

Lista 1

Análise de Algoritmos

MAC5711

1 .

(b) $\log_{10} n$ é $O(\lg n)$

prova Para $n \geq 1$ e $c_1 = \log_{10} 2$ temos que:

$$\begin{aligned}\log_{10} n &\leq \log_{10} 2 \lg n \\ \log_{10} n &\leq \log_{10} 2 \cdot \frac{\log_{10} n}{\log_{10} 2} \\ \log_{10} n &\leq \log_{10} n.\end{aligned}$$

2 .

(d) $n = O(2^n)$

prova Para todo $n_0 = 0$ e $c_1 = 1$ onde $n \geq n_0$, temos que $0 \leq n \leq 2^n$.

3 .

(b) Se $f(n) = \Theta(g(n))$ e $g(n) = \Theta(h(n))$ então $f(n) = \Theta(h(n))$.

prova Temos que $f(n) = \Theta(g(n))$ quando $f(n) = O(g(n))$ e $f(n) = \Omega(g(n))$:

$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \tag{1}$$

E $g(n) = \Theta(h(n))$ quando $g(n) = O(h(n))$ e $g(n) = \Omega(h(n))$

$$c_3 h(n) \leq g(n) \leq c_4 h(n) \tag{2}$$

$f(n) = \Theta(h(n))$ é verdadeiro pois se (1) e (2), existe um c_1 , c_2 , c_3 e c_4 em que temos:

$$c_3 h(n) \leq c_2 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \leq c_4 h(n)$$

$$c_3 h(n) \leq f(n) \leq c_4 h(n)$$

Logo, $f(n)$ é $\Theta(h(n))$.