基科 32 曾柯又 2013012266

**模拟作业**

**[1]** 由 $\displaystyle\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2}$ 故令 $K = \frac{2}{3}$，此时 $f(x) = Kg(x)$ 为密度函数

**[2]** $0 < x < 0.5$ 时

$$F(x) = \int_0^x \frac{2}{3} 2x \mathrm{d}x = \frac{2x^2}{3}$$

$0.5 < x < 1$ 时

$$F(x) = \frac{1}{6} + \int_{0.5}^x \frac{2}{3}(2-2x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}(x-1)^2$$

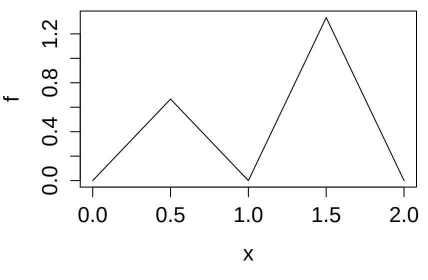
$1 < x < 1.5$ 时

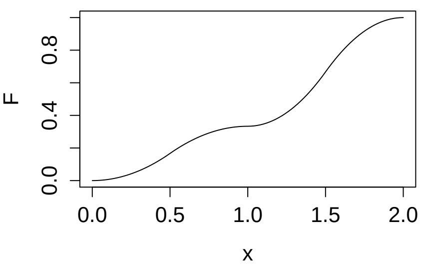
$$F(x) = \frac{1}{3} + \int_0^{x-1} \frac{2}{3} 4x \mathrm{d}x = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}(x-1)^2$$

$1.5 < x < 2$ 时

$$F(x) = \frac{2}{3} + \int_{1.5}^x \frac{2}{3}(8-4x)\mathrm{d}x = 1 - \frac{4}{3}(x-2)^2$$

做出 $f(x), F(x)$ 的图形如下:




计算 $\mu = EX = \dfrac{7}{6}$ , $\sigma^2 = VarX = \dfrac{19}{72}$

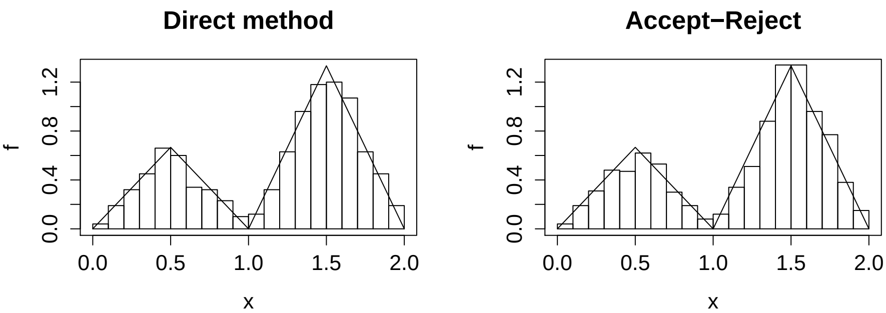
**[3]** 利用直接方法产生随机数：

用分段函数表示 $F^{-1}(x)$, 作用于产生的 1000 个 (0,1) 均匀分布随即变量，得到的 1000 个数即满足 $f(x)$ 的分布，计算所得的 $\hat{\mu}_1 = 1.179$

**[4]** 利用接收 -拒绝法产生随机数：

这里我为了避免使用循环语句，而尽可能向量化，采取了先生成两列足够多的均匀分布随机数列，用向量操作筛选出满足 $y < f(x)$ 数据的方法，但是由于向量长度是固定的，还要提前取定足够的数据使得筛选后至少有 1000 个数。这可以估计如下，满足要求的数分布在 $f(x)$ 下方，面积为 1, 而所有数据在大方框内，满足要求概率为 $\frac{3}{8}$, 要得到 1000 个数据，可以先生成 2800 组随即数，即基本能保证数据量，这样做虽然会额外生成一些数，但是在循环次数更多的时候更能节省时间。

两种方法获得直方图与概率密度函数叠加所得图如下




**[5]** 两种方法各重复 2000 次：由于每次重复的步骤都是一样的，我并没有写成循环，而是直接产生 $1000 \times 2000$ 组数据，再分成 2000 组，分组求平均，这样与循环 2000 次是一样的，速度也要快一点，