

Ficha - Introdução à otimização não linear

1. Considere o problema de otimização dado por

$$\underset{w_1, w_2}{\text{minimizar}} \quad F(w_1, w_2) = w_1^3 + 2w_1w_2^2 - w_2^3 - 20w_1 \quad (1)$$

Faça o gráfico das curvas de nível de F e encontre graficamente a localização aproximada do minimizante(s) de F . Existe um minimizante global?

2. Considere o problema

$$\begin{aligned} & \underset{w_1, w_2, w_3}{\text{minimizar}} \quad 2w_1^2 - w_1^4 w_2^2 - e_3^w + e^{-w_3} + 12 \\ & \text{sujeito a} \quad w_1 \geq 1 \\ & \quad w_2 + w_3 \geq 10 \\ & \quad w_1^2 + 3w_2^2 \leq 4 \end{aligned}$$

Reescreve o problema de otimização na formulação *standard* (P_{CR}).

3. Considere o problema de otimização dada por

$$\underset{w_1, w_2}{\text{minimizar}} \quad F(w_1, w_2) = (1 - w_1)^2 + (1 - w_2)^2 + \frac{1}{2}(2w_2 - w_1^2)^2$$

- (a) Faça o gráfico das curvas de nível de F e encontre graficamente a localização aproximada do minimizante de F .
- (b) Use um *software* de otimização para encontrar o minimizante. Verifique que o *software* de otimização que usou converge para o minimizante encontrado graficamente.
- (c) *Exploração*: Minimizar F considerando pontos iniciais diferentes. Estude as opções fornecidas pelo *software* de otimização e explore diferentes configurações na sua resolução.

4. Considere o problema (1) e adicione as seguintes restrições:
duas restrições de desigualdade:

$$\begin{aligned} w_1^2 + w_2^2 &\leq 1 \\ w_1 - 3w_2 + \frac{1}{2} &\geq 0 \end{aligned}$$

e duas de restrições de limites simples: $w_1 \geq 0$, $w_2 \geq 0$.

- (a) Faça o gráfico das restrições e identifique a região admissível.
- (b) Encontre graficamente o minimizante do problema com restrições.
- (c) Use um *software* de otimização para resolver o problema com restrições. Que restrições de desigualdade e de limites simples estão ativas na solução?

5. Classifique os seguintes problemas de otimização.

(a)

$$\underset{w \in \mathbb{R}^2}{\min} \quad f(w) = w_1^2 + w_2^2$$

(b)

$$\begin{aligned} & \underset{w \in \mathbb{R}^2}{\min} \quad (w_1 - 1)^2 + (w_2 - 2)^2 \\ & \text{sujeito a} \quad 0 \leq w_1 \leq 2, \\ & \quad 0 \leq w_2 \leq 3. \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} & \min_{w_1, w_2} \quad 3w_1 + 2w_2 \\ \text{sujeto a } & \quad w_1 + w_2 \leq 4, \\ & \quad 2w_1 + w_2 \leq 5, \\ & \quad w_1, w_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} & \min_{w \in \mathbb{R}^2} \quad \frac{1}{2} w^T Q w + c^T w \\ \text{sujeto a } & \quad Aw \leq b. \end{aligned}$$

onde

$$Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

(e)

$$\begin{aligned} & \min_{w_1, w_2} \quad w_1^2 + w_2^2 - 2w_1 - 5w_2 \\ \text{sujeto a } & \quad w_1 + w_2 \leq 3, \\ & \quad w_1, w_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(f)

$$\begin{aligned} & \min_{w_1, w_2} \quad w_1^3 + w_1 w_2^2 \\ \text{sujeto a } & \quad w_1^2 + w_2^2 \leq 1, \\ & \quad w_1 - 3w_2 + 0.5 \geq 0, \\ & \quad w_1, w_2 \geq 0. \end{aligned}$$