第一部分　单项选择题

1．设随机事件 A,B 满足 $P(AB)=0$，则下列各选项中正确的是__________　D

(A)　A,B 互不相容　　(B)　A,B 独立

(C)　$P(A)=0$ 或 $P(B)=0$　　(D)　$P(A-B)=P(A)$

2．已知 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.8$，$P(\overline{B}\mid A)=0.2$，则下列各选项中正确的是__________C

(A)　A,B 互不相容　　(B)　A,B 互为对立事件

(C)　A,B 相互独立　　(D)　$A\subset B$

3．设甲、乙两人独立地向同一目标进行射击，每人射击 1 次，命中率分别为 0.6 和 0.5，则在目标被击中的条件下，甲击中目标的概率为__________　C

(A)　$\dfrac{3}{5}$　　(B)　$\dfrac{5}{11}$　　(C)　$\dfrac{3}{4}$　　(D)　$\dfrac{6}{11}$

4．某厂产品的次品率为 0.0055，在它生产的 999 件产品中，出现__________件次品的概率最大．　B

(A)　4　　(B)　5　　(C)　6　　(D)　7

5．10 只球中只有 1 只红球，有放回地抽取，每次取一只球，设 $1\le k\le n$，则随机事件“直到第 n 次抽取，红球才第 k 次出现”的概率为__________　C

(A)　$\left(\dfrac{1}{10}\right)^{k}\left(\dfrac{9}{10}\right)^{n-k}$　　(B)　$C_n^k\left(\dfrac{1}{10}\right)^{k}\left(\dfrac{9}{10}\right)^{n-k}$

(C)　$C_{n-1}^{k-1}\left(\dfrac{1}{10}\right)^{k}\left(\dfrac{9}{10}\right)^{n-k}$　　(D)　$C_{n-1}^{k-1}\left(\dfrac{1}{10}\right)^{k-1}\left(\dfrac{9}{10}\right)^{n-k}$

6．设连续型随机变量 ξ 的密度函数和分布函数分别为 $f(x)$、$F(x)$，则下列各选项中正确的是__________　A

(A)　$0\le F(x)\le 1$　　(B)　$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续

(C)　$P(\xi=x)=f(x)$　　(D)　$P(\xi=x)=F(x)$

7．设 $F(x)$ 和 $f(x)$ 分别为某随机变量的分布函数和概率密度函数，则必有__________　C

(A)　$f(x)$ 单调不减　　(B)　$\int_{-\infty}^{+\infty}F(x)dx=1$

(C) $F(-\infty)=0$　　(D) $F(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$

8．设 X 在 $(-1,1)$ 上服从均匀分布，则方程 $y^2-3Xy+1=0$ 有实根的概率为__________　A

(A) $\frac{1}{3}$　(B) $\frac{1}{4}$　(C) $\frac{2}{3}$　(D) $\frac{1}{2}$

9．设 ξ 服从正态分布，其密度函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}(-\infty<x<+\infty)$，则下列各选项中正确的是__________　A

(A) $E\xi=1$，$D\xi=\frac{1}{2}$　(B) $E\xi=1$，$D\xi=\frac{1}{4}$

(C) $E\xi=2$，$D\xi=\frac{1}{2}$　(D) $E\xi=2$，$D\xi=\frac{1}{4}$

10．设随机变量 X 和 Y 独立同分布且取 -1，1 的概率分别为 $\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$；则 $P(X+Y=0)$ =__________　B

(A) 0　(B) $\frac{4}{9}$　(C) 1　(D) $\frac{2}{3}$

11．有一大批已知次品率为 0.2 的产品，用 X 表示随机抽查的 100 件产品中次品的件数，根据中心极限定理可知 X 的近似分布为__________　B

(A) $N(0,1)$　(B) $N(20,16)$　(C) $N(20,0.16)$　(D) $N(0.2,0.16)$

12．设随机变量 X 的期望 EX 和方差 DX 都存在，则 $E(EX)+D(DX)=$__________　D

(A) $(EX)^2$　(B) $(DX)^2$　(C) DX　(D) EX

13．设随机变量 $X\sim B(10,0.5$，$Y\sim N(2,10)$ 且 $E(XY)=14$，则 X 与 Y 的相关系数 $r_{XY}=$__________　D

(A) -0.8　(B) -0.16　(C) 0.16　(D) 0.8

第二部分　填空题

1．设随机事件 A,B 互不相容且 $P(A)=a$，$P(B)=b$，则 $P(\bar{A}\cap\bar{B})=$__________

$1-a-b$

2．若随机事件 A,B 相互独立且 $P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{4}$，则 $P(A\cup B)=$__________　$\frac{5}{8}$

3．设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则随机变量 $Y=2X+1$ 的分布函数为

________ $F\left(\dfrac{y-1}{2}\right)$

4．设离散型随机变量 ξ 的概率分布为 $P(\xi=k)=\lambda p^k \quad (k=1,2,\cdots)$，其中 $\lambda>0$ 是已知常数，则参数 $p=$________ $p=\dfrac{1}{1+\lambda}$

5. 设随机变量 ξ 服从参数为 λ 的泊松分布且 $P(\xi=1)=P(\xi=2)$，则 $\lambda=$________ $\lambda=2$

6．已知 $X\sim N(2,\sigma^2)$ 且 $P(0<X<4)=0.6$，则 $P(X<0)=$________ 0.2

7．设随机变量 X 的数学期望 $E(X)=100$，方差 $D(X)=100$，则根据切比雪夫不等式可得 $P(80<X<120)\geq$________ $\dfrac{3}{4}$

8. 设 ξ 存在非负的数学期望且 $E\left(\dfrac{\xi^2}{2}-1\right)=2$，$D\left(\dfrac{\xi}{2}-1\right)=\dfrac{1}{2}$，则 $E\xi=$________ $E\xi=2$

9．设二维离散型随机变量 (ξ,η) 的联合分布律为

$\xi \backslash \eta$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	s	t

若 ξ 和 η 相互独立，则 $s=$________，$t=$________ $s=\dfrac{2}{9}$，$t=\dfrac{1}{9}$

10. 设随机变量 X 和 Y 相互独立且 $X\sim B(16,0.5)$，$Y\sim P(9)$，则 $D(X-2Y+1)=$ ___ 40

第三部分　综合题

1．B 公司在 B_1 厂和 B_2 厂生产电视显像管，每周产量共 3000 个，其中 B_1 厂生产 1800 个有 1%为次品，B_2 厂生产 1200 个有 2%为次品．现从每周的产品中任选一个，试利用全概率公式和贝叶斯公式计算下列事件的概率：

(1)　选出的产品是次品；　0.014

(2)　已知选出的产品是次品，它是由 B_1 厂生产的．　0.4286

2．设股票购买者可分为主力，大户和散户三类，他们所占的份额分别为 0.5，0.3 和 0.2，且造成股票上涨的概率分别为 0.65，0.25，0.1，试求：

(1) 股票上涨的概率是多少？ 0.42

(2) 若股票已上涨，则它是由主力造成的概率是多少？ $\frac{65}{84} \approx 0.774$

3．某型号电子元件的寿命 X（以小时计）具有概率密度 $f(x)=\begin{cases}\frac{1000}{x^2}, & x>1000\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$．现有一大批这种元件，设各元件损坏与否相互独立．从中任取 5 个元件，设 Y 表示其中寿命大于 1500 小时的元件的个数，问：

(1) Y 服从何种概率分布，并写出其分布列；

$$Y \sim B\left(5,\frac{2}{3}\right),\quad P(Y=k)=C_5^k\left(\frac{2}{3}\right)^k\left(\frac{1}{3}\right)^{5-k},k=0,1,2,\cdots,5$$

(2) Y 取什么值时概率达到最大值． 3 或 4

4．某厂产品的寿命 T（单位：年）服从指数分布，其概率密度函数为 $f(t)=\begin{cases}\frac{1}{5}e^{-\frac{1}{5}t}, & t>0\\ 0, & t\le 0\end{cases}$．工厂规定，售出的产品若在 1 年内损坏可以调换．工厂若售出 1 件产品可获利 100 元，若调换 1 件产品则不仅不获利还要损失 300 元，试求：

(1) 该厂售出 1 件产品所获利润的概率分布； $\eta \sim \begin{pmatrix} -300 & 100 \\ 1-e^{-\frac{1}{5}} & e^{-\frac{1}{5}} \end{pmatrix}$

(2) 该厂售出 1 件产品所获利润的数学期望． $400e^{-\frac{1}{5}}-300 \approx 27.49$

5．设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}8xy, & x\le y\le 1, 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，求 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$、$f_Y(y)$，判断 X 和 Y 是否独立并说明理由．

$$f_X(x)=\begin{cases}4x-4x^3, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases},\quad f_Y(y)=\begin{cases}4y^3, & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}，\text{不独立}$$

6．设某仪器由两个部件构成，ξ 和 η 分别表示这两个部件的寿命（千小时），已知 (ξ,η) 的联合分布函数 $F(x,y)=\begin{cases}\left(1-e^{-0.5x}\right)\left(1-e^{-0.5y}\right), & x>0, y>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，试求：

(1) 边缘分布函数 $F_\xi(x)$ 及边缘密度函数 $f_\xi(x)$；

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 1-e^{-0.5x}, & x>0\end{cases},\quad f_\xi(x)=\frac{d}{dx}F_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 0.5e^{-0.5x}, & x>0\end{cases}$$

(2) $P(2<\xi\le 10, 2<\eta\le 10)$.　　$P(2<\xi\le 10, 2<\eta\le 10)=\left(e^{-1}-e^{-5}\right)^2$

7．设随机变量 X 与 Y 相互独立，已知 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$，Y 服从 $(-\pi,\pi)$ 上的均匀分布，试求 $Z=X+Y$ 的概率密度函数 $f(z)$.　　$\frac{1}{2\pi}\left[\Phi(z+\pi)-\Phi(z-\pi)\right]$

8．设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立，且都服从参数为 1 的指数分布，即 $f(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，令 $Z=\min(X_1,X_2,\cdots,X_n)$，求：

(1) Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$；　　$f_Z(z)=\begin{cases}ne^{-nz}, & z>0,\\ 0, & z\le 0.\end{cases}$

(2) Z 的数学期望及方差.　　$E(Z)=\frac{1}{n}$，$D(Z)=\frac{1}{n^2}$

9. 有一批建筑房屋用的木柱，其中 80%的长度不小于 3 米. 现从这批木柱中随机地取出 100 根，问其中至少有 30 根长度小于 3 米的概率是多少？　　0.0062

附表：

x	1.0	1.5	2.0	2.5
$\Phi(x)$	0.8413	0.9332	0.9772	0.9938

10．设二维随机变量 (ξ,η) 的联合密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{\pi}, & x^2+y^2\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，证明：

(1) ξ 和 η 不独立；提示：因为 $f(x,y)\ne f_\xi(x)f_\eta(y)$，所以 ξ 和 η 不独立.

(2) ξ 和 η 不相关. 提示：因为 $E(\xi\eta)=E\xi\cdot E\eta$，所以 ξ 和 η 不相关.