

广东工业大学考试试卷（ A ）

20 22 -- 20 23 学年度第 1 学期

课程名称：概率论与数理统计 学分 3 试卷满分 100 分

考试形式： 闭卷 （开卷或闭卷）

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
评卷得分											
评卷签名											
复核得分											
复核签名											

一、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

- 1、设离散型随机变量 X 的分布律为 $P(X = k) = b/n, k = 1, 2, \dots, n$, 则 $b =$ ().
A 1; B 0; C 2; D $1/2$
- 2、设 A 、 B 为任意两个随机事件，且 $P(B) > 0, P(A|B) = 1$, 则一定有().
A $P(A \cup B) > P(A)$; B $P(A \cup B) > P(B)$;
C $P(A \cup B) = P(A)$; D $P(A \cup B) = P(B)$;
- 3、设随机变量 X 的密度函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) = f(x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数，则对于任意的实数 a , 下列成立的是().
A $F(-a) = 1 - \int_0^a f(x)dx$; B $F(-a) = 1/2 - \int_0^a f(x)dx$;
C $F(-a) = F(a)$; D $F(-a) = 2F(a) - 1$.
- 4、设 X 服从参数为 2 的泊松分布，根据切比雪夫不等式有 ().
A $P(|X - 2| < 2) \geq 1/2, P(|X - 2| \geq 2) \geq 1/2$;
B $P(|X - 2| < 2) \leq 1/2, P(|X - 2| \geq 2) \leq 1/2$;
C $P(|X - 2| < 2) \geq 1/2, P(|X - 2| \geq 2) \leq 1/2$;
D $P(|X - 2| < 2) \leq 1/2, P(|X - 2| \geq 2) \geq 1/2$.
- 5、设 X 与 Y 是独立同分布的离散型随机变量， $P(X = 3) = P(X = -3) = 1/2$, 则 $P(X/Y = 1) =$ ().
A $1/2$; B $4/9$; C 1; D $1/4$.

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

- 1、若事件 A 和事件 B 相互独立，且 $P(B) = 0.5, P(A - B) = 0.3$, 则 $P(B - A) =$ ().
- 2、若随机变量 ξ 服从 $U(1, 6)$, 则方程 $x^2 + \xi x + 1 = 0$ 有实根的概率是 ().

3、设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数 $f(x, y) = \begin{cases} kxy, & 0 < x \leq y < 1; \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$ 则 $k = (\quad)$.

4、设二维随机变量 (X, Y) 服从正态分布 $N(1, 1, 4, 4, 0)$, 则 $D(X - Y) = (\quad)$.

5、将一枚均匀硬币连掷 100 次, 则利用中心极限定理可知, 正面出现的次数大于 60 的概率近似为 (\quad) . (附: $\Phi(2) = 0.9772$)

三、计算题 (每小题 10 分, 共 60 分)

1、某单项选择题有四个答案可供选择, 已知 60% 的考生掌握了相关知识, 可以做出正确的选择; 20% 的考生掌握了部分相关知识, 可以剔除两个不正确的答案, 然后随机的选择一个答案; 20% 的考生对相关知识完全没掌握, 他们只能随意的选择一个答案。现在任选一位考生, 求:

(1) 他选对答案的概率;

(2) 若已知该考生选对答案, 问他完全掌握相关知识的概率是多少?

2、设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)}, & x > \theta, \\ 0, & x \leq \theta. \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 是未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是取自 X 的一个样本。记

$$\hat{\theta} = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

求:

(1) 总体 X 的分布函数;

(2) 统计量 $\hat{\theta}$ 的概率密度函数;

3、已知随机变量 X 与 Y 的概率分布如下图, 且 $P(X^2 = Y^2) = 1$, 求 $Z = XY$ 以及 $M = \max\{X, Y\}$ 的概率分布。

X 的分布律:

X	-1	0
P	2/3	1/3

Y 的分布律:

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

4、设随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < 1, 0 < y < x, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

试求边缘密度函数 $f_X(x)$ 和条件密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$, 以及 $\text{Cov}(X, Y)$.

5、设二维随机变量(X,Y)服从正方形区域

$D = \{(x,y)|0 < x < 1, 0 < y < 1\}$ 内的均匀分布，求 $Z = XY$ 的概率密度函数。

6、设总体 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
p	a^2	$2a(1-a)$	a^2	$1-2a$

其中 $a, 0 < a < 1/2$ 是未知参数，利用总体 X 的如下容量为 8 的样本值:3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3, 求参数 a 的矩估计值和最大似然估计值.