

Luddisti spaziali (space)

Difficoltà $D = 1$ (tempo limite 1 sec).

Descrizione del problema

NOTA: QUESTO È IL PRIMO PROGETTO DELL'ANNO ACCADEMICO 2011/2012.

Benvenuti nell'anno 3012.

Dopo l'invasione delle astronavi Maya nel 2012 l'umanità, per evitare altre sorprese, decise che era arrivato il momento di spingere maggiormente sull'esplorazione del sistema solare. Nel 2050 la sonda Giacobbo trovò una irregolarità nel tessuto spazio-temporale a breve distanza dall'orbita di Saturno ed esplorazioni più accurate mostrarono la presenza di un wormhole.

Un wormhole è un tunnel scorciatoia che collega due punti diversi dello spazio. Sono fenomeni naturali, molto comuni nella nostra galassia e sono l'unico metodo conosciuto per viaggiare tra diversi sistemi solari aggirando la barriera della velocità della luce.

Nei secoli successivi gli esploratori terrestri scoprirono una intera rete di wormhole ed iniziarono a sfruttarla per colonizzare altri sistemi solari. Nell'anno 3012 l'impero terrestre contiene un immenso numero di pianeti sotto l'autorità del Presidente Spaziale. Le persone e i mezzi di comunicazione viaggiano da un pianeta ad un altro attraverso la rete di wormhole. Nell'esempio mostrato nella Figura 1, un viaggiatore in partenza da Pern e diretto a Tannhauser può passare per Vulcan, Anarres e Phezzan oppure passare da Dagobah, Trantor e Phezzan.

Purtroppo non tutti sono soddisfatti dalla situazione galattica. Negli ultimi decenni una setta terroristica conosciuta come i Luddisti Spaziali ha dichiarato blasfemo il viaggio interstellare. Spie governative nella setta riferiscono che i Luddisti hanno intenzione di attaccare un pianeta dell'impero e di bloccare tutti i wormhole che lo collegano al resto della galassia. Per fortuna le loro risorse sono limitate e sappiamo che saranno in grado di attaccare un unico pianeta.

Il Presidente Spaziale è molto preoccupato, visto che anche una temporanea interruzione delle comunicazioni potrebbe essere fatale al suo governo. Nell'esempio, se i Luddisti attaccassero Phezzan la galassia risulterebbe spezzata in due. Se Abydos venisse attaccato, Druidia, LV-426, Caprica e Narn sarebbero isolati dal resto della galassia.

Il Presidente ha quindi deciso di nominare dei viceré e di installarli in alcuni pianeti dell'impero, in modo che dopo l'attacco dei Luddisti ogni pianeta non attaccato sia raggiungibile da almeno un viceré.

Ogni viceré toglie una fetta di potere al Presidente ed aumenta la probabilità che uno di loro si ribelli in futuro. Il Presidente vorrebbe quindi minimizzare il numero di viceré installati nella galassia.

Il Presidente si è quindi rivolto alla Space University of Trento con la seguente domanda: su quali pianeti bisogna installare un viceré in modo da garantire che, qualunque sia il pianeta attaccato dai Luddisti, ogni pianeta non attaccato sia raggiungibile da un viceré? Minore è il numero dei viceré installati, migliore è la soluzione.

Nell'esempio nella figura una soluzione ottima è di installare viceré in Barrayer, Katratzi, Magrathea e LV-426. Si può vedere che qualunque sia il pianeta attaccato dai Luddisti, tutti gli altri pianeti sono raggiungibili da uno dei viceré.

Figura 1:



Dati di input

L'input rappresenta una galassia. La prima riga contiene due interi, N (il numero di pianeti) e M (il numero di wormhole).

Le successive M righe contengono ognuna due interi separati da spazio. L' i -esima riga contiene gli identificatori dei due pianeti collegati dall' i -esimo wormhole.

Dati di output

La prima riga contiene l'intero K , il numero di viceré installati nella galassia. La riga successiva contiene gli identificatori dei pianeti in cui sono stati installati i viceré.

Assunzioni

- $1 \leq N \leq 500000$
- $1 \leq M \leq 1000000$
- In tutti i casi, $K \geq 2$

Valutazione delle soluzioni

- Il programma viene valutato su una sequenza G_1, G_2, \dots, G_{20} di 20 grafi di diverse caratteristiche e dimensioni.
- L'output del programma su G_i è corretto ed ottimo se:
 - qualunque sia il pianeta attaccato dai Luddisti, tutti i pianeti non attaccati sono raggiungibili da almeno un viceré

- il numero di viceré è minimo

In questo caso il punteggio del programma su G_i è il seguente:

$$SCORE_i = 1.0$$

- L'output del programma su G_i è corretto ma non ottimo se:

- qualunque sia il pianeta attaccato dai Luddisti, tutti i pianeti non attaccati sono raggiungibili da almeno un viceré

- il numero di viceré non è minimo

In questo caso sia SOL_i il numero di viceré nella soluzione del programma e OPT_i il numero ottimo di viceré. Il punteggio del programma su G_i è il seguente:

$$SCORE_i = 0.5 * (OPT_i / SOL_i)$$

- L'output del programma su G_i non è corretto se:

- esiste un pianeta che, se attaccato dai Luddisti, causa almeno un altro pianeta ad essere irraggiungibile dai viceré

In questo caso il punteggio del programma su G_i è il seguente:

$$SCORE_i = 0.0$$

- Il punteggio del programma si calcola secondo la seguente formula.

$$PUNTEGGIO = \sum_{i=1}^{20} SCORE_i * 5$$

Il punteggio massimo è pari a 100.0. Un programma che ottiene $PUNTEGGIO \geq 30.0$ basta per superare con successo il progetto.

- In 6 grafi su 20 la soluzione ottima ha solo due viceré. Un programma che risolve correttamente questi casi riesce a raggiungere il punteggio minimo per superare il progetto.

Esempi di input/output

File input.txt	File output.txt
18 23 0 3 0 7 0 12 0 16 1 11 1 13 1 15 2 4 3 9 4 10 4 13 5 6 5 12 6 12 6 17 7 9 7 16 8 10 10 14 11 12 11 13 12 17 14 15	4 2 6 7 8

File input.txt	File output.txt
<pre> 3 2 0 1 1 2 </pre>	<pre> 2 0 2 </pre>

Nota/e

- Nel caso in cui la soluzione ottima ha solo due viceré, il numero di combinazioni per la posizione in cui verranno inseriti è $O(N^2)$. Basta controllare per ognuna di queste se è una soluzione valida.
- Consiglio: prima di risolvere il problema per un grafo generico cercate di lavorare su casi semplici: se il grafo è una linea (come nel secondo caso di esempio) dove vanno messi i viceré? Cosa succede se il grafo è un albero o se è un semplice ciclo?