Facultad de Filosofía,
Educación y
Ciencias Humanas

Unidad 1
Introducción a la lógica
Conceptos fundamentales

1. Ciencias empíricas y formales

Toda pretensión de conocimiento del universo supone sostener información que describa el estado efectivo de cosas. Esta máxima epistemológica dio lugar, en el desarrollo de la modernidad, a un método fundamental y común a todas las ciencias que intentan satisfacerla: la evaluación sistemática de la evidencia empírica se considera como el único medio para determinar la verdad (o falsedad) efectiva de cualquier afirmación que pretenda ser científica. Así, por ejemplo, la oración

(*i*) *La aceleración de un objeto en caída libre en la Tierra es de* $9{,}8\, m/s^2$.

es considerada verdadera porque se corrobora con un altísimo grado de precisión en la experimentación física en condiciones adecuadas. Llamar efectivamente verdadera a una oración, evitando discusiones filosóficas, es una mera forma de corroborar que la unidad de información expresada por esta aprueba el criterio de corrección material y, por tanto, puede formar parte de las ciencias empíricas. Sin embargo, la lógica no es una ciencia empírica.

Hay un segundo criterio de corrección que se le demanda a toda unidad de información que tenga pretensiones cognoscitivas. Este puede resumirse en el concepto de consistencia. Para comprenderlo, es necesario abstraer determinadas formas en las que la información se puede estructurar y otras en las que no puede hacerlo. Si se da el primer caso, entonces la forma es consistente; si se da el segundo, es inconsistente. Además, por definición, toda unidad de información que exprese una forma lógica consistente cumplirá con el criterio de corrección formal y, correspondientemente, toda aquella que exprese una forma lógica inconsistente no lo cumplirá. El estudio de la consistencia y la inconsistencia es propio de a las ciencias formales. La lógica y las matemáticas pertenecen a esta clase.

En el curso, se aprenderá a representar formas lógicas clásicas a través de fórmulas en lenguajes formales y se ofrecerá métodos para evaluar su consistencia o inconsistencia de manera exacta. Sin embargo, la sencillez de muchas de estas formas permite evaluar intuitivamente la diferencia entre oraciones consistentes e inconsistentes en lenguajes naturales como el español[1]:

(*ii*) *Algunas tortugas son marinas.*
(*iii*) *Algunas tortugas no son tortugas.*

La consistencia se puede pensar como la estructuración de la información que hace que una oración que expresa esa estructura pueda ser verdadera y, de manera

[1] Nótese que la consistencia y la inconsistencia son propiedades predicables tanto de formas lógicas como de fórmulas de un lenguaje formal u oraciones de un lenguaje natural que expresan dichas formas.

opuesta, la inconsistencia, como aquella estructuración que hace que una oración que la expresa no pueda ser verdadera. Así, se intuye que *ii* es consistente y *iii* es inconsistente, incluso sin disponer todavía de un lenguaje formal para expresar claramente la forma lógica que lo demuestra. Además, las mismas propiedades pueden predicarse de conjuntos de oraciones. Para demostrarlo, considérese, además:

(*iv*) Algunas tortugas no son marinas.

(*v*) Ninguna tortuga es marina.

Por ejemplo, *ii* hace un conjunto consistente con *iv* y, en cambio, hace uno inconsistente con *v*. Puede realizarse, como ejercicio extra, la evaluación intuitiva de qué otros conjuntos consistentes e inconsistentes se puede formar entre las oraciones *i*-*v*.

En este punto, se puede regresar a la demanda de corrección formal supuesta por toda ciencia, empírica o formal. Ninguna de ellas está dispuesta a sostener afirmaciones inconsistentes, ya que esto significaría que ellas mismas, pensadas como el conjunto completo de sus oraciones o fórmulas, también serían inconsistentes. En otras palabras, toda ciencia supone, al menos, que la información que la compone debe ser formalmente correcta, es decir, debe evitar caer en inconsistencia. De manera específica, las ciencias formales son sistemas de todas las formas lógicas o matemáticas que permiten determinar de manera exacta la consistencia o inconsistencia de cualquier conjunto de oraciones o fórmulas que las exprese. Un sistema formal consta de a. un conjunto de símbolos para elaborar fórmulas que expresen todas las formas posibles del sistema y b. un conjunto de reglas para calcular y/o demostrar la consistencia o inconsistencia de estas.

Sin embargo, hay un segundo sentido en que se puede pensar la corrección formal, distinto de la consistencia, pero definible en términos de ella, a saber, la consecuencia lógica. Una fórmula será consecuencia lógica de otras siempre y cuando estas y la negación de aquella hagan un conjunto inconsistente. Para entender esto de manera intuitiva en el español, considérense las oraciones:

(*vi*) Toribio es una tortuga.

(*vii*) Toribio no es marino.

En primer lugar, si se toma en cuenta el conjunto consistente formado por *iv* y *vi*, se puede agregar la negación de *vii* (“No es cierto que Toribio no es marino.” o, lo que es lo mismo, “Toribio es marino.”) sin caer en inconsistencia. Así, *vii* no es consecuencia lógica de *iv iy vi*, es decir, es independiente lógicamente del conjunto formado por estas. En cambio, el conjunto formado por *v* y *vi* se hace inconsistente al agregarle la negación de *vii*: afirmar aquellas oraciones supone lógicamente afirmar esta también.

Este simple ejercicio revela que existen ciertas formas para estructurar unidades de información que están implicadas necesariamente en otras o, lo que es lo mismo, que hay oraciones que, debido a cómo estructuran lógica o matemáticamente la información, de ser efectivamente verdaderas juntas, supondrían la verdad efectiva de otra. Este tipo de estructuración está presente en ciertos conjuntos de oraciones o fórmulas llamados argumentos y se conoce como consecuencia lógica, implicación lógica o, simplemente, validez. Como ya se mencionó, las ciencias empíricas y formales comparten la máxima epistemológica de rechazar cualquier información inconsistente; pero esta también puede enfocarse desde el concepto de consecuencia lógica: cualquier ciencia debe sostener lo implicado lógicamente por la información de la que dispone.

2. Oraciones y argumentos

Todo lenguaje está compuesto de secuencias de signos llamados oraciones. Estas se construyen siguiendo reglas sintácticas que permiten codificar diversos actos lingüísticos como, por ejemplo, dar una orden, pedir un favor, expresar información, etc. En el lenguaje científico, uno de estos actos es fundamental y, según él, se ha ceñido el concepto de oración para el curso.

Def. 1. Oración Cadena de signos que compone una unidad de información[2]

Todas las unidades de información expresan formas lógicas y, algunas, contenido específico. Por regla general, todos los lenguajes naturales (como el quechua, español, inglés, entre otros) cuentan con un léxico o conjunto de símbolos para elaborar oraciones que expresan formas lógicas y una amplia variedad de contenidos específicos. Sin embargo, uso del léxico lógico de los lenguajes naturales es inconsistente y, además, sus relaciones con el léxico no lógico dan lugar a una serie de ambigüedades. Por ello, para estudiar la forma lógica se suele hacer una abstracción de esta y expresarla, sin contenido específico, a través de lenguajes lógicos formales. Si bien estos son artificiales y, por tanto, deben aprenderse de manera análoga a las matemáticas, al igual que estas son consistentes e inequívocos.

Por otro lado, considérese que todo lenguaje permite expresar unidades de información sostenidas por otras o, en otras palabras, conclusiones justificadas por premisas o asunciones que dan razones para aceptarlas. Para ello, se elaboran argumentos.

Def. 2. Argumento Conjunto de oraciones formado por una **conclusión** y un subconjunto (posiblemente vacio) de **premisas**

Nótese que un argumento con cero premisas (argumento no hipotético) es simplemente una oración llamada conclusión y, como tal, puede evaluarse formalmente en términos de su consistencia e inconsistencia, pero también respecto a su validez o invalidez. Así, un argumento de cero premisas estructurado válidamente es lo mismo que una oración que es necesariamente verdadera por su estructura. Este tipo particular de argumentos se llaman verdades lógicas.

Ejercicio de aplicación 1

Haz una lista con las asunciones (premisas, hipótesis) y la conclusión de cada uno de los siguientes argumentos.

(a) *Los gatos son anfibios. Por ello, los gatos son anfibios.*
(b) *Las vacas son vertebrados, ya que las vacas son mamíferos.*
(c) *Tongo es un cantante de rock o un filósofo griego. Pero, Tongo no es cantante de rock. Por lo tanto, Tongo es filósofo griego.*

[2] En lingüística, estas oraciones son llamadas declarativas. La ciencia da prioridad a este tipo de oraciones, ya que son las que gramaticalmente permiten expresar información correcta o incorrecta.

(d) *María come pollo a la brasa los lunes. Además, come pollo al horno los fines de semana. Por último, los miércoles come pollo al horno. De ahí que, María come pollo todos los días.*
(e) *Voy a la panadería de la esquina. Esto se debe a que, si voy a la panadería de la esquina, entonces compro pan. Y, además, compré pan.*
(f) *Todos los mamíferos son vertebrados.*
(g) *Todos los fujimoristas son fujimoristas.*

Los siguientes argumentos hablan acerca de los números naturales ($\mathbb{N}$):
(h) $x < 4, 2 < x \therefore x = 3$
(i) $y < 5 \therefore y = 1$
(j) $1 < 2$
(k) $2 + 2 = 4$
(l) $x < x + 1$
(m) $x + x = 2x$

Algunas palabras y símbolos quedaron fuera de las listas de asunciones y conclusiones. Esto se debe a que únicamente cumplen la función de identificar a las premisas y la conclusión de un argumento. Se puede reunir este conjunto palabras y símbolos en tres categorías:

- **Indicadores de conclusión:** Lo que viene inmediatamente a su derecha es la conclusión del argumento – “por ello”, “por lo tanto”, “de ahí que”, “∴” y cualquier equivalente.
- **Indicadores de premisa:** Lo que viene inmediatamente a su izquierda es la conclusión del argumento – “ya que”, “esto se debe a que” y cualquier equivalente.
- **Separadores de premisas:** Inmediatamente junto a ellos solo hay premisas – “pero”, “además”, “también”, “por último”, “,” y cualquier equivalente.

Para simplificar la diversidad de expresiones que tienen los lenguajes naturales para expresar estas funciones, los lenguajes formales utilizarán exclusivamente los siguientes símbolos:

,	Separador de premisas u oraciones
∴	Indicador de conclusión

No se considera un símbolo como indicador de premisas porque los argumentos siempre tendrán su conclusión a la derecha de “∴”. Adicionalmente, ya que se hablará recurrentemente acerca de las propiedades cumplidas universalmente por oraciones, conjuntos de oraciones y/o argumentos, es importante contar con símbolos para representar cualquiera de estos:

ϕ, ψ, χ, ω	Oración o fórmula
Γ	Conjunto de oraciones o fórmulas
Δ	Argumento

Estos símbolos se conocen como metavariables y no pertenecen a los lenguajes formales, sino que se suman al español para poder realizar afirmaciones sobre cualquier oración, conjunto de oraciones o argumento, ya sean de un lenguaje formal o natural[3].

Debido a que un argumento es simplemente un conjunto de oraciones que permite evaluar la relación de consecuencia lógica entre premisas y conclusión, es posible especificar la estructura de Δ a través de las otras metavariables. Así, cualquier argumento expresado en un lenguaje L que cuente con un conjunto Γ de asunciones y una conclusión ψ puede representarse de esta manera:

$$\Gamma \therefore_L \psi$$

O, más detalladamente, para un argumento con n premisas $\phi_1, \ldots, \phi_n$ y conclusión ψ:

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \therefore_L \psi$$

Por otro lado, se puede expresar argumento no hipotético con conclusión ψ así:

$$(\therefore_L)\psi$$

Por lo general, se eludirá el uso del "$(\therefore_L)$": como se dijo, todo argumento no hipotético es una oración. Además, si el contexto especifica claramente el lenguaje en que se expresan las oraciones o fórmulas, se puede obviar el subíndice L. Por ejemplo, en esta unidad este se eludirá siempre que se hable en español.

3. Consecuencia lógica o validez

La siguiente es la definición central del curso:

Def. 3. Lógica clásica o elemental
Evaluación sistemática de la consecuencia lógica o validez de argumentos

Es una idea del sentido común que las matemáticas son las únicas ciencias que razonan de manera exacta. Lo que se conoce como lógica clásica es, en realidad, un conjunto de sistemas para evaluar el razonamiento de las aritméticas básicas. De manera general, estos sistemas constan de un lenguaje formal con reglas sintácticas y semánticas, un método decisorio y un tipo de prueba formal que permiten evaluar si cualquier argumento expresable en dicho lenguaje es válido o no. En esta unidad, se analizará el concepto de validez y otro vinculado con ella, a saber, el de consistencia.

Para comprender lo que estudia la lógica, se demarcará su campo de estudio a partir de algunas ideas comunes que se tiene sobre ella. Algo que se suele escuchar es que **la lógica estudia *lo que se sigue necesariamente* o *lo que es imposible que no se siga***. Argumentos como el siguiente poseen esta característica:

(1.1) *Todos los perros son mamíferos. Todos los mamíferos son seres vivos. Por lo tanto, todos los perros son seres vivos.*

Un pequeño ejercicio mental demuestra que, al asumir las premisas de 1.1 como efectivamente verdaderas, sería imposible no aceptar a su conclusión como

[3] En el curso, las metavariables serán letras del alfabeto griego añadidas al español.

efectivamente verdadera también[4]. El reconocimiento de esta fuerza de preservación de verdad en el paso de las premisas a la conclusión es el primer paso para comprender el concepto de consecuencia lógica. Sin embargo, si bien la mencionada fuerza es una característica que conlleva la validez de un argumento, no se la debe confundir con la definición de esta. Lo único relevante del reconocimiento de dicha fuerza es que permite entender que hay afirmaciones que es necesario aceptar lógicamente cuando se asumen otras.

El ejercicio mental recién desarrollado suele ser utilizado como el primer criterio para determinar la validez en argumentos en los cursos introductorios de lógica clásica:

Criterio intuitivo de consecuencia lógica en argumentos
$\Gamma \therefore \psi$ es válido *si y solamente si* (*sii*), cuando se asume que sus premisas son efectivamente verdaderas, es imposible que su conclusión sea efectivamente falsa[5].

Por ejemplo, el argumento ***(d)*** de la sección anterior no se sigue por consecuencia lógica, aún si todas sus premisas fueran efectivamente verdaderas: podría suceder que María no coma pollo los martes. A pesar de ello, es cierto que, si bien no necesariamente, es muy probable que la conclusión se sostenga sobre la base de la información dada en sus premisas. Un análisis sistemático de argumentos como ***(d)*** podría dar cuenta de la mayor o menor probabilidad con la que pueden seguirse, pero la lógica que crea sistemas para ese tipo de evaluación no será estudiada en este curso.

Debido a cómo está formulado el criterio intuitivo de consecuencia lógica, es fácil caer el error de sobrestimar el valor de los conceptos de verdad y falsedad efectivas en el estudio de la lógica clásica. Por ello, se debe recordar que lo que se evalúa al utilizar el criterio no es la verdad o falsedad efectiva de las premisas y conclusión, sino una organización formal de la información que haría imposible lógicamente que, al asumir las formas expresadas por sus premisas, se rechace la que expresa su conclusión. Para evitar esta confusión, se analizará una segunda idea común: **la lógica estudia *lo que se sigue por su mera forma, no por su contenido*.** Considérese el siguiente argumento:

(1.2) *Todas las frutas son humanos. Todos los humanos son reptiles. Por lo tanto, todas las frutas son reptiles.*

Si se aplica el criterio propuesto más arriba, se concluirá que 1.2 también se sigue por consecuencia lógica. Además, se intuye que esto sucede exactamente por la misma razón por la que sucede con 1.1: ambos comparten una misma forma lógica que determina que, sin importar las categorías que se utilicen en los espacios ocupados por "perro", "fruta", "mamífero", "humano", "seres vivos" y "reptiles", se obtendrá siempre un argumento cuya conclusión es imposible de rechazar lógicamente una vez asumidas

---

[4] El que tanto las premisas como la conclusión de 1.1. sean efectivamente verdaderas es meramente incidental, como se verá en el análisis de la segunda idea del sentido común sobre la lógica.

[5] Este criterio, que será utilizado exclusivamente en esta unidad, no considera uno de los principios más polémicos de la lógica clásica, a saber, que todo argumento cuyas premisas hagan un conjunto inconsistente es válido. Este principio se llama *ex falso quodlibet* (*EFQ*) o principio de explosión y da cuenta de que, en un sistema formal, al incurrir en una inconsistencia, se banalizan las reglas de este y, por tanto, cualquier fórmula podría seguirse lógicamente. Las lógicas paraconsistentes son sistemas no clásicos que rechazan el *EFQ* y permiten evaluar las matemáticas inconsistentes.

sus premisas. Estas categorías carecen, por tanto, de relevancia en términos lógicos. Por ello, dentro de un sistema formal, se los representa a través de signos no lógicos. En cambio, esta misma forma revela que la necesidad de ambos argumentos está cifrada, exclusivamente, en las relaciones lógicas establecidas entre categorías (sean cuales sean) por la palabra “todos”. En un sistema formal, estos términos se representan por medio de signos lógicos.

Se puede proponer un esquema o fórmula que represente, en general, a la infinidad de argumentos que pueden elaborarse con la forma lógica de 1.1 y 1.2:

(1.3) $Todos\ los\ F\ son\ G, Todos\ los\ G\ son\ H \therefore_{LSA} Todos\ los\ F\ son\ H$

Este esquema se reconoce intuitivamente al leer los argumentos que lo comparten. El paso de los razonamientos en español 1.1 y 1.2 a la fórmula 1.3 en el lenguaje artificial LSA[6] creado para representar exclusivamente su forma lógica se llama formalización. Por el momento, puede aplicarse el siguiente ejercicio sencillo para formalizar argumentos en los lenguajes de la lógica clásica:

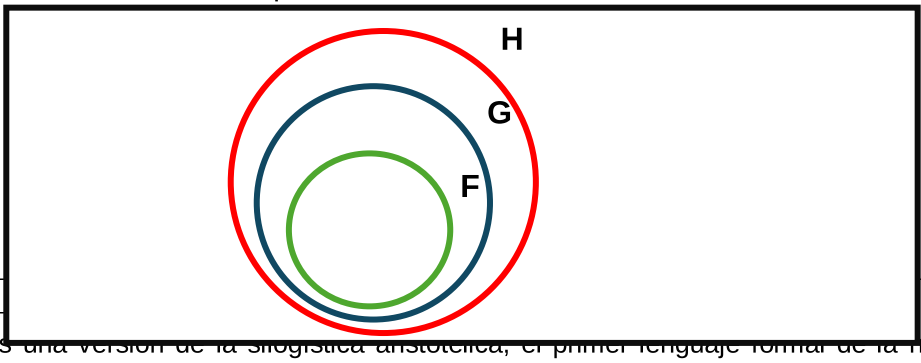
Ejercicio para formalizar un argumento

Para formalizar el argumento $\Gamma \therefore \psi$ en un lenguaje formal *L* se debe mantener fijos sus signos lógicos relevantes para *L* y reemplazar sus signos no lógicos por letras esquemáticas.

El contenido específico de argumentos expresados en un lenguaje natural como 1.1 y 1.2, fundamental para evaluar la verdad o falsedad efectiva de oraciones, queda excluido en argumentos como 1.3, que se encuentran en un lenguaje que expresa solo formas lógicas, es decir, un lenguaje formal. Como regla general, para evaluar la validez de un argumento, primero se lo debe formalizar. Las oraciones de un lenguaje formal se llaman fórmulas. Utilizar fórmulas en lugar de oraciones facilita la evaluación de la validez gracias a que, a diferencia de estas, aquellas son completamente transparentes respecto a las formas lógicas que expresan. Para demostrar la validez de 1.1 y 1.2, basta con un método para decidir o probar la validez de 1.3. A continuación, se ofrece un ejemplo de decisión por diagramas de Venn.

Decisión de validez de 1.3 en diagramas de Venn

El siguiente diagrama expone todas las estructuras matemáticas que suponen que las premisas de 1.3 se cumplen



[6] *LSA* es una versión de la silogística aristotélica, el primer lenguaje formal de la historia de occidente.

Si se toma a F, G y H como conjuntos de objetos (sin importar qué objetos ni cuántos sean) que cumplen con estar incluidos uno en el siguiente en orden alfabético, todos los objetos que pertenezcan a F también pertenecerán a H. En otras palabras, al asumir la información formal de las premisas, se acepta también la de la conclusión.

Ahora se puede reformular las ideas del sentido común que pretenden definir la validez de un argumento como la propiedad que hace que *su conclusión se siga de sus premisas necesariamente y por su mera forma, no por su contenido*. Esta idea es algo oscura. Más claramente, se puede afirmar que **un argumento es válido si y solo si la forma lógica de su conclusión está presupuesta en la forma lógica de sus premisas asumidas conjuntamente**. Teniendo esto en cuenta, la validez puede definirse de la siguiente manera.

Def. 4. **Validez**
Para cualquier lenguaje formal L:
$\Gamma \therefore_L \psi$ es válido *sii,* todas las estructuras matemáticas que suponen que lo afirmado conjuntamente por las fórmulas de Γ se cumple, también suponen que ψ se cumple.

Tómese en cuenta un segundo ejemplo para comprender mejor el concepto de validez. Se ofrece, a continuación, una formalización análoga a 1.3 para el argumento ***(f)*** de los ejercicios de aplicación:

(1.4) ($\therefore_{LSA}$) $Todos\ los\ F\ son\ G$

Al reemplazar las letras esquemáticas "F" y "G" en 1.4 por categorías como "políticos" y "honestos", el argumento resultante tiene por conclusión una oración efectivamente falsa y, por tanto, 1.4 no se sostiene necesariamente en términos lógicos. De modo que, si bien lo que afirma ***(f)*** es efectivamente verdadero, no expresa un argumento válido. Además, oraciones como "Todos los políticos son honestos" son llamadas contraejemplos de argumentos no hipotéticos como *(f)* o 1.4, en tanto que permiten demostrar la invalidez de estos:

Def. 5. **Contraejemplo (de argumentos no hipotéticos)**
Para cualquier argumento no hipotético ($\therefore$)ψ:
Un contraejemplo de ($\therefore$)ψ es una oración en lenguaje natural que es efectivamente falsa y expresa la misma forma lógica que ($\therefore$)ψ.

De manera semejante, se puede tomar el argumento ***(g)*** y ofrecer la siguiente formalización similar a las dos últimas:

(1.5) ($\therefore_{LSA}$) $Todos\ los\ F\ son\ F$

Si se reemplaza "F" en 1.5 por cualquier categoría en un lenguaje natural, la oración resultante será efectivamente verdadera. En otras palabras, no será posible construir un contraejemplo para 1.5: esta se sigue por necesidad lógica. Un argumento no hipotético es válido siempre y cuando no posea contraejemplos.

Finalmente, considérese los siguientes argumentos no hipotéticos:

(1.6) No es cierto que Lima es una ciudad y Lima no es una ciudad

(1.7) Tongo es el mismo que Tongo

Al igual que ***(g)***, estos argumentos no demandan asumir información alguna con la cual contrastar su verdad o falsedad efectiva para aceptar que sus conclusiones se siguen por consecuencia lógica. Para determinar esto, basta con aplicar el siguiente criterio.

Criterio intuitivo de consecuencia lógica en argumentos no hipotéticos
ψ es válido *sii* es imposible que su conclusión (es decir, ella misma) sea efectivamente falsa.

De igual manera, hay lenguajes formales que permiten formalizar los argumentos 1.6 y 1.7. A continuación, se ofrecerá una formalización de 1.6 y 1.7 en estos lenguajes:

(1.8) ($\therefore_{SLC}$) *No es cierto que P y no P* [7]

(1.9) ($\therefore_{SLPO}$) *a* es el mismo que *a* [8]

Sin importar el valor de verdad de la oración con la que se reemplace "P" o el nombre propio con el cual se sustituya "a", ambas fórmulas se siguen por necesidad lógica. Se puede concluir que 1.5 - 1.9 son argumentos no hipotéticos válidos, es decir, verdades lógicas:

Def. 6. **Verdad lógica (validez en argumentos no hipotéticos)**
Para cualquier lenguaje formal L:
$\therefore_L \psi$ es una verdad lógica *sii* todas las estructuras matemáticas suponen que lo afirmado por ψ se cumple.

Ejercicios de aplicación 2

i. **De los argumentos *(a), (b), (c), (e), (h)*, *(i)*, *(j)*, *(k), (l)* y *(m)*, lista aquellos que se siguen por consecuencia lógica. Indica, además, si alguno de estos es una verdad lógica.**

ii. **Ofrece una formalización del argumento *(b)*. A continuación, crea un argumento que tenga la misma forma lógica que *(b)*, pero cuya premisa sea efectivamente verdadera y su conclusión efectivamente falsa.**

iii. **Si los argumentos válidos entre *(h)* – *(m)* hicieran afirmaciones no sobre los números naturales ($\mathbb{N}$) sino sobre los reales ($\mathbb{R}$), ¿alguno dejaría de ser válido?**

4. Consistencia e inconsistencia

Si bien el curso se concentrará en el estudio de la validez, la lógica clásica también puede entenderse como la evaluación sistemática de la consistencia de conjuntos de oraciones. Así, como la validez dirige la atención sobre la necesidad lógica con la que se siguen algunos argumentos, la consistencia revela la posibilidad lógica que ciertos conjuntos de oraciones tienen para sostenerse. Se puede proponer criterios intuitivos similares a los de la sección anterior para determinar si un conjunto de una o más oraciones puede o no sostenerse:

Criterio intuitivo de consistencia lógica en conjuntos de oraciones

[7] En 1.8, se esquematiza la oración "Lima es una ciudad" presente en 1.6, pero se mantienen el "no es cierto que" y el "y" que expresan las funciones lógicas de negación y conjunción.

[8] En 1.9, se esquematiza el nombre propio "Tongo", pero se mantiene la relación lógica de identidad expresada por "es el mismo que" en 1.7.

Γ es consistente *sii* sus oraciones pueden ser efectivamente verdaderas conjuntamente.
Criterio intuitivo de inconsistencia lógica en conjuntos de oraciones Γ es inconsistente *sii* sus oraciones no pueden ser efectivamente verdaderas conjuntamente.

Si Γ es un conjunto unitario, se debe considerar que Γ es simplemente una oración ψ. Cualquier oración ψ es, por sí misma, consistente o inconsistente. Así como se puede demostrar que un argumento no hipotético es inválido a través de la elaboración de un contraejemplo suyo, se puede demostrar que una oración es consistente elaborando un ejemplo suyo:

Def. 7. **Ejemplo (de conjuntos unitarios de oraciones)** Para cualquier conjunto unitario de oraciones ψ: Un ejemplo de ψ es una oración en lenguaje natural que es efectivamente verdadera y expresa la misma forma lógica que ψ.

A partir de este concepto, se puede afirmar que un conjunto unitario de oraciones será inconsistente siempre y cuando no tenga ejemplos. Ahora se puede ofrecer definiciones de consistencia e inconsistencia en un lenguaje formal:

Def. 8. Consistencia Para cualquier lenguaje formal *L*: Γ es consistente *sii* al menos una estructura matemática supone que las fórmulas de Γ se cumplen conjuntamente.
Def. 9. Inconsistencia Para cualquier lenguaje formal *L*: Γ es inconsistente *sii* ninguna estructura matemática supone que las fórmulas de Γ se cumplen conjuntamente.

Durante el curso, se aprenderá métodos decisorios para determinar si un argumento u oración cumple cualquiera de las propiedades lógicas estudiadas en este material y un sistema de pruebas de validez e inconsistencia. Sin embargo, con los criterios intuitivos se puede realizar los siguientes ejercicios.

Ejercicios de aplicación 3

i. **Considera las siguientes oraciones:**

(1) César Vallejo es un poeta.
(2) César Vallejo es un poeta o no lo es.
(3) No es cierto que José María Arguedas es peruano y es colombiano.
(4) No es cierto que José María Arguedas es peruano y no es peruano.
(5) Todos son lagartijas alienígenas o no lo son. Todos son F o no lo son.
(6) No es cierto que algunos hipopótamos no sean hipopótamos.
(7) Abraham Valdelomar es Abraham Valdelomar.
(8) Abraham Valdelomar es El Conde de Lemos.
(9) Todos los que aman a Susy Díaz aman a Susy Díaz.
(10) Todos los que aman a Susy Díaz conocen a Susy Díaz.

A continuación, utilizando los criterios intuitivos desarrollados en el material, completa los siguientes espacios en blanco:

- _______________ se siguen por consecuencia lógica (son verdades lógicas).
- _______________ son consistentes.
- _______________ es inconsistente.

ii. **Respecto a las oraciones de *i*, ¿alguna es efectivamente verdadera pero inválida?**

iii. **Considera las siguientes oraciones (*A-F*) y conjuntos no unitarios de ellas (*W-Z*):**

A: El pasto es verde.
B: Lady Gaga es una cantante ayacuchana.
C: Tongo es un filósofo griego y no es un filósofo griego.
D: No es cierto que Morat no es Morat.
E: El pasto no es verde.
F: El pasto no es verde o Lady Gaga no es una cantante ayacuchana.
W: $\{A, B\}$
X: $\{A, E\}$
Y: $\{D, C\}$
Z: $\{A, B, F\}$

A continuación, desarrolla los siguientes ítems:

(1) Llena los espacios en blanco de acuerdo con los conceptos lógicos detallados en esta sección:
i. Las oraciones_____________ son consistentes.
ii. El argumento no hipotético __ es válido.
iii. La oración___ es inconsistente.
ii. El conjunto (no unitario) ____ es consistente.
iv. Los conjuntos (no unitarios) ______ son inconsistentes.

(2) ¿Algún conjunto que incluya a *C* y cualquier otra oración de *A-F* es consistente? ¿Por qué?

(3) ¿La negación de D cumple alguna de las propiedades lógicas aprendidas en esta unidad?

(4) ¿La negación de *C* cumple alguna de las propiedades lógicas aprendidas en esta unidad?

(5) ¿Alguno de los argumentos no hipotéticos *A-F* no tiene contraejemplos?

(6) ¿Alguno de los conjuntos unitarios de oraciones *A-F* no tiene ejemplos?

(7) De ser posible, construye un ejemplo de uno de los conjuntos unitarios de oraciones *A-F*.

(8) De ser posible, construye un contraejemplo de uno de los argumentos no hipotéticos *A-F*.

7. Glosario de términos

- ☐ Oración
- ☐ Argumento
- ☐ Metavariable
- ☐ Lógica clásica
- ☐ Formalización
- ☐ Consecuencia lógica o validez

- ☐ Contraejemplo (de argumentos no hipotéticos)
- ☐ Verdad lógica
- ☐ Consistencia
- ☐ Inconsistencia
- ☐ Ejemplo (de conjuntos unitarios de oraciones)

8. Lecturas sugeridas

- Gómez, M. (2000). *Forma y modalidad*. Una introducción al concepto de consecuencia lógica. 1. “El concepto de consecuencia lógica” y 2. “Formalidad, modalidad y teorías de la consecuencia lógica”, 13-26.
- Manzano, M. (2000). *Lógica para principiantes*. Capítulo 1. Introducción general. ARACNE, 3-16.
- Haack, S. (1982). *Filosofía de las lógicas*. Capítulo 1. Filosofía de las lógicas, pp. 21-30.
- Hodges, W. (1980). *Logic*. Capítulo 1. Consistency, pp. 13-16.