学院：________ 专业：________ 学号：________ 姓名：________

装 订 线

广东工业大学考试试卷（A）

课程名称：______高等数学（1）______ 试卷满分__100__分

考试时间：2018 年 1 月 19 日 （第 20 周 星期 五 ）

考试形式：__闭卷__ （开）

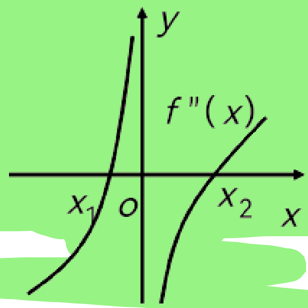
题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

一、填空题：（每小题 4 分，共 20 分）

1、设函数 $f(x)=e^{\frac{x}{1-x}}$， $x=1$ 为第______类间断点。

2、设 $f(x)=\lim\limits_{t\to 0}(1+\sin t)^{\frac{2x}{\sin t}}$，则 $f'(x)=$____________。

3、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上可导， $f''(x)$ 的图形如图所示，拐点为________。



填空题第 3 小题图

4、设 $e^{(\arcsin x)^2}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int f(\sin x)\cos x dx=$____________.

5、已知 $y=e^x, y=e^{2x}$ 是某个二阶常系数齐次线性微分方程的两个解，则该方程为________________.

二、选择题：（每小题 4 分，共 20 分）

1、若函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos\sqrt{x}}{ax}, & 当x>0\\ b, & 当x\le 0\end{cases}$，在 $x=0$ 连续，则（ ）

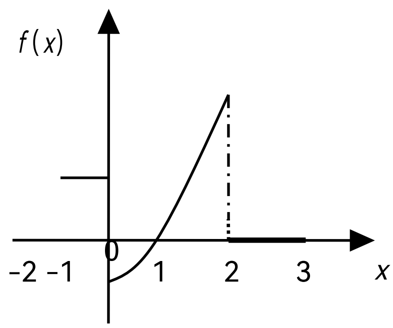
A、 $ab=-\dfrac{1}{2}$ B、 $ab=\dfrac{1}{2}$ C、 $ab=0$ D、 $ab=2$

2、设 $f'(x_0)$ 存在，则下列极限中等于 $f'(x_0)$ 的是（　　）

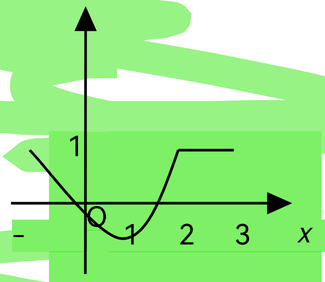
A、$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{-f(x_0-k\Delta x)+f(x_0)}{k\Delta x}$　　B、$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x_0-h)}{-h}$

C、$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x_0)-f(x)}{x-x_0}$　　D、$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}$

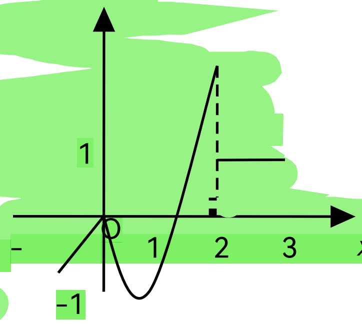
3、设函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-1,3]$ 上的图形为下图：



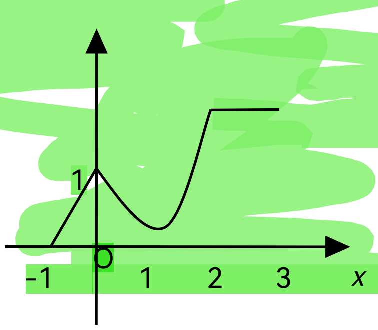
则函数 $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ 的图形为下述四个图形中的哪一个？（　　）



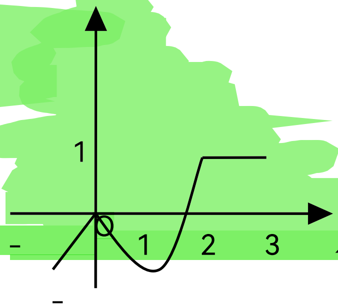
A、



B、



C、



D、

4、设 $\alpha(x)=\int_0^{\sin x}(1+t)^{\frac{1}{t}}dt$，$\beta(x)=\int_0^x\frac{\sin t}{t}dt$，则当 $x\to 0$ 时，$\alpha(x)$是$\beta(x)$的（　）

A、低阶无穷小　B、高阶无穷小　C、同阶但不等价无穷小　D、等价无穷小

5、下列方程中为一阶线性方程的是（　　）

A、$y' + xy^2 = e^x$　B、$yy' + xy = e^x$　C、$y' = \cos y + x$　D、$y' = x + y\sin x$

三、计算题:（每小题 7 分，共 28 分）

1、求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arctan x - x}{\ln(1+4x^3)}$.

2、已知函数 $y(x)$ 由方程 $x^3 + y^3 - 3x + 3y - 2 = 0$ 所确定，求 $y''(1)$.

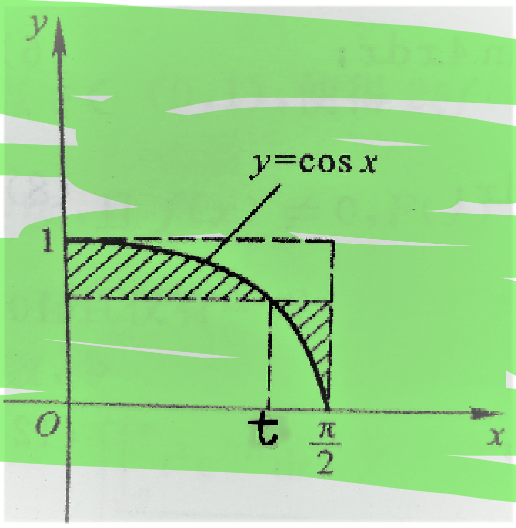
3、设 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+x^2}, 当 x \le 0 \\ \ln x, \quad 当 x > 0 \end{cases}$，求 $\int_{-1}^{1} xf(x)dx$.

4、设 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x = 1$ 处有极值-2，试求系数 a, b，并求出 $y = f(x)$ 的所有极值。

四、(9 分) 设 $f(x)$ 为连续函数，且满足方程 $f(x) = e^x + x\int_0^x f(t)dt - \int_0^x tf(t)dt$，求 $f(x)$.

五、(9 分) 证明：当 $x > 0$ 时，$2x - [\ln(1+x)]^2 > 2\ln(1+x)$；并由此说明 $(\ln 2)^2 + \ln 4 < 2$.

六、(7 分) 如下图，在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内求一点 t，使阴影部分面积最小，并求出最小值。



第六大题图

七、（7 分） 设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上可微，且满足条件 $f(1)=2\int_{0}^{\frac{1}{2}}xf(x)dx$ ，

试证：存在 $\xi\in(0,1)$ ，使得 $f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$.