广工资源在线

更多试卷、资料尽在公众号

[日期]

[公司地址]

广东工业大学试卷参考答案及评分标准（A）

课程名称：概率论与数理统计C

考试时间：2013 年 1月 7 日（第 19 周 星期一 ）

一. 选择题（30 分，每小题 5 分）

1. A； 2. B； 3. C； 4. A； 5. A； 6. B。

二. 填空题（30 分，每小题 5 分）

1. 0.3 ； 2. $\frac{5}{8}$； 3. 0.2；

4. 2； 5. 0.7 ； 6. 4

三. 计算题 （共 40 分）

1.（10 分）

解：（1） 设事件 A ={从第二个口袋中取出一球是白球}；

B ={最后取出的球来自第一袋}；显然 $B,\overline{B}$ 是完备事件组。

$$P(B)=\frac{1}{7},P(A\mid B)=\frac{3}{8},P(A\mid\overline{B})=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}.$$ ………… 3 分

由全概率公式，有 $P(A)=P(B)P(A\mid B)+P(\overline{B})P(A\mid\overline{B})=\frac{19}{56}$； …… 6 分

（2） 由贝叶斯公式，有 $P(B\mid A)=\frac{P(A\mid B)P(B)}{P(A)}=\frac{3}{19}$； ……… 10 分

2.（10 分）

解：（1）由联合密度函数的性质，

$$1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\int_{0}^{+\infty}dx\int_{0}^{+\infty}\frac{k}{2}xe^{-(x+y)}dy=\frac{k}{2},k=2.$$ ……… 3 分

（2）当 $x>0$ 时， $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_{0}^{+\infty}xe^{-(x+y)}dy=xe^{-x}$；

当 $x\le 0$ 时， $f_X(x)=0$。

从而 X 的边缘密度为

$$f_X(x)=\begin{cases} xe^{-x}, & x>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$ ………… 5 分

当 $y>0$ 时，$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx=\int_0^{+\infty} e^{-y}xe^{-x}dx=e^{-y}$；

当 $y\le 0$ 时，$f_Y(y)=0$。

从而 Y 的边缘密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, & y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$ ………… 7 分

（3）X 与 Y 相互独立，因为有 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$。 …… 10 分

3．（10 分）

解：设 X_i 为第 i 个零件的重量，$i=1,2,3,\cdots,1000$

$$EX_i=0.5, DX_i=0.1,$$ ………… 4 分

由中心极限定理，

$$P(\sum_{i=1}^{1000}X_i>510)=P\left(\frac{\sum_{i=1}^{1000}X_i-1000EX_i}{\sqrt{1000DX_i}}>\frac{510-500}{\sqrt{1000DX_i}}\right)$$ ……… 4 分

$$=1-\Phi(1)=0.1587$$ ………… 2 分

4．（10 分）

解：X,Y 相互独立均服从 $N(\mu,\sigma^2)$, $\rho_{UV}=\frac{\mathrm{cov}(U,V)}{\sqrt{DU}\sqrt{DV}}$. ………… 2 分

$$D(U)=D(aX+bY)=a^2DX+b^2DY=(a^2+b^2)\sigma^2;$$ ………… 4 分

$$D(V)=D(aX-bY)=a^2DX+b^2DY=(a^2+b^2)\sigma^2.$$ ………… 6 分

$$\text{cov}(U,V)=\text{cov}(aX+bY,aX-bY)$$

$$=a^2\text{cov}(X,X)+ab\,\text{cov}(Y,X)-ab\,\text{cov}(X,Y)+b^2\text{cov}(Y,Y)$$

$$=(a^2-b^2)\sigma^2.$$ ………… 9 分

所以，$\rho_{UV}=\dfrac{\text{cov}(U,V)}{\sqrt{DU}\sqrt{DV}}=\dfrac{(a^2-b^2)\sigma^2}{(a^2+b^2)\sigma^2}=\dfrac{(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)}.$ ………… 10 分