NOMBRE : GUSTAVO IBARRA CUELLAR 223042991

EJERCICIOS INTÉRVALOS DE CONFIANZA

IC PARA LA MEDIA POBLACIONAL CON VARIANZA POBLACIONAL CONOCIDA

MUESTRAS GRANDES

1. De un embarque de 2,200 secadoras de mano se probó 81 secadoras al azar, la vida promedio en la muestra fue de 3.2 horas con una desviación estándar de 0.9 horas. Construya un intervalo de confianza del 95 % para la vida media de las secadoras del embarque. Población finita o población conocida

sol.

N=2200 , $\bar{x} = 3.2$ 1-α=95%=0.95

n=81 , $\sigma=0.9$ α=1-0.95=0.05 α/2=0.025 1- α/2=0.975

P(3.2-Z(0.975)*0.9/$\sqrt{81}$ (2200-81/2200-1)<μ<3.2+Z(0.975)*0.9/$\sqrt{81}$ (2200-81/2200-1))=0.95

P(3.2-1.96*0.098< μ<3.2+1.96*0.098)=0.95

P(3.01< μ<3.39)=0.95

2. Una máquina llena un determinado producto en bolsas cuyo peso medio es μ gramos. Suponga que la población de los pesos es normal con desviación estándar 20 gramos. (Los datos se distribuyen normalmente)

Con qué nivel de confianza se estimó que los pesos promedios del contenido de las bolsas se encuentran en el intervalo de 485.2 a 504.8 gramos. Para el cálculo se tomó una muestra aleatoria de 16 bolsas con media de 495 gramos

Resolver igualando a uno de los intervalos, inferior o superior

IC=(485.2,504.8)

IC= $\bar{x}$ +Z(1-α/2)* $\sigma/\sqrt{n}$

$504.8=495+Z(1-\alpha/2)*20/\sqrt{16}$

$(504.8-495)/5=Z(1-\alpha/2)$ => $Z(1-\alpha/2)=1.96$ => $1-\alpha/2=0.975$ => $1-\alpha=0.95$

3. Una firma constructora desea estimar la resistencia media de las barras de acero utilizadas en la construcción de edificios de departamentos. ¿Qué tamaño muestral se requiere para garantizar que haya un riesgo de sólo 0.001 de sobrepasar un error de 5 kg. o más en la estimación? La desviación típica de la resistencia de este tipo de barras se estima en 25 kg.

0.001 es el nivel de significancia alfa

$\boldsymbol{\sigma}=25$, $E=5$, $\alpha=0.001 = 1-\alpha/2=0.9995$

$n=((Z\alpha/2\cdot\sigma)/E)^2$

$n=((Z(0.9995)*25)/5)^2$ => $n=((3.29*25)/5)^2=270.6=271$

4. La cantidad de hemoglobina en sangre del hombre sigue una distribución normal con desviación típica de 2 g/dl (gramos por decilitro). Calcule el nivel de confianza de una muestra que en 12 extracciones la cantidad de hemoglobina está entre 13 y 15 g/dl

13 y 15 es el intervalo de confianza que se calculó de la muestra de 12 extracciones, con esos valores

calcula la media muestral

$\boldsymbol{\sigma}=2$, $n=12$, $\bar{x}=(13+15)/2=14$

$15-14=Z(1-\alpha/2)*2/\sqrt{12}$ => $Z(1-\alpha/2)=1.73$

$P(-1{,}73<=Z<=1.73)=0.9582$ $1-\alpha/2=0.9582$ =>

$\alpha=(1-0.9582)*2=0.0836$ => $1-\alpha=1-0.0836$ => $1-\alpha=0.9164$

IC PARA LA MEDIA POBLACIONAL CON VARIANZA POBLACIONAL DESCONOCIDA

MUESTRA PEQUEÑA

1. Los ingresos del impuesto sobre ventas en una ciudad que tiene un total de 300 establecimientos comerciales se recogen cada trimestre. Los siguientes datos

representan los ingresos (en miles de Bs) cobrados durante el primer trimestre en una muestra de nueve establecimientos comerciales: 16, 18, 11, 17, 13, 10, 22, 15, 16

Población finita o conocida N

a) Determinar una estimación del intervalo con 95% de confianza de los ingresos trimestrales del impuesto sobre ventas en los establecimientos comerciales.

b) Determine una estimación del intervalo con 95% de confianza de los ingresos totales por impuesto sobre ventas que recogerán este trimestre. Multiplique N por cada intervalo encontrado en el punto a)

a)

$\bar{x}$=(16+18+11+17+13+10+22+15+16)/9 = 15.33

S=$\sqrt{\sum\left(X-\bar{x}\right)\text{^}2/\text{n-1}}$

n=9 , r=9-1=8 , 1-α=0.95 1-α/2=0.975

Xi	Xi- $\bar{x}$	(Xi- $\bar{x}$)^2
16	0.67	0.45
18	2.67	7.11
11	-4.33	18.78
17	1.67	2.78
13	-2.33	5.43
10	-5.33	28.44
22	6.67	44.49
15	-0.33	0.11
16	0.67	0.45
total		108.99

S=$\sqrt{108.99/\text{9-1}}$=3.69

t(1- α/2) (8) = t(0.975)(8)=2.306

P(15.33-2.306*3.69/$\sqrt{9}$ < μ<15.33+2.306/$\sqrt{9}$)=0.95

P(12.49<μ< 18.17)=0.95

b)

N=300

L_INFERIOR=300*12.49=3747

L_SUPEIOR=300*5.451=5451

P(3747< μ<5451)=0.95

2. Los contenidos de una muestra aleatoria de 5 latas de café instantáneo de un productor

han dado los siguientes pesos netos en gramos: 280 290 285 275 284

a) Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la media de los contenidos de

todas las latas de café del productor.

b) ¿Con qué grado de confianza se estima que el contenido promedio de café tenga

los límites de confianza: 277,432 y 288,168 ?

a)

$\bar{x}$= (5280+290+285+275+284)/5=282.8 , n=5 , r=n-1=4 1-α/2=0.975

S=$\sqrt{\sum\left(X-\bar{x}\right)\text{\^{}}2/\text{n-1}}$

Xi	Xi- $\bar{x}$	(Xi- $\bar{x}$)^2
280	-2.8	7.84
290	7.2	51.84
285	2.2	4.84
275	-7.8	60.84
284	1.2	1.44
TOTAL		126.8

S=$\sqrt{126.8/4}$=5.63

t(0.975)(4)=2.776

P(282.8-(2.776*(5.63/$\sqrt{5}$)< μ<282.8+(2.776*(5.63/$\sqrt{5}$)=0.95

P(275.81<μ<289.79)=0.95

b)

288.168-282.8=t(1- α/2)(4)* (5.63/$\sqrt{5}$)

t(1- α/2)(4)=2.13

2.13 NO SE ENCUENTRA EN LA TABLA , APLICAMOS INTERPOLACION PARA HALLAR EL NIVEL DE CONFIANZA DONDE EL RESULTADO ES:

1- α=0.88

3. Un fabricante produce focos cuya duración tiene distribución normal. Si una muestra

aleatoria de 9 focos da la siguientes vidas útiles en horas: 775 780 800 795 790 785 795

780 810

a) Estimar la duración media de todos los focos del fabricante mediante un intervalo

de confianza del 95 %.

b) Si la media poblacional se estima en 790 horas con una confianza del 98 %.

¿Cuánto es el error máximo de la estimación si se quiere una confianza del 98 %?.

a)

$\bar{x}$ =(775+780+800+795+790+785+795+780+810)/9

$\bar{x}$ =790 , r=8 , n=9 1- α=0.95 1- α/2=0.975

S= $\sqrt{\sum\left(X-\bar{x}\right)\text{^}2/\text{n-1}}$

Xi	Xi- $\bar{x}$	(Xi- $\bar{x}$)^2
775	-15	225
780	-10	100
800	10	100
795	5	25
790	0	0
785	-5	25
795	5	25
780	-10	100
810	20	400
TOTAL		1000

S= $\sqrt{1000/8}$=11.18

t(0.975)(8)=2.306

P(790-2.306*(11.18/$\sqrt{9}$)< μ<(790+2.306*(11.18/$\sqrt{9}$)=0.95

P(781.41< μ< 798.59)=0.95

b)

1- α=0.98 , 1-α/2=0.99

t(0.99)(8)=2.896

E=t(1-α/2)(r)*s/$\sqrt{\text{n}}$

E=2.896*(11.18/3)=10.79

IC PARA LA DIFERENCIA DE MEDIAS POBLACIONALES $n1 \geq 30$ y $n2 \geq 30$

1. Para comparar dos métodos de la enseñanza de las matemáticas, se aplicaron a 200 alumnos elegidos al azar el método tradicional y a otra muestra de 250 alumnos el método nuevo resultando las calificaciones promedios respectivos de 13 y 15. Suponga que las varianzas poblacionales respectivas son 9 y 16. Utilizando un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de las medias.

a) ¿Podemos afirmar que no hay diferencias significativas entre los dos métodos?

Recordemos que hay diferencias significativas si el 0 no está incluido en el intervalo

b) Si hay diferencias, ¿Podemos afirmar que el método nuevo es superior al método antiguo?

a)

$n1=200$, $\bar{x}1=13$, $\boldsymbol{\sigma}1\hat{}2=9$, $\boldsymbol{\sigma}1=3$

$n2=250$, $\bar{x}2=15$ $\boldsymbol{\sigma}2\hat{}2=16$, $\boldsymbol{\sigma}2=4$ $1-\alpha=0.95$ $1-\alpha/2=0.975$

$Z(0.975)=1.96$

$IC=(\bar{x}1-\bar{x}2)\pm Z(1-\alpha/2)*\sqrt{\sigma1\hat{}2/n1+\sigma2\hat{}2/n2}$

$IC=(13-15)\pm 1.96*\sqrt{9/200+16/250}$

IC=(-2.65,-1.35)

b) SI , POR QUE EL INTERVALO ES COMPLETAMENTE NEGATIVO

2. Se quiere estimar la diferencia entre los promedios de tiempos (en minutos) que utilizan los hombres y las mujeres para realizar un test de aptitud. Se aplica el test a 20 hombres y 25 mujeres dando las medias respectivas de 110 y 100 puntos. Suponga que las dos poblaciones son normales con varianzas respectivas iguales a 100 y 64. Utilizando un intervalo con confianza del 98 % para la diferencia de medias,

¿Se puede inferir que los tiempos promedios que emplean los hombres y las mujeres

son iguales? Debe calcular el IC para responder la pregunta. Los tiempos serán iguales si no hay

diferencias significativas

n1=20, $\bar{x}$1=110 , $\boldsymbol{\sigma}1\hat{}2=100$, $\boldsymbol{\sigma}1=10$

n2=25 $\bar{x}$2=100 , $\boldsymbol{\sigma}2\hat{}2=64$, $\boldsymbol{\sigma}2=8$

1-α=0.98 1-α/2=0.99

Z(0.99)=2.33

IC=($\bar{x}$1-$\bar{x}$2)$\pm Z(1-\alpha/2)$* $\sqrt{\sigma 1^2/n1+\sigma 2^2/n2}$

IC=(110-100)$\pm$2.33* $\sqrt{100/20+64/25}$

IC=(3.59,16.41)

R=NO SE PUEDE INFERIR QUE LOS TIEMPOS SEAN IGUALES .

COMO EL INTERVALO ES POSITIVO,SIGNIFICA QUE LOS HOMBRES TARDAN MÁS TIEMPOS QUE LAS MUJERES EN COMPLETAR EL TEST.