Мухаммадиев Руслан
st117317
st117317@student.spbu.ru

Кр 2.1

Алгебра и геометрия, 2 семестр

2024.05.08

Задача 3.
Определить тип поверхности в зависимости от параметра k: $5x^2+2y^2+2z^2+6xy-2xz+14x+10y+2z+k=0$

Решение: Общее ур-е: $\alpha_{11}x^2+2\alpha_{12}xy+2\alpha_{13}xz+2\alpha_{23}yx+\alpha_{22}y^2+\alpha_{33}z^2+2\alpha_{14}x+2\alpha_{24}y+2\alpha_{34}z+\alpha_{44}=0$
$5x^2+2y^2+2z^2+6xy-2xz+14x+10y+2z+k=0$
Проверка I_3:

$$I_3=\begin{vmatrix}\alpha_{11}&\alpha_{12}&\alpha_{13}\\\alpha_{12}&\alpha_{22}&\alpha_{23}\\\alpha_{13}&\alpha_{23}&\alpha_{33}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}5&3&-1\\3&2&0\\-1&0&2\end{vmatrix}=0$$

Находим I_4 и I_2:

$$I_2=\begin{vmatrix}\alpha_{22}&\alpha_{23}\\\alpha_{23}&\alpha_{33}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\alpha_{11}&\alpha_{13}\\\alpha_{13}&\alpha_{33}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\alpha_{11}&\alpha_{12}\\\alpha_{12}&\alpha_{22}\end{vmatrix}=4+9+1=14$$

$$I_4=\begin{vmatrix}5&3&-1&7\\3&2&0&5\\-1&0&2&1\\7&5&1&k\end{vmatrix}=0$$

Находим $I_3(\lambda)$:

$$\begin{vmatrix}5-\lambda&3&-1\\3&2-\lambda&0\\-1&0&2-\lambda\end{vmatrix}=-\lambda^3+9\lambda^2-14\lambda$$

$$\lambda^3-9\lambda^2+14\lambda=0\Rightarrow\begin{cases}\lambda_1=2\\\lambda_2=7\\\lambda_3=0\end{cases}$$

Находим $\overline{I_3}$:

$$\overline{I_3}=\begin{vmatrix}\alpha_{22}&\alpha_{23}&\alpha_{24}\\\alpha_{23}&\alpha_{33}&\alpha_{34}\\\alpha_{24}&\alpha_{34}&\alpha_{44}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\alpha_{11}&\alpha_{13}&\alpha_{14}\\\alpha_{13}&\alpha_{33}&\alpha_{34}\\\alpha_{14}&\alpha_{34}&\alpha_{44}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\alpha_{11}&\alpha_{12}&\alpha_{14}\\\alpha_{12}&\alpha_{22}&\alpha_{24}\\\alpha_{14}&\alpha_{24}&\alpha_{44}\end{vmatrix}=$$

$$=\begin{vmatrix}2&0&5\\0&2&1\\5&1&k\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}5&-1&7\\-1&2&1\\7&1&k\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}5&3&7\\3&2&5\\7&5&k\end{vmatrix}=4k-52+9k-117+k-13=14k-182$$

Записываем все известные параметры в ур-е:
$\lambda_1x'^2+\lambda_2y'^2+\frac{\overline{I_3}}{I_2}=0$
$2x'^2+7y'^2+\frac{14k-182}{14}=0$
$2x'^2+7y'^2+k-13=0$
Рассматриваем три случая:
при $k=13$:
$2x'^2+7y'^2=0-$ пара мнимых пересекающихся плоскостей.
при $k>13$:
$2x'^2+7y'^2=13-k$, где правая часть отрицательна. Значит тип поверхности будет мнимый эллиптический цилиндр. при $k<13$:
$2x'^2+7y'^2=13-k$, где правая часть положительна. Значит тип поверхности будет эллипти-

ческий цилиндр.

Ответ: $\begin{cases} 2x'^2 + 7y'^2 = 0 - \text{ пара мнимых пересекающихся плоскостей.} \\ 2x'^2 + 7y'^2 = 13 - k \text{ , где } 13 - k < 0 - \text{ мнимый эллиптический цилиндр} \\ 2x'^2 + 7y'^2 = 13 - k \text{ , где } 13 - k > 0 - \text{ эллиптический цилиндр} \end{cases}$