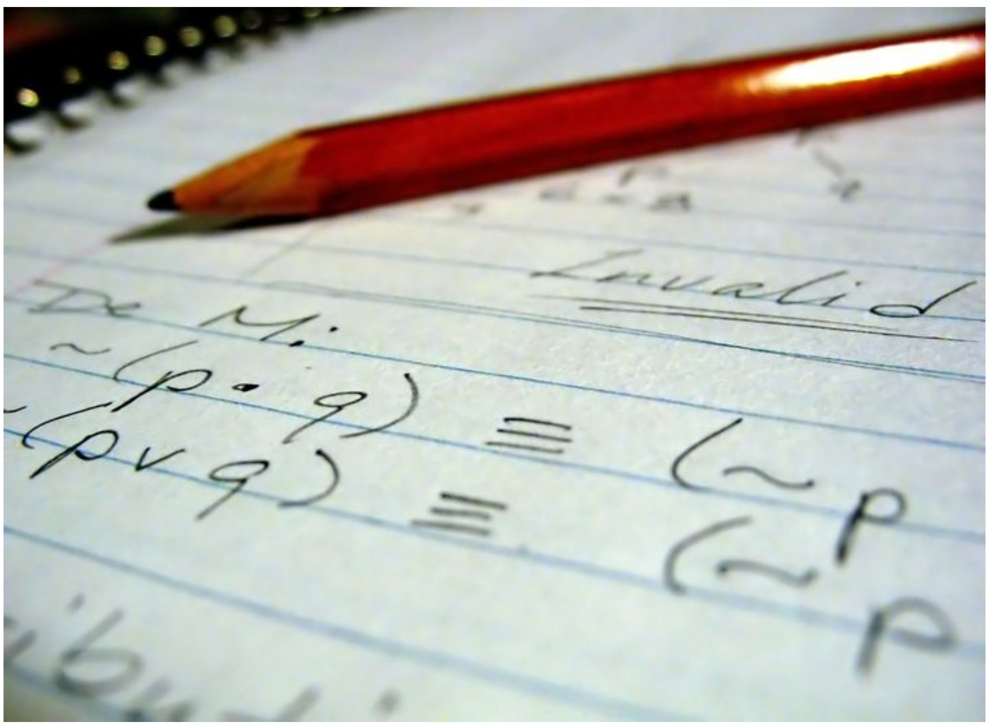
# Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

**Equipo**

# Tarea 01




*Logica computacional*

Macal Cruz Brandon Brayan, 318085470
Reyna Mendez Cristian Ignacio, 320149579
García Serrano Jorge Eduardo, 320180918
Lopez Montufar Jose Eleazar, 320207219

Agosto 2024

# 1. Logica proposicional

## 1.1. Sintaxis

1. Las fórmulas escritas debajo asumen la precedencia de los operadores discutida en clase. Asegúrate de entender esta convención al agregar tantos paréntesis como sea posible. Por ejemplo, dada la fórmula $p \land q \to r$, se deben agregar los paréntesis $(((p \land q) \to r))$, puesto que el operador $\land$ tiene mayor precedencia que $\to$.

   (a) $\neg\, p \land q \to r$.
   Segun la procedencia de operadores primero ponemos los parentesis de la negacion

   $$(\neg\, p) \land q \to r$$

   Por el orden de operadores ponemos parentesis a la conjuncion

   $$((\neg\, p) \land q) \to r$$

   Ponemos parentesis a la implicacion

   $$(((\neg\, p) \land q) \to r)$$

   $$((((\neg\, p) \land q) \to r))$$

   (b) $(p \to q) \land\ \neg(r \lor p \to q)$.
   Por orden operaciones ponemos parentesis a la formula de la negacion

   $$(p \to q) \land\ (\neg(r \lor p \to q))$$

   Ponemos parentesis a las formulas de la conjuncion y disyuncion

   $$((p \to q) \land\ (\neg((r \lor p) \to q)))$$

   Encerramos la implicacion

   $$((p \to q) \land\ (\neg(((r \lor p) \to q))))$$

   (c) $(p \to q) \to (r \to s \lor q)$.
   Por orden de precedencia de operaciones primero encerramos la disyuncion

   $$(p \to q) \to (r \to (s \lor q))$$

   Encerramos la implicacion

   $$((p \to q) \to ((r \to (s \lor q))))$$

   (d) $p \lor q \to \neg p \land r$.
   Por orden de precedencia de operadores primero ponemos parentesis a la negacion

   $$p \lor q \to (\neg p) \land r$$

   Por orden de precedencia de operadores encerramos las conjunciones e implicaciones

   $$(p \lor q) \to ((\neg p) \land r)$$

   Encerramos la implicacion

   $$((p \lor q) \to ((\neg p) \land r))$$

   (e) ¿Por qué la expresión $p \land q \lor r$ es problemática?
   Porque la conjuncion y la disyuncion se encuentran en la misma jerarquia de predencia de operadores por lo tanto se puede poner los parentesis de esta forma:

   $$((p \land q) \lor r)$$

   o de esta forma:

   $$(p \land (q \lor r))$$

   Y ambas se consideran correctas

2. De manera contraria al ejercicio anterior, elimina los paréntesis innecesarios en las siguientes expresiones siguiendo la precedencia de los operadores:

   *a)* $\neg(p \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((s \vee r) \rightarrow p)))$
   Conservamos el parentesis de la negacion para contener a toda la formula y no solo a p
   Conservamos los parentesis de la formula $q \rightarrow r$ para que no se lea primero la conjuncion de p y q

$$\neg(p \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((s \vee r) \rightarrow p)))$$

Eliminamos los parentesis de la disyuncion $(s \vee r)$ porque por orden de operadores seguria siendo el mismo

$$\neg(p \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (s \vee r \rightarrow p)$$

Eliminamos los parentesis externos de la formula $(s \vee r \rightarrow p)$ ya que por orden de operadores el operador $\leftrightarrow$ esta en el ultimo nivel de la jerarquia

$$\neg(p \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow s \vee r \rightarrow p$$

*b)* $(((((\neg q) \wedge p) \vee s) \rightarrow \neg p) \leftrightarrow s)$
Eliminamos el parentesis mas externo y aque por $\leftrightarrow$ no es necesario

$$((((\neg q) \wedge p) \vee s) \rightarrow \neg p) \leftrightarrow s$$

Eliminamos los parentesis externos a la formula $\neg q$ ya que la precedencia de las operaciones lógicas sigue siendo la misma.

$$(((\neg q \wedge p) \vee s) \rightarrow \neg p) \leftrightarrow s$$

Elminamos los parentesis alrededor de la formula $(\neg q \wedge p)$ ya que la precedencia de las operaciones lógicas sigue siendo la misma.

$$((\neg q \wedge p \vee s) \rightarrow \neg p) \leftrightarrow s$$

*c)* $(\neg((\neg(p) \wedge t) \rightarrow (s \vee (\neg s))) \rightarrow (p \leftrightarrow s))$
Primero elminamos los parentesis en $\neg(p)$ ya que no son necesarios

$$(\neg((\neg p \wedge t) \rightarrow (s \vee (\neg s))) \rightarrow (p \leftrightarrow s))$$

Elminamos los parentesis fuera de la formula $\neg s$

$$(\neg((\neg p \wedge t) \rightarrow (s \vee \neg s)) \rightarrow (p \leftrightarrow s))$$

Por orden de operaciones el parentesis fuera de la negacion $\neg$

$$\neg((\neg p \wedge t) \rightarrow (s \vee \neg s)) \rightarrow (p \leftrightarrow s)$$

Los paréntesis alrededor de $\neg p \wedge t$ son inecesarios porque la conjunción $\wedge$ tiene menor precedencia que la implicación

$$\neg(\neg p \wedge t \rightarrow (s \vee \neg s)) \rightarrow (p \leftrightarrow s)$$

Los paréntesis alrededor de $s \vee \neg s$ son innecesarios porque la disyunción ya tiene menor precedencia

$$\neg(\neg p \wedge t \rightarrow s \vee \neg s) \rightarrow (p \leftrightarrow s)$$

3. Define la funcion $conj\_atom(\varphi)$ que devuelve el conjunto de formulas atomicas que aparecen en una expresion $\varphi$. ¿Quien es el dominio y el contradominio de $conj\_atom$?

   Sea $conj\_atom :: PROP \rightarrow VarP$. Definimos la función como sigue:

- $conj\_atom$(p) = {p} con $p \in VarP$
- $conj\_atom(\top) = \varnothing$
- $conj\_atom(\bot) = \varnothing$
- $conj\_atom(\neg\varphi) = conj\_atom(\varphi)$
- $conj\_atom(\varphi * \psi) = conj\_atom(\varphi) \cup conj\_atom(\psi)$ con $* = \{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$.

  El dominio es el conjunto de proposiciones y el contradominio es el conjunto de variables proposicionales como $\{p, q, r, s, t\}$. No debe ser el conjunto potencia de las variables proposicionales pues se tendrían resultados como $\{\{p, q\}, \varnothing, \{p, q, r\}, \{p\}\}$.

4. Demuestra usando induccion estructural que si $\varphi \in PROP$, entonces:

   - $atom(\varphi) \leq 2con(\varphi) + 1$

     Demostracion por induccion
     Caso base:
     Sea P una variable proposicional , $atom(p) = 1 \leq 1 = 0 + 1 = 2con(p) + 1$

     Hipotesis inductiva
     $atom(\varphi) \leq 2con(\varphi) + 1$

     Paso inductivo:
     Pd: $atom(\neg\varphi) \leq 2con(\neg\varphi) + 1$; $atom(\varphi * \psi) \leq 2con(\varphi * \psi) + 1$ con $* \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$

     1. Para $\neg\varphi$ tenemos las recursiones:

        $atom(\neg\varphi) = atom(\varphi)$ y $2con(\neg\varphi) + 1 = 2(con(\varphi) + 1) + 1$

        donde $atom(\varphi) \leq 2con(\varphi) + 1$ por hipotesis de induccion
        y siendo $2con(\varphi) + 1 \leq 2(con(\varphi) + 1$, entonces

        $atom(\neg\varphi) \leq 2con(\neg\varphi) + 1$

     2. Para $\varphi * \psi$ se tiene las recursiones:

        $atom(\varphi * \psi) = atom(\varphi) + atom(\psi)$

        $2con(\varphi * \psi) + 1 = 2(con(\varphi) + con(\psi) + 1) + 1)$

        $= 2con(\varphi) + 2con(\psi) + 2 + 1$

        $= (2con(\varphi) + 1) + (2con(\psi) + 1) + 1$

        Donde $atom(\varphi) \leq 2con(\varphi) + 1$, $atom(\psi) \leq 2con(\psi) + 1$ por hipotesis de induccion
        ent. $atom(\varphi * \psi) \leq 2con(\varphi * \psi) + 1$

5. Aplica las siguientes sustituciones y al finalizar elimina los paréntesis que sean redundantes. Muestra a detalle los pasos realizados.

- $(p \lor q) \to ((\neg r) \leftrightarrow (p \leftrightarrow s))[r, p, q := p, p \land q, p \land q \land r]$
  Paso 1. Sustituimos r por p:
  $= (p \lor q) \to ((\neg p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow s))[p, q := p \land q, p \land q \land r]$
  Paso 2. Sustituimos p por $(p \land q)$
  $((p \land q) \lor q) \to ((\neg (p \land q) \leftrightarrow ((p \land q) \leftrightarrow s))[q := p \land q \land r]$
  Paso 3. Sustituimos q por $(p \land q \land r)$
  $(p \land (p \land q \land r) \lor (p \land q \land r)) \to ((\neg (p \land (p \land q \land r)) \leftrightarrow ((p \land (p \land q \land r)) \leftrightarrow s)$
  Paso 4. Simplificamos la expresion $(p \land (p \land q \land r)$
  $((p \land q \land r) \lor (p \land q \land r)) \to ((\neg (p \land (p \land q \land r)) \leftrightarrow ((p \land (p \land q \land r)) \leftrightarrow s)$
  Paso 5. Simplificamos la expresion $((p \land q \land r) \lor (p \land q \land r)) \equiv (p \land q \land r)$
  $(p \land q \land r) \to ((\neg (p \land (p \land q \land r)) \leftrightarrow ((p \land (p \land q \land r)) \leftrightarrow s)$
  Paso 6. Sumplificamos la expresion $(\neg (p \land (p \land q \land r)$
  $(p \land q \land r) \to ((\neg (p \land q \land r) \leftrightarrow ((p \land (p \land q \land r)) \leftrightarrow s)$
  Simplificamos la expresion $((p \land (p \land q \land r))$
  $(p \land q \land r) \to ((\neg (p \land q \land r) \leftrightarrow ((p \land q \land r) \leftrightarrow s)$
  Eliminamos los parentesis inecesarios
  $p \land q \land r \to (\neg (p \land q \land r) \leftrightarrow (p \land q \land r \leftrightarrow s))$
- $((q \land r)[q, p := \neg p, s] \to (r \land \neg (r \leftrightarrow p)))[r, p := \neg r, s \land p]$

  $= (((\neg p) \land r)[p := s] \to (r \land \neg (r \leftrightarrow p)))[r, p := \neg r, s \land p]$

  $= (((\neg (s)) \land r) \to (r \land \neg (r \leftrightarrow p)))[r, p := \neg r, s \land p]$

  $= (((\neg (s)) \land r)[r, p := \neg r, s \land p] \to (r \land \neg (r \leftrightarrow p))[r, p := \neg r, s \land p])$

  $= (((\neg (s)) \land (\neg r))[p := s \land p] \to (r[r, p := \neg r, s \land p] \land \neg (r \leftrightarrow p[r, p := \neg r, s \land p])))$

  $= (((\neg (s)) \land (\neg r)) \to ((\neg r)[p := s \land p] \land \neg ((r[r, p := \neg r, s \land p] \leftrightarrow p[r, p := \neg r, s \land p]))))$

  $= (((\neg (s)) \land (\neg r)) \to ((\neg r) \land \neg (((\neg r)[p := s \land p] \leftrightarrow (s \land p)[r := \neg r]))))$

  $= (((\neg (s)) \land (\neg r)) \to ((\neg r) \land \neg (((\neg r) \leftrightarrow (s \land p)))))$

  $= \neg s \land \neg r \to (\neg r \land \neg (\neg r \leftrightarrow s \land p))$

## 1.2. Semantica

1. Decide si los siguientes conjuntos de proposiciones son satisfacibles por medio de interpretaciones.

   - $\{p \to q, (s \lor p) \land \neg q, \neg s\}$

     Para saber si $\Gamma = \{p \to q, (s \lor p) \land \neg q, \neg s\}$ es satisfacible, primero vamos a suponer que existe una I interpretación tal que:

     1. $I(p \to q) = 1$
     2. $I((s \lor p) \land \neg q) = 1$
     3. $I(\neg s) = 1$
     4. Por 3. $I(s) = 0$

     Por 4. y 2. podemos suponer dos cosas:

     a. $I(\neg q) = 1$ y $I(q) = 0$ por 2.
     b. $I(p) = 1$ por 4. y por 2.

Ahora tenemos que $I(p \to q) = 0$ por las tablas de verdad sabemos que verdadero implica falso es falso, entonces llegamos a la conclusión de que $\Gamma$ no es satisfacible.

- $\{t \to \neg q, \neg q \land p, t \land p \to s, \neg s\}$

  Para saber si $\Gamma = \{t \to \neg q, \neg q \land p, t \land p \to s, \neg s\}$ es satisfacible, primero vamos a suponer que existe una I interpretación tal que:

  1. $I(t \to \neg q) = 1$
  2. $I(\neg q \land p) = 1$
  3. $I(t \land p \to s) = 1$
  4. $I(\neg s) = 1$
  5. Por 4, sabemos que $I(s) = 0$
  6. Por 2, $I(\neg q) = 1,\ I(p) = 1,\ I(q) = 0$
  7. Por 3, 5 y 6, $I(t \land p) = 0$, por tanto $I(t) = 0$
  8. Por 7 y 6, $I(t \to \neg q) = 1$ dado que falso implica verdadero es verdadero.

  Por lo tanto $\Gamma$ es satisfacible.

2. Sea $\Gamma = \{A_1, ..., A_k\}$ un conjunto de fórmulas. Prueba que $\Gamma$ es insatisfacible si y solo si $A_1 \land ... \land A_k$ es una contradicción.

- $\boxed{\to}$
  Sea $A1, ..., Ak$ un conjunto de fórmulas.

  P.D. que dicho conjunto es insatisfacible si $A1 \land \ldots \land Ak$ es una contradicción.

  Por def, un conjunto de fórmulas si es insatisfacible entonces no existe una interpretación tal que $I(Ai) = 1$, esto para toda Ai elemento del conjunto de fórmulas. Es decir, existe al menos una interpretación en el cjto, tal que $I(Ai) = 0$.

  De este modo, como en todas las líneas del cjto. , ese Ai existe, entonces Ai es una contradicción en el conjunto de fórmulas. Así, por prop. de tablas de verdad, para cualquier Aj elemento de cjto. de fórmulas con $Ai \neq Aj, Ai \land A1 \land \ldots \land Ak$ es una contradicción.

  $\boxed{\leftarrow}$

  Sea $A1, ..., Ak$ un conjunto de fórmulas.

  P.D. que si $A1 \land \ldots \land Ak$ es una contradicción, entonces el cjto. es insatisfacible.

  Sup que el cjto. es satisfacible

  Entonces existe una $I(Ai) = 1$ para todo Ai elemento del cjto. Como todo elemento del cjto. es verdadero, por prop. de tablas de verdad entonces $A1 \land \ldots \land Ak$ con $A1, \ldots, Ak$ elementos del cjto. es verdadero. Aquí subyace una contradicción ya que por hip. $A1 \land \ldots \land Ak$ es una contradicción, es decir, no puede existir alguna línea donde tomé de valor verdadero por definición.

3. Demuestra que la relación $\equiv$ sobre PROP es una relación de equivalencia.
   Para demostrarlo cumpliremos tres propiedades de la relacion de equivalencia

- Reflexividad: $\forall\varphi \in$ PROP, se cumple que $\varphi \equiv \varphi$.
- Simetria: Si $\varphi \equiv \psi$, entonces $\psi \equiv \varphi$ para cualesquiera $\varphi, \psi \in$ PROP.
- Si $\varphi \equiv \psi$ y $\psi \equiv \omega$, entonces $\varphi \equiv \omega$ para cualesquiera $\varphi, \psi, \omega \in$ PROP.

*a*) Reflexividad

Por definición de $\equiv$, $\varphi \equiv \psi$ significa que $\varphi$ y $\psi$ tienen el mismo valor de verdad para cualquier interpretación o valuación $v$.
Como $\varphi$ y $\varphi$ son la misma fórmula, obviamente tendrán el mismo valor de verdad para cualquier interpretación $I$.
Por lo tanto, $\varphi \equiv \varphi$, y la relación es reflexiva.

*b*) Simetria:

Supongamos que $\varphi \equiv \psi$ para algunas $\varphi, \psi \in$ PROP.

Dado que la igualdad es simétrica, también se tiene que: $I(\psi) = I(\varphi)$ para cualquier interpretacion de I.

Por lo tanto, $\psi \equiv \varphi$, y la relación es simétrica.

*c*) Transitividad

Para demostrar que la relación $\equiv$ es transitiva, asumamos que $\varphi \equiv \psi$ y $\psi \equiv \omega$ para algunas $\varphi, \psi, \omega \in$ PROP.
Esto significa que:

Para cualquier interpretacion I, $I(\varphi) = I(\psi)$ y $I(\psi) = I(\omega)$.

Debido a la propiedad transitiva de la igualdad, se sigue que:
$I(\varphi) = I(\omega)$ para cualquier interpretacion I.

Por lo tanto, $\varphi \equiv \omega$, y la relación es transitiva.

4. Verifica si los siguientes argumentos son correctos. Si el argumento no es correcto, da una interpretación que satisfaga las premisas, pero no la conclusión.

*a*) $p \to q,\ q \to p \land r,\ r \therefore p$

1) $p \to q$
2) $q \to p \land r$
3) $r$

$\therefore p$

Si el argumento es satisfacible pero no correcto, debe haber una interpretación tal que $I(p) = 0$
$I(r) = 1$ por 3.
$I(p) = 0 \Rightarrow I(p \to q) = 1$
$I(q) = 0 \Rightarrow I(q \to p \land r) = 1$

Pero como $I(p) = 0$ y la interpretación cumple las premisas, entonces el argumento no es correcto, pero si satisfacible.

*b)* $m \wedge \neg b \to j,\ f \vee s \to m,\ b \to t,\ f \to \neg t,\ \neg j \therefore \neg f$

1) $m \wedge \neg b \to j$
2) $f \vee s \to m$
3) $b \to t$
4) $f \to \neg t$
5) $\neg j$

$\therefore \neg f$

Supongamos que $\Gamma \not\models f$, es decir $\Gamma \cup f$ es satisfacible, por lo tanto existe I una interpretación tal que:
$I(f) = 1$ por hip.
$I(\neg j) = 1$ y $I(j) = 0$
$I(f) = 1$ y $I(\neg t) = 1$
$I(t) = 0$ y $I(b) = 0$
$I(s) = 0$ y $I(m) = 0$

Como $I(m) = 0$ y $I(\neg b) = 1$
$\Rightarrow I(m \wedge \neg b) = 0$ entonces $I(m \wedge \neg b \to j) = 1$
$I(f \vee s \to m) = 1$ pero $I(m) = 0$, por hip $I(f) = 1$ entonces esta premisa seria falsa.
Por lo tanto $\Gamma \cup f$ no es satisfacible, por lo tanto el argumento original es correcto.

*c)* $p \wedge r \to s,\ q \to p,\ \neg r \to \neg t,\ q,\ \neg s \therefore \neg t \vee w$

1) $p \wedge r \to s$
2) $q \to p$
3) $\neg r \to \neg t$
4) q
5) $\neg s$

$\therefore \neg t \vee w$
Como w no depende de ninguna premisa entonces la conclusión no es correcta.

*d)* $p \to q \vee \neg r,\ q \to p \wedge r \therefore p \to r$

1) $p \to q \vee \neg r$
2) $q \to p \vee r$

$\therefore p \to rs$

$I(p) = 0 \Rightarrow I(p \to q \vee \neg r) = 1$
$I(q) = 0 \Rightarrow I(q \to p \vee r) = 1$

*e)* $p \vee q,\ q \to r,\ p \wedge s \to t,\ \neg r,\ \neg q \to u \wedge s \therefore t$

1) $p \vee q$
2) $q \to r$
3) $p \vee s \to t$
4) $\neg r$
5) $\neg q \to u \wedge s$

$\therefore t$

$I(\neg r) = 1$ y $I(r) = 0$ por 4
$I(q) = 0$ e $I(\neg q) = 1$ por 2 y 4
$I(p) = 1$ e $I(\neg p) = 0$ por 1
$I(s) = 0$
Entonces $I(p \vee s) = 1$, asi $I(t) = 1$

*f)* $r \to p,\ \neg p \vee q,\ s \to p \wedge r,\ \neg p \wedge \neg r \to s \vee t,\ \neg q \therefore t$

1) $r \to p$
2) $\neg p \vee q$
3) $s \to p \wedge r$
4) $\neg p \wedge \neg r \to s \vee t$
5) $\neg q$

$\therefore t$

$I(\neg q) = 1$ y $I(q) = 0$ por 5
$I(\neg p) = 1$ por 2
$I(r) = 0$ por 1
$I(s) = 0$ por 3
$I(t) = 1$ por 4

*g)* $p \vee (p \wedge r),\ \neg(p \wedge q) \therefore r$

1) $p \vee (q \wedge r)$
2) $\neg(p \wedge q)$

$\therefore r$

$I(p) = 1 \Rightarrow I(p \vee (q \wedge r)) = 1$
$I(q) = 0 \Rightarrow I(p \wedge q) = 0$

*h)* $p \vee q,\ p \to \neg q,\ p \to r \therefore r$

1) $p \vee q$
2) $p \to \neg q$
3) $p \to r$

$\therefore r$

$I(p) = 0 \Rightarrow I(p \to r) = 1$
$I(p \to \neg q) = 1$
$I(q) = 1 \Rightarrow I(p \vee q) = 1$

*i)* $\neg p \vee q \to r,\ s \vee \neg q,\ \neg t,\ p \to t,\ \neg p \wedge r \to \neg s \therefore \neg q$

1) $\neg p \vee q \to r$
2) $s \vee \neg q$
3) $\neg t$
4) $p \to t$
5) $\neg p \wedge s \to \neg s$

$\therefore \neg q$

Sup. $\Gamma \cup \{q\}$ es satisfacible

$I(q) = 1$ y $I(\neg q) = 0$
$I(\neg t) = 1$ y $I(t) = 0$ por 3
$I(p) = 0$ por 4 y $I(\neg p) = 1$

$I(s) = 1$ por 2
$I(r) = 1$ por 1
$I(\neg p \wedge s) = 1$ pero $I(\neg p \wedge s \to \neg s) = 0$ porque $I(s) = 1$

$\therefore$ No es satisfacible

*j*) $\neg(l \to d); d \to \neg h \wedge \neg b; \therefore d \to \neg l$

1) $\neg(l \to d)$
2) $d \to \neg h \wedge \neg b$

$\therefore d \to \neg l$

Sup. que $\Gamma \cup \{\neg(d \to \neg l)\}$

$d \to \neg l \equiv \neg d \vee \neg l$ entonces
$\neg(\neg d \vee \neg l) \equiv d \wedge l$
$I(d) = 1$
$I(l) = 1$
$I(l \to d) = 1$ !
Esto es contradiccion con $I(\neg(l \to d)) = 1$

5. Traduce los siguientes argumentos lógicos indicando el significado de las variables proposicionales usadas. Además, decide usando interpretaciones si los argumentos son lógicamente correctos o no (puedes usar el método directo o el método refutacional):

*a*) Raúl está comiendo pastel. Si Raúl está comiendo pastel, no está jugando con su PS4. Si no está jugando con su PS4 entonces su padre no pagará el seguro de la casa. Por tanto, el padre de Raúl no pagará el seguro de la casa.

Enunciados:
p = Raul esta comiendo pastel
q = Esta jugando con su ps4
r = Su papa pagara el seguro de la casa

Argumentos:

1) p
2) $p \to \neg q$
3) $\neg q \to \neg r$

$\therefore \neg r$

$I(p) = 1$
$I(\neg q) = 1$ por 2
$I(\neg r) = 1$ por 3

*b*) Que el auditorio esté lleno es condición necesaria y suficiente para que la banda de rock toque. Si la banda de rock toca entonces todos están cantando. Nadie canta. Por tanto, el auditorio no está lleno.

Enunciados:
p = El auditorio esta lleno
q = La banda de rock tocara
r = Todos estan cantando

Argumentos:

1) $p \leftrightarrow q$

2) $q \to r$
3) $\neg r$
$\therefore \neg p$

$I(\neg r) = 1$ y $I(r) = 0$
$I(q \to r) = 1$ ent. $I(q) = 0$
$I(p \to q) = 1$ y $I(q \to p) = 1$
Por $I(p \to q)$ ent. $I(p) = 0$
$\therefore I(\neg p) = 1$

*c*) No se me enfriará el café solo si llego pronto. No llego pronto a menos que el tránsito vaya bien, suene el despertador y no me quede dormido. Pero o no suena el despertador o estoy sordo. Oigo bien, luego se me enfría el café.
**Hint:** En general, el “A a menos que B” se traduce como: A, si no B. Es decir, $B \to A$.
Enunciados:
p = El café se me enfría.
q = Llego pronto.
r = El tránsito va bien.
s = Suena el despertador.
t = Me quedo dormido.
u = Estoy sordo

Argumnentos
1) $\neg p \to q$
2) $(r \wedge s \wedge \neg t) \to q$
3) $\neg s \vee u$
4) $\neg u$
$\therefore p$
$I(u) = 0$ y $I(\neg u) = 1$
$I(s) = 0$ y $I(\neg s) = 1$ por 3
$I(r \wedge s \wedge \neg t) = 0$ ent. $I(q) = 0$
$I(\neg p) = 0$ por 1 y $I(p) = 1$
$\therefore p$

*d*) Cuando el perro no ladra y el gallo canta, siempre bala la oveja. Sólo si canta la calandria, sucede que o ladra el perro o maúlla el gato. He visto que, o canta el gallo o canta la calandria, así que o bala la oveja o canta la calandria.
Enunciados:
p = El perro ladra
q = El gallo canta
r = Baila la oveja
s = Canta la calandria
t = Maulla el gato

Argumentos
1) $\neg p \wedge q \to r$
2) $s \to p \vee t$
3) $q \vee s$
$\therefore r \vee s$

Sup. $\Gamma \cup \{\neg r \wedge \neg s = 1\}$ es satisfacible $I(\neg r) = 1$ y $I(\neg s) = 1$
$I(q) = 1$ por 3
$I(\neg p) = 1$ y $I(\neg t) = 1$ por 2
$I(\neg p \wedge q \to r) = 1$, $I(\neg p \wedge q) = 1$

$\Rightarrow I(r) = 1$ pero $I(r) = 0$! por lo que es una contradiccion