UFC

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS CRATEÚS
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

Aluno(a): ______________________________ **Matrícula:**______________
CRT0390 - Algoritmos em grafos **Período: 2022.1**
Prof. Rennan Dantas

Nota:______

1^a. ETAPA

Instruções para resolução da lista:
1 – A lista deve ser respondida de forma manuscrita, incluindo os autômatos.
2 – Use preferencialmente caneta esferográfica de tinta azul ou preta para escrever as respostas. Certifique-se de que as suas respostas estão legíveis.
3 – Gere um PDF único com todas as suas respostas. Envie esse arquivo gerado pelo SIGAA.

1. Prove que todo conjunto de seis pessoas possui três pessoas que se conhecem mutualmente ou três pessoas que não se conhecem mutualmente.
2. Seja G um grafo.
   (a) Prove que G é uma árvore se e somente se G é conexo e toda aresta é uma aresta de corte.
   (b) Prove que G é uma árvore se e somente se adicionando qualquer aresta com extremidades em $V(G)$ cria exatamente um ciclo.
3. Prove que cada propriedade abaixo caracteriza uma floresta.
   (a) Todo subgrafo induzido tem um vértice de grau no máximo 1.
   (b) Todo subgrafo conexo é um subgrafo induzido.
   (c) O número de componentes é o número de vértices menos o número de arestas.
4. Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique.
   (a) Todo grafo desconexo tem um vértice isolado.
   (b) Um grafo é conexo se e somente se existe algum vértice que é conectado a todos os outros vértices.
   (c) O conjunto de arestas de toda trilha fechada pode ser particionada em conjunto de arestas de ciclos.
   (d) Se um trilha maximal em um grafo não é fechada, então as suas extremidades têm grau ímpar.
5. Prove que todo grafo com n vértices e com n arestas contém um ciclo.
6. Prove ou refute:
   (a) Todo grafo euleriano bipartido tem um número par de arestas.
   (b) Todo grafo euleriano simples com um número par de vértices tem um número par de arestas.
7. Prove ou refute: se G é um grafo euleriano com arestas e, f que compartilham um vértice, então G tem um circuito euleriano no qual e, f aparecem consecutivamente.
8. Dê um contraexemplo para a seguinte hipótese: se um grafo dirigido G contém um caminho de u a v e se $u.d < v.d$ em uma busca em profundidade de G, então v é um descendente de u na floresta em profundidade produzida.
9. Dê um algoritmo que determine se um dado grafo não dirigido $G = (V, E)$ contém um ciclo simples. Esse algoritmo deve ser executado no tempo $O(V)$, independentemente de $|E|$.
10. Como o número de componentes fortemente conexas de um grafo pode mudar se uma nova aresta for adicionada?
11. O professor Bacon afirma que o algoritmo para componentes fortemente conexas seria mais simples se usasse o grafo original (em lugar da transposta) na segunda busca em profundidade e varresse os vértices na ordem crescente de tempos de término. Esse algoritmo mais simples sempre produzirá resultados corretos? Justifique.
12. Prove que um digrafo é fortemente conexo se e somente se para cada partição dos vértices em conjuntos não vazios S e T, existe uma aresta de S para T.