

Determinanten und Eigenwerte

Determinanten

Aufgabe 1 Zeigen Sie anhand der Definition der Determinante, dass

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$$

gilt.

Aufgabe 2 Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

mit der Regel von Sarrus. Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ besitzt die Matrix vollen Rang?

Aufgabe 3 Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 11 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Inverse Matrizen

Aufgabe 4 Welche der nachfolgenden Matrizen sind invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 42 \end{pmatrix}$

- $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 7 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5 Berechnen Sie, sofern möglich die inverse Matrix zu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6 Geben Sie eine orthogonale 3×3 Matrix an, welche nicht die Einheitsmatrix ist.

Eigenwerte und Diagonalisierbarkeit

Aufgabe 7 Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8 Berechnen Sie die Eigenwerte , sowie alle zugehörigen Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 9 Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 3 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

Finden Sie eine Matrix S , sodass $D := S^{-1}AS$ in Diagonalgestalt vorliegt.