



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE CRATEÚS

Satisfazibilidade, Validade e Tabelas Verdade

Lógica para Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará
Campus de Crateús

18 de maio de 2021

⁰Slides baseados no livro Lógica para Ciência da Computação¹.

¹DE SOUZA, JOÃO NUNES. Lógica para ciência da computação. Elsevier Brasil, 2008.

O que vimos na aula passada?

- Semântica da lógica proposicional
 - Atribuição de valores verdade
 - Matriz de conectivos
 - Valoração de fórmulas complexas

- Considere a fórmula $p \vee \neg p$
- Como essa fórmula tem apenas um átomo, podemos gerar apenas duas distintas valorações para ela, $V_1(p)=0$ e $V_2(p) = 1$
- No primeiro caso, temos que $V_1(\neg p) = 1$ e $V_1(p \vee \neg p) = 1$
- No segundo caso, temos que $V_2(p) = 1$ e $V_2(p \vee \neg p) = 1$
- Ou seja, em ambos os casos, independente da valoração dos átomos, a valoração da fórmula é sempre 1.

- Por outro lado, considere a fórmula $p \wedge \neg p$
- De maneira similar, temos apenas duas valorações distintas para essa fórmula
- E ambas valoram $p \wedge \neg p$ em 0

- Por fim, temos fórmulas que podem ora ser valoradas em 0, em cujo caso a valoração falsifica a fórmula
- E que podem ora ser valoradas em 1, em cujo caso a valoração satisfaz a fórmula
- Por exemplo, a fórmula $p \rightarrow q$ é uma delas
- Esses fatos motivam a classificação das fórmulas de acordo com o seu comportamento diante de todas as valorações possíveis de seus átomos

- Uma fórmula é **satisfazível** se existe **uma valoração** V de seus átomos tal que $V(A)=1$
- Uma fórmula A é dita **insatisfazível** se **toda valoração** V de seus átomos é tal que $V(A)=0$
- Uma fórmula A é dita **válida** ou uma **tautologia** se **toda valoração** V de seus átomos é tal que $V(A)=1$
- Uma fórmula é dita **falsificável** se existe **uma valoração** V de seus átomos tal que $V(A)=0$
- Há infinitas fórmulas em cada categoria
- Existem também diversas relações entre as classificações apresentadas, decorrentes diretamente das definições, notadamente:

- Toda fórmula válida é também satisfazível
- Toda fórmula insatisfazível é falsificável
- Uma fórmula não pode ser satisfazível e insatisfazível
- Uma fórmula não pode ser válida e falsificável
- Se A é válida, então $\neg A$ é insatisfazível; analogamente, se A é insatisfazível, então $\neg A$ é válida
- Se A é satisfazível, então $\neg A$ é falsificável e vice-versa
- Existem fórmulas que são tanto satisfazíveis como falsificáveis (por exemplo, as fórmulas p , $\neg p$, $p \wedge q$, $p \vee q$ e $p \rightarrow q$)

- No caso de fórmulas grandes, a classificação de uma fórmula nas categorias apresentadas não é absolutamente trivial
- Um dos grandes desafios da computação é encontrar métodos eficientes para decidir se uma fórmula é satisfazível/insatisfazível ou se é válida/falsificável
- Um dos primeiros métodos propostos na literatura para a verificação da satisfazibilidade e validade de fórmulas é o método da **tabela verdade**
- A tabela verdade é um método exaustivo de geração de valorações para uma dada fórmula A , que é construída da seguinte maneira

- A tabela possui uma coluna para cada subfórmula de A , inclusive para A . Em geral, os átomos de A ficam situados nas colunas mais à esquerda e A é a fórmula mais à direita
- Para cada valoração possível para os átomos de A , insere-se uma linha com os valores da valoração dos átomos
- Em seguida, a valoração dos átomos é propagada para as subfórmulas, obedecendo-se a definição de valoração. Dessa forma, começa-se valorando as fórmulas menores até as maiores
- Ao final desse processo, todas as possíveis valorações de A são criadas, e pode-se classificar A da seguinte maneira

- A é **satisfazível** se **alguma linha** da coluna A tiver 1
- A é **válida** se **todas as linhas** da coluna A contiverem 1
- A é **falsificável** se **alguma linha** da coluna A contiver 0
- A é **insatisfazível** se **todas as linhas** da coluna A contiverem 0

Exemplo

$$A_1 = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$$

Exemplo

$$A_2 = p \vee \neg p$$

Exemplo

$$A_3 = p \wedge \neg p$$

Exemplo

$$A_4 = ((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow (q \vee s))$$

- Com o aumento de átomos, nota-se que o método fica, no mínimo, desajeitado para a verificação manual e, na prática, 4 átomos é o limite de realização manual de uma Tabela Verdade
- A automação da tabela verdade é possível, mas, por causa do crescimento exponencial, é limitada

O que vem por aí?

- Consequência Lógica



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE CRATEÚS

Satisfazibilidade, Validade e Tabelas Verdade

Lógica para Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará
Campus de Crateús

18 de maio de 2021

⁰Slides baseados no livro Lógica para Ciência da Computação².

²DE SOUZA, JOÃO NUNES. Lógica para ciência da computação. Elsevier Brasil, 2008.