

Nombre : Gustavo Ibarra Cuellar 223042919

1. Si  $Z \sim N(0,1)$ , hallar el valor de  $z_0$  en cada caso:

a)  $P(z < z_0) = 0.5$

$z_0 = 0.00$

b)  $P(z < z_0) = 0.8729$

$z_0 = 1.14$

c)  $P(z > z_0) = 0.9015$

$1 - P(z < z_0) = 0.9015 \Rightarrow P(z < z_0) = 1 - 0.9015 = 0.0985$

$z_0 = -1.29$

2. La variable aleatoria  $X$  sigue una distribución normal, de media  $\mu = 8.5$  y desviación típica  $\sigma = 2.5$ ,

calcular el valor de  $k$  tal que:

$P(X \leq k) = 0.65$

$P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{k - 8.5}{2.5}\right) = 0.65$

Interpolamos

$z$	$\Phi(z)$
0.39	0.6517
$z_0$	0.6500
0.38	0.6480

$$\frac{0.39 - 0.38}{z_0 - 0.38} = \frac{0.6517 - 0.6480}{0.6500 - 0.6480}$$

$$z_0 = \frac{(0.39 - 0.38) * (0.65 - 0.648)}{(0.6517 - 0.6480)} + 0.38 = 0.3854$$

$\Rightarrow \frac{k - 8.5}{2.5} = 0.3854 \Rightarrow k = (0.3854 * 2.5) + 8.5 \Rightarrow k = 9.4635$

0.65 es la probabilidad, debe encontrar el valor  $z$  que representa a la probabilidad 0.65, luego mediante

la fórmula de  $z$  despejar para encontrar  $k$

Las alturas medias en centímetros de cierta población se distribuyen según una normal de media 176 y desviación típica 12. ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida entre 170 y 190 centímetros?

$$\begin{aligned}
 P(170 < c < 190) &= P(170 - 176 / 12 < c - u / \sigma < 190 - 176 / 12) = P(-1/2 < z < 7/6) \\
 &= F(1.6) - F(-0.5) = F(1.6) - (1 - F(0.5)) = F(1.6) + F(0.5) - 1 \\
 &= 0.9452 + 0.6915 - 1 = \mathbf{0.6367}
 \end{aligned}$$

Un examen de 100 preguntas admite como respuesta en cada una de ellas dos posibilidades, verdadero o falso. Si un alumno contesta al azar calcula la probabilidad de que acierte más de 60 respuestas.

◆◆◆◆◆ Este ejercicio se relaciona con la distribución binomial, pero número de preguntas es 100, mediante la

teoría central del límite se puede aproximar la distribución binomial a la distribución normal. Para eso debe

primero encontrar la media y la varianza según el cálculo de la distribución binomial

$$n=100, p=0.5, q=0.5, u=0.5*100=50, \sigma = \sqrt{100*0.5*0.5} = 5$$

$$P(c \geq 60) \approx P(c \geq 60.5) = 1 - P(c < 60.5) = 1 - P\left(\frac{60.5 - 50}{5}\right) = 1 - F(2.1) = 1 - 0.9821 = 0.018 = \mathbf{1.8\%}$$