广工资源在线

更多试卷、资料尽在公众号

[日期]

[公司地址]

广东工业大学试卷参考答案及评分标准（ A ）

课程名称: 概率论与数理统计 B

考试时间: 2011 年 6 月 24 日（第 周 星期 ）

一、选择题（每题 4 分，共 20 分）

1	2	3	4	5
A	*A*	*B*	*C*	*C*

二、填空（每小题 4 分，共 20 分）

1、$1/4$　2、$1/6$　3、$1-e^{-1}$　4、$1/5$　5、$(77.648,82.352)$

三（8 分）

解：设 A_1,A_2,A_3,A_4 分别表示产品由 A，B，C，D 四个车间生产，B 表示产品为次品。由题知

$P(A_1)=0.3$，$P(A_2)=0.27$，$P(A_3)=0.25$，$P(A_4)=0.18$，

$P(B\mid A_1)=0.10$，$P(B\mid A_2)=0.05$，$P(B\mid A_3)=0.20$，$P(B\mid A_4)=0.15$。

于是，由贝叶斯公式，有

$$P(A_2\mid B)=\frac{P(A_2)P(B\mid A_2)}{P(A_1)P(B\mid A_1)+P(A_2)P(B\mid A_2)+P(A_3)P(B\mid A_3)+P(A_4)P(B\mid A_4)}$$

$$=\frac{0.27\times 0.05}{0.3\times 0.1+0.27\times 0.05+0.25\times 0.2+0.18\times 0.15}$$

$$=\frac{0.0135}{0.03+0.0135+0.05+0.027}=\frac{0.0135}{0.1205}=0.112$$ ………………… 8 分

四（12 分）

解：（1） $P\{(X,Y)\in D\}=\int_0^1 dx\int_x^1 e^{-y}dy=\int_0^1(e^{-x}-e^{-1})dx=1-2e^{-1}$。

……………6 分

（2）当 $y>0$ 时，$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\int_0^y e^{-y}dx=ye^{-y}$。

当 $y\le 0$ 时，$f_Y(y)=0$。

得 Y 的边缘概率密度函数为 $f_Y(y)=\begin{cases} ye^{-y}, & y>0 \\ 0, & y\le 0 \end{cases}$

于是 $y>0$ 时，条件概率密度函数

$$f(x\mid y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\begin{cases} 1/y, & 0<x<y \\ 0, & \text{□□} \end{cases}。$$

……………6 分

五（10 分）

解：　$Z=X+Y$ 的分布函数为 $F_Z(z)=P\{Z\le z\}=P\{X+Y\le z\}=\iint\limits_{x+y\le z}f(x,y)dxdy$。

（1） $z\le 0$ 时，$F_Z(z)=0$；

（2） $0<z\le 1$ 时，$F_Z(z)=\iint\limits_{x+y\le z}f(x,y)dxdy=\int_0^1 dx\int_0^{z-x}1dy=\frac{1}{2}z^2$；

（3） $1<z\le 2$ 时，$F_Z(z)=\iint\limits_{x+y\le z}f(x,y)dxdy=1-\int_0^{2-z}dx\int_{z-x}^{2(1-x)}1dy=1-\frac{1}{2}(2-z)^2$；

（4） $z>2$ 时，$F_Z(z)=1$。

得 $Z=X+Y$ 的分布函数为

$$F_Z(z)=\begin{cases} 0, & z\le 0 \\ \frac{1}{2}z^2, & 0<z\le 1 \\ 1-\frac{1}{2}(2-z)^2, & 1<z\le 2 \\ 1, & z>2 \end{cases}。$$

……………8 分

于是，$Z=X+Y$ 的概率密度函数为

$$f_Z(z)=\frac{dF_Z(z)}{dz}=\begin{cases} z, & 0<z\le 1 \\ 2-z, & 1<z\le 2 \\ 0, & \text{□□} \end{cases}。$$

……………2 分

六（10分）

解：设第 i 只零体的重量为 X_i kg, $i=1,2,\cdots,2500$。则由题知

$$EX_i = 1\,\text{kg}，\sqrt{DX} = 0.1\,\text{kg}, i=1,2,\cdots,2500.$$

且 $X_1, X_2, \cdots, X_{2500}$ 相互独立。记 $X=\sum_{i=1}^{2500} X_i$，则有

$$EX = E[\sum_{i=1}^{2500} X_i] = \sum_{i=1}^{2500} EX_i = 2500\,\text{kg}$$

$$DX = D[\sum_{i=1}^{2500} X_i] = \sum_{i=1}^{2500} DX_i = 2500 \times 0.01 = 25\,\text{kg}^2$$

………… 5分

于是，由中心极限定理，所求概率为

$$P\{X > 2510\} = 1 - P\{X \le 2510\} = 1 - P\{\frac{X-2500}{\sqrt{25}} \le \frac{2510-2500}{\sqrt{25}}\}$$

$$= 1 - P\{\frac{X-2500}{\sqrt{25}} \le 2\} \approx 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

………… 5分

七（10分）

解：（1）由联合分布列及 X 与 Y 的独立性，有

$$A + B = 1 - \frac{1}{18} - \frac{1}{9} - \frac{1}{9} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{18} = (\frac{1}{18} + \frac{1}{9} + B)(\frac{1}{18} + \frac{1}{9})$$

解得 $A = \frac{2}{9}$， $B = \frac{1}{6}$。

………… 6分

（2）求 X 的边缘分布列为

X	1	2
P	1/3	2/3

………… 4分

八（10分）

解：似然函数为

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i,\theta)=\prod_{i=1}^{n} \theta x_i^{-(\theta+1)} =\theta^n \prod_{i=1}^{n} x_i^{-(\theta+1)}\text{，}\qquad x_i>1$$

对数似然函数为

$$\ln L(\theta)=n\ln\theta-(\theta+1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

求导，得

$$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{n}{\theta}-\sum_{i=1}^{n}\ln x_i,$$

令 $\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta} 0,$ 解得 θ 的最大似然估计为

$$\hat{\theta}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}\text{。}$$

…………… 10分