学院：

专业：

学号：

姓名：

装 订 线

广东工业大学期末试卷（ A ）

课程名称： 概率论与数理统计 **试卷满分** 100 **分**

考试时间： **2019-2020学年第二学期**

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

一、单项选择题(本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内. 错选、多选或未选均无分.

1. 箱中有 5 个红球，3 个黑球，大小相同，一次随机地摸出 4 个球，其中恰好有 3 个黑球的概率为（　　）

(A) $\frac{3}{8}$　　(B) $(\frac{3}{8})^5\frac{1}{8}$　　(C) $C_8^4(\frac{3}{8})^3\frac{1}{8}$　　(D) $\frac{5}{C_8^4}$

2. 设 F(x)和 f(x)分别为某随机变量的分布函数和概率密度, 则必有(　　)

A f(x) 单调不减　B $\int_{-\infty}^{+\infty}F(x)dx=1$　C $F(-\infty)=0$　D $F(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx$

3. 设随机变量 X～B（10，$\frac{1}{2}$），Y～N（2，10），又 E（XY）=14，则 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY}=（　　）

A. −0.8　　B. −0.16　　C. 0.16　　D. 0.8

4. 设 $X_i=\begin{cases}0, & 事件A不发生\\ 1, & 事件A发生\end{cases}$ $(i=1,2\cdots,10000)$，且 P(A)=0.9, $X_1, X_2, \cdots, X_{10000}$ 相互独立，令

$Y=\sum_{i=1}^{10000} X_i$， 则由中心极限定理知 Y 近似服从的分布是（　　　）

A. N (0,1)　　　　　　　　B. N (9000,30)

C. N (900,9000)　　　　　　D. N (9000,900)

5. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，且 μ 未知，检验方差 $\sigma^2=\sigma_0^2$ 是否成立需要利用(　　)

A 标准正态分布　　　　　　B 自由度为 n－1 的 t 分布

C 自由度为 n 的 χ^2 分布　　　　D 自由度为 n－1 的 χ^2 分布

二、填空题(本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分)

请在每小题的空格中填上正确答案. 错填、不填均无分.

1. 设 A 与 B 是两个随机事件，已知 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.6$，$P(B|A)=0.7$，则 $P(A\cup B)=$__________.

2. 设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布，则 Y=ex 的概率密度为______________.

3. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的 Poisson 分布，且已知 $E[(X+1)(X-2)]=0$，则 $\lambda=$__________ .

4. 设随机变量 X～U（0，1），用切比雪夫不等式估计 P（$|X-\frac{1}{2}|\le\frac{1}{\sqrt{3}}$）≥______________.

5. 已知 $F_{0.1}(7,20)=2.04$，则 $F_{0.9}(20,7)=$__________ .

6. 设某总体 X 服从 $N(\mu,\sigma^2)$ 分布，已知 $\sigma=2.1$，随机取容量 n＝16，测得 样本均值 $\bar{x}=12$，求 μ 的 0. 95 的置信区间为__________.

（**标准正态分布函数值** $\Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.645)=0.95$）

7. 总体 X 具有均值 μ，方差 σ^2. 从总体中取得容量为 n 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，为使 $\theta=\left(\bar{X}\right)^2-cS^2$ 是总体均值的平方 μ^2 的无偏估计量，则 $c=$__________.

三、（10 分）某人从甲地到乙地，乘火车、轮船和飞机来的概率分别为 0.2、0.4、0.4，乘火车来迟到的概率为 0.5，乘轮船来迟到的概率为 0.2，乘飞机来不会迟到. 试求：

（1）他来迟到的概率是多少？(5 分)

（2）如果他来乙地迟到了，则他是乘轮船来的概率是多少？(5 分)

四、（10 分）随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} Ax^3 & (0\le x\le 2), \\ 0 & (\text{其他}). \end{cases}$ 试求

（1）系数 A；（3 分）（2）分布函数 $F(x)$；（4 分）（3）概率 $P(1\le X\le 2)$．（3 分）

五、（12 分）设二维随机向量（X，Y）的联合分布列为

Y \ X	0	1	2
1	0.1	0.3	0.1
2	a	0.2	0.1

试求：（1）a 的值；（3 分）（2）（X，Y）分别关于 X 和 Y 的边缘分布列；（3 分）（3）X 与 Y 是否独立？为什么？（3 分）（4）X+Y 的分布列. （3 分）

六、(10 分) 设总体 X 的密度函数为 $f(x,\theta)=\begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0<x<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，其中 θ 未知，

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是从该总体中抽取的一个样本，试求：(1) θ 的矩估计；(4 分)（2）θ 的极大似然估计. (6 分)

七、（10 分）从一批灯泡中抽取 16 个灯泡的随机样本，算得样本均值 $\bar{x}=1900$ 小时，样本标准差 s=490 小时，以 α ＝ 1 %的水平，检验整批灯泡的平均使用寿命是否为2000 小时？

（附：$t_{0.05}(15)=2.131$，$t_{0.01}(15)=2.947$，$t_{0.01}(16)=2.921$，$t_{0.05}(16)=2.120$）

广东工业大学试卷参考答案及评分标准（ A ）

课程名称： 概率论与数理统计

考试时间： 2019-2020学年第二学期

一、答

（1） D　　（2） C　　（3） D

（4） D　　（5） D

二、答

（1） 0.72　　（2）0.25　　（3） $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{2}{y^3} & (y>1),\\ 0 & (\text{其他}).\end{cases}$

（4）0.25　　（5）0.4902　　（6） （10.971，13.029）　　（7） $\dfrac{1}{n}$

三、解 设 A={迟到}, B1={乘火车}, B2={乘轮船}, B3={乘飞机}, 则由条件得：

P(B1)=0.2,　　P(B2)=0.4,　　P(B3)=0.4,

$P(A\,|\,B1)=0.5$，$P(A\,|\,B2)=0.2$，　$P(A\,|\,B3)=0$.　　……（3 分）

（1）由全概率公式得：

$$P(A)=P(A\,|\,B1)P(B1)+P(A\,|\,B2)P(B2)+P(A\,|\,B3)P(B3)$$

$=0.18.$　　……（7 分）

（2）由贝叶斯公式得：

$$P(B2\,|\,A)=\frac{P(AB2)}{P(A)}=\frac{P(A\,|\,B2)P(B2)}{P(A)}=\frac{4}{9}\approx 0.44.$$　　……（10 分）

四、解 由 $f(x)=\begin{cases}Ax3 & (0\le x\le 2),\\ 0 & (\text{其他}).\end{cases}$ 得

（1） $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$,

$\int_0^2 \mathrm{A}x^3 dx=1$,

$\mathrm{A}=0.25.$　　……（3 分）

（2） $F(x)=\begin{cases} 0\ , & x<0 \\ \dfrac{x4}{16}, & 0\le x\le 2 \\ 1, & x>1 \end{cases}$ ……（7 分）

（3） $P(1\le X\le 2)=\int_1^2 \frac{x3}{4}dx$

$=\dfrac{15}{16}=0.9375.$ ……（10 分）

五、解 由题意得：

（1） $a=0.2$ ……（3 分）

（2）

X	0	1	2
p_i	0.3	0.5	0.2

Y	1	2
p_i	0.5	0.5

……（6 分）

（3）因为 $P(X=0,Y=1)\neq P(X=0)P(Y=1)$，所以 X 与 Y 不独立. ……（9 分）

（4）

X+Y	1	2	3	4
p_i	0.1	0.5	0.3	0.1

……（12 分）

六、解 （1）令 $\mu_1=E(X)=\int_0^1 \theta x\theta dx=\dfrac{\theta}{\theta+1}$， ……（3 分）

故θ 的矩估计为 $\hat{\theta}=\dfrac{\overline{X}}{1-\overline{X}}$. ……（4 分）

（2） 因似然函数为

$L(\theta)=f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_n)$

$=\theta^n(x_1x_2\cdots x_n)^{\theta-1}$， 其中 $0<x_1,x_2,\cdots,x_n<1$.

$\ln L(\theta)=n\ln\theta+(\theta-1)\ln x_1x_2\cdots x_n$. ……（7 分）

令 $\frac{d}{d\theta}\ln L(\theta)=0$，则得到θ 的极大似然估计值为 $\hat{\theta}=\frac{-n}{\ln x_1 x_2 \cdots x_n}$. ……（10 分）

七、解 假设 $H_0:\mu=\mu_0=2000$，$H_1:\mu\neq\mu_0=2000$， ……（2 分）

取检验统计量 $t=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)s=490$，则 $t=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$，……（5 分）

所以此检验问题的拒绝域为 $\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}\right|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$. ……（7 分）

由条件 $n=16$，$\bar{x}=1900$，$s=490$，得到

$$|t_1|=\left|\frac{\bar{x}-10}{s/\sqrt{n}}\right|=0.0816<t_{0.01}(15)=2.947,$$ ……（9 分）

所以接受 H_0，即整批灯泡的平均使用寿命为 2000 小时. ……（10 分）