广工资源在线

更多试卷、资料尽在公众号

[日期]

[公司地址]

广东工业大学试卷参考答案及评分标准（ B ）

课程名称: 概率论与数理统计 B

考试时间: 2011 年 6 月 24 日（第 周 星期 ）

一、选择题（每题 4 分，共 20 分）

1	2	3	4	5
B	*C*	*B*	*C*	*A*

二、填空（每小题 4 分，共 20 分）

1、$1/2$　2、0　3、$1/3$　4、0.4772　5、$1/4$

三（8 分）

解：设 A 为事件“产品合作格”，B 为事件“机器调整良好”。由题知

$P(A|B)=0.98$，$P(A|\overline{B})=0.55$，$P(B)=0.95$，$P(\overline{B})=0.05$。……… 2 分

于是，由贝叶斯公式，有

$$P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$$

$$=\frac{0.98\times 0.95}{0.98\times 0.95+0.55\times 0.05}$$

$$=0.97$$ ………………… 6 分

四（12 分）

解：（1）

$$P\{Y<X\}=\iint_{y<x} f(x,y)dxdy=\int_0^1 dx\int_0^x (x^2+\frac{1}{3}xy)dy=\int_0^1 \frac{7}{6}x^3 dx=\frac{7}{24}。$$

……………6 分

（2）当 $x<0$ 或 $x>1$ 时，$f_X(x)=0$

当$0 \le x \le 1$时，$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy = \int_0^2 (x^2 + \frac{1}{3}xy)dy = 2x^2 + \frac{2}{3}x$

。

得X的边缘概率密度函数为$f_X(x) = \begin{cases} 2x^2 + \frac{2}{3}x, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$

……………6 分

五（10 分）

解：$Z = X + Y$ 的分布函数为

$$F_Z(z) = P\{Z < z\} = P\{X + Y < z\} = \iint_{x+y<z} f(x,y)dxdy$$

$$= \iint_{x+y<z} f_X(x) f_Y(y)dxdy$$

(1) $z \le 0$时，$F_Z(z) = 0$

（2）$0 < z \le 1$时，$F_Z(z) = \iint_{x+y<z} f_X(x) f_Y(y)dxdy = \int_0^z dx \int_0^{z-x} e^{-y}dy$

$$= -\int_0^z e^{-y}\Big|_0^{z-x} dx = \int_0^z [1 - e^{(x-z)}]dx = [x - e^{(x-z)}]_0^z = z - 1 + e^{-z}$$

（3）$z > 1$时，$F_Z(z) = \iint_{x+y<z} f_X(x) f_Y(y)dxdy = \int_0^1 dx \int_0^{z-x} e^{-y}dy$

$$= \int_0^1 [1 - e^{(x-z)}]dx = [x - e^{(x-z)}]_0^1 = 1 - e^{-(1-z)} + e^{-z} = 1 + e^{-z}(1-e)$$

从而得$Z = X + Y$ 的分布函数为

$$F_Z(z) = \begin{cases} 0, & z \le 0 \\ z - 1 + e^{-z}, & 0 < z \le 1 \\ 1 + e^{-z}(1-e), & z > 1 \end{cases}$$

…………

8 分

得$Z = X + Y$ 的概率密度函数为

$$f_Z(x) = \frac{dF_Z(z)}{dz} = \begin{cases} 0, & z \le 0 \\ 1 - e^{-z}, & 0 < z \le 1 \\ e^{-z}(e-1), & z > 1 \end{cases}$$

………… 2 分

六（10 分）

解：设夜晚同时开着的灯数为 X，则 X 服从二项分布

$$X \sim B(10000, 0.8)$$

有

$$EX = 10000 \times 0.8 = 8000, \quad DX = 100000 \times 0.8 \times 0.2 = 1600。$$

…………4 分

于是，由中心极限定理，所求概率为

$$P\{7920 \le X \le 8080\} = P\{\frac{7920-8000}{\sqrt{1600}} \le \frac{X-8000}{\sqrt{1600}} \le \frac{8080-8000}{\sqrt{1600}}\}$$

$$= P\{-2 \le \frac{X-8000}{\sqrt{1600}} \le 2\} \approx \Phi(2) - \Phi(-2)$$

$$= 2\Phi(2) - 1 = 2 \times 0.9772 - 1 = 0.9544$$

………… 6 分

七（10 分）

解：二维随机变量 (U,V) 所有可能的取值为 $(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)$。且

$$P\{U=1,V=1\} = P\{X=1,Y=1\} = P\{X=1\}P\{Y=1\} = \frac{1}{9}$$

$$P\{U=2,V=2\} = P\{X=2,Y=2\} = P\{X=2\}P\{Y=2\} = \frac{4}{9}$$

$P\{U=1,V=2\} = 0$ ………… 4 分

$$P\{U=2,V=1\} = 1 - \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$$

从而二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

V \ U	1	2
1	1/9	4/9
2	0	4/9

… ……… 6 分

八（10 分）

解：似然函数为

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}P(X_i=x_i)=\prod_{i=1}^{n}\frac{\theta^{x_i}e^{-\theta}}{x_i!}=\theta^{\sum_{i=1}^{n}x_i}e^{-n\theta}\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i!},$$

对数似然函数为

$$\ln L(\theta)=(\sum_{i=1}^{n}x_i)\ln\theta-n\theta-\sum_{i=1}^{n}\ln x_i!$$

求导，得

$$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{\theta}-n,$$

令 $\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}0,$ 解得 θ 的最大似然估计为

$$\hat{\theta}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\text{ 。}$$

…………… 10 分