S T Q Q S S D
L M M J V S D

Atividade 1 módulo 2

① Mostre que dois inteiros positivos consecutivos são primos entre si.

Suponha que existe dois inteiros positivos a e b, consecutivos. Sendo o mdc(a, b) = d, com d sendo um inteiro positivo maior do que zero. Então existe dois inteiros t e u tal que a.t + b.u = d, ou seja, dividindo os dois lados da igualdade por d temos:

$$\frac{a}{d}.t + \frac{b}{d}.u = 1$$

Logo pelo Teorema de Bezout os inteiros a/d e b/d são primos entre si, ou seja, o mdc(a/d, b/d) = 1.

② Os restos das divisões dos inteiros 4933 e 4435 por um inteiro positivo n são respectivamente 37 e 19. Determine o inteiro n.

Subtraindo o resto da divisão desses números pelo inteiro n temos que:

$4933 - 37 = 4896$ e $4435 - 19 = 4416$

Como procuramos um inteiro n que divida esses valores, basta fazer o mdc de 4896 e 4416.

	1	9	5
4896	4416	480	96
480	96	0	

Ou seja, o $mdc(4896, 4416) = 96$, para provar que 96 divide os dois números e dá os respectivos restos temos:

4933	96	4435	96
133	51	595	46
$\boxed{37}$		$\boxed{19}$	

Então o $n = 96$.

③ Sabendo-se que $k \equiv 1 (mod\, 4)$, mostre que $6k+5 \equiv 3 (mod\, 4)$

Se $k \equiv 1 (mod\, 4)$ então $4 | k-1$, ou seja, $k-1 = 4.q$, tal que $q \in \mathbb{Z}$, temos que:

$k-1 = 4q \Rightarrow 6(k-1) = 6(4q) \Rightarrow 6k-6 = 24q \Rightarrow 6k-11+5 = 24q \Rightarrow$

$\Rightarrow 6k+5-3-8 = 24q \Rightarrow 6k+5-3 = 24q+8 \Rightarrow 6k+5-3 = 4(6q+4)$

Desse modo, temos que $6k+5-3 = 4(6q+4)$, com $6m+4 = n$ e $n \in \mathbb{Z}$, ou seja, $6k+5-3 = 4n$ então isso pode ser reescrito como $6k+5 = 3(mod\, 4)$.

Rascunho:

$6k+5 \equiv 3(mod\, 4) \Rightarrow 6k+5-3 = 4.t,\ t \in \mathbb{Z}$