

2/1

Homework 8

Zachary Hightower

1. Without using a computer or calculator, evaluate $7^{305} \pmod{12}$ and $5^{79} \pmod{30}$

$$\begin{aligned}
 &= (7^2)^{152} \cdot 7 \pmod{12} \\
 &= ((7^2)^{152} \pmod{12} \cdot (7 \pmod{12})) \pmod{12} \\
 &= (((7^2)^{152} \pmod{12}) \cdot 7) \pmod{12} \\
 &= (((49 \pmod{12})^{152}) \pmod{12} \cdot 7) \pmod{12} \\
 &= (((1)^{152}) \pmod{12} \cdot 7) \pmod{12} \\
 &= (1 \pmod{12} \cdot 7) \pmod{12} \\
 &= (1 \cdot 7) \pmod{12} \\
 &= 7 \pmod{12} \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5^{79} &= (5^3)^{24} \cdot 5^2 \pmod{30} \\
 &= (((5^3)^{24} \pmod{30} \cdot (5^2 \pmod{30})) \pmod{30} \\
 &= (((5^3 \pmod{30})^{24}) \pmod{30} \cdot (5^2 \pmod{30})) \pmod{30} \\
 &= (((125 \pmod{30})^{24}) \pmod{30} \cdot (25 \pmod{30})) \pmod{30} \\
 &= (((5)^{24}) \pmod{30} \cdot 25) \pmod{30} \\
 &= (((5^3)^8 \pmod{30} \cdot 25) \pmod{30} \\
 &= (((5^3 \pmod{30})^8 \pmod{30} \cdot 25) \pmod{30} \\
 &= (((5)^8 \pmod{30} \cdot 25) \pmod{30} \\
 &= (((5^3)^2 \cdot 5^2 \cdot 25) \pmod{30} \\
 &= (5)^2 \cdot 5^2 \cdot 25 \pmod{30} \\
 &= (25 \cdot 25 \cdot 25) \pmod{30} \\
 &= (625 \pmod{30} \cdot 25) \pmod{30} \\
 &= 25 \cdot 25 \pmod{30} \\
 &= \boxed{25}
 \end{aligned}$$