

AGH

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

Ćw. 4: Porównanie metod TOPSIS, RSM, UTA i SP-CS.

Optymalizacja Wielokryterialna

Kacper Błachowiak
Jakub Ciura

Automatyka i Robotyka
II stopień 2025/2026

Kraków, 06 grudnia 2025 r.

1. Wstęp.

Celem ćwiczenia było zapoznanie się z różnymi metodami wielokryterialnego wspomagania decyzji: TOPSIS, RSM, UTA i SP-CS. Należało przeprowadzić analizę i porównać skuteczność tych metod w rankingu zbiorów alternatyw, a także zbadać ich wrażliwości na zmiany parametrów wejściowych.

2. Metody.

TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution):

Metoda TOPSIS jest jedną z najczęściej stosowanych technik wielokryterialnego wspomagania decyzji. Zakłada wybór alternatywy najbliższej punktowi idealnemu i jednocześnie najbardziej oddalonej od punktu anty-idealnego.

Kolejne kroki metody:

1. Normalizacja macierzy decyzji - wartości kryteriów są skalowane, aby ich jednostki były porównywalne.
2. Wyznaczenie punktu idealnego i anty-idealnego - punkt idealny jest maksymalizacją kryteriów korzystnych i minimalizacją kryteriów niekorzystnych.
3. Obliczenie odległości - każda alternatywa jest oceniana pod względem odległości od punktów idealnego i anty-idealnego.
4. Ranking alternatyw - Na podstawie uzyskanych wartości współczynnika bliskości (tzw. closeness coefficient) tworzony jest ranking.

RSM (Reference Set Method)

Metoda RSM opiera się na porównywaniu alternatyw względem zbioru punktów odniesienia. Jest szczególnie użyteczna w problemach, w których kluczowe jest zrozumienie relacji pomiędzy alternatywami a wybranymi punktami referencyjnymi.

Kolejne kroki metody:

1. Definicja punktów odniesienia - punkty te reprezentują określone poziomy aspiracji lub ograniczeń.
2. Ocena alternatyw - każda alternatywa jest porównywana z punktami odniesienia pod kątem ich dominacji i odległości w przestrzeni kryteriów.
3. Tworzenie rankingu - alternatywy są klasyfikowane na podstawie ich względnej pozycji w odniesieniu do punktów odniesienia.

UTA (Utilité Additive)

Metoda UTA koncentruje się na modelowaniu preferencji decydenta poprzez aproksymację funkcji użyteczności.

Kolejne kroki metody:

1. Zbieranie preferencji decydenta - na podstawie rankingu kilku wybranych alternatyw tworzony jest model preferencji.
2. Budowa funkcji użyteczności - funkcja ta pozwala na ocenę wszystkich alternatyw w oparciu o kryteria i wagi wynikające z preferencji.
3. Ranking alternatyw - wynikowa funkcja użyteczności jest używana do porównania i klasyfikacji alternatyw.

SP-CS

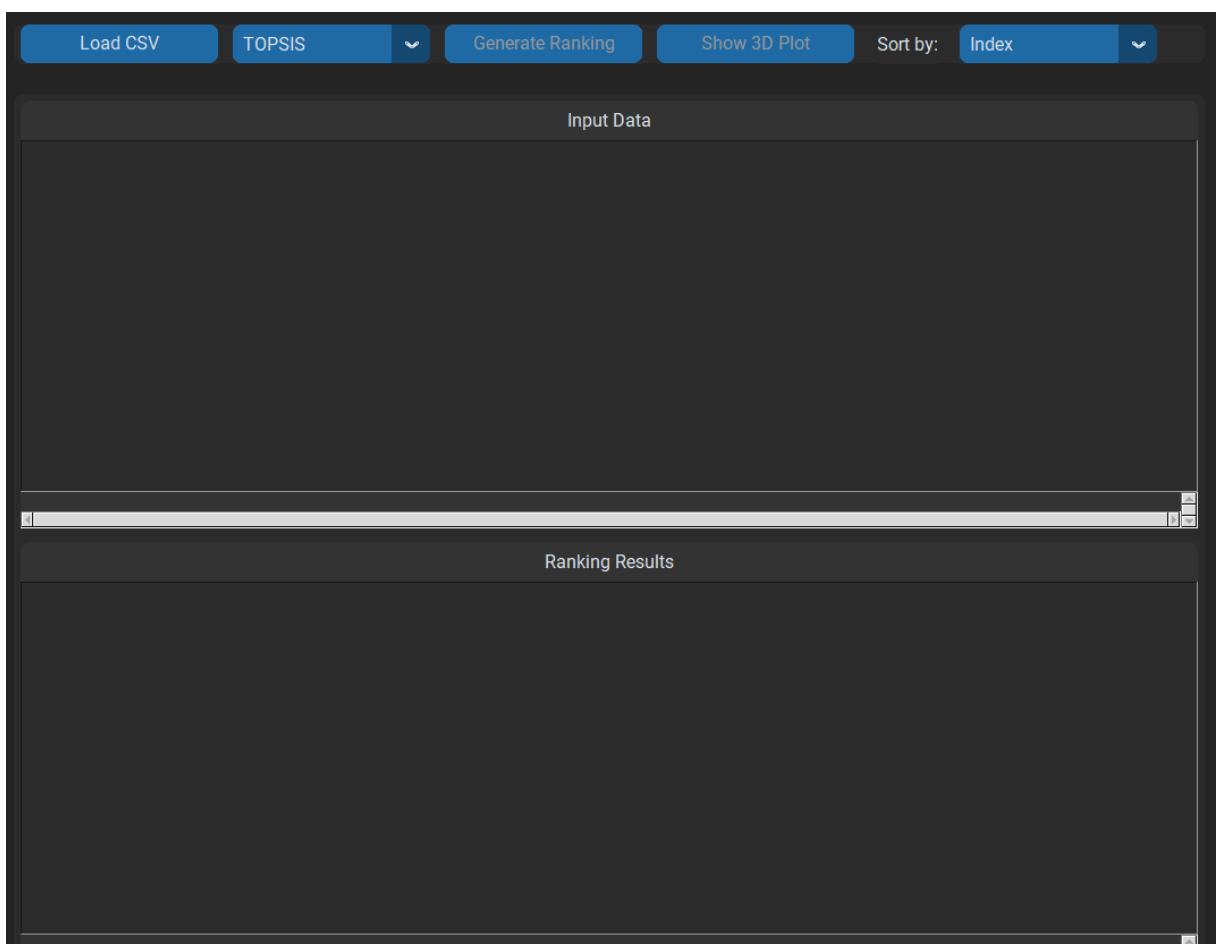
Metoda SP-CS opiera się na ocenie alternatyw poprzez ich podobieństwo do zestawu wcześniej zdefiniowanych punktów wzorcowych. Łączy podejście oparte na odległościach z elementami analizy skupień, dzięki czemu pozwala lepiej uchwycić relacje pomiędzy alternatywami.

Kolejne kroki metody:

1. Definicja punktów wzorcowych – wybierane są punkty reprezentujące pożądane profile kryteriów.
2. Obliczenie podobieństwa – każda alternatywa jest oceniana poprzez mierzenie odległości od punktów wzorcowych.
3. Analiza skupień – alternatywy grupowane są na podstawie ich podobieństw, co pozwala wyróżnić najbardziej typowe i najbardziej odstające rozwiązania.
4. Ranking alternatyw – końcowy wynik powstaje na podstawie stopnia zbliżenia alternatywy do punktu lub grupy punktów wzorcowych.

3. GUI.

Utworzono interfejs użytkownika pozwalający na wygenerowanie rankingu punktów przy użyciu wybranej metody. W tym celu konieczne jest wgranie pliku zawierającego wartości kryteriów. Po wygenerowaniu rankingu możliwe jest wyświetlenie graficznej wizualizacji.



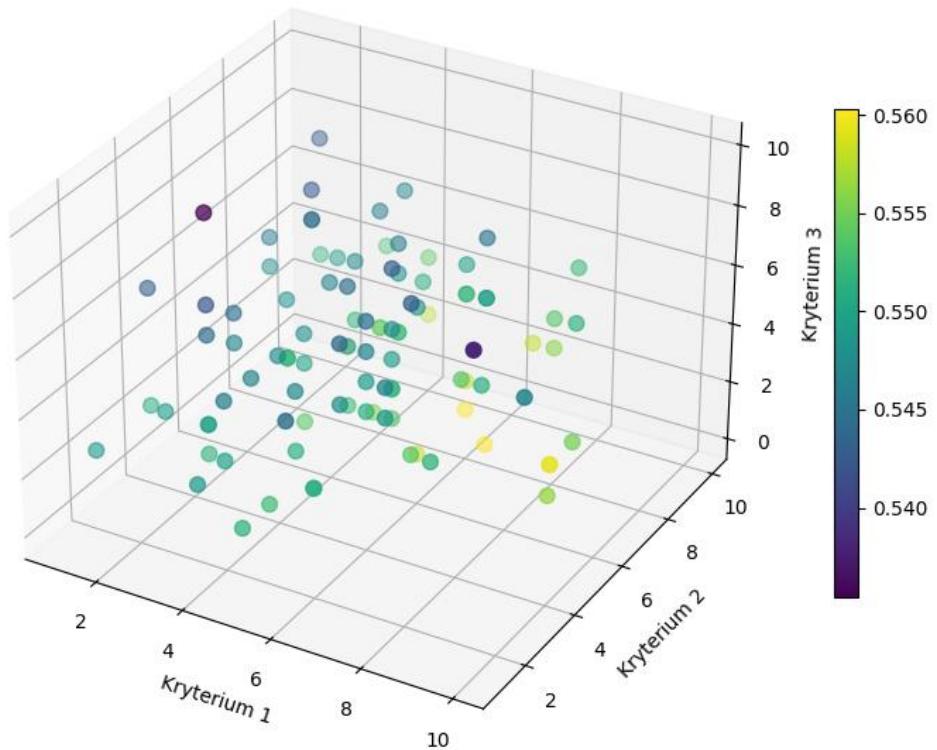
Rys. 1. Gui.

4. Wyniki.

TOPSIS:

Ranking Results					
PointIndex	Score	Kryterium 1	Kryterium 2	Kryterium 3	
49.0	0.5603329302667782	7.0	7.0	1.0	
70.0	0.5602579438779812	6.0	8.0	1.0	
99.0	0.5598716047704223	2.0	10.0	0.0	
68.0	0.5592942932358606	9.0	6.0	2.0	
89.0	0.5592942932358606	9.0	6.0	2.0	
82.0	0.5584756405035595	6.0	6.0	1.0	
87.0	0.5582473354286505	6.0	8.0	2.0	
73.0	0.5580158170264731	7.0	9.0	3.0	
83.0	0.5579915375721964	4.0	10.0	2.0	
66.0	0.5562492775049923	10.0	4.0	3.0	
5.0	0.5559101045745841	8.0	8.0	4.0	
79.0	0.5556064581815114	5.0	6.0	2.0	
29.0	0.5550270544763174	10.0	5.0	4.0	
11.0	0.5543251770907924	4.0	8.0	3.0	

Rys. 2. TOPSIS – ranking (punkty z najlepszym wynikiem).

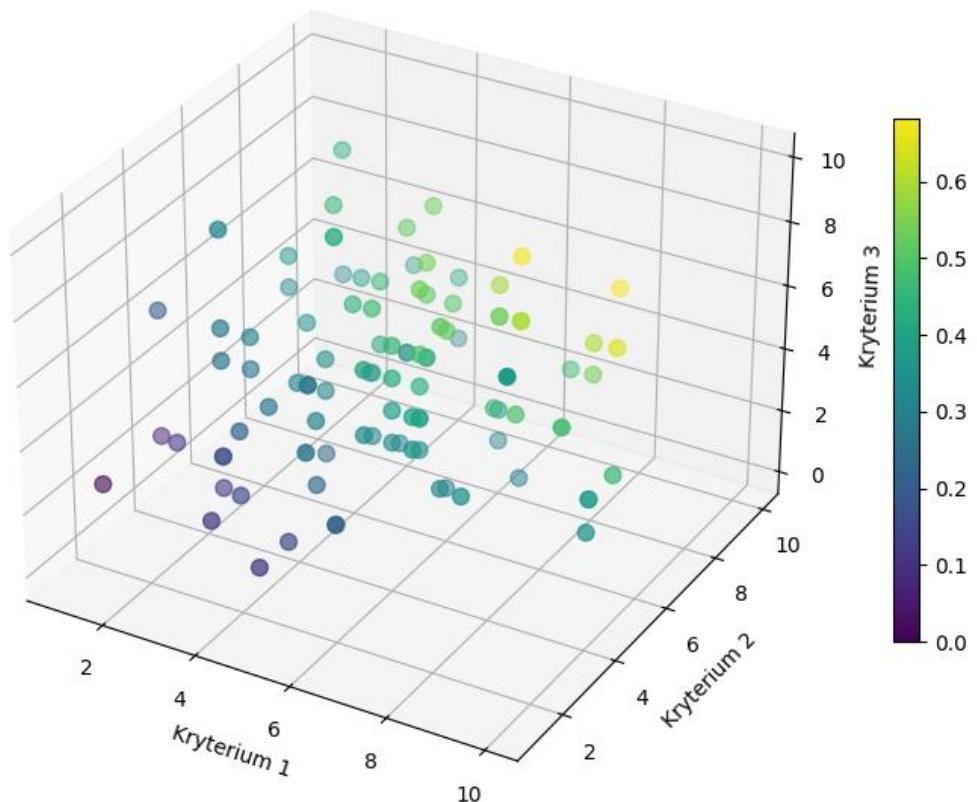


Rys. 3. TOPSIS – wykres.

RSM:

Ranking Results					
PointIndex	Score	Kryterium 1	Kryterium 2	Kryterium 3	
47.0	0.683	8.0	9.0	6.0	
53.0	0.6756	7.0	7.0	8.0	
41.0	0.6473	9.0	7.0	6.0	
38.0	0.6026	8.0	8.0	5.0	
80.0	0.5967	7.0	7.0	6.0	
7.0	0.5967	7.0	7.0	6.0	
56.0	0.585	6.0	8.0	6.0	
15.0	0.5464	5.0	7.0	7.0	
5.0	0.5412	8.0	8.0	4.0	
76.0	0.536	6.0	8.0	5.0	
75.0	0.536	6.0	8.0	5.0	
94.0	0.536	6.0	5.0	8.0	
46.0	0.5309	4.0	9.0	7.0	
32.0	0.5208	6.0	6.0	6.0	

Rys. 4. RSM – ranking (punkty z najlepszym wynikiem).

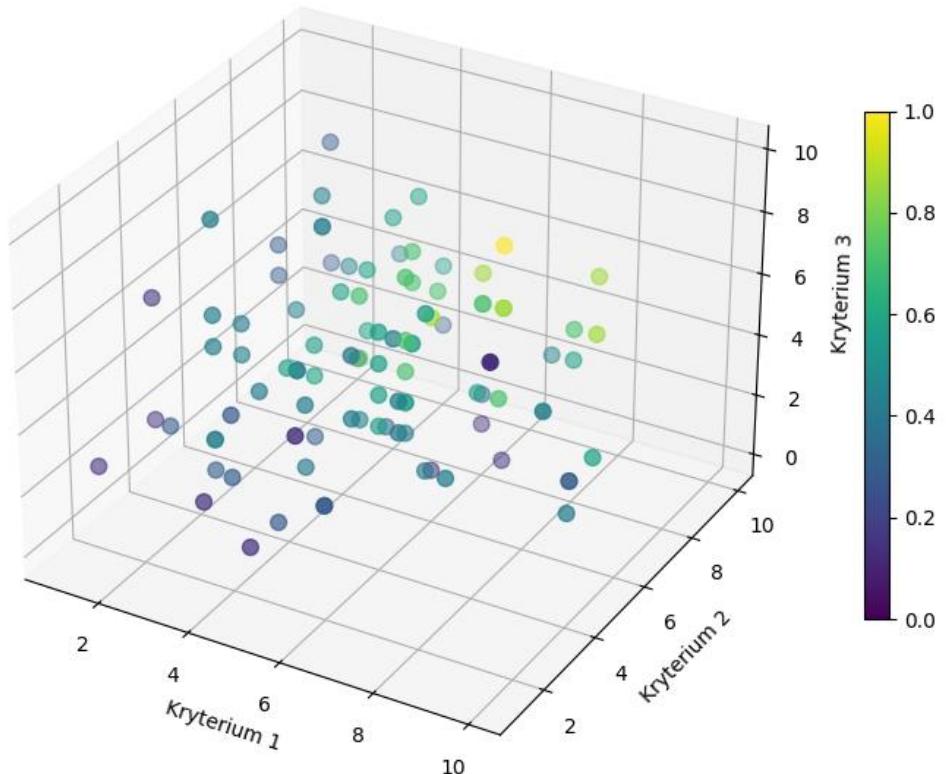


Rys. 5. RSM – wykres.

SP-CS:

Ranking Results					
PointIndex	Score	Kryterium 1	Kryterium 2	Kryterium 3	
53.0	1.0	7.0	7.0	8.0	
32.0	0.8571428571428572	6.0	6.0	6.0	
41.0	0.8571428571428572	9.0	7.0	6.0	
47.0	0.8571428571428572	8.0	9.0	6.0	
56.0	0.8571428571428572	6.0	8.0	6.0	
80.0	0.8571428571428572	7.0	7.0	6.0	
7.0	0.8571428571428572	7.0	7.0	6.0	
58.0	0.7142857142857144	5.0	8.0	5.0	
96.0	0.7142857142857144	6.0	5.0	6.0	
94.0	0.7142857142857144	6.0	5.0	8.0	
91.0	0.7142857142857144	6.0	5.0	5.0	
76.0	0.7142857142857144	6.0	8.0	5.0	
75.0	0.7142857142857144	6.0	8.0	5.0	
38.0	0.7142857142857144	8.0	8.0	5.0	

Rys. 6. SP-CS – ranking (punkty z najlepszym wynikiem).

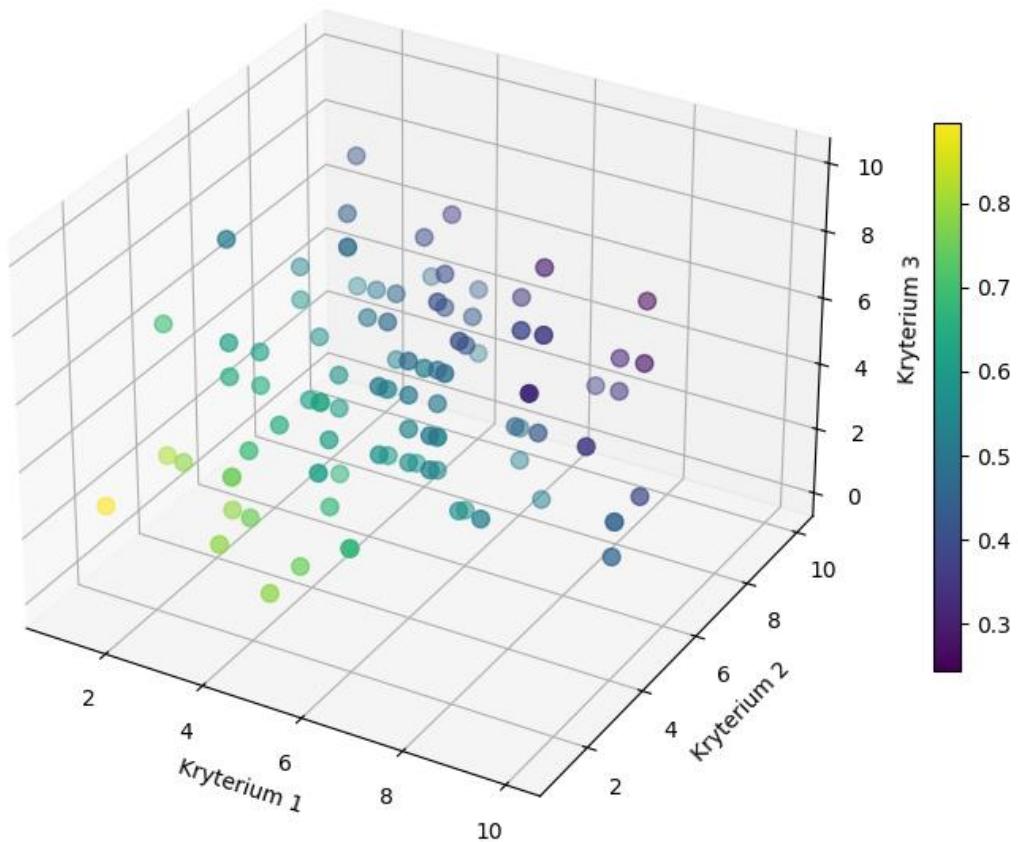


Rys. 7. SP-CS – wykres.

UTA:

Ranking Results				
PointIndex	Score	Kryterium 1	Kryterium 2	Kryterium 3
55.0	0.8962962962962963	1.0	2.0	2.0
43.0	0.8222222222222223	1.0	4.0	2.0
3.0	0.7888888888888889	4.0	1.0	3.0
52.0	0.7888888888888888	2.0	3.0	3.0
30.0	0.7851851851851852	3.0	3.0	2.0
88.0	0.7851851851851852	5.0	1.0	2.0
21.0	0.7518518518518518	4.0	2.0	3.0
60.0	0.7518518518518518	3.0	3.0	3.0
67.0	0.7518518518518518	3.0	3.0	3.0
93.0	0.7481481481481481	5.0	2.0	2.0
78.0	0.6888888888888889	1.0	4.0	6.0
65.0	0.6851851851851851	4.0	2.0	5.0
35.0	0.6777777777777777	6.0	2.0	3.0
31.0	0.6777777777777777	5.0	3.0	3.0

Rys. 8. UTA – ranking (punkty z najlepszym wynikiem).



Rys. 9. UTA – wykres.

5. Analiza wyników.

- TOPSIS

Wyniki uzyskane metodą TOPSIS potwierdziły jej stabilność wobec niewielkich zmian wag kryteriów. Alternatywy o najwyższych wartościach współczynnika bliskości utrzymywały swoje pozycje w rankingu nawet po modyfikacjach parametrów, co wskazuje, że metoda dobrze sprawdza się w zastosowaniach wymagających szybkiej i powtarzalnej oceny wariantów.

- RSM

RSM okazała się wrażliwa na sposób wyboru punktów odniesienia. Przy równomiernym ich rozmieszczeniu ranking pozostawał spójny, natomiast w przypadku ich nierównomiernego rozkładu pojawiały się zauważalne zmiany w kolejności alternatyw. Podkreśla to istotną rolę starannego doboru punktów referencyjnych i ich wpływ na końcowy wynik.

- SP-CS

W przypadku SP-CS kluczową rolę odegrał dobór punktów wzorcowych, do których porównywane były alternatywy. Metoda skutecznie identyfikowała warianty najbardziej zbliżone do dominujących profili decyzyjnych, co pozwalało na jasne wyodrębnienie grup preferowanych alternatyw. Jednocześnie zauważono, że liczba i różnorodność punktów wzorcowych wpływała na zdolność metody do rozróżniania alternatyw — większa liczba wzorców dawała bardziej szczegółowe rankingi, natomiast zbyt mała prowadziła do zbyt ogólnej oceny.

- UTA

Metoda UTA pozwoliła uzyskać ranking najbardziej zgodny z preferencjami decydenta. Dokładna rekonstrukcja funkcji użyteczności sprawiła, że wyniki były bardzo precyzyjne, jednak proces ten wymagał znacznego nakładu pracy - zarówno na etapie pozyskiwania preferencji, jak i w trakcie obliczeń. UTA jest więc narzędziem skutecznym, lecz czasochłonnym.

Porównanie metod:

- TOPSIS — szybka, przejrzysta i stabilna, ale umiarkowanie wrażliwa na sposób normalizacji i skalowanie kryteriów.
- RSM — metoda elastyczna, lecz silnie zależna od definicji punktów odniesienia.
- SP-CS — dobrze radzi sobie w analizie podobieństwa alternatyw do wybranych profili, wymaga jednak rozsądnego doboru wzorców, aby uniknąć nadmiernej ogólności lub przeciwnie — nadmiernej szczególowości.
- UTA — najbardziej precyzyjna, najdokładniej odzwierciedlająca preferencje decydenta, ale jednocześnie najbardziej wymagająca czasowo.

6. Podsumowanie.

Przeprowadzone badania umożliwiły porównanie czterech odmiennych metod wielokryterialnego wspomagania decyzji. Wyniki pokazały, że każda z nich posiada określone cechy determinujące jej zastosowanie:

TOPSIS okazał się dobrym wyborem do szybkiej oceny alternatyw, szczególnie gdy liczba kryteriów jest umiarkowana, a decydent oczekuje prostej interpretacji wyników.

RSM sprawdził się w zadaniach, w których dostępne są dobrze zdefiniowane punkty odniesienia — metoda pozwala wtedy uzyskać elastyczny ranking, dostosowany do kontekstu problemu.

SP-CS jest korzystna, gdy decyzja zależy od podobieństwa alternatyw do określonych profili lub wzorców — pod warunkiem odpowiedniego doboru tych punktów.

UTA najlepiej nadaje się do sytuacji, w których kluczowe jest dokładne modelowanie preferencji decydenta, mimo większych wymagań obliczeniowych.

Analiza 100 alternatyw pokazała, że różnice między rankingami wynikają z odmiennych założeń każdej metody. TOPSIS generował relatywnie stabilne rankingi, RSM był zależny od struktury punktów odniesienia, UTA dawała najdokładniejsze dopasowanie do preferencji, natomiast SP-CS najlepiej odwzorowywała zbliżenia do wzorców decyzyjnych.

Wybór właściwej metody powinien zależeć od charakteru problemu, dostępnego czasu, jakości danych oraz wymaganej precyzji odwzorowania preferencji.

