Мухаммадиев Руслан
st117317
st117317@student.spbu.ru

Кр 2.2

Алгебра и геометрия, 2 семестр

2024.04.23

Задача 5.
Построить касательную плоскость поверхности $2x^2 - 4y^2 = z$, параллельную плоскости $4 + 8y + z = 1$.

Решение: Пусть α - касательная пл-ть, и пусть $\beta = 4x + 8y - 1 = 0$.
Поверхность: $2x^2 - 4y^2 - z = 0$.

$$\begin{cases} \alpha : F'_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + F'_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + F'_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) = 0 \\ \left.\begin{aligned} F'_x(x_0, y_0, z_0) = 4x_0 \\ F'_y(x_0, y_0, z_0) = -8y_0 \\ F'_z(x_0, y_0, z_0) = -1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{n_\alpha} = \{4x_0, -8y_0, -1\} - \text{ нормаль к } \alpha \end{cases}$$

Нормаль к $\beta : \vec{n_\beta} = \{4, 8, 1\}$

$$\left.\begin{aligned} \beta || \alpha \\ \vec{n_\beta} \perp \beta \\ \vec{n_\alpha} \perp \alpha \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{n_\beta} \perp \alpha \& \vec{n_\beta} \perp \beta \Rightarrow \vec{n_\alpha} \cdot \lambda = \vec{n_{beta}} \Rightarrow \{\lambda 4x_0, -\lambda 8y_0, -\lambda\} = \{4, 8, 1\}$$

$$\begin{cases} \lambda 4x_0 = 4 \\ -\lambda 8y_0 = 8 \\ -\lambda = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -1 \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} \vec{n_\alpha}\lambda = \vec{n_\beta} \\ \lambda = -1 \end{cases} \Rightarrow \vec{n_\alpha} = -\vec{n_\beta} \Rightarrow \begin{cases} F'_x(x_0, y_0, z_0) = -4 \\ F'_y(x_0, y_0, z_0) = -8 \\ F'_z(x_0, y_0, z_0) = -1 \end{cases}$$

$(2) z_0 : \left.\begin{aligned} x_0 = -1 \\ y_0 = -1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1)^2 - z_0 = 0$ (подставляем в уравнение пов-ти, тк точка (x_0, y_0, z_0) лежит на пов-ти и на пл-ти) $\Rightarrow z_0 = -2$ Получается, что $F'_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + F'_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + F'_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) = 0 \xrightarrow{(1)(2)} 4(x + 1) + 8(y + 1) + 1(z + 2) = 0$
$4x + 8y + z + 14 = 0$ Ответ: $4x + 8y + z + 14 = 0$