрицы действительных чисел  $A$  и  $B$  размеров  $n_1 \times m_1$  и  $n_2 \times m_2$  соответственно ( $n_1, m_1, n_2, m_2 \geq 2$ ). Если сумма элементов матрицы  $A$  кратна сумме элементов матрицы  $B$ , то необходимо поменять местами первую и последнюю строки каждой из матриц, в противном случае – вторую и предпоследнюю строки.

23. Дана матрица  $A$  действительных чисел размера  $n \times m$  и вектор  $B$  действительных чисел размера  $n$ . Определить функцию, возвращающую матрицу, полученную из исходной заменой  $k$ -го столбца на вектор  $B$ . Вывести все возможные результаты применения данной функции к матрице  $A$ .

24. Дана матрица  $A$  действительных чисел размера  $n \times m$  и вектор  $B$  действительных чисел размера  $m$ . Вывести матрицы, полученные заменой в матрице  $A$  каждой строки на вектор  $B$ .

25. Даны две матрицы действительных чисел  $A$  и  $B$  размеров  $n_1 \times m_1$  и  $n_2 \times m_2$  соответственно ( $n_1, m_1, n_2, m_2 \geq 2$ ). Составив функцию для вычисления суммы элементов вектора, проверить, что для матриц  $A$  и  $B$  сумма элементов каждой отдельной строки положительна. Вывести номера строк, с не положительной суммой элементов.

26. Даны две матрицы действительных чисел  $A$  и  $B$  размеров  $n_1 \times m_1$  и  $n_2 \times m_2$  соответственно ( $n_1, m_1, n_2, m_2 \geq 2$ ), а также два натуральных числа  $k_1$  и  $k_2$  ( $k_1 \leq m_1, k_2 \leq m_2$ ). Составив функцию для обмена значениями строк двумерного массива под номерами  $i$  и  $j$ , отсортировать матрицу  $A$  по возрастанию элементов столбца с индексом  $k_1$ , а матрицу  $B$  — по возрастанию элементов столбца с индексом  $k_2$ .

27. Дана матрица  $A$  действительных чисел размера  $n \times n$ . Составив функцию для обмена столбца и строки двумерного массива, поменять местами те строки и столбцы матрицы  $A$ , первые элементы которых совпадают.

28. Даны  $n$  массивов действительных чисел, представляющие собой коэффициенты многочлена вида  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ . Получить  $n$  массивов коэффициентов, полученных при делении многочленов на действительное число  $t$ .

29. Даны две матрицы действительных чисел  $A$  и  $B$  размеров  $n_1 \times n_1$  и  $n_2 \times n_2$  соответственно ( $n_1, n_2 \geq 2$ ). Составив функцию для вычисления суммы элементов

квадратной матрицы, которые расположены ниже главной диагонали, найти максимальное значение такой суммы в матрицах  $A$  и  $B$ .

30. Даны две матрицы действительных чисел  $A$  и  $B$  размеров  $n_1 \times m_1$  и  $n_2 \times m_2$  соответственно ( $n_1, m_1, n_2, m_2 \geq 2$ ). Составив функцию для поиска максимального из повторяющихся элементов матрицы, определить в какой из матриц  $A$  или  $B$  максимальный из повторяющихся элементов является минимальным.

31. Дана матрица  $A$  действительных чисел размера  $n \times m$ . Составив функцию, проверяющую есть ли отрицательные элементы в указанной строке двумерного массива, удалить из массива все строки с отрицательными элементами.

32. Дана матрица  $A$  действительных чисел размера  $n \times m$ . Составить функцию, для поиска значения максимального элемента в одномерном массиве, соединить элементы каждой строки матрицы  $A$  циклически вправо на величину, равную значению ее максимального элемента (отрицательное значение максимума означает сдвиг влево).

33. Дана матрица  $A$  действительных чисел размера  $n \times n$ . Составив функцию для вычисления скалярного произведения двух векторов одинакового размера, определить, является ли матрица  $A$  ортонормированной, т. е. такой, что скалярное произведение каждой пары ее различных строк равно 0, а скалярное произведение строки самой на себя равно 1.

34. Дана матрица  $A$  действительных чисел размера  $n \times m$ . Составив функцию, проверяющую по возрастанию или убыванию упорядочена указанная строка двумерного массива, упорядочить по возрастанию все строки матрицы  $A$ , которые не упорядочены по убыванию.

35. Даны две матрицы действительных чисел  $A$  и  $B$  размеров  $n \times m$  и  $m \times k$  соответственно ( $n, m, k \geq 2$ ). Составив функцию, вычисляющую сумму произведений соответствующих элементов двух векторов одинакового размера, найти результат матричного умножения матрицы  $A$  на матрицу  $B$ .

### Задача 3

1. Напишите рекурсивную функцию для вывода на экран цифр натурального числа в обратном порядке.

2. Напишите рекурсивную функцию вычисления произведения цифр натурального числа.

3. Напишите рекурсивную функцию нахождения максимальной цифры натурального числа  $n$ .

4. Напишите рекурсивную функцию вычисления количества цифр в натуральном числе  $n$ , попадающих с цифрой  $m$ .

5. Дано натуральное число  $n$ . Используя рекурсивную функцию определить сколько раз в нем встречается его минимальная цифра.

6. Даны первый член и разность арифметической прогрессии. Напишите рекурсивную функцию для нахождения суммы  $n$  первых членов прогрессии.

7. Даны первый член и знаменатель геометрической прогрессии. Напишите рекурсивную функцию для нахождения  $n$ -го члена прогрессии.

8. Напишите рекурсивную функцию вычисления двойного факториала (например,  $5!! = 1 \cdot 3 \cdot 5$ ,  $8!! = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8$ ).

9. Напишите рекурсивную функцию вычисления степени  $n$  числа  $n$  ( $n$  – натуральное число).

10. Напишите рекурсивную функцию для расчета степени  $n$  действительного числа  $a$  ( $n$  – целое число).

11. Напишите рекурсивную функцию для расчета  $2^n$  ( $n$  – натуральное число).

12. Напишите рекурсивную функцию вычисления суммы  $n$  первых чисел Фибоначчи ( $n$  – целое,  $n > 1$ ).

13. Напишите рекурсивную функцию вычисления суммы первых чисел Фибоначчи, не превышающих натурального  $k$ .

14. Напишите рекурсивную функцию для вычисления суммы  $x + x^2 + x^3 + \dots + x^n$  ( $x$  – действительное,  $n$  – натуральное число).

15. Напишите рекурсивную функцию для вычисления суммы  $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \dots + \frac{x}{n}$  ( $x$  – действительное,  $n$  – натуральное число).

16. Напишите рекурсивную функцию для расчета значения следующего выражения при заданном целом неотрицательном  $n$ :  $\sqrt{n + \sqrt{n-1 + \sqrt{n-2 + \dots + \sqrt{1}}}}$

17. Используя рекурсивную функцию, вычислите значение цепной дроби:  $x = 1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 \cdot N + 1}}}$

18. Используя рекурсивную функцию, для заданного числа  $n$  определить значение произведения  $\frac{1}{3} \prod_{i=1}^n \frac{3^i}{3i+1}$

19. Используя рекурсивную функцию, для заданного числа  $n$  определить значение суммы  $\frac{n}{\sum_{i=1}^n i!}$

20. Используя рекурсивную функцию, для заданного числа  $n$  определить значение выражения  $\sum_i \prod_j f(x)$ , где  $f(x) = x \cdot i + j$ ,  $x$  – действительное число,  $i = 0, 1, \dots, n$ ,  $j = 1, 3, \dots, 2n - 1$ .

21. Используя рекурсивную функцию, для заданного числа  $n$  определить значение выражения  $\prod_i \sum_j f(x)$ , где  $f(x) = x \cdot i + j$ ,  $x$  – действительное число,  $i = 0, 1, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

22. Используя рекурсивную функцию, для заданного числа  $n$  определить значение выражения  $\prod_i \sum_j f(x)$ , где  $f(x) = x^i + x^j$ ,  $x$  – действительное число,  $i = 0, 1, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, n - 1$ .

23. Вася учится в третьем классе и сейчас он проходит тему «Простые дроби с натуральными числителем и знаменателем». Оказывается, что дробь называется правильной, если ее числитель меньше знаменателя, и несократимой, если числитель и знаменатель являются взаимно простыми. Вася очень любит математику и поэтому дома он решает много задач. В данный момент Вася ищет наибольшую правильную несократимую дробь, у которой сумма числителя и знаменателя равна  $N$ . Требуется написать программу, которая поможет Васе решить эту задачу.

Входные данные - одно целое число  $N$  ( $3 \leq N \leq 2 \cdot 10^9$ ).

Выходные данные - два числа – числитель и знаменатель найденной дроби, разделенные пробелом.

24. Напишите рекурсивную функцию для возведения целого  $x$  в натуральную степень  $y$  с использованием алгоритма бинарного возведения в степень.

25. Задано натуральное число  $x$ . Найдите число способов представить его в виде суммы четырех натуральных чисел:  $x = a + b + c + d$ , где  $a \leq b \leq c \leq d$ .

Входные данные - целое число  $x$  ( $1 \leq x \leq 1500$ ).

Выходные данные - ответ на задачу.

26. По данному числу  $N$  выведите все строки длины  $N$  из нулей и единиц в обратном лексикографическом порядке.

Входные данные - единственное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10$ )

Выходные данные - все строки длины  $N$  из нулей и единиц в обратном лексикографическом порядке.

Пример входных данных:

2

Пример выходных данных:

11



10

01

00

27. Напишите рекурсивную функцию, которая переводит данное натуральное число в  $p$ -ичную систему счисления ( $2 \leq p \leq 9$ ).

28. Найдите перестановку по её номеру в лексикографическом порядке.

В первой строке входных данных содержится число  $N$  ( $1 \leq N \leq 12$ ) – количество элементов в перестановке, во второй – число  $K$  ( $1 \leq K \leq N!$ ) – номер перестановки. Выведите  $N$  чисел – искомую перестановку.

*Пример входных данных:*

12

239500800

*Пример выходных данных:*

6 12 11 10 9 8 7 5 4 3 2 1

29. Напишите рекурсивную функцию, которая удаляет из целого числа все цифры, совпадающие с цифрой  $k$ .

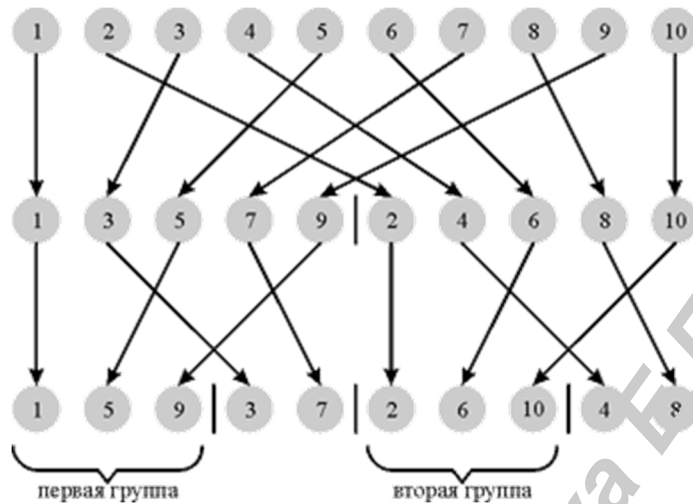
30. Напишите функцию для определения минимального элемента одномерного массива, использующую вспомогательную рекурсивную функцию, находящую минимум среди последних элементов массива, начиная с  $k$ -го.

31. Напишите рекурсивную функцию  $root(a, b, e)$ , которая методом деления отрезка пополам находит с точностью  $e$  корни уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[a, b]$  (считать, что  $e > 0$ ,  $a < b$ ,  $f(a) \cdot f(b) < 0$  и  $f(x)$  – непрерывная и монотонная на отрезке  $[a, b]$  функция).

32. Головоломка “Ханойские башни” состоит из трех стержней, пронумерованных числами 1, 2, 3. На стержень 1 надета пирамидка из  $n$  дисков различного диаметра в порядке возрастания диаметра. Диски можно перекладывать с одного стержня на другой по одному, при этом диск нельзя класть на диск меньшего диаметра. Необходимо переложить всю пирамидку со стержня 1 на стержень 3 за минимальное число перекладываний.

Напишите программу, которая для данного числа дисков  $n$  печатает последовательность перекладываний в формате  $a\ b\ c$ , где  $a$  – номер перекладываемого диска,  $b$  – номер стержня с которого снимается данный диск,  $c$  – номер стержня на который надевается данный диск. Например, строка 1 2 3 означает перемещение диска номер 1 со стержня 2 на стержень 3. В одной строке печатается одна команда. Диски пронумерованы числами от 1 до  $n$  в порядке возрастания диаметров.

33. Легион – основная организационная единица в армии Древнего Рима. В разное время легионы имели разную численность и различное построение. Самым простым построением была шеренга. Чтобы из  $N$  солдат легиона, выстроенных в шеренгу, отобрать троих в разведку, выполнялись следующие операции: если солдат в шеренге больше трех, то шеренга разбивалась на две, одна из которых состоит из солдат, стоящих на четных позициях, а вторая – из стоящих на нечетных позициях. Для всех полученных шеренг эта процедура повторялась до тех пор, пока в каждой из них не останется не более трех солдат. Если солдат осталось трое, то данную группу можно послать в разведку. Требуется определить, сколько групп по три человека может быть сформировано из исходной шеренги.



*Входные данные* - единственное целое число  $N$  - количество солдат в шеренге ( $0 \leq N \leq 10^{18}$ ).

*Выходные данные* - одно целое число – количество групп по три человека, сформированных из исходной шеренги.

34. Лесенкой называется набор кубиков, в котором каждый более верхний слой содержит кубиков меньше, чем предыдущий. Требуется написать программу, вычисляющую число лесенок, которое можно построить из  $N$  кубиков.

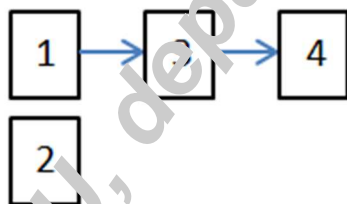
*Входные данные* - натуральное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ) – количество кубиков в лесенке.

*Выходные данные* - число лесенок, которые можно построить из  $N$  кубиков.

35. Дано количество сообщений на некотором форуме ( $N$  натуральное, не более 1000). Также таблица, в которой указано какие сообщения на каком уровне находятся. В первой колонке таблицы написаны номера сообщений (натуральные числа, не превосходят  $10^6$ ). Во второй колонке напротив номера сообщения стоит либо 0, если сообщение является корнем (началом) некоторой темы, либо номер того сообщения, ответом на которое является текущее. Например, для следующих исходных данных:

```
4
1 0
2 0
3 1
4 3
```

структуре форума выглядит следующим образом:



Гарантируется что данные во втором столбце корректны (то есть в качестве «родительского» может быть указано только существующее сообщение, а также что структура не имеет циклов и что от любого сообщения есть путь к «корню» форума).

Пусть администратор форума желает удалить сообщение с номером  $k$  (а также всю подветвь форума от этого сообщения). Сколько сообщений всего будет удалено (включая само сообщение номер  $k$ )?

*Входные данные* - сначала вводится натуральное число  $N$  (не превышает 1000) – общее количество сообщений на форуме.

Затем вводится  $N$  строк таблицы, по 2 числа на строке – номер текущего сообщения и номер того сообщения, ответом на которое является текущее (или 0).

В последней строке вводится натуральное число  $k$ . Гарантируется, что сообщение с номером  $k$  существует.

Выведите количество сообщений, которое будет удалено.

KSU, department POAIS, Uraeva E.E.