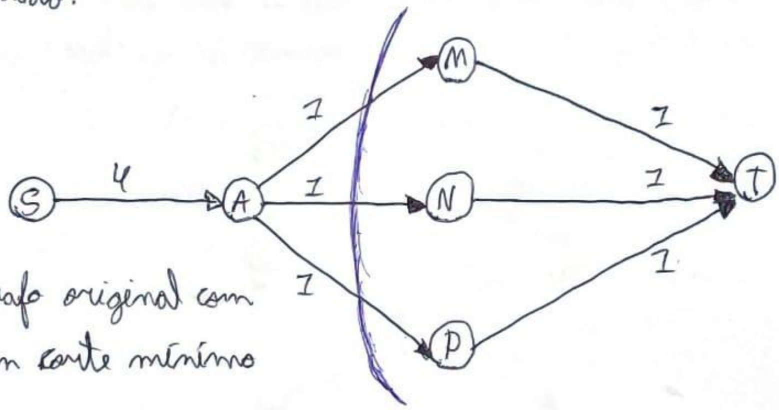
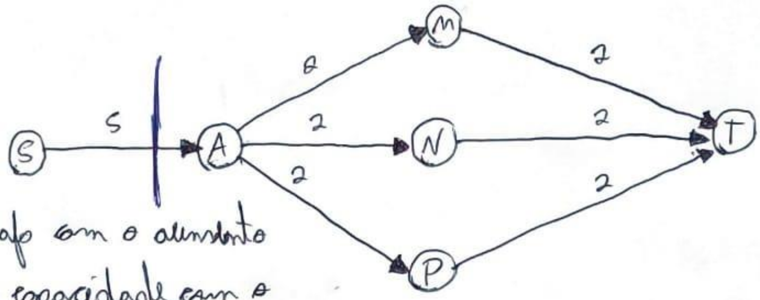
Nome: Raylander Marques Melo Matrícula: 494563

②

É falso, pois no grafo mostrado abaixo, existe um corte que contém o fluxo máximo nele que é três, porém quando aumenta em uma unidade no valor de cada aresta o corte mínimo não será mais o mesmo como se pode ver no grafo abaixo.



Grafo original com um corte mínimo

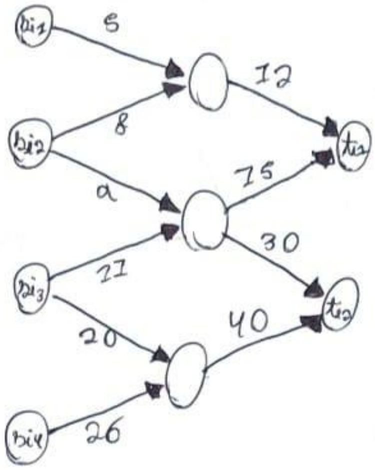


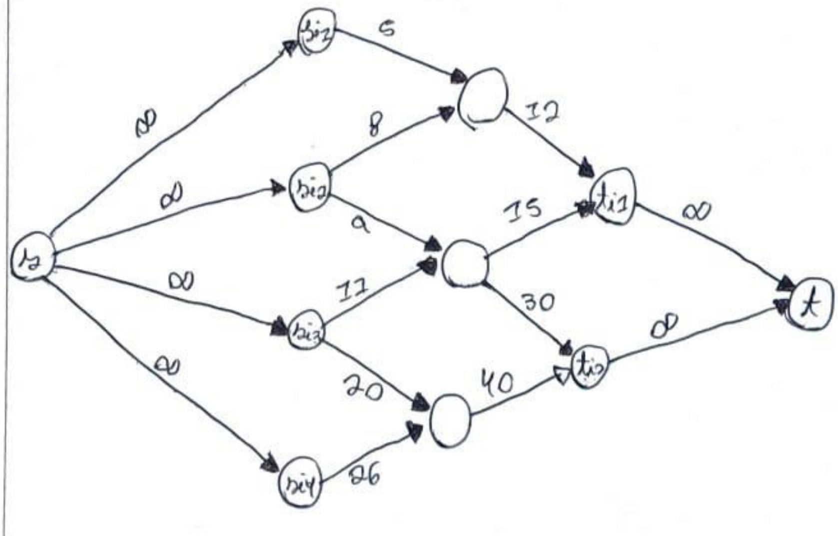
Grafo com o aumento da capacidade com o novo corte mínimo

③ Suponha que existe um certo grafo G com várias fontes e vários sumidouros, dessa forma, sabemos que G tem uma certa capacidade máxima que é definida através da capacidade das arestas.

Agora suponha que foi criado um novo grafo G' que contém todas as arestas de G e foi adicionadas mais duas arestas s e t, onde "s" vai ser uma super fonte e "t" vai ser um super sumidouro, assim s irá possuir uma aresta dirigida para cada s_i

em capacidade infinita o mesmo acontece para cada aresta direcionada ti que chega em t, ou seja, o fluxo desses dois grafos irá permanecer o mesmo pois as arestas que irão limitar o fluxo de G' e como o s e tem capacidade infinita para cada si, s irá prover todo o fluxo desejado por cada si, e t vai absorver todo o fluxo vindo de cada ti que chegam a ele então o fluxo é o mesmo como mostrado no exemplo abaixo.





(4)

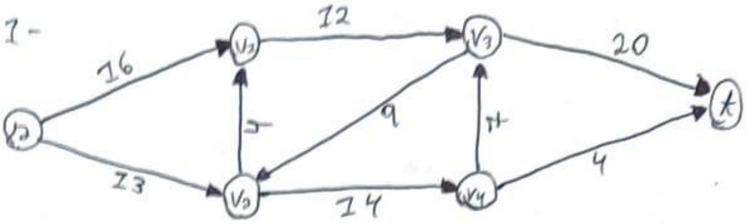
A afirmação é verdade, pois se no grafo não existe um caminho que sai da fonte passa por um vértice e chega no sumidouro o fluxo desse caminho é zero, ou seja, se esse fluxo é zero podemos desconsiderá-lo, então qualquer caminho que chegue a esse vértice do grafo irá ter fluxo zero, como isso acontece então temos $f(u,v) = f(v,u) = 0$ realmente acontece.

(7)

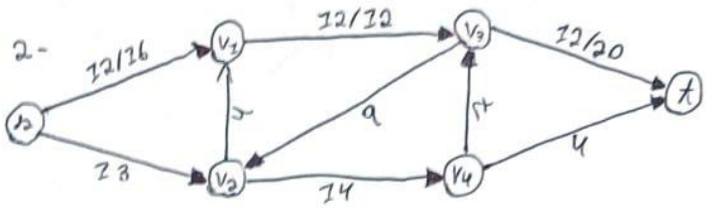
Temos que a igualdade de equação a seguir usa ~~mm~~ grafos dirigidos, assim temos que se pegarmos $\sum_{v \in V_1} f(s,v) = \sum_{v \in V} f(s,v)$ pois ambos os lados pegam somente vértices que vão da fonte para qualquer vértice isso também na situação $\sum_{v \in V_2} f(v,s) = \sum_{v \in V} f(v,s)$ e temos que no caso $\sum_{v \in V_1 \cup V_2} f'(s,v) = \sum_{v \in V} f'(s,v)$ e como $V_1 \cup V_2 = V$ eles são iguais, isso também acontece em $\sum_{v \in V_1 \cup V_2} f'(v,s) = \sum_{v \in V} f'(v,s)$ assim a igualdade é valida.

8

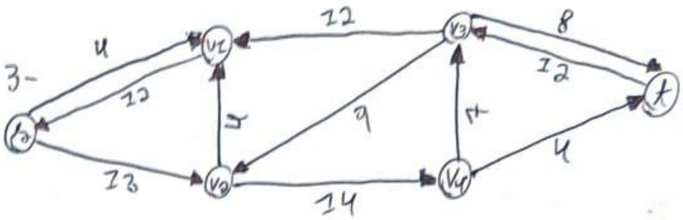
1-



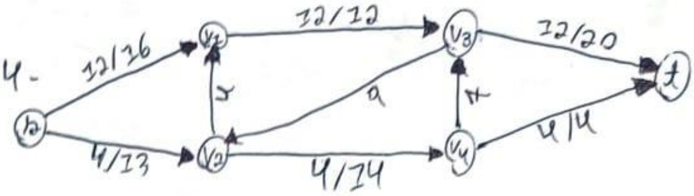
2-



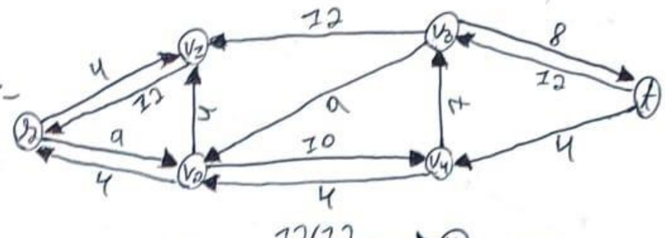
3-



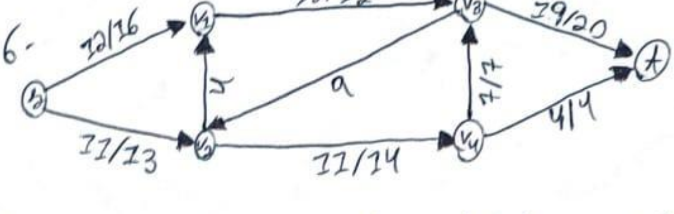
4-



5-



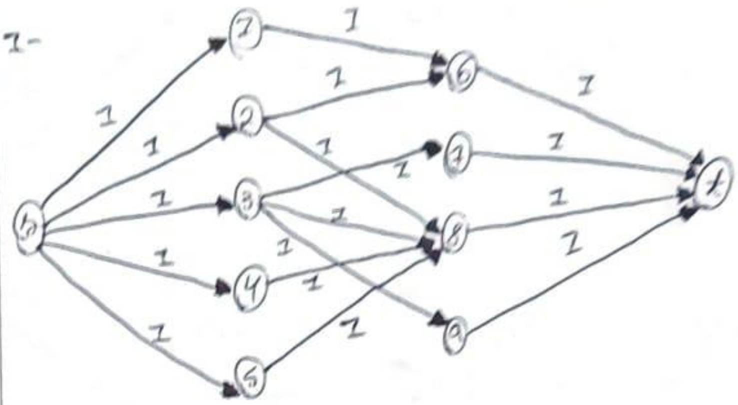
6-



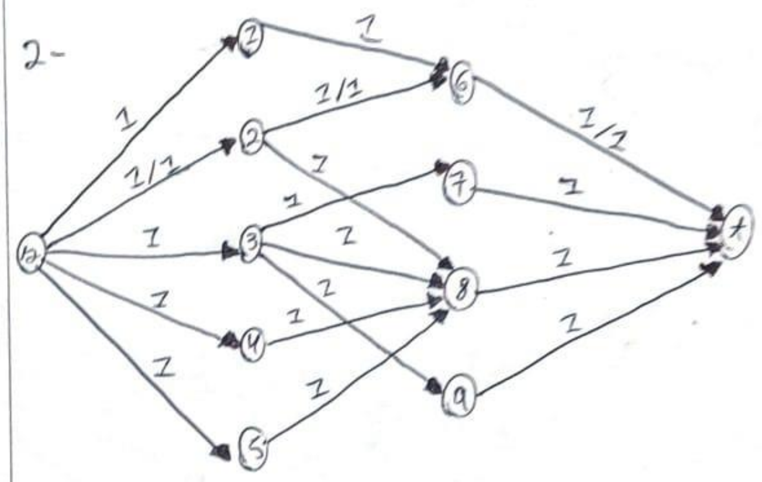
Assim encontramos o fluxo total que é igual à $\boxed{23}$.

(9)

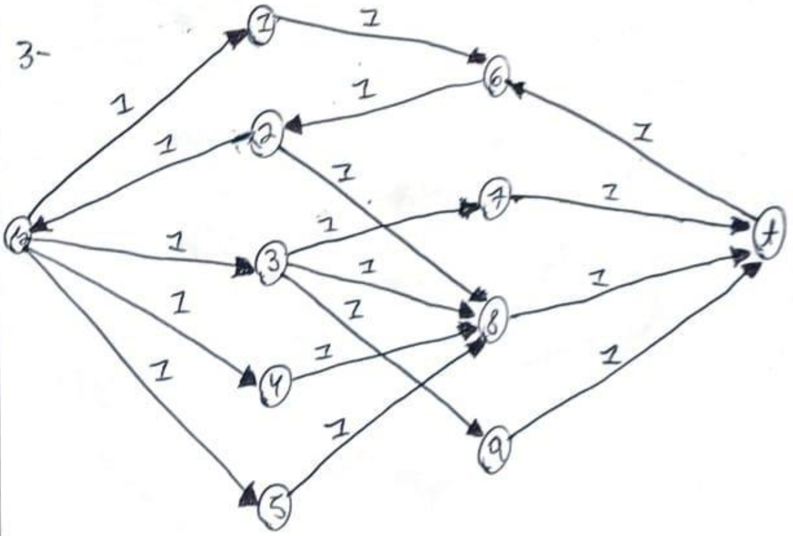
1-



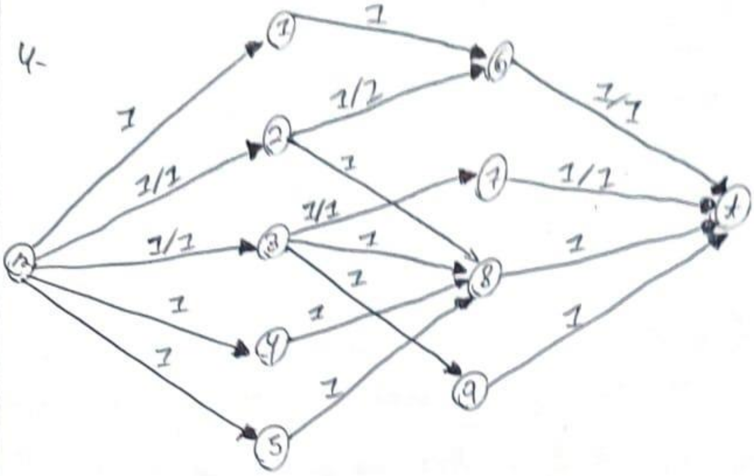
2-



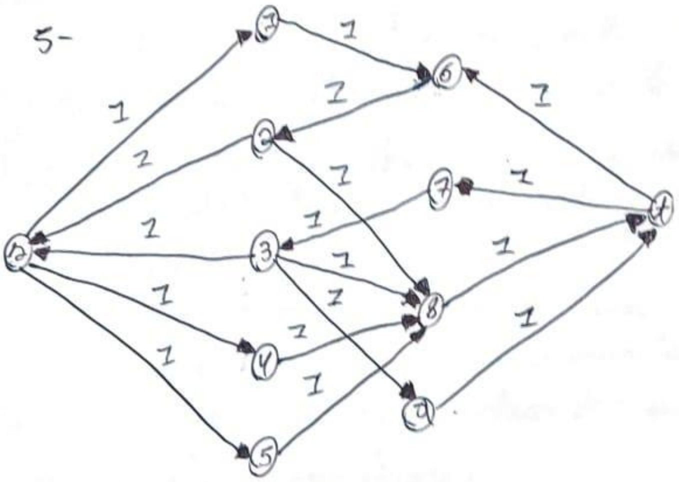
3-

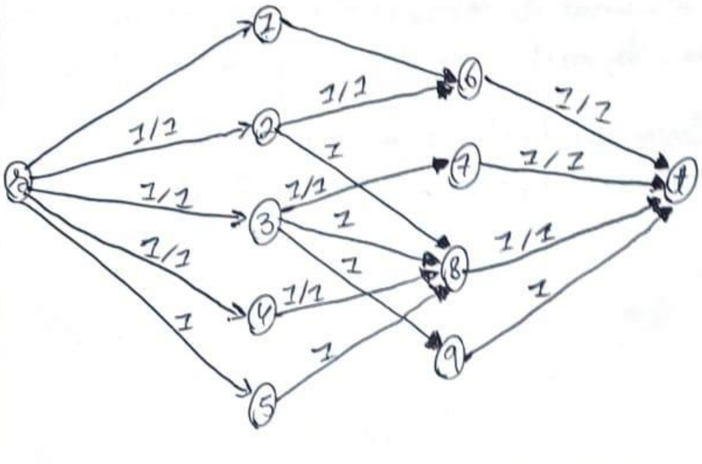


4-



5-



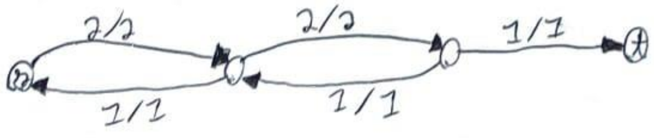


(10)

Caso base: Temos que cada iteração feita no grafo começa com um fluxo f que respeita as capacidades dos arcos, ou seja, quando é feita a iteração inicial o fluxo é zero que é um inteiro.
Assim se todas as capacidades dos arestas são inteiros e o fluxo irá aumentar em cada iteração de acordo com aquela capacidade menor contida no caminho da interação então o fluxo é um inteiro resultado do fluxo aumentado em cada iteração.

(11) Suponha que existe um certo grafo G = (V,E) um grafo bipartido e temos G' que é a rede de fluxo de G, onde V é composto por LUR. Sabemos que se G' é bipartido então não existe aresta que conecte quaisquer dois vértices em L ou R.
Sabemos que ao executar o algoritmo de Ford-Fulkerson em G' ele encontra um caminho aumentador a cada iteração. Assim como G' é bipartido teremos que o vértice fonte se conecta a qualquer vértice de L o mesmo acontece de R para o vértice sumidouro e L e R se ligam entre si teremos um caminho de comprimento máximo se ligo a fonte ao sumidouro sabendo disso temos 2.(menor quantidade de vértices de L ou R)+1, assim foi adicionado a fonte e o sumidouro.
Dessa forma o limite superior de caminho aumentador se limita há 2.(menor quantidade de vértices de L ou R)+1.

(12) É errado, pois o contra-exemplo abaixo mostra um ciclo com todo arco com fluxo estritamente positivo.



(13)

É errado, pois o contra-exemplo abaixo mostra que nem todo ciclo o fluxo é nulo para algum arco do ciclo.