S T Q Q S S D
L M M J V S D

① a) F, falsa pois nada garante que nessa relação entre os conjuntos não seja vazio.

b) V, verdadeira pois não a intersecção entre os conjuntos e que a junção desses 3 conjuntos gera o conjunto dos inteiros.

c) Para ser de ordem parcial tem que ser reflexiva antissimétrica e transitiva porém essa relação é simétrica como podemos ver abaixo:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = M^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ou seja, é simétrica pois sua matriz transposta é igual a original então essa afirmação é falsa. F.

d) Para essa relação ser equivalente ela tem que ser reflexiva, simétrica e transitivá.
Ela é reflexiva pois existe os loops, ela é simétrica pois a ligação de cada ponto um com o outro tem ida e volta, porém ela não é transitiva pois, d se liga há a e a se liga há c mas d deveria se ligar há c, por esse motivo a relação não é transitiva tornando a opção falsa. F.

② a) Reflexiva - Temos que para ser reflexiva tem-se que ter o par (x,x) e pela condição dada na alternativa ficamos que $x - x = 2k$, ou seja, $0 = 2k$ que é verdade pois $0 = 2.0$ então essa alternativa é reflexiva.

Simétrica - Suponha que $x=2$ e $y=1$, temos que $(x-y)=2k$, ou seja, $(2-1)=2k \to 1=2k$ e isso é falso pois não existe nenhum valor que multiplicado a 2 que dê o valor e pela propriedade de relação simétrica temos que se F se então qualquer coisa é verdade, então essa alternativa é simétrica.

Antissimétrica - Contra-exemplo vai ser o $x=4$ e $y=2$ então temos:

$(x,y) \wedge (y,x) \to x=y \Rightarrow (4-2)=2k \wedge (2-4)=2k \to x \neq y$

Ou seja, ela é antissimétrica.

Transitiva - Suponha que x, y, z temos que.

$2|(x-y) \wedge 2|(y-z) \to 2|(x-y)+(y-z) \Rightarrow$

$2|(x-y) \wedge 2|(y-z) \to 2|(x-z)$

Então, essa alternativa é transitiva.

b) Reflexiva - Contra-exemplo para $x=3$ para ser reflexiva y tem que ser igual a 3 também, tornando inválida pois na relação da alternativa $x \neq y$.

Simétrica - Pela propriedade da relação simétrica nada impede que ela seja verdade para que $x \neq y$ então ela vai ser verdade para todos os inteiros.

Antissimétrica - Contra-exemplo

$x \neq y \wedge y \neq x \rightarrow x = y$ falso pois $x \neq y$.

Transitiva - Contra-exemplo.

Definição - $(x, y) \wedge (y, z) \rightarrow (x, z)$

Porém se tivermos $(1 \neq 2) \wedge (2 \neq 1) \rightarrow 1 \neq 1$ mas isso não acontece pois o $1 = 1$.

c) Reflexiva - é verdade pois tem todas relações onde o $x = x$.

Simétrica - contra-exemplo não par $(4, 3)$

Antissimétrica - Contra-exemplo $(1, 2) \wedge (2, 1) \rightarrow F$

Transitiva - Contra-exemplo $(3, 4) \wedge (4, 1) \rightarrow F$

d) Reflexiva - Contra-exemplo $3 \neq 4$.

Simétrica - Contra-exemplo $(3, 4) \rightarrow F$

Antissimétrica - É pois 3 se relaciona com 4 e 4 não se relaciona com o 3, ou seja, $V \wedge F \rightarrow ?$ é verdade.

Transitiva - É pois 3 se relaciona com 4 e 4 não se relaciona com outro valor, ou seja, $V \wedge F \rightarrow ?$ é verdade.

③ A relação R é equivalente pois ela é reflexiva, simétrica e transitiva.

A relação S não é nem equivalente nem de ordem, pois ela só é simétrica.

A relação T não é nem equivalente nem de ordem, pois ela só é reflexiva.

A relação V não é nem equivalente nem de ordem, pois ela só é antissimétrica e transitiva.

⑨ a) Reflexivo - $R \cup \{(x, x) \mid x \in \mathbb{Z}\}$

Simétrica - $R \cup \{(x, y) \mid (y, x) \in R\}$

Transitivo - $R \cup \{(x, y) \in R \land (y, z) \in R \to (x, z) \in R\}$

b) Reflexiva - É a própria relação T, pois ela já contém todos os pares necessários.

Simétrica - $T \cup \{(4, 3), (1, 4)\}$

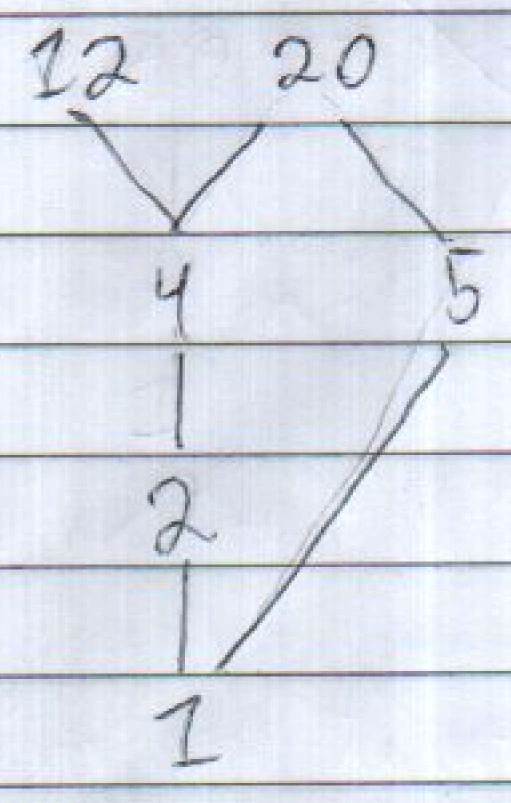
Transitiva - $T \cup \{(3, 1), (3, 2), (4, 2)\}$

c) Reflexiva $V \cup \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

Simétrica - É a própria relação V, pois ela já contém os pares necessários.

Transitiva - $V \cup \{(4, 4), (2, 2)\}$

(5)



a) 12 e 20

b) 1

c) Não existe elemento máximo, pois 12 e 20 são maximais

d) 1, pois ele é o único minimais e o único que se relaciona com todos.