

## Corrigés des exercices de dénombrement du chapitre 1 §5

### Exercice 1

*Dénombrer le nombre de codes à 4 chiffres contenant au moins un 0*

Il y a ordre et répétition : dans un code (de carte bleue par exemple) l'ordre compte, et le même chiffre peut être répété.

Un code est donc un quadruplet de chiffres compris entre 0 et 9 (10 possibilités pour chaque chiffre), il y a  $10^4 = 10\,000$  codes possibles.

Soit  $A$  l'ensemble des codes contenant au moins un 0. Il est plus facile ici de calculer le cardinal de  $A^c$ . Les éléments de  $A^c$  sont les quadruplets de chiffres compris entre 1 et 9 (9 possibilités pour chacun), il y en a  $9^4 = 6\,561$ .

On conclut :  $\text{card}A = \text{card}\Omega - \text{card}A^c = 3\,439$ .

### Exercice 2

*Trois amis vont dîner dans un restaurant où sont proposés cinq menus.*

*Ils décident de prendre des menus différents : combien de situations différentes peuvent être observées par le serveur ? et par le cuisinier ?*

Il n'y a pas ici répétition puisque les trois amis ont décidé de prendre des menus différents.

Pour le serveur, il y a un ordre (pour servir à table, il doit savoir qui a pris quoi).

Il y a donc pour lui  $A_5^3 = 60$  cas possibles.

Pour le cuisinier, il n'y a pas d'ordre : il s'intéresse seulement aux trois repas qu'il a à préparer, donc pour lui il y a  $C_5^3 = 10$  cas possibles.

*Mêmes questions si les trois amis choisissent leurs menus sans contrainte.*

Il y a maintenant répétition possible.

Pour le serveur, il y a toujours un ordre, donc on compte le nombre de triplets à valeurs dans  $[1, 5]$  (on a numéroté les menus), ce qui donne  $5^3 = 125$  cas possibles.

Pour le cuisinier, l'ordre est toujours sans importance : on compte le nombre de 3-combinaisons avec répétition de  $[1, 5]$ . Il y en a  $\Gamma_5^3 = C_{5+3-1}^3 = C_7^3 = 35$ .