

Задача 3.

Вычислить инварианты, написать каноническое уравнение и определить тип кривой второго порядка: $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 100x - 50y + 150 = 0$

Решение: Общее ур-е: $\alpha_{11}x^2 + 2\alpha_{12}xy + \alpha_{22}y^2 + 2\alpha_{13}x + 2\alpha_{23}y + \alpha_{33} = 0$ $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 100x - 50y + 150 = 0$

Считаем инварианты:

$$\begin{cases} I_1 = \alpha_{11} + \alpha_{22} = 25 \\ I_2 = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 12 \\ 12 & 16 \end{vmatrix} = 0 \end{cases}$$

$I_2 = 0 \Rightarrow$ находим I_3 :

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & \alpha_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 12 & -50 \\ 12 & 16 & -25 \\ -50 & -25 & 150 \end{vmatrix} = -15625$$

$I_3 \neq 0 \Rightarrow$ подставляем все известные параметры в уравнение:

$$I_1 y'^2 + 2x' \sqrt{-\frac{I_3}{I_1}} = 0$$

$$25y'^2 + 2x' \sqrt{-\frac{-15625}{25}} = 0$$

$$25y'^2 + 50x' = 0$$

$$y'^2 + 2x' = 0$$

$$y'^2 = -2x' \text{ Эльдар, это что за кривая?}$$