



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE CRATEÚS

Propriedades das linguagens recursivas

Teoria da Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará
Campus de Crateús

18 de maio de 2023

⁰Slides baseados no livro LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

Definição

Dizemos que uma Máquina de Turing **enumera** a linguagem L se e somente se, para algum estado fixo q de M

$$L = \{w : (s, \triangleright \sqcup) \vdash_M^* (q, \triangleright \sqcup w)\}$$

Uma linguagem é **Turing enumerável** se e somente se existe uma máquina de Turing que a enumera

Teorema

Uma linguagem é recursivamente enumerável se e somente se ela é Turing enumerável

Definição

Seja M uma máquina de Turing que enumera uma linguagem L . Dizemos que M **enumera lexicograficamente** L se o seguinte é verdade: sempre que $(q, \triangleright \sqsubseteq w) \vdash_M^+ (q, \triangleright \sqsubseteq w')$, temos que w' vem lexicograficamente depois de w onde q é um estado especial.

Uma linguagem é **Turing-enumerável lexicograficamente** se e somente se existe uma máquina de Turing que a enumera lexicograficamente.

Teorema

Uma linguagem é recursiva se e somente se ela é Turing-enumerável lexicograficamente.

Propriedades das linguagens recursivas

Teorema de Rice

Suponha que \mathcal{C} é um subconjunto próprio e não vazio da classe de todas as linguagens recursivamente enumeráveis. Então o seguinte problema é indecidível: dada uma máquina de Turing M , $L(M) \in \mathcal{C}$?

Ideia da demonstração

- Podemos assumir que $\emptyset \notin \mathcal{C}$
- Como \mathcal{C} é não vazia, podemos assumir que existe uma linguagem $L \in \mathcal{C}$ semidecida por uma máquina M_L
- Devemos reduzir o problema da parada para o problema de decidir se uma linguagem semidecida por uma dada máquina de Turing está em \mathcal{C}

•

$T_{M,w}(x) : \text{se } U("M" 'w') \neq \nearrow \text{ então } M_L(x), \text{ caso contrário } \nearrow$

Propriedades das linguagens recursivas

Afirmação

A linguagem semidecidida por $T_{M,w}$ está na classe \mathcal{C} se e somente se M para para a entrada w

Ideia da prova

- Suponha que M para para a entrada w
 - Então $T_{M,w}$ para a entrada x determina isso, e então sempre aceita x se e somente se $x \in L$
 - Portanto, nesse caso, a linguagem semidecidida por $T_{M,w}$ é L que está em \mathcal{C}
- Suponha então que $M(w) = \nearrow$
 - Nesse caso, a linguagem semidecidida por $T_{M,w}$ nunca para e então M_x semidecide a linguagem \emptyset que não está em \mathcal{C}

A indecidibilidade de muitos problemas são obtidas a partir do Teorema de Rice. Dada uma máquina de Turing M , a linguagem $L(M)$ semidecidida por ela é regular? É livre de contexto? Finita? Vazia? Recursiva? E assim por diante.

O que vem por aí?

- Tira dúvidas



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE CRATEÚS

Propriedades das linguagens recursivas

Teoria da Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará
Campus de Crateús

18 de maio de 2023

⁰Slides baseados no livro LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.