Material de prácticas 7
Árboles semánticos y equivalencias en LPO

Parte I

Determinen si los siguientes argumentos son válidos o inválidos a través de un árbol semántico. Si alguno es inválido, construyan un contraejemplo a partir de una rama abierta.

a. $(\exists x(\neg Fx \vee \neg Gx) \supset \neg R), (\neg\exists x\neg Gx \supset \forall x\neg Hx), Lb \therefore (R \supset T)$

b. $(Ka \wedge Ha), \exists x(Gx \wedge Fx), (\forall x(\neg Jx \supset \neg Kx) \wedge Ja), \forall x(Gx \supset \neg F'x) \therefore (Fa \wedge \neg F'a)$

c. $\neg\forall x(Fx \supset Hx), \neg\forall x(Hx \supset Gx), \neg\forall x(Gx \supset Fx) \therefore \exists x\big(Gx \wedge (\neg Fx \wedge \neg Hx)\big)$

d. $\forall x(Fx \supset Gx), (\exists zFz \equiv \exists x\neg Fx), (\exists yGy \supset \exists zHz), \forall z\neg Hz \therefore P$

Parte II

Determinen si los siguientes conjuntos de fórmulas son consistentes o inconsistentes a través de un árbol semántico. Si alguno es consistente, construyan un ejemplo a partir de una rama abierta.

a. $\{\forall x(\neg Gx \supset \neg Hx), \forall x(\neg Fx \supset \neg Kx), \neg\exists x(Fx \wedge Gx), \neg(Hb \supset \neg Kb)\}$

b. $\big\{\forall y\big(Fy \vee (Gy \vee Hy)\big), \neg\forall x(Gx \supset \neg Hx), \forall z(Fz \supset \neg Hz), \neg(\neg(Gc \vee Fc) \supset \neg Hc)\big\}$

c. $\big\{\exists x(Fx \wedge \neg Hx), \exists x(Hx \wedge \neg Gx), \exists x(Gx \wedge \neg Fx), \forall x\big(Gx \supset (Fx \vee Hx)\big)\big\}$

d. $\{\forall x(Fx \supset Gx), (\exists zFz \equiv \neg\forall xFx), (\forall z\neg(Hz \wedge Jz) \supset \neg\exists yGy), \neg\exists z(Hz \wedge Jz)\}$

Parte III

Realicen las siguientes transformaciones.

a. $\big(\neg\exists x(Fx \wedge \neg Hx) \wedge \neg\forall x(Hx \supset \neg Jx)\big) \rightarrow \neg\big(\neg\forall x(Fx \supset Hx) \vee \forall x(Jx \supset \neg Hx)\big)$

b. $\forall x\neg\big((\neg Fx \vee \neg Gx) \supset \neg Hx\big) \rightarrow \neg\exists x\big((\neg Hx \vee Fx) \wedge (\neg Hx \vee Gx)\big)$

c. $\Big(\big(\neg Fa \supset \neg(Ha \wedge Ga)\big) \vee \neg\big(Fb \wedge \neg(Hb \vee Gb)\big)\Big) \rightarrow \Big(\big(Fa \vee (\neg Ha \vee \neg Ga)\big) \vee \big(\neg Fb \vee (Hb \vee Gb)\big)\Big)$

d. $(\exists zFz \equiv \neg\forall xFx) \rightarrow \big((\forall z\neg Fz \vee \forall xFx) \supset \neg(\exists zFz \vee \neg\forall xFx)\big)$

Parte IV

Trasformen las siguientes fórmulas en a’, b’ y c’, las cuales utilizan solo ¬, ∧, ∨ y, como máximo, un cuantificador.

a. $\big(\exists_{\min 5}y\neg(Fy \vee Gy) \wedge \neg\exists_{\min 6}y\neg(\neg Fy \supset Gy)\big)$

b. $\big(\neg\exists_{\min 4}x(\neg Fx \vee \neg Gx) \supset \exists_{\max 2}x\neg(Fx \wedge Gx)\big)$

c. $\big(\neg\exists_{\min 8}x(Hx \equiv Jx) \vee \neg\exists_{\max 8}x(Jx \equiv Hx)\big)$