



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE CRATEÚS

Máquina de Turing Universal

Teoria da Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará
Campus de Crateús

04 de maio de 2023

⁰Slides baseados no livro LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

Introdução

- Devemos mostrar que existe uma certa máquina de Turing "genérica" que pode ser programada da mesma forma que um computador de propósito geral
- O "programa" que faz essa máquina genérica se comportar como uma máquina específica M terá a **descrição** de M
- Pensaremos no formalismo das máquinas de Turing como uma linguagem de programação na qual podemos escrever programas
- Um programa escrito em uma linguagem poder interpretar qualquer programa escrito na mesma linguagem não é uma ideia nova - *bootstrapping*

Introdução

- Devemos apresentar uma maneira geral para especificar máquinas de Turing de forma que suas descrições possam ser usadas por outras máquinas de Turing
- Definir linguagem onde todas as strings são representação de alguma máquina de Turing
- Primeiro problema quanto a isso: independente do tamanho do alfabeto, existirão máquinas de Turing que possuem mais estados e mais símbolos de fita
- Devemos codificar os estados e símbolos sobre um alfabeto fixo

Codificação de Máquina de Turing

- Adotaremos a seguinte convenção:
 - estados serão representados da forma $\{q\}\{0,1\}^*$
 - símbolos da fita serão representados da forma $\{a\}\{0,1\}^*$
- Seja $M = (K, \Sigma, \delta, s, H)$ uma máquina de Turing e sejam i e j os menores inteiros tais que $2^i \geq |K|$ e $2^j \geq |\Sigma| + 2$ (por conta de \leftarrow e \rightarrow)
- Então cada estado em K será representado por q seguido por uma string binária de tamanho i
- Da mesma forma, cada símbolo em Σ será representado pela letra a seguido por uma string de j bits

Codificação de Máquina de Turing

- Fixaremos as seguintes representações:
 - \sqcup como $a0^j$
 - \triangleright como $a0^{j-1}1$
 - \leftarrow como $a0^{j-2}10$
 - \rightarrow como $a0^{j-2}11$
- O primeiro estado sempre será representado como $q0^i$
- Uma máquina M é representada por " M "
- " M " consiste na tabela de transição δ

Codificação de Máquina de Turing

- Adotamos a convenção que as quádruplas (q, a, p, b) são listadas em ordem lexicográfica crescente começando em $\delta(s, \sqcup)$
- O conjunto de estados de parada H serão determinados indiretamente (ausência)
- Se M decide a linguagem e então $H = \{y, n\}$, adotaremos a convenção que y é lexicograficamente menor que n
- Dessa forma, qualquer máquina de Turing pode ser representada
- Strings serão representadas pela justaposição da representação dos seus símbolos

Máquina de Turing Universal

Exemplo

Considere a máquina de Turing $M = (K, \Sigma, \delta, s, \{h\})$, onde $K = \{s, q, h\}$, $\Sigma = \{\sqcup, \triangleright, a\}$ e δ é dado por essa tabela

state, symbol		δ
s	a	(q, \sqcup)
s	\sqcup	(h, \sqcup)
s	\triangleright	(s, \rightarrow)
q	a	(s, a)
q	\sqcup	(s, \rightarrow)
q	\triangleright	(q, \rightarrow)

Figura: Fonte: LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

Exemplo

Como existem três estados em K e três símbolos em Σ , temos que $i = 2$ e $j = 3$. Esses são os menores inteiros tais que $2^i \geq 3$ e $2^j \geq 3 + 2$. Os estados e símbolos são representados da seguinte forma:

state/symbol	representation
s	$q00$
q	$q01$
h	$q11$
\sqcup	$a000$
\triangleright	$a001$
\leftarrow	$a010$
\rightarrow	$a011$
a	$a100$

Figura: Fonte: LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

Exemplo

- A representação da string $\triangleright aa_{\sqcup}a$ é:

$$\triangleright aa_{\sqcup}a = a001a100a100a000a100$$

- A representação " M " da máquina de Turing M é a seguinte string:

$$\begin{aligned} "M" = & (q00, a100, q01, a000), (q00, a000, q11, a000), (q00, a001, q00, a011), \\ & (q01, a100, q00, a011), (q01, a000, q00, a011), (q01, a001, q01, a011) \end{aligned}$$

- Agora estamos prontos para discutir sobre a máquina de Turing Universal U que usa outras máquinas codificadas como programas para a sua operação

Máquina de Turing Universal

- Intuitivamente, U recebe dois argumentos:
 - a descrição " M " de uma máquina de Turing M
 - e a descrição " w " de uma entrada w

Queremos a seguinte propriedade para U : U para para a entrada " M " " w " se e somente se M para para a entrada w

$$U("M" "w") = "M(w)"$$

Funcionamento da Máquina de Turing Universal

- Fita 1: Conteúdo atual da fita de M
- Fita 2: Codificação “ M ” “ w ”
- Fita 3: Estado atual de M

O que vem por aí?

- O problema da parada
- Método da diagonalização
- Problemas sem solução com máquinas de Turing
- Linguagens recursivas e linguagens recursivamente enumeráveis e suas propriedades



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE CRATEÚS

Máquina de Turing Universal

Teoria da Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará
Campus de Crateús

04 de maio de 2023

⁰Slides baseados no livro LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.