

Problemas de coordinación de drones con otros vehículos

Lavinia Amorosi, Justo Puerto y Carlos Valverde

Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla



24 de marzo de 2021

Índice de contenidos

- Introducción
- Revisión de la literatura
- Descripción de los problemas
- Nuevos horizontes

Uso de los drones

Se está empleando en multitud de campos (Otto, 2018):

- **Telecomunicaciones**, proporcionando conectividad a la red en áreas rurales.

Uso de los drones

Se está empleando en multitud de campos (Otto, 2018):

- **Telecomunicaciones**, proporcionando conectividad a la red en áreas rurales.
- **Catástrofes naturales**, cuando la infraestructura del lugar está afectada.

Uso de los drones

Se está empleando en multitud de campos (Otto, 2018):

- **Telecomunicaciones**, proporcionando conectividad a la red en áreas rurales.
- **Catástrofes naturales**, cuando la infraestructura del lugar está afectada.
- **Actividades de inspección.**

Uso de los drones

Se está empleando en multitud de campos (Otto, 2018):

- **Telecomunicaciones**, proporcionando conectividad a la red en áreas rurales.
- **Catástrofes naturales**, cuando la infraestructura del lugar está afectada.
- **Actividades de inspección.**
- **Reparto de bienes.**



Ventajas con respecto a transportes tradicionales

- Costes de transporte menores.

Ventajas con respecto a transportes tradicionales

- Costes de transporte menores.
- Tecnología más limpia.

Ventajas con respecto a transportes tradicionales

- Costes de transporte menores.
- Tecnología más limpia.
- Reemplaza la actividad humana en algunas actividades de riesgo.

Ventajas con respecto a transportes tradicionales

- Costes de transporte menores.
- Tecnología más limpia.
- Reemplaza la actividad humana en algunas actividades de riesgo.
- Accesibilidad a cualquier zona.
(<https://www.youtube.com/watch?v=e7x-Z54ipug>)
- **Libertad de movimiento.**



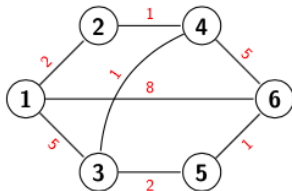
Inconveniente con respecto a transportes tradicionales

El mayor inconveniente que presenta esta tecnología es la **falta de autonomía** para completar un servicio, inconveniente que se resuelve coordinando drones con naves tradicionales que hacen de soporte.



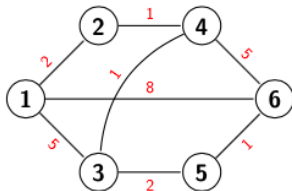
Un nuevo campo en el diseño de rutas

- La mayoría de los problemas clásicos de rutas que se han estudiado, se resuelven sobre grafos. Por ejemplo, el clásico Traveling Salesman Problem:



Un nuevo campo en el diseño de rutas

- La mayoría de los problemas clásicos de rutas que se han estudiado, se resuelven sobre grafos. Por ejemplo, el clásico Traveling Salesman Problem:



- Sin embargo, como los drones se pueden mover *libremente* por el espacio, se tiene la libertad de que puede realizar cualquier trayectoria, abriendo una nueva línea de investigación en el diseño de rutas.

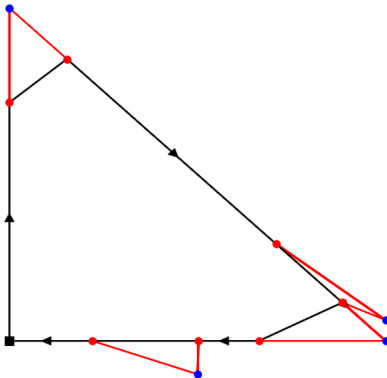
Punto de partida de nuestro trabajo

En 2018, Stefan Poikonen y Bruce Golden definieron (aunque no formularon explícitamente) The Mothership and Drone Routing Problem (MDRP):



Punto de partida de nuestro trabajo

En 2018, Stefan Poikonen y Bruce Golden definieron (aunque no formularon explícitamente) The Mothership and Drone Routing Problem (MDRP):



Extensiones del MDRP

¿Cómo podemos extender este problema en cuanto al movimiento del dron?

- 1 Formulamos explícitamente el problema.

Extensiones del MDRP

¿Cómo podemos extender este problema en cuanto al movimiento del dron?

- 1 Formulamos explícitamente el problema.
- 2 Cambiamos los objetivos a visitar de puntos a poligonales que se tenían que atravesar en un porcentaje.

Extensiones del MDRP

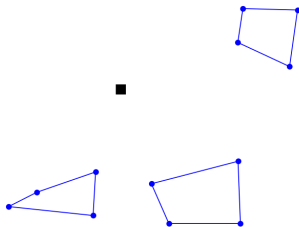
¿Cómo podemos extender este problema en cuanto al movimiento del dron?

- 1 Formulamos explícitamente el problema.
- 2 Cambiamos los objetivos a visitar de puntos a poligonales que se tenían que atravesar en un porcentaje.
- 3 Cambiamos los objetivos a visitar de poligonales a grafos visitando cada arista a lo sumo una vez y recorriéndolos ...
 - en un porcentaje de su longitud total.
 - en un porcentaje de la longitud de cada una de sus aristas.

A esto lo hemos llamado **The All-Terrain Mothership and Drone Routing Problem with Graphs** (AMDRPG). Este problema puede simular el movimiento de un dron en coordinación con un medio aéreo o un medio marítimo.

Datos iniciales

- \mathcal{G} : conjunto de grafos que se deben visitar.
- $orig/dest$: puntos de origen y destino.
- α^g/α^{e_g} : porcentaje de recorrida de la longitud total del grafo o de cada arista.
- v_D y v_C : velocidad del dron y de la nave nodriza, respectivamente.



Datos iniciales

Para cada grafo $g \in \mathcal{G}$ se denota por:

- V_g : conjunto de vértices de g .
- E_g : conjunto de aristas de g . Cada arista $e_g \in E_g$:
 - Se parametriza por los puntos: B^{e_g}, C^{e_g} .
 - Tiene como longitud: $\mathcal{L}(e_g) = \|B^{e_g} C^{e_g}\|$.
 - Tiene asociada una variable binaria μ^{e_g} que indica si se visita la arista o no.
 - Tiene asignada un punto de entrada: (R^{e_g}, ρ^{e_g}) .
 - Tiene asignada un punto de salida: (L^{e_g}, λ^{e_g}) .
- $\mathcal{L}(g)$: longitud total de g .

Tipos de recorrida: Visitando un porcentaje de cada arista

La siguiente restricción modela la visita de un porcentaje α^{e_g} de la longitud de cada una de sus aristas:

$$\mu^{e_g} |\rho^{e_g} - \lambda^{e_g}| \geq \alpha^{e_g} \iff \begin{cases} \rho^{e_g} - \lambda^{e_g} & = \nu_{\max}^{e_g} - \nu_{\min}^{e_g} \\ \nu_{\max}^{e_g} & \leq 1 - \text{entry}^{e_g} \\ \nu_{\min}^{e_g} & \leq \text{entry}^{e_g}, \\ \mu^{e_g} (\nu_{\max}^{e_g} + \nu_{\min}^{e_g}) & \geq \alpha^{e_g} \end{cases} \quad (\alpha\text{-E})$$

donde entry^{e_g} determina el sentido del viaje en e_g y $\nu_{\min}^{e_g}$ y $\nu_{\max}^{e_g}$ son variables auxiliares que permiten linearizar el valor absoluto.

Tipos de recorrida: Visitando un porcentaje del grafo

La siguiente restricción modela la visita de un porcentaje α^g de la longitud total del grafo:

$$\sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} |\lambda^{e_g} - \rho^{e_g}| \mathcal{L}(e_g) \geq \alpha^g \mathcal{L}(g), \quad (\alpha\text{-G})$$

La linearización de $(\alpha\text{-G})$ es similar a la de $(\alpha\text{-E})$ cambiando la última restricción por:

$$\sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} (\nu_{\max}^{e_g} + \nu_{\min}^{e_g}) \mathcal{L}(e_g) \geq \alpha_g \mathcal{L}(g). \quad (\alpha\text{-G})$$

Variables binarias del (AMDRPG) basado en etapas

- En esta formulación, se identifica cada grafo a una etapa $t \in T := \{1, \dots, |\mathcal{G}|\}$ y su respectivos puntos de lanzamiento x_L^t y recogida x_R^t .
- Para cada etapa t el camino que realiza el dron es el siguiente:

$$x_L^t \rightarrow R^{e_g} \rightarrow \dots \rightarrow R^{e'_g} \rightarrow L^{e'_g} \rightarrow \dots \rightarrow R^{e''_g} \rightarrow x_R^t \rightarrow x_L^{t+1}.$$

- Esto sugiere definir las siguientes variables binarias:
 - $u^{e_g t} = 1$ si el dron entra al grafo g por el segmento e_g en la etapa t .
 - $z^{e_g e'_g} = 1$ si el dron va de la arista e_g a la arista e'_g .
 - $v^{e_g t} = 1$ si el dron sale del grafo g por la arista e_g en la etapa t .

Variables continuas del (AMDRPG) basado en etapas

Por otro lado, se definen también las variables continuas relacionadas con la distancia realizadas por el dron y la nave nodriza:

- $d_L^{e_g^t} = \|x_L^t - R^{e_g}\|$. Distancia realizada por el dron desde el punto de lanzamiento en la etapa t al primer punto que se visita en el grafo g .
- $d^{e_g e'_g} = \|R^{e_g} - L^{e'_g}\|$. Distancia realizada por el dron desde el punto de lanzamiento en e_g al punto de recogida en e'_g .
- $d^{e_g} = \|R^{e_g} - L^{e_g}\|$. Distancia realizada por el dron desde el punto de recogida en e_g al punto de lanzamiento en esa arista e_g .
- $d_R^{e_g^t} = \|L^{e_g} - x_R^t\|$. Distancia realizada por el dron desde el punto de lanzamiento de e_g al punto de recogida en el segmento e_g .
- $d_{LR}^t = \|x_L^t - x_R^t\|$. Distancia realizada por la nave nodriza desde el punto de lanzamiento x_L^t al punto de recogida x_R^t asociada a la etapa t .
- $d_{RL}^t = \|x_R^t - x_L^{t+1}\|$. Distancia realizada por la nave nodriza desde el punto de recogida x_R^t al punto de lanzamiento asociado a la siguiente etapa x_L^{t+1} .

Restricciones del (AMDRPG) basado en etapas

Usando las variables binarias anteriores, podemos modelar la ruta que sigue el dron:

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} u^{e_g t} = 1, \quad \forall t \in T \quad (1)$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} v^{e_g t} = 1, \quad \forall t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{e_g \in E_g} \sum_{t \in T} u^{e_g t} = 1, \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (3)$$

$$\sum_{e_g \in E_g} \sum_{t \in T} v^{e_g t} = 1, \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (4)$$

Restricciones del (AMDRPG) basado en etapas

Usando las variables binarias anteriores, podemos modelar la ruta que sigue el dron:

$$\sum_{e_g \in E_g} u^{e_g t} = \sum_{e_g \in E_g} v^{e_g t}, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in T \quad (5)$$

$$\sum_{e'_g \in E_g} z^{e'_g e_g} + \sum_{t \in T} u^{e_g t} = \mu^{e_g}, \quad \forall e_g \in E_g : g \in \mathcal{G} \quad (6)$$

$$\sum_{e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} + \sum_{t \in T} v^{e_g t} = \mu^{e_g}, \quad \forall e_g \in E_g : g \in \mathcal{G} \quad (7)$$

Restricciones del (AMDRPG) basado en etapas

Para asegurar que no existen subtours a la hora de recorrer las aristas del grafo:

- Se pueden añadir las desigualdades de Miller-Tucker-Zemlin, dadas por:

$$s^{e_g} - s^{e'_g} + |E_g| z^{e_g e'_g} \leq |E_g| - 1, \quad \forall e_g \neq e'_g \in E_g, \quad (\text{MTZ}_1)$$

$$0 \leq s^{e_g} \leq |E_g| - 1 \quad \forall e_g \in E_g, \quad (\text{MTZ}_2)$$

donde s^{e_g} son variables continuas que indican el orden de visita de las aristas del grafo.

Restricciones del (AMDRPG) basado en etapas

Para asegurar que no existen subtours a la hora de recorrer las aristas del grafo:

- Se pueden añadir las desigualdades de Miller-Tucker-Zemlin, dadas por:

$$s^{e_g} - s^{e'_g} + |E_g| z^{e_g e'_g} \leq |E_g| - 1, \quad \forall e_g \neq e'_g \in E_g, \quad (\text{MTZ}_1)$$

$$0 \leq s^{e_g} \leq |E_g| - 1 \quad \forall e_g \in E_g, \quad (\text{MTZ}_2)$$

donde s^{e_g} son variables continuas que indican el orden de visita de las aristas del grafo.

- También se puede incluir la familia exponencial de restricciones de eliminación de subtours:

$$\sum_{e_g, e'_g \in S} z^{e_g e'_g} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset E_g : g \in \mathcal{G} \quad (\text{SEC})$$

Restricciones del (AMDRPG) basado en etapas

Para coordinar la nave nodriza con el dron, se define la siguiente restricción para cada $t \in T$ y $g \in \mathcal{G}$:

$$\left(\sum_{e_g \in E_g} u^{e_g t} d_L^{e_g t} + \sum_{e_g, e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} d^{e_g e'_g} + \sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} d^{e_g} + \sum_{e_g \in E_g} v^{e_g t} d_R^{e_g t} \right) / v_D \leq d_{RL}^t / v_M + M(1 - \sum_{e_g \in E_g} u^{e_g t})$$

(DCW-t)

Formulación del (AMDRPG) basado en etapas

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} \sum_{t \in T} (u^{e_g t} d_L^{e_g t} + v^{e_g t} d_R^{e_g t}) + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} d^{e_g} + \\
 & + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g, e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} d^{e_g e'_g} + \sum_{t \in T} (d_{RL}^t + d_{LR}^t) \\
 \text{s.t.} \quad & (1) - (7), \\
 & (\text{MTZ}_1) - (\text{MTZ}_2) \text{ or } (\text{SEC}), \\
 & (\alpha\text{-E}) \text{ or } (\alpha\text{-G}), \\
 & (\text{DCW-t})
 \end{aligned}$$

Formulación del (AMDRPG) basado en etapas

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} \sum_{t \in T} (u^{e_g t} d_L^{e_g t} + v^{e_g t} d_R^{e_g t}) + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} d^{e_g} + \\ & + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g, e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} d^{e_g e'_g} + \sum_{t \in T} (d_{RL}^t + d_{LR}^t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \|x_L^t - R^{e_g}\| \leq d_L^{e_g t}, & \forall e_g : g \in \mathcal{G}, \forall t \in T, \\ & \|R^{e_g} - L^{e_g}\| \leq d^{e_g}, & \forall e_g : g \in \mathcal{G}, \forall t \in T, \\ & \|R^{e_g} - L^{e'_g}\| \leq d^{e_g e'_g}, & \forall e_g \neq e'_g \in E_g : g \in \mathcal{G}, \\ & \|L^{e_g} - x_R^t\| \leq d_R^{e_g t}, & \forall e_g : g \in \mathcal{G}, \forall t \in T, \\ & \|x_R^t - x_L^{t+1}\| \leq d_{RL}^t, & \forall t \in T, \\ & \|x_L^t - x_R^t\| \leq d_{LR}^t, & \forall t \in T \end{aligned}$$

Formulación del (AMDRPG) basado en etapas

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} \sum_{t \in T} (u^{e_g t} d_L^{e_g t} + v^{e_g t} d_R^{e_g t}) + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} d^{e_g} + \\
 & + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g, e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} d^{e_g e'_g} + \sum_{t \in T} (d_{RL}^t + d_{LR}^t) \\
 \text{s.t.} \quad & x_L^0 = \text{orig}, \\
 & x_R^0 = \text{orig}, \\
 & x_L^{|\mathcal{G}|+1} = \text{dest}, \\
 & x_R^{|\mathcal{G}|+1} = \text{dest}.
 \end{aligned}$$

En esta formulación, reemplazamos las variables u^t , v^t y las restricciones que modelan el tour usando etapas, (1)-(7), por restricciones que aseguran conectividad:

- Utilizando Miller-Tucker-Zemlin.
- Utilizando las SEC.

Variables binarias del (AMDRPG) forzando conectividad

- En esta formulación, se asocia un punto de lanzamiento (x_L^g) y recogida (x_R^g) a cada grafo $g \in \mathcal{G}$.
- Para cada grafo g el camino que realiza el dron es el siguiente:

$$x_L^g \rightarrow R^{e_g} \rightarrow \dots \rightarrow R^{e'_g} \rightarrow L^{e'_g} \rightarrow \dots \rightarrow R^{e''_g} \rightarrow x_R^g \rightarrow x_L^{g'}.$$

- Esto sugiere definir las siguientes variables binarias:
 - $u^{e_g} = 1$ si el dron accede al grafo por el segmento e_g .
 - $z^{e_g e'_g} = 1$ si el dron va del segmento e_g al segmento e'_g .
 - $v^{e_g} = 1$ si el dron sale del grafo g por el segmento e_g .
 - $w^{gg'} = 1$ si la nave nodriza va de x_R^g a $x_L^{g'}$.

Variables continuas del (AMDRPG) forzando conectividad

Por otro lado, se definen también las variables continuas relacionadas con la distancia realizadas por el dron y la nave nodriza:

- $d_L^{e_g} = \|x_L^g - R^{e_g}\|$. Distancia realizada por el dron desde el punto de lanzamiento x_L^g al primer punto que se visita en el segmento e_g .
- $d^{e_g e'_g} = \|R^{e_g} - L^{e'_g}\|$. Distancia realizada por el dron desde el punto de lanzamiento en e_g al siguiente punto de recogida en e'_g .
- $d^{e_g} = \|R^{e_g} - L^{e_g}\|$. Distancia realizada por el dron dentro del segmento e_g .
- $d_R^{e_g} = \|L^{e_g} - x_R^g\|$. Distancia realizada por el dron desde el punto de lanzamiento del segmento e_g al punto de recogida asociado al grafo g .
- $d_{LR}^g = \|x_L^g - x_R^g\|$. Distancia cubierta por la nave nodriza desde que lanza el dron hasta que lo recoge.
- $d_{RL}^{gg'} = \|x_R^g - x_L^{g'}\|$. Distancia hecha por la nave nodriza desde el punto de recogida asociado al grafo g al punto de lanzamiento asociado al grafo g' .

Restricciones del (AMDRPG) forzando conectividad

Usando las variables binarias anteriores, podemos modelar la ruta que sigue el dron:

$$\sum_{e_g \in E_g} u^{e_g} = 1, \quad (8)$$

$$\sum_{e_g \in E_g} v^{e_g} = 1, \quad (9)$$

$$\sum_{e'_g \in E_g} z^{e'_g e_g} + u^{e_g} = \mu^{e_g}, \quad \forall e_g \in E_g : g \in \mathcal{G} \quad (10)$$

$$\sum_{e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} + v^{e_g} = \mu^{e_g}, \quad \forall e_g \in E_g : g \in \mathcal{G} \quad (11)$$

Restricciones del (AMDRPG) forzando conectividad

Usando las variables binarias anteriores, podemos modelar la ruta que sigue la nave nodriza:

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} w^{g0} = 0, \quad (12)$$

$$\sum_{g' \in \mathcal{G}} w^{(n_G+1)g'} = 0, \quad (13)$$

$$\sum_{g' \in \mathcal{G} \setminus \{g\}} w^{gg'} = 1, \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (14)$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G} \setminus \{g'\}} w^{gg'} = 1, \quad \forall g' \in \mathcal{G} \quad (15)$$

$$s_g - s_{g'} + |\mathcal{G}| w^{gg'} \leq |\mathcal{G}| - 1, \quad \forall g \neq g' \quad (\text{MTZ}_3)$$

$$0 \leq s_g \leq |\mathcal{G}| - 1 \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (\text{MTZ}_4)$$

$$s_0 = 0, \quad (\text{MTZ}_5)$$

Restricciones del (AMDRPG) forzando conectividad

Para coordinar la nave nodriza con el dron, se define la siguiente restricción para cada grafo $g \in \mathcal{G}$:

$$\left(\sum_{e_g \in E_g} u^{e_g} d_L^{e_g} + \sum_{e_g, e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} d^{e_g e'_g} + \sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} d^{e_g} + \sum_{e_g \in E_g} v^{e_g} d_R^{e_g} \right) / v_D \leq d_{RL}^g / v_M, \quad \forall g \in \mathcal{G}.$$

(DCW-g)

Formulación del (AMDRPG) forzando conectividad

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} (u^{e_g} d_L^{e_g} + v^{e_g} d_R^{e_g}) + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} d^{e_g} + \\
 & + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g, e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} d^{e_g e'_g} + \sum_{g \in \mathcal{G}} d_{LR}^g + \sum_{g, g' \in \mathcal{G}} d_{RL}^{gg'} w^{gg'}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{s.t.} \quad & (8) - (11), \\
 & (12) - (15), \\
 & (\text{MTZ}_1) - (\text{MTZ}_2) \text{ or } (\text{SEC}), \\
 & (\text{MTZ}_3) - (\text{MTZ}_6), \\
 & (\alpha\text{-E}) \text{ or } (\alpha\text{-G}), \\
 & (\text{DCW-g})
 \end{aligned}$$

Formulación del (AMDRPG) forzando conectividad

$$\min \quad \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} (u^{e_g} d_L^{e_g} + v^{e_g} d_R^{e_g}) + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} d^{e_g} +$$

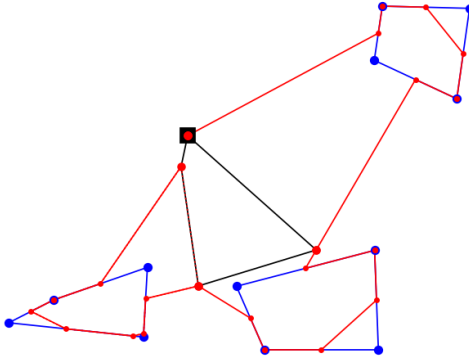
$$+ \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g, e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} d^{e_g e'_g} + \sum_{g \in \mathcal{G}} d_{LR}^g + \sum_{g, g' \in \mathcal{G}} d_{RL}^{gg'} w^{gg'}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \|x_L^g - R^{e_g}\| \leq d_L^{e_g}, & \forall e_g : g \in \mathcal{G}, \\ & \|R^{e_g} - L^{e_g}\| \leq d^{e_g}, & \forall e_g : g \in \mathcal{G}, \\ & \|R^{e_g} - L^{e'_g}\| \leq d^{e_g e'_g}, & \forall e_g \neq e'_g : g \in \mathcal{G}, \\ & \|L^{e_g} - x_R^g\| \leq d_R^{e_g}, & \forall e_g : g \in \mathcal{G}, \\ & \|x_R^g - x_L^{g'}\| \leq d_{RL}^{gg'}, & \forall g, g' \in \mathcal{G}, \\ & \|x_L^g - x_R^g\| \leq d_{LR}^g, & \forall g \in \mathcal{G} \end{aligned}$$

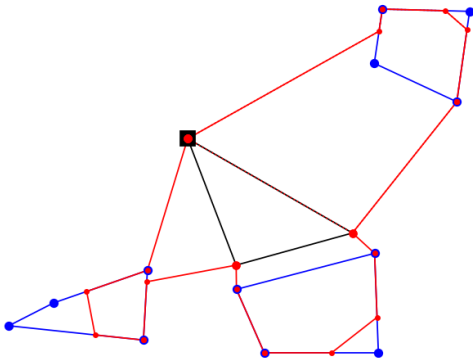
Formulación del (AMDRPG) forzando conectividad

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} (u^{e_g} d_L^{e_g} + v^{e_g} d_R^{e_g}) + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g \in E_g} \mu^{e_g} d^{e_g} + \\
 & + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{e_g, e'_g \in E_g} z^{e_g e'_g} d^{e_g e'_g} + \sum_{g \in \mathcal{G}} d_{LR}^g + \sum_{g, g' \in \mathcal{G}} d_{RL}^{gg'} w^{gg'} \\
 \text{s.t.} \quad & x_L^0 = \text{orig}, \\
 & x_R^0 = \text{orig}, \\
 & x_L^{|\mathcal{G}|+1} = \text{dest}, \\
 & x_R^{|\mathcal{G}|+1} = \text{dest}.
 \end{aligned}$$

Recorrido un porcentaje (50 %) de la longitud de cada arista del grafo



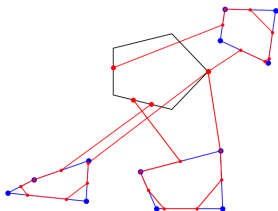
Recorrido un porcentaje (50 %) de la longitud total del grafo



Limitación del AMDRPG

La principal limitación que tiene este problema es el hecho de que los puntos de lanzamiento y recogida están localizados libremente, algo que no es realista con el movimiento de un vehículo.

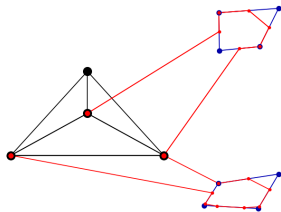
- 1 Cambiamos el caso en el que la nave nodriza se movía libremente a aquel en el que se mueve sobre una poligonal cerrada, lo que hemos denominado como **The Network Mothership-Drone Routing Problem on a Polygonal with Graphs (PMDRPG)**.



Limitación del AMDRPG

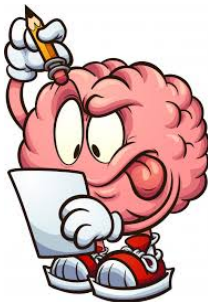
La principal limitación que tiene este problema es el hecho de que los puntos de lanzamiento y recogida están localizados libremente, algo que no es realista con el movimiento de un vehículo.

- 2 Dimos un paso más allá, presentando una formulación en la que el camión se mueve sobre un grafo, cuyo nombre es **The Network Mothership-Drone Routing Problem with Graphs (NMDRPG)**.



¿Qué dificultades presenta este tipo de problemas?

- Al tener que diseñar dos rutas coordinadas, el problema se vuelve combinatorio *de forma cuadrática*.
- Generan una gran cantidad de variables y restricciones con una cantidad de datos relativamente pequeña. Lo que dificulta la búsqueda del óptimo.



Un algoritmo matheurístico para este tipo de problemas

La idea de nuestro algoritmo es descomponer el problema en dos subproblemas fijando variables.

- 1 Buscamos los centroides de los vértices que forman cada grafo. Y generamos un círculo de un radio determinado centrado en dichos centroides.
- 2 Resolvemos el Traveling Salesman Problem with Neighborhoods (TSPN) sobre estos círculos para determinar el orden general de recorrido de los grafos.
- 3 Una vez fijado este orden, buscamos el punto de lanzamiento y recogida de forma recursiva sobre cada grafo para fijar el orden de visita dentro de cada grafo.
- 4 Resolvemos el modelo con todos estos puntos fijados pero dejando libre el orden general de recorrido.
- 5 Vemos si este orden coincide con el anterior. Si no, se repite el Paso 4.

Un algoritmo matheurístico para este tipo de problemas

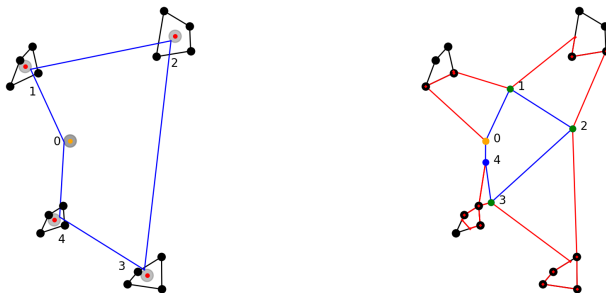


Figura: Ejemplo ilustrativo

Nuevos horizontes

Una vez formulados estos problemas, queremos profundizar en este tema en un siguiente documento que pueda responder a las siguientes preguntas en orden de dificultad:

- ¿Qué ocurre si, en vez de disponer solo un dron, tenemos varios drones que podemos lanzar desde un mismo punto y recogerlos a todos en otro punto?

Nuevos horizontes

Una vez formulados estos problemas, queremos profundizar en este tema en un siguiente documento que pueda responder a las siguientes preguntas en orden de dificultad:

- ¿Qué ocurre si, en vez de disponer solo un dron, tenemos varios drones que podemos lanzar desde un mismo punto y recogerlos a todos en otro punto?
- ¿Qué ocurre si el dron tiene la suficiente capacidad para visitar más de un elemento antes de regresar a la nave nodriza?

Nuevos horizontes

Una vez formulados estos problemas, queremos profundizar en este tema en un siguiente documento que pueda responder a las siguientes preguntas en orden de dificultad:

- ¿Qué ocurre si, en vez de disponer solo un dron, tenemos varios drones que podemos lanzar desde un mismo punto y recogerlos a todos en otro punto?
- ¿Qué ocurre si el dron tiene la suficiente capacidad para visitar más de un elemento antes de regresar a la nave nodriza?
- ¿Es posible formular el problema en el caso en el que el movimiento de la nave nodriza y/o el dron presente barreras que no puede atravesar?

