

CHƯƠNG 5: Thủ tục hợp giải **(Resolution)**

Ví dụ

1. Marcus là người
 2. Marcus là người pompeian.
 3. Người pompeian là người la mã.
 4. Ceasar là nhà lãnh đạo.
 5. Người la mã hoặc trung thành với Ceasar hoặc là ghét ông ta.
 6. Mọi người đều trung thành với một người nào đó.
 7. Người nào muốn ám sát lãnh đạo thì không trung thành với nhà lãnh đạo ấy.
 8. Marcus muốn ám sát Ceasar.
- Vậy ‘Marcus có trung thành với Caesar?’

Ví dụ

Chuyển sang câu trong logic vị từ

1. Marcus là người.
man (marcus).
2. Marcus là người pompeian
pompeian (marcus).
3. Người pompeian là người la mã.
 $\forall X \text{ pompeian}(X) \rightarrow \text{roman}(X)$.
4. Ceasar là nhà lãnh đạo.
ruler (caesar).

3

Ví dụ

5. Người la mã hoặc trung thành với Ceasar hoặc là ghét ông ta.
 $\forall X \text{ roman}(X) \rightarrow \text{loyalto}(X, \text{caesar}) \vee \text{hate}(X, \text{caesar})$.
6. Mọi người đều trung thành với một người nào đó.
 $\forall X, \exists Y \text{ loyalto}(X, Y)$.
7. Người nào muốn ám sát lãnh đạo thì không trung thành với nhà lãnh đạo ấy
 $\forall X, \forall Y \text{ person}(X) \wedge \text{ruler}(Y) \wedge \text{trytoassassinate}(X, Y) \rightarrow \neg \text{loyalto}(X, Y)$.
8. Marcus muốn ám sát Ceasar:
trytoassassinate (marcus, caesar)
Chứng minh $\neg \text{loyalto}(\text{marcus}, \text{caesar})$

4

Ví dụ

Một cách chứng minh cho mục tiêu trên:

$\neg \text{loyalto}(\text{marcus}, \text{caesar})$

\uparrow (câu 7, $\{\text{marcus}/X, \text{caesar}/Y\}$)

$\text{person}(\text{marcus}) \wedge \text{ruler}(\text{caesar}) \wedge \text{trytoassassinate}(\text{marcus}, \text{caesar})$

\uparrow (câu 4)

$\text{person}(\text{marcus}) \wedge \text{trytoassassinate}(\text{marcus}, \text{caesar})$

\uparrow (câu 8)

$\text{person}(\text{marcus})$

Giả thiết: $\text{man}(\text{marcus}) \Rightarrow \text{person}(\text{marcus})$?

Vì vậy, ta phải thêm

9. $\forall X \text{man}(X) \vee \text{woman}(X) \rightarrow \text{person}(X)$

5

Cơ sở của Hợp giải

- Thủ tục hợp giải là một quá trình lặp đơn giản: ở mỗi lần lặp, hai mệnh đề, gọi là mệnh đề cha, được so sánh (hay *giải quyết* - *resolved*), để tạo ra mệnh đề mới, các mệnh đề phải ở dạng chuẩn CNF
- Giả sử trong hệ thống có hai mệnh đề:
 $\text{winter} \vee \text{summer}$ và $\neg \text{winter} \vee \text{cold}$
 có thể dẫn xuất thành:
 $\text{summer} \vee \text{cold}$
- Nếu mệnh đề kết quả là rỗng thì xem như đã tìm được sự mâu thuẫn (contradiction), nghĩa là mục tiêu đã được chứng minh.

6

Dạng chuẩn CNF & DNF

- **Tuyển cơ bản:** là thành phần cơ bản hay sự kết hợp của các thành phần cơ bản bằng phép tuyển (\vee)
Ví dụ: P ; False; $P \vee Q$.
- **Hội cơ bản:** là thành phần cơ bản hay sự kết hợp của các thành phần cơ bản bằng phép hội (\wedge).
Ví dụ: P ; True; $P \wedge Q$.

7

Dạng chuẩn hội CNF

- **Dạng chuẩn hội – CNF** (Conjunctive normal form) là:
 - Hội cơ bản, hay là
 - Một biểu thức tuyển cơ bản, hay là
 - Hội của các tuyển cơ bản.
- Ví dụ các biểu thức sau ở dạng CNF

| | |
|---|-------------------------------|
| 1) $A \wedge B$ | 2) $\neg A \wedge (B \vee C)$ |
| 3) $(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C \vee \neg D) \wedge (D \vee \neg E)$ | 4) $(\neg B \vee C)$ |
- Các biểu thức sau không ở dạng CNF

| | | |
|----------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\neg (B \vee C)$ | 2) $(A \wedge B) \vee C$ | 3) $A \wedge (B \vee (D \wedge E))$ |
|----------------------|--------------------------|-------------------------------------|

8

Dạng chuẩn tuyển DNF

- Dạng chuẩn tuyển – DNF (disjunctive normal form) là:
 - Tuyển cơ bản, hay là
 - 1 biểu thức hội cơ bản, hay là
 - Tuyển của các hội cơ bản.
- Ví dụ các biểu thức sau ở dạng DNF:
 - 1) A
 - 2) $(A \wedge B) \vee C$
 - 3) $(\neg A \wedge B) \vee C$;
 - 4) $(A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg D \wedge E \wedge F)$

9

Chuyển đổi về CNF

- Loại bỏ dấu mũi tên ($\Leftrightarrow \Rightarrow$) bằng định nghĩa tương đương
- Đưa phủ định vào bằng luật De Morgan

$$\neg (A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg (A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$
- Áp dụng luật phân phối

$$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

10

Ví dụ

- Chuyển biểu thức sau về dạng chuẩn CNF

$$(A \vee B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$$

11

Giải thuật hợp giải cho Logic mệnh đề

Cho trước: Tập hợp các tiên đề P là các câu trong phép tính mệnh đề.

Yêu cầu: chứng minh Q

- **Giải thuật Hợp giải cho Phép toán mệnh đề (Propositional Logic):**

- **B1:** Chuyển tất cả các câu trong P về dạng chuẩn CNF
- **B2:** Lấy phủ định Q và chuyển về dạng mệnh đề chuẩn CNF. Thêm nó vào tập các mệnh đề vừa tạo ở bước 1.

12

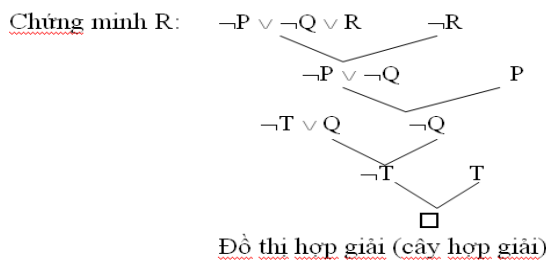
Giải thuật hợp giải cho Logic mệnh đề

- **B3:** Lặp lại cho đến khi tìm thấy sự mâu thuẫn hoặc không thể tiếp tục:
 - a. Chọn hai mệnh đề. Gọi là các mệnh đề cha.
 - b. Hợp giải chúng. Mệnh đề kết quả là tuyển của tất cả các biến mệnh đề trong các mệnh đề cha trừ: nếu có bất kỳ các cặp biến mệnh đề L và $\neg L$, một nằm trong mệnh đề cha này, một nằm trong mệnh đề cha kia, thì chọn một cặp và xóa cả hai L và $\neg L$ ra khỏi mệnh đề kết quả.
 - c. Nếu mệnh đề kết quả là rỗng, thì xem như đã tìm được sự mâu thuẫn. Nếu không, thêm mệnh đề kết quả đó vào trong tập hợp các mệnh đề hiện có.

13

Ví dụ hợp giải trong Logic mệnh đề

| Các câu cho trước | Chuyển về dạng mệnh đề |
|------------------------------|---------------------------------|
| P | P (1) |
| $(P \wedge Q) \rightarrow R$ | $\neg P \vee \neg Q \vee R$ (2) |
| $(S \vee T) \rightarrow Q$ | $\neg S \vee Q$ (3) |
| | $\neg T \vee Q$ (4) |
| T | T (5) |



14

Giải thuật hợp giải cho Logic vị từ

Cho trước: tập hợp các tiên đề P là các câu trong Phép tính vị từ.

Yêu cầu: chứng minh Q

- **Giải thuật Hợp giải dùng cho Phép tính vị từ (Predicate Logic)**:

- **B1**: Chuyển tất cả các câu trong P về dạng chuẩn CNF (mệnh đề)
- **B2**: Lấy phủ định của Q và chuyển về dạng mệnh đề chuẩn CNF. Thêm nó vào tập các mệnh đề vừa tạo ở bước 1.

15

Giải thuật hợp giải cho Logic vị từ

- **B3**: Lặp lại cho đến khi tìm thấy sự mâu thuẫn hay không thể tiếp tục:
 - a. Chọn hai mệnh đề. Gọi là các mệnh đề cha.
 - b. Hợp giải chúng. Mệnh đề kết quả là tuyển của tất cả các biến mệnh đề trong các mệnh đề cha với các phép thế phù hợp và trừ đi: nếu có một cặp biến mệnh đề $T1$ và $\neg T2$, sao cho $T1$ nằm trong mệnh đề cha này, còn $\neg T2$ nằm trong mệnh đề cha kia, và nếu $T1$ và $T2$ là hai biến mệnh đề có thể đồng nhất (*unifiable*), thì xóa cả hai $T1$ và $\neg T2$ ra khỏi mệnh đề kết quả. $T1$ và $T2$ là các *biến mệnh đề bù nhau* (complementary literals). Sử dụng tập phép thế trả ra bởi giải thuật đồng nhất để tạo ra mệnh đề kết quả.
 - c. Nếu mệnh đề kết quả là rỗng, thì xem như đã tìm được sự mâu thuẫn. Nếu không, thêm mệnh đề kết quả đó vào trong tập hợp các mệnh đề hiện có.

16

Chuyển đổi biểu thức vị từ về CNF

- Xét câu: “Tất cả những người Roman biết Marcus thì hoặc là sẽ ghét Caesar hoặc nghĩ rằng bất cứ ai ghét người khác là điên rồ”
- Câu trên được biểu diễn dưới dạng logic vị từ:

$$\forall X [\text{roman}(X) \wedge \text{know}(X, \text{marcus}) \rightarrow \\ [\text{hate}(X, \text{caesar}) \vee (\forall Y, \exists Z \text{hate}(Y, Z) \rightarrow \text{thinkcrazy}(X, Y))]]$$

- Sẽ đơn giản hơn nếu chuyển về dạng chuẩn CNF
- CNF của câu trên:

$$\neg \text{roman}(X) \vee \neg \text{know}(X, \text{Marcus}) \vee \text{hate}(X, \text{caesar}) \vee \neg \text{hate}(Y, Z) \\ \vee \text{thinkcrazy}(X, Y)$$

17

Chuyển đổi biểu thức vị từ về CNF

Giải thuật chuyển về dạng mệnh đề:

- Loại bỏ dấu \Leftrightarrow $a \Leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$
- Loại bỏ dấu \rightarrow $a \rightarrow b = \neg a \vee b$
- Thu hẹp phạm vi của toán tử \neg
 - $\neg(\neg p) = p$
 - Luật De Morgan
 $\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$ hay $\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$
 - $\neg \forall X p(X) = \exists X \neg p(X)$ hay $\neg \exists X p(X) = \forall X \neg p(X)$
- Chuẩn hóa các biến sao cho mỗi lượng từ chỉ kết nối với một biến duy nhất.
 Ví dụ: $\forall X p(X) \vee \forall X q(X) \Leftrightarrow \forall X p(X) \vee \forall Y q(Y)$
- Dịch chuyển tất cả các lượng từ về bên trái.

18

Chuyển đổi biểu thức vị từ về CNF

Giải thuật chuyển về dạng mệnh đề (tt):

6. Xóa bỏ các lượng tử tồn tại (\exists).

- Ví dụ: $\exists Y \text{ president}(Y)$

được chuyển thành $\text{president}(S1)$

Với $S1$ là một hàm tạo ra giá trị thỏa mãn vị từ president .

- Ví dụ:

$\forall X \exists Y \text{ father_of}(Y, X) \Leftrightarrow \forall X \text{ father_of}(S2(X), X)$

$S1, S2$ được gọi là *hàm Skolem*.

Hàm Skolem không có đối số được gọi là *hằng Skolem*.

7. Bỏ đi các lượng tử phổ biến

19

Chuyển đổi biểu thức vị từ về CNF

Giải thuật chuyển về dạng mệnh đề (tt):

8. Chuyển công thức về dạng hội của các tuyển:

$$(a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c)$$

hay $(a \vee b) \wedge c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c)$

Ví dụ: $(\text{winter} \wedge \text{wearingboots}) \vee (\text{summer} \wedge \text{wearingsandals})$

$$\Rightarrow [\text{winter} \vee (\text{summer} \wedge \text{wearingsandals})]$$

$$\wedge [\text{wearingboots} \vee (\text{summer} \wedge \text{wearingsandals})]$$

$$\Rightarrow (\text{winter} \vee \text{summer}) \wedge (\text{winter} \vee \text{wearingsandals}) \wedge$$

$$(\text{wearingboots} \vee \text{summer}) \wedge (\text{wearingboots} \vee \text{wearingsandals})$$

9. Tạo ra các mệnh đề tách biệt

Ví dụ: từ kết quả ở bước 8, ta có thể tách thành 4 mệnh đề.

10. Chuẩn hoá các biến trong tập hợp các mệnh đề vừa tạo ở bước 8, nghĩa là đặt lại tên cho các biến sao cho không có hai mệnh đề có cùng tên biến.

20

Skolemization: Example

- $\forall x \exists y (\text{Person}(x) \wedge \text{Person}(y)) \rightarrow \text{Loves}(x,y)$
 $\Rightarrow \forall x (\text{Person}(x) \wedge \text{Person}(f(x))) \rightarrow \text{Loves}(x,f(x))$
 ($f(x)$ specifies the person that x loves)
- $\exists x P(x) \Rightarrow P(A)$
- $\forall x \forall y \exists z P(x, y, z) \Rightarrow \forall x \forall y P(x, y, F(x, y))$
- $\forall x \exists y \text{Pred}(x, y) \Rightarrow \forall x \text{Pred}(x, \text{Succ}(x))$

21

Ví dụ chuyển câu về dạng mệnh đề chuẩn CNF

$\forall X [\text{roman}(X) \wedge \text{know}(X, \text{marcus}) \rightarrow$
 $[\text{hate}(X, \text{caesar}) \vee (\forall Y, \exists Z \text{hate}(Y, Z) \rightarrow \text{thinkcrazy}(X, Y))]]$

1. Loại bỏ dấu \rightarrow

$\forall X \neg [\text{roman}(X) \wedge \text{know}(X, \text{marcus})] \vee$
 $[\text{hate}(X, \text{caesar}) \vee (\forall Y, \neg(\exists Z \text{hate}(Y, Z)) \vee \text{thinkcrazy}(X, Y))]$

2. Đưa \neg vào trong

$\forall X [\neg \text{roman}(X) \vee \neg \text{know}(X, \text{marcus})] \vee$
 $[\text{hate}(X, \text{caesar}) \vee (\forall Y, \forall Z \neg \text{hate}(Y, Z) \vee \text{thinkcrazy}(X, Y))]$

3. Chuẩn hoá các biến ✓

22

Ví dụ chuyển câu về dạng mệnh đề chuẩn CNF

4. Dịch chuyển tất cả các lượng tử về bên trái

$$\forall X, \forall Y, \forall Z [\neg \text{roman}(X) \vee \neg \text{know}(X, \text{marcus})] \vee [\text{hate}(X, \text{caesar}) \vee (\neg \text{hate}(Y, Z) \vee \text{thinkcrazy}(X, Y))]$$

5. Xoá bỏ các lượng tử tồn tại ✓

6. Bỏ đi lượng tử phổ biến

$$[\neg \text{roman}(X) \vee \neg \text{know}(X, \text{marcus})] \vee [\text{hate}(X, \text{caesar}) \vee (\neg \text{hate}(Y, Z) \vee \text{thinkcrazy}(X, Y))]$$

7. Chuyển thành hội của các tuyển: vì công thức trên không còn toán tử And, nên ta chỉ bỏ đi các dấu ngoặc là có được mệnh đề như sau:

$$\neg \text{roman}(X) \vee \neg \text{know}(X, \text{marcus}) \vee \text{hate}(X, \text{caesar}) \vee \neg \text{hate}(Y, Z) \vee \text{thinkcrazy}(X, Y)$$

23

Chiến lược hỗ trợ cho việc lựa chọn mệnh đề

- Chỉ hợp giải những cặp mệnh đề có chứa các biến *mệnh đề bù nhau*.
- Loại bỏ các mệnh đề ngay khi chúng vừa được tạo ra trong quá trình hợp giải:
 - mệnh đề luôn luôn đúng (tautology)
 - mệnh đề được tạo thành từ các mệnh đề khác
(ví dụ: $P \vee Q$ được tạo thành từ P)
- Chiến lược *set-of-support*: hợp giải với một trong những mệnh đề là một phần của câu mà ta cần phản chứng hoặc với một mệnh đề được sinh ra do hợp giải với mệnh đề như vậy.
- Chiến lược *unit-preference*: hợp giải với mệnh đề chỉ có một biến mệnh đề.

24

Ví dụ hợp giải trong Logic Vị từ (1)

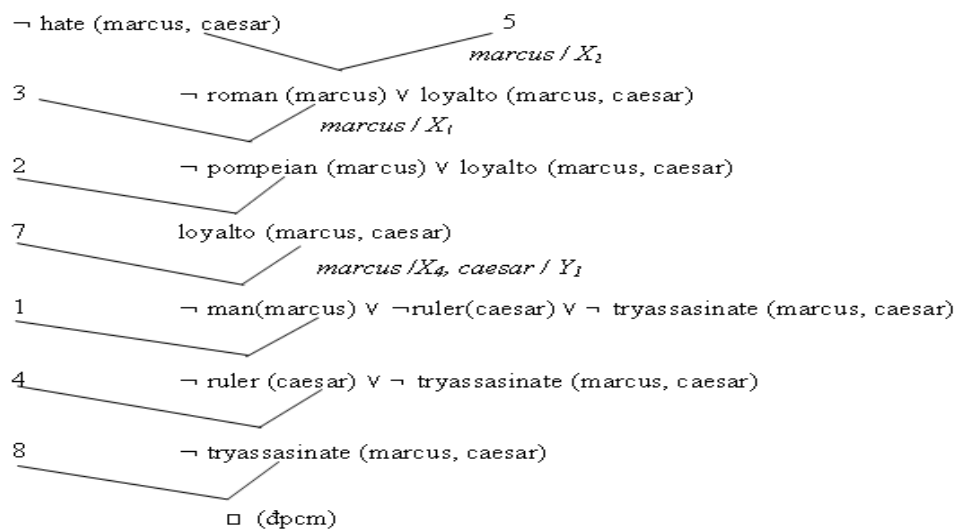
Xét lại ví dụ:

1. man (marcus)
2. pompeian (marcus)
3. \neg pompeian (X1) \vee Roman (X1)
4. ruler (caesar)
5. \neg roman (X2) \vee loyalto (X2, caesar) \vee hate (X2, caesar)
6. loyalto (X3, fl(X3))
7. \neg man (X4) \vee \neg ruler (Y1) \vee \neg tryassassinate (X4, Y1) \vee \neg loyalto (X4, Y1)
8. tryassassinate (marcus, caesar)

Chứng minh: hate (marcus, caesar)

25

Ví dụ hợp giải trong Logic Vị từ (2)



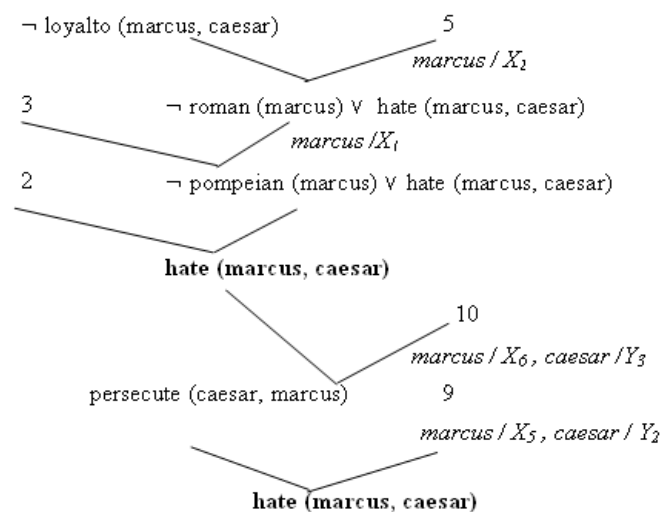
26

Hợp giải có thể phát hiện các trường hợp không tồn tại sự mâu thuẫn (1)

- Với câu hỏi “Did not Marcus hate Caesar?”.
- ⇒ Câu hỏi: $\neg \text{hate}(\text{marcus}, \text{caesar})$.
- ⇒ Phủ định: $\text{hate}(\text{marcus}, \text{caesar})$.
- Không có mệnh đề nào chứa biến mệnh đề $\neg \text{hate}$
- Hoặc: Giả sử ta có thêm hai câu:
 - $\text{persecute}(X, Y) \rightarrow \text{hate}(Y, X)$
 $\neg \text{persecute}(X_5, Y_2) \vee \text{hate}(Y_2, X_5)$
 - $\text{hate}(X, Y) \rightarrow \text{persecute}(Y, X)$
 $\neg \text{hate}(X_6, Y_3) \vee \text{persecute}(Y_3, X_6)$
- Chứng minh: $\text{loyalto}(\text{marcus}, \text{caesar})$

27

Hợp giải có thể phát hiện các trường hợp không tồn tại sự mâu thuẫn (2)



28

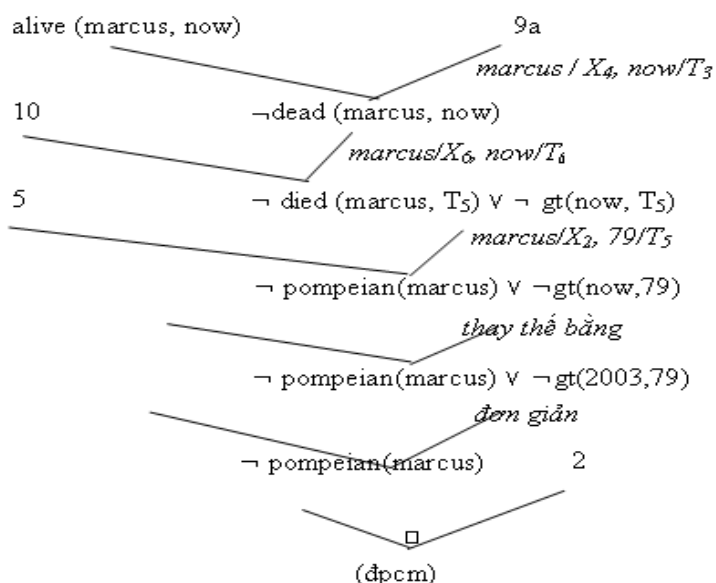
Sử dụng hàm tính toán, vị từ tính toán, và mối quan hệ bằng (1)

Ví dụ: Giả sử ta có cơ sở tri thức đã được chuyển sang dạng chuẩn CNF như sau:

1. man (marcus)
 2. pompeian (marcus)
 3. born(marcus, 40)
 4. $\neg \text{man}(X_1) \vee \text{mortal}(X_1)$
 5. $\neg \text{pompeian}(X_2) \vee \text{died}(X_2, 79)$
 6. erupted (volcano, 79)
 7. $\neg \text{mortal}(X_3) \vee \neg \text{born}(X_3, T_1) \vee \neg \text{gt}(T_2 - T_1, 150) \vee \text{dead}(X_3, T_2)$
 8. now = 2003
 9. a. $\neg \text{alive}(X_4, T_3) \vee \neg \text{dead}(X_4, T_3)$
 b. $\text{dead}(X_5, T_4) \vee \text{alive}(X_5, T_4)$
 10. $\neg \text{died}(X_6, T_5) \vee \neg \text{gt}(T_6, T_5) \vee \text{dead}(X_6, T_6)$
- Chứng minh: $\neg \text{alive}(\text{marcus}, \text{now})$

29

Sử dụng hàm tính toán, vị từ tính toán, và mối quan hệ bằng (2)



30

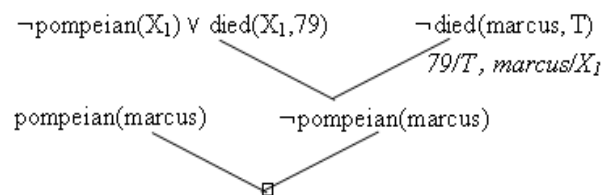
Trả lời câu hỏi (1)

- Câu hỏi dạng điền vào chỗ trống:
"Marcus đã chết khi nào?"
 $\Rightarrow died(marcus, ??)$
- Câu hỏi: $\exists T died(marcus, T)$
- Phủ định: $\neg \exists T died(marcus, T)$
- Chuyên về dạng mệnh đề: $\neg died(marcus, T)$

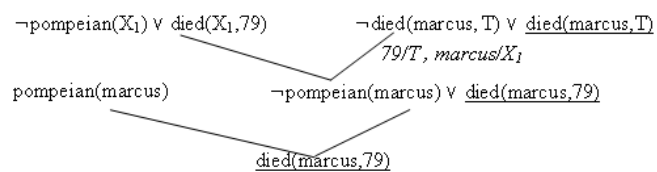
31

Trả lời câu hỏi (2)

- Cây hợp giải



- Cây chứng minh cải biên



32