Nombre : Gustavo Ibarra Cuellar 223042919

Variables aleatoria Continua

Ejercicio 1)

Sea X una v.a. continua cuya función de densidad es la siguiente:

f(x) = 0.1x , 0 < x < √20 , 0 en el resto

Se pide:

a) Obtener la probabilidad de que X tome valores entre 1 y 3.

b) Obtener la función de distribución F(x)

Solución:

a) P(1<=X<=3)= $\int_1^3 0.1x\,dx$ = 0.1$[\frac{X^2}{2}]_1^3$=0.1[(9/2)-(1/2)] = 0.1(9-1/2)=0.1*4=0.4

F(x)= $\int_0^x 0.1t\,dt = 0.05\,x^2$

b) f(x)= $\begin{cases} 0 & \text{si } x <= 0 \\ 0.05x^2 & \text{si } 0 < x < \sqrt{20} \\ 1 & \text{si } >= \sqrt{20} \end{cases}$

Ejercicio 2)

Un gran almacén guarda cajas que contienen piezas de distinto tipo. La proporción X de piezas de tipo A en una caja se puede considerar una variable aleatoria con función de densidad:

f(x) = kx(1 − x) con 0 ≤ x ≤ 1

a) Calcular el valor de k.
b) Calcular la media y varianza de X.
solución :

a) $f(x)=\int_0^1 kx(1-x)\,dx = 1$

$k\int_0^1 x-x^2\,dx$ => $k[(\frac{X^2}{2}-\frac{X^3}{3})-0|_0^1]$ = $k[\frac{1^2}{2}-\frac{1^3}{3}]$ => k(1/6)=1 **k=6**

b) E(x)= $\int_0^1 x*6x(1-x)$ = $6\int_0^1 x^2-x^3\,dx$ => $6[(\frac{X^3}{3}-\frac{X^4}{4})-0|_0^1]$ = $6[\frac{1^3}{3}-\frac{1^4}{4}]$=0.5 => E(x)=1/2

V(x)= $E(x^2)-(E(x))^2$

$E(x^2)=\int_0^1 x^2*6x(1-x) = 6\int_0^1 x^3-x^4\,dx$ => $6[(\frac{X^4}{4}-\frac{X^5}{5})-0|_0^1]$ = $6[\frac{1^4}{4}-\frac{1^5}{5}]$=0.3

V(x)=0.3-(0.5)^2=0.3-0.25 => V(x) =0.05

Ejercicio 3

La función de densidad asociada a la producción de una máquina, en miles de unidades, es la siguiente:

$$\mathrm{F(x)} = \begin{cases} \text{2-2x} \quad , \qquad 0 <= x <= 1 \\ \qquad 0, \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Calcula la media y varianza de la producción.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la producción sea inferior a 500 unidades? ¿Y la de que sea superior a 250 unidades).

c) Si el beneficio (en miles de euros) de la máquina viene dado, en función de la producción, por B = 9X − 2, calcule el valor esperado del beneficio.

Solución :

a) **E(x)=** $\int_0^1 \mathrm{x(2\text{-}2x)}$ **= 2**$\int_0^1 \mathrm{x\text{-}x\hat{}2\ dx}$ **=> 2[(**$\frac{X\hat{}2}{2}$ - $\frac{X\hat{}3}{3}$)-0$|_0^1$**] = 2[**$0.5\text{-}\frac{1\hat{}3}{3}$**]=1/3** **=> E(x)=1/3**

V(x)= ***E(x^2)-(E(x))^2***

E(x^2)=$\int_0^1$ $\mathrm{x\hat{}2{*}(2\text{-}2x)}$**=2**$\int_0^1 \mathrm{x\hat{}2\text{-}x\hat{}3\ dx}$ **=> 2[(**$\frac{X\hat{}3}{3}$ - $\frac{X\hat{}4}{4}$)-0$|_0^1$**] = 2[**$\frac{1\hat{}3}{3}$ - $\frac{1\hat{}4}{4}$**]=1/6**

V(x)=(1/6)-(1/3)^2=1/18 => V(x) =0.05

b) **X=0.5 , X=0.25**
P(X<=0.5)=F(0.5)= 2(0.5)-(0.5)^2 = 1-0.25=0.75
P(x>0.25)=1-P(x<=0.25)=1-(2(0.25)-(0.25)^2)=1-(0.5-0.0625)=0.5625

c) **B=9X-2 E(X) = 1/3**
E(B)=E(9X-2)=9E(X)-2= 9(1/3)-2 = 1