UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS CRATEÚS
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

UFC

Aluno(a): ______________________________
CRT0028 - Lógica para Computação

Matrícula:______________
Período: 2021.1
Prof. Rennan Dantas

Nota:______

2^o. MÓDULO

Instruções para resolução da lista:
1 - A lista deve ser respondida de forma manuscrita, incluindo os autômatos.
2 - Use preferencialmente caneta esferográfica de tinta azul ou preta para escrever as respostas. Certifique-se de que as suas respostas estão legíveis.
3 – Gere um PDF único com todas as suas respostas. Envie esse arquivo gerado pelo SIGAA.
4 - A lista é uma avaliação individual, assim como todas as outras avaliações da disciplina.
5 –**Qualquer tentativa de fraude detectada implicará nota zero nesta lista e as medidas administrativas cabíveis de acordo com o Artigo 195 do Regimento da Universidade Federal do Ceará.**
6 - Será solicitado que você grave vídeos respondendo a algumas dessas questões. A lista e os vídeos são avaliações independentes, uma não deve ser usada para complementar a outra.

1. Defina uma linguagem de primeira ordem apropriada - introduzindo constantes, símbolos funcionais e relacionais - para cada uma das frases abaixo, e traduza-as para a linguagem que você criou. Ressalte qual é o conjunto universo da linguagem que você está utilizando (preste atenção pois, em alguns casos, o universo pode ser formado por mais de uma categoria de objetos). Explique como você resolveu cada um dos itens.

   (a) Maria possui um único irmão e nenhuma irmã.

   (b) z é o máximo divisor comum de x e y.
   Obs: Utilize apenas o conceito matemático.

   (c) x possui exatamente três divisores.

2. Usando os predicados a seguir, traduza as fórmulas abaixo para a linguagem natural da forma mais simplificada possível. Explique como você chegou a cada uma das conclusões.

   F(x,y): x é pai de y
   M(x,y): x é mãe de y
   H(x,y): x é marido de y
   S(x,y): x é irmã de y
   B(x,y): x é irmão de y

   e as constantes:

   Edu, Carlos e Monique

   a) $\exists x \exists y (F(\text{Edu}, x) \wedge (F(x,y) \vee M(x,y)))$

   b) $\neg(\exists x \exists y \exists z (B(x,y) \wedge (F(y,z) \vee M(y,z)) \wedge \neg S(x,y)))$

   c) $\exists x ((H(\text{Carlos}, x) \wedge (B(x, \text{Monique}) \vee S(x, \text{Monique}))) \vee (H(x, \text{Monique}) \wedge (B(x, \text{Carlos}) \vee S(x, \text{Carlos}))))$

3. **Física fictícia** - Durante uma recente falta de combustíveis, um professor da UFC de Crateús precisava se deslocar de Fortaleza para Crateús no dia de uma prova de Lógica para Computação que se iniciava às 15h. O professor não quer se atrasar para não prejudicar os alunos. Nesse cenário, só existem duas opções para o deslocamento: carro ou ônibus. Se o carro tiver uma média de velocidade acima de 70km/h, ele não terá combustível suficiente para chegar a Crateús. Se o ônibus tiver uma média de velocidade acima de 50km/h, ele não terá combustível suficiente

para chegar a Crateús. Considere que a distância entre Fortaleza e Crateús é de 350km e que tempo de viagem é apenas o tempo que o veículo está em movimento na estrada. Para a viagem de carro, por questões de segurança, a viagem deve se iniciar a partir das 6h. Lembre que os ônibus possuem horários de partida determinados.

Desenvolva uma fórmula e um modelo em Lógica de Primeira Ordem que modele a situação descrita. Explique como o seu modelo e a sua fórmula modelam adequadamente a situação descrita.

4. Assuma o seguinte modelo. Traduza a fórmula abaixo para a linguagem natural da forma mais simplificada possível.

   Domínio: seres vivos
   v:vírus
   h(x): x é humano
   a(x): x é animal (não racional)
   m(x,y): x mordeu y
   i(x,v): x está infectado com o vírus v

$$\forall y(h(y) \wedge \exists x((h(x) \wedge i(x,v) \wedge m(x,y)) \vee (a(x) \wedge \exists z(m(x,z) \wedge i(z,v) \wedge m(y,x)))) \rightarrow i(y,v))$$

   Explique resumidamente como você resolveu a questão.

5. Considere as três preposições

$$\varphi_1 = \forall x(P(x) \rightarrow R(x))$$

$$\varphi_2 = \forall x(Q(x) \rightarrow R(x))$$

$$\varphi_3 = \exists x(P(x) \wedge Q(x))$$

   Mostre que uma das três não está vinculada semanticamente às outras duas. Justifique. Nenhuma das relações pode ser vazia. Se não for possível, explique o porquê.

6. Considere a fórmula $\varphi = (\exists x \exists y \exists z(P(x,y) \wedge P(y,z) \wedge \neg P(x,z))) \rightarrow (\forall u \forall v(R(u,v) \rightarrow P(v,u)))$. Encontre um modelo $\mathcal{M}$ e uma valoração l que satisfaça φ e um modelo $\mathcal{M}'$ e uma valoração l' que não satisfaça φ. Justifique todas as suas respostas.

7. Deduzir os seguintes resultados pelo método da dedução natural.
   OBS: VL(A) = Variáveis livres de A. Explique como você realizou cada uma das derivações.

   a) $\forall x(\psi \rightarrow \varphi(x)) \vdash \psi \rightarrow \forall x \varphi(x)$, onde x $\notin$ VL(ψ)

   b) $\vdash \forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x)) \rightarrow \neg(\exists x(P(x) \wedge Q(x)))$