

گزارش کار تمرین سری دوم شبیه سازی های فیزیکی

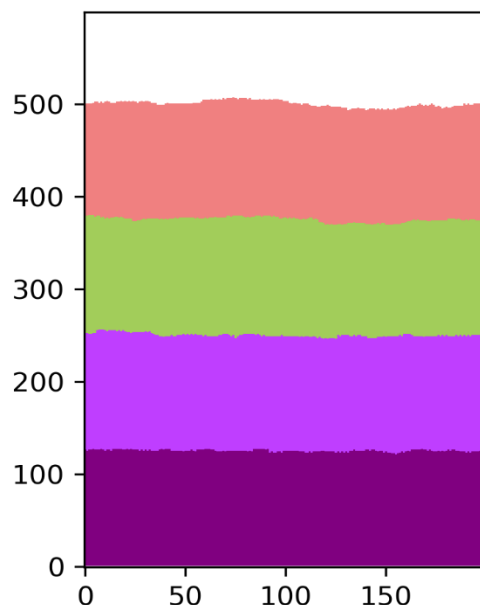
زهرا اکبری – 98100612

## تمرین اول: پایین نشست

در این تمرین شکل کلی رسم مشابه تمرین قبلی ست، فقط باید شرایط مرزی دوره ای را همراه شرط ارتباط هر خانه با همسایه کناری اعمال کنیم. برای مورد اول، از این نکته استفاده شده که در پایتون اندیس های منفی به معنی شمارش از آخر لیست هستند. برای مورد دوم هم با چند تابع `if` هر بردانه در ستونی مینشیند که مقدار کمتری داشته باشد، در صورت برابری دو ستون کناری به تصادف یکی را انتخاب میکند.

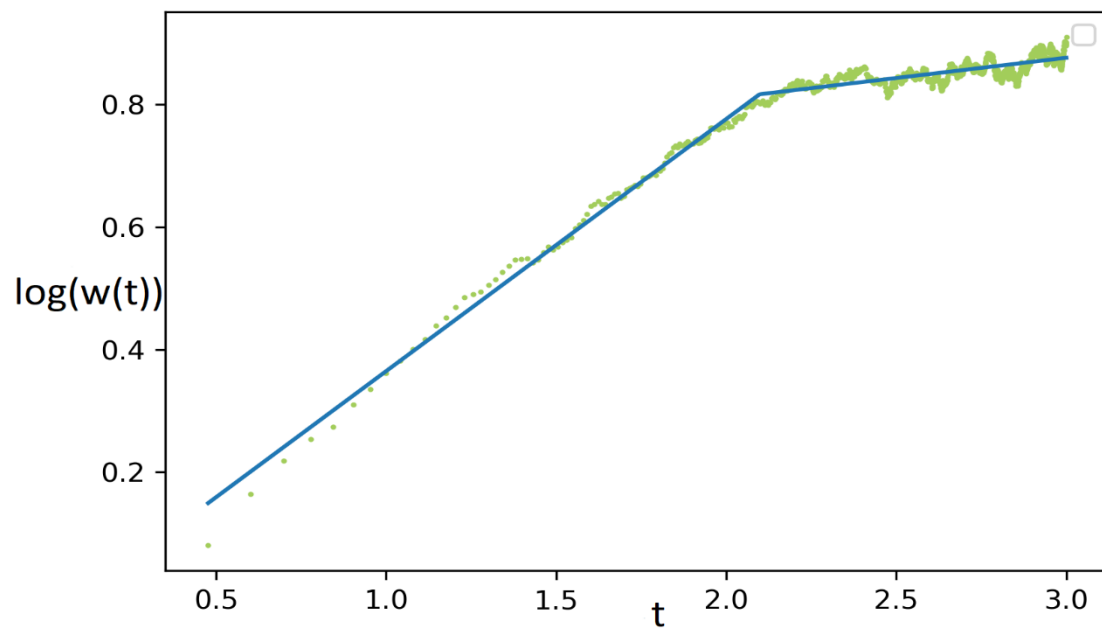
در ابتدا مشابه تمرین قبل یک خانه به تصادف از آرایه `h` انتخاب میشود. سپس طبق روش های گفته شده در بالا شروط برقرار میشوند. بعد اطلاعات پر شدن هر خانه از آرایه `h[position]` برای رسم به آرایه ی دو در دوی `image_array` انتقال میابد. متغیر `position` همان ستونی ست که طبق شروط تعریف شده باید یک دانه به آن اضافه شود.

در نهایت برای رسم شکل پایین نشست برخلاف تمرین قبل از تابع `imshow` استفاده میکنیم که سریع تر است. این تابع یک آرایه دو در دو میگیرد و هر خانه را به رنگی که در آرایه `colorlist` مشخص کرده ایم در می آورد. برای مشخص تر شدن ناهمواری ها در طی زمان رنگ خانه ها عوض میشود. توضیحات توابعی که این شروط را اعمال میکنند در متن کد به صورت کامنت اضافه شده است. نتیجه به شکل زیر است: (تمام تصاویر با کیفیت بالاتر در فایل تمرین ذخیره شده اند)

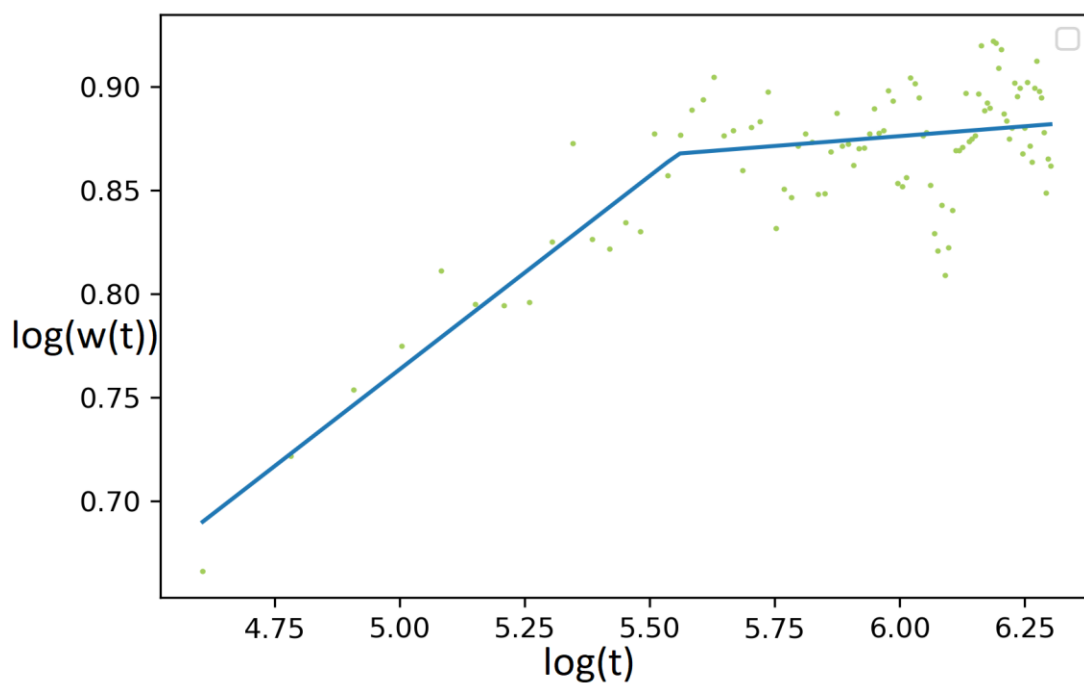


شکل 1 پایین نشست برای  $t = 100000$

در ادامه ناهمواری را به صورت لگاریتمی رسم میکنیم و با استفاده از کتابخانه pwlf به شکل تکه تکه و با روش کمترین مربعات دو خط به نمودار برازش میکنیم. با استفاده از شیب خط اول و نقطه شکست پارامترهای مورد نظر سوال را به دست می آوریم. در زیر دو نمودار آورده شده است. در نمودار اول برای تعداد قدم یک میلیون تعداد محاسبات واریانس با فرکانس بیشتری محاسبه شده به همین علت نقاط بیشتری رسم شده اند. اما با مقایسه شیب متوجه شدم باید قدم های بیشتری رسم شوند تا نمودار اشباع شود و به مقادیر درستی برسیم. در شکل با تعداد قدم دو میلیون با صد بار محاسبه واریانس در طی پروسه، و همینطور 100 بار میانگین گیری (برای از بین رفتن نوسان های ناشی از تصادفی بودن شبیه سازی) نمودار رسم شده است.



شکل 2 لگاریتم ناهموازی بر حسب لگاریتم زمان برای پایین نشست برای  $t = 1000000$



شکل 3 لگاریتم ناهموازی بر حسب لگاریتم زمان برای پایین نشست برای  $t = 2000000$

در نهایت داریم:

$$z = 0.027789$$

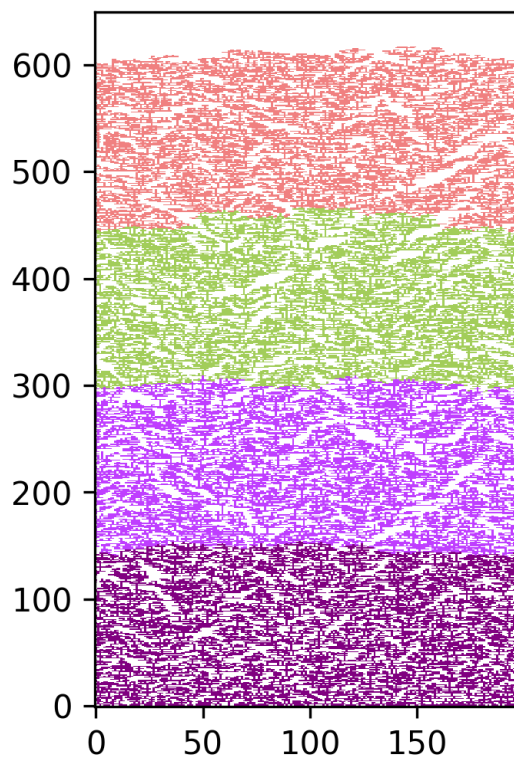
$$\text{beta} = 0.187003$$

$$\text{alpha} = 0.005197$$

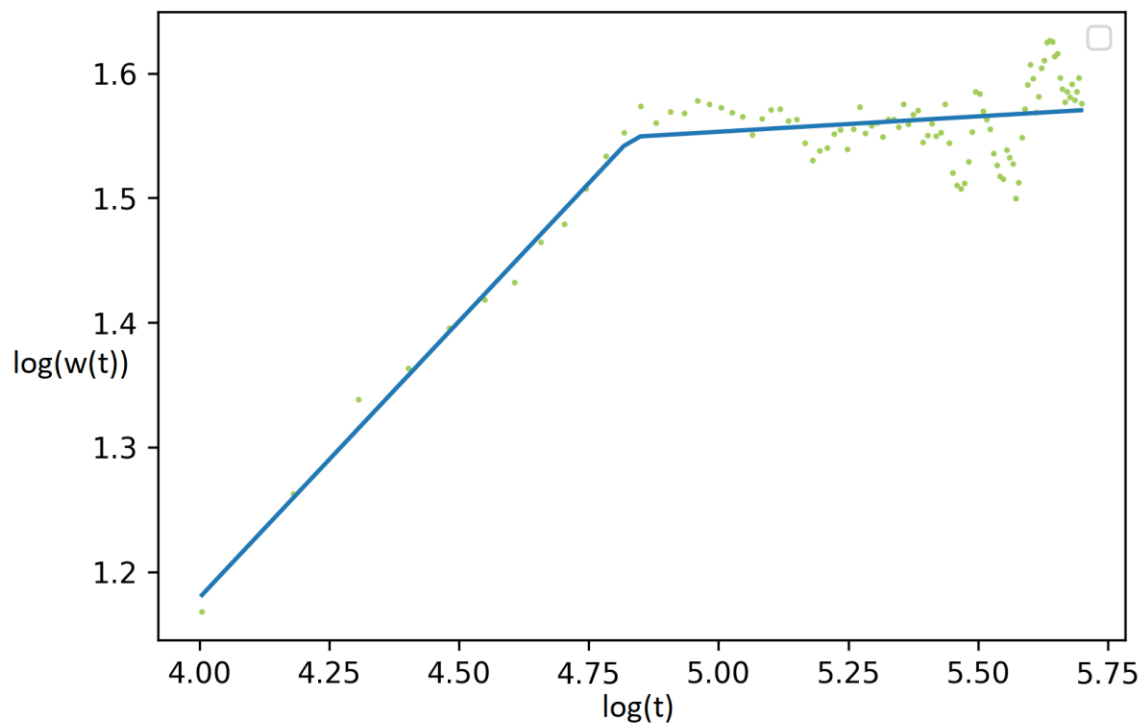
برای محاسبه خطای شیب به دست آمده میتوانیم شبیه سازی را چند بار اجرا کنیم و انحراف از معیار نتایج را محاسبه کنیم که مشابه تمرین قبل انتظار خطای  $10^{-6}$  را داریم.

## تمرین دوم: کنار نشست

روند این شبیه سازی کاملاً مشابه پایین نشست است و تنها شروط قرار گیری باید به جای اینکه سعی در پیدا کردن کمینه مقدار ستون های همسایه خانه مورد نظر داشته باشند، بیشینه را پیدا کنند و دانه را در این خانه قرار دهند. فقط باید توجه کنیم در صورتی که خانه تصادفی انتخاب شده مقدار بیشتری از همسایه ها داشته باشد یکی به مقدار این ستون اضافه میشود، اما اگر خانه های کناری مقدار بیشتری داشتند مقدار همین ستون با همسایه ی بزرگتر برابر میشود. با دادن این مقدار ها به آرایه ی `image_array` در همین لوپ رنگ خانه هارا مشخص و رسم میکنیم. نتایج به شکل زیرند:



شکل 4 کنار نشست برای  $t = 10000$



شکل 5 لگاریتم ناهموازی بر حسب لگاریتم قدم ها برای  $t = 500000$

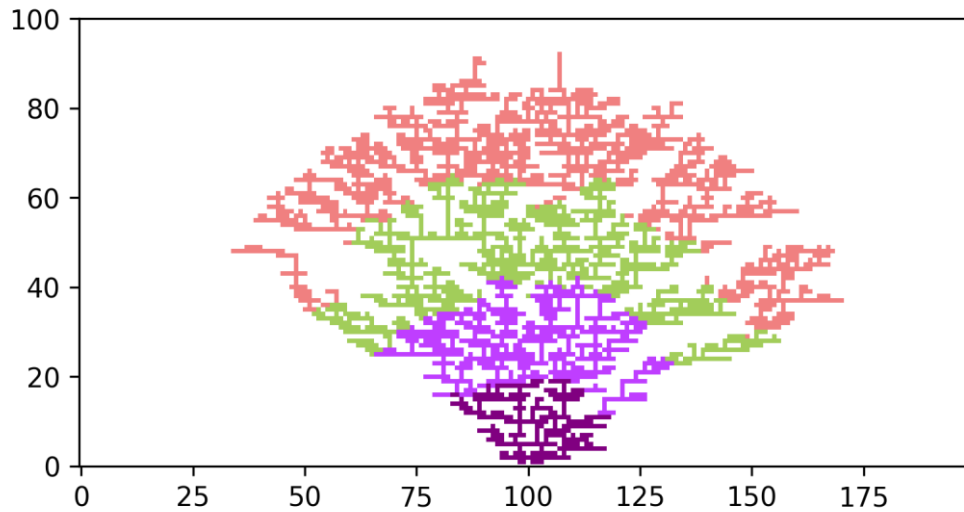
$z = 0.024169$

$\beta = 0.443050$

$\alpha = 0.0107081$

## تمرین سوم: کنارنشست با شرایط اولیه متفاوت

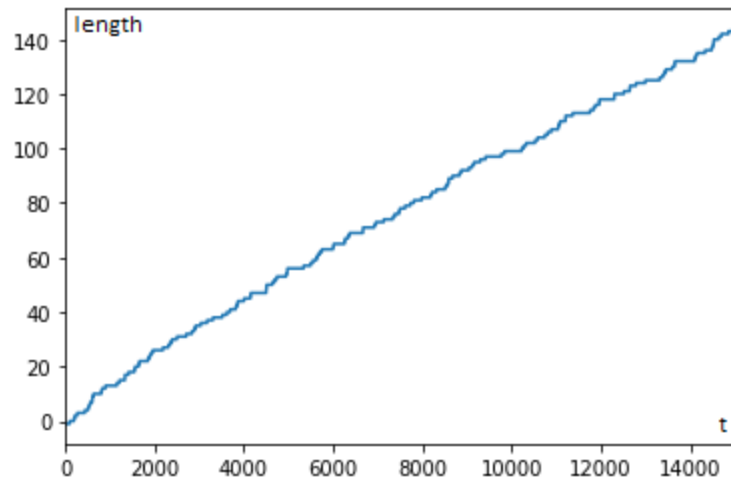
این بار تنها به یک خانه در ردیف اول نمودار کنارنشست نیاز داریم، برای اعمال این شرط کافی ست مقدار اولیه آرایه را به جز خانه وسطی بی نهایت کنیم. و در خانه وسط مقدار 1 را قرار دهیم. سپس با اجرای کد تمرین قبل به شکل درختچه زیر میرسیم:



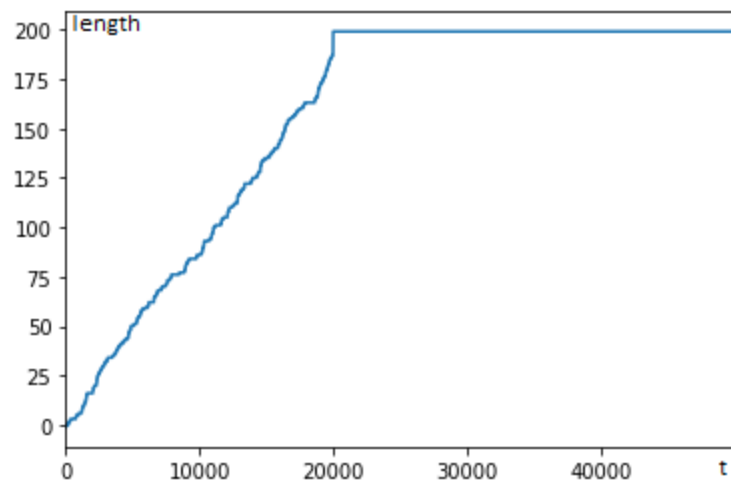
شکل 6 درختچه برای قدم 15000

اگر شبیه سازی را برای تعداد قدم های بیشتری اجرا کنیم درختچه به مرزها برخورد کرده و به علت شرایط مرزی متناوب سمت دیگر پدیدار میشود. عرض بیشینه درخت را در همان لوپ رسم شکل با استفاده از تابع `maxlength` محاسبه میکنیم. در این تابع با یک `for` از دو طرف اندیس اولین خانه رنگی ثبت شده و اختلافشان را به عنوان طول بیشینه درختچه در قدم مورد نظر برمیگرداند. در زیر این طول رسم شده است. در نمودار اول هنوز این طول اشباع نشده و خانه های رنگی به مرزها نرسیده اند اما در نمودار دوم به نقطه اشباع میرسیم. سپس به روش قبلی خط برازش کرده و شیب را محاسبه میکنیم.

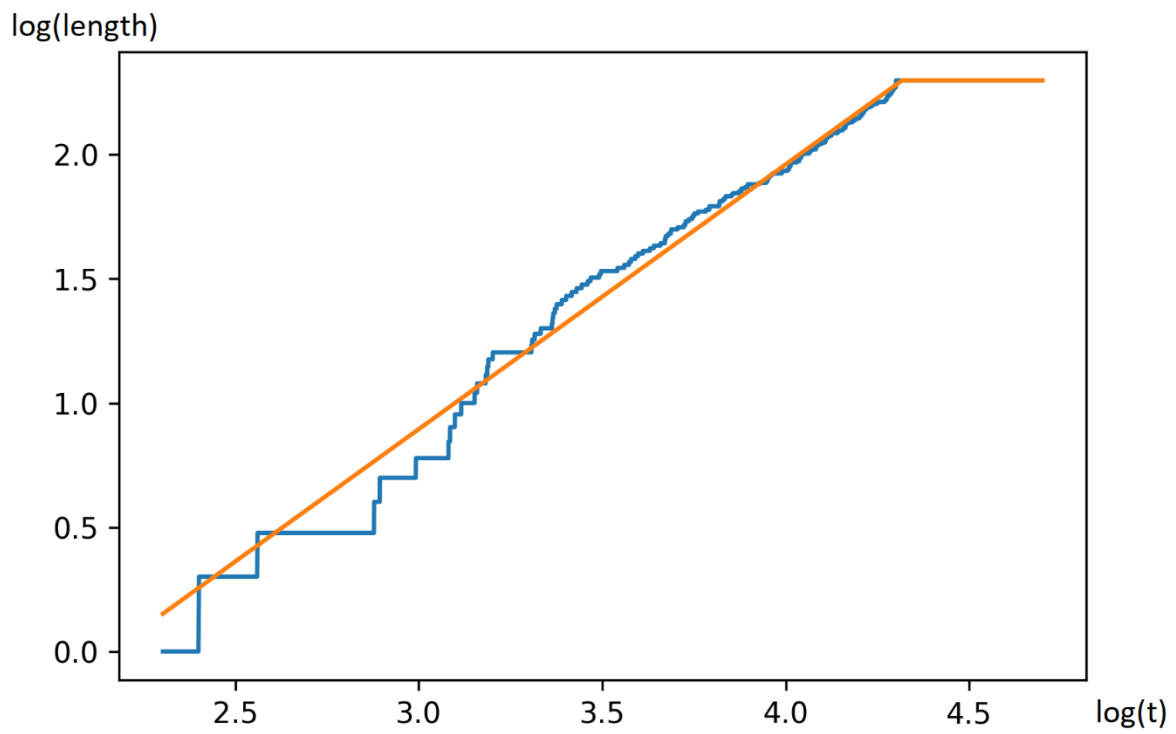




شکل 7 طول بیشینه درختچه بر حسب قدم ها برای  $t = 15000$



شکل 8 طول بیشینه درختچه بر حسب قدم ها برای  $t = 50000$



شکل 9 لگاریتم طول بیشینه بر حسب لگاریتم قدم ها برای  $t = 50000$

با استفاده از برازش بالا شیب خط و نقطه ی اشباع را محاسبه میکنیم:

$t_{\text{saturation}} = 20740$

Slope = 1.066101