

# Lista 4

## Análise de Algoritmos

### MAC5711

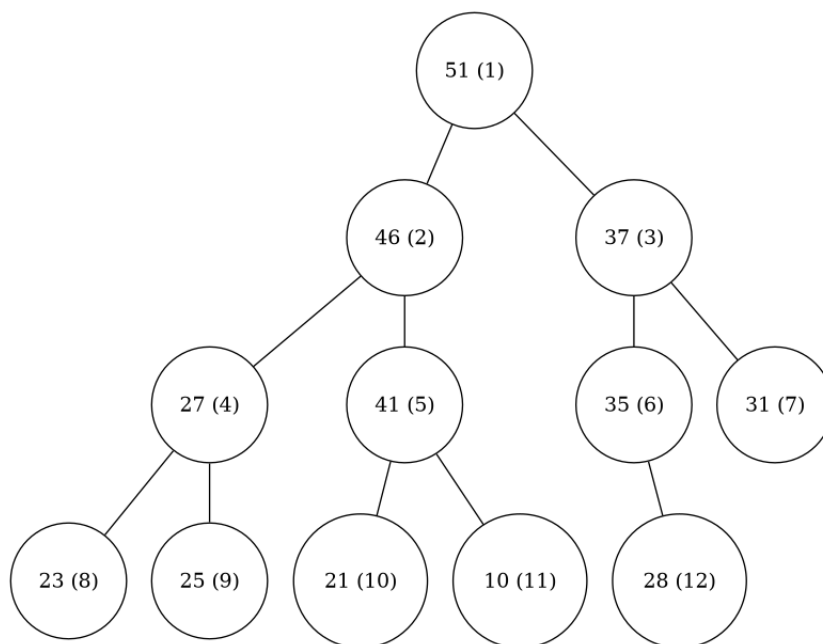
1.1 Suponha que  $A[1..m]$  é um heap e que  $1 < i \leq j \leq m$ . Prove ou forneça um contra-exemplo para as seguintes afirmações:

(a) Se  $A[i] < A[j]$  e os valores de  $A[i]$  e  $A[j]$  forem trocados,  $A[1..m]$  continuará sendo um heap?

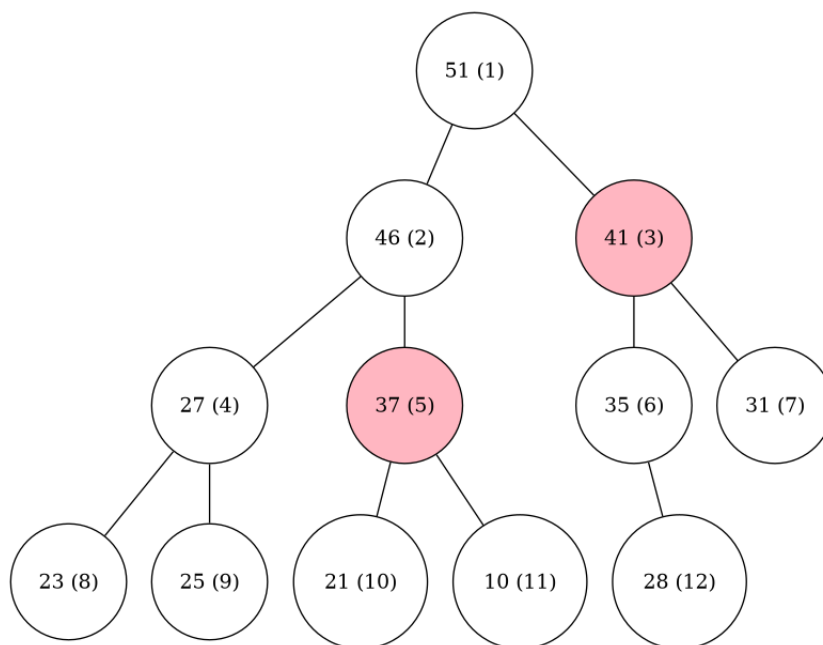
A propriedade do heap é:

$$A[i/2] \geq A[i]$$

Portanto,  $A[1..m]$  só permanecerá sendo um heap se a troca de  $A[i]$  com  $A[j]$  não interferir com a propriedade acima. Ou seja,  $A[i]$  tem que ser maior que o valor de  $A[2i]$  e  $A[2i + 1]$ , e  $A[j]$  maior que  $A[2j]$  e  $A[2j + 1]$ . O heap definido abaixo, por exemplo:

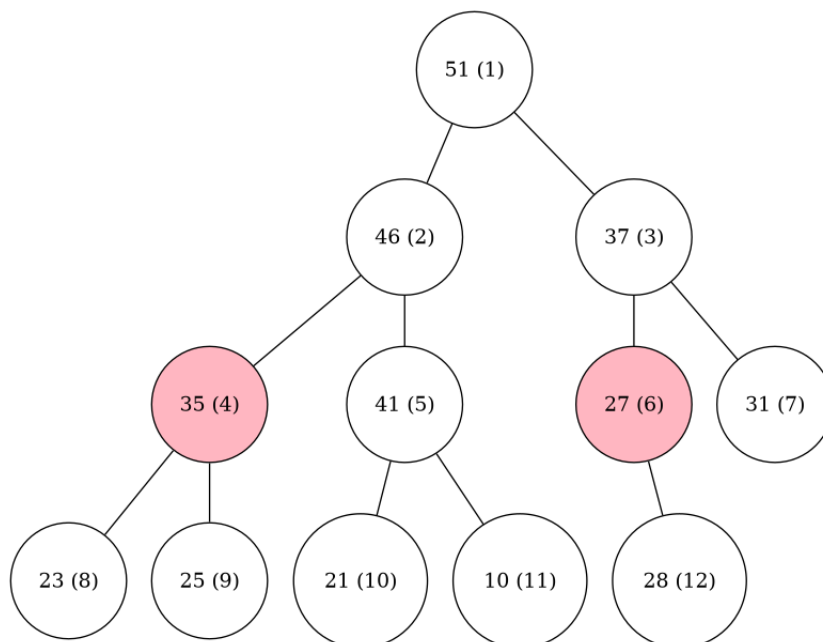


Se definirmos  $i$  e  $j$  como 3 e 5, respectivamente, e fizermos a troca, temos:



Portanto, nesse caso ambos os nós mantiveram suas propriedades, logo,  $A[1..m]$  continua sendo um heap.

Se pegarmos o heap original e definirmos  $i$  e  $j$  como 4 e 6, temos:



Aqui, pode-se ver que a propriedade do heap não se manteve pois o nó 6 é menor que o nó 12.

Portanto, pode-se concluir que depende se a troca mantém a propriedade no caso de  $A[j]$ .

(b) Se  $A[i] > A[j]$  e os valores de  $A[i]$  e  $A[j]$  forem trocados,  $A[1..m]$  continuará sendo um heap?

Assim como acima,  $A[1..m]$  se manterá um heap se na troca,  $A[i]$  manter a propriedade, ou seja, se o valor inicial de  $A[j]$  é maior que  $A[2i]$  e  $A[2i + 1]$ .

**2 .9**