



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE CRATEÚS

Máquina de Turing

Teoria da Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará
Campus de Crateús

18 de abril de 2023

⁰Slides baseados no livro LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

Máquina de Turing não determinística

- Adicionamos as nossas máquinas algumas extensões aparentemente poderosas mas sem acréscimo de poder computacional
- Existe contudo uma importante e familiar extensão que não tentamos ainda: não determinismo
- Formalmente, uma máquina de Turing não determinística é uma quintupla $(K, \Sigma, \Delta, s, H)$, onde K, Σ, s, H são como as máquinas de Turing padrões e Δ é um subconjunto de $((K - H) \times \Sigma) \times (K \times (\Sigma \cup \{\leftarrow, \rightarrow\}))$ em vez de uma função $((K - H) \times \Sigma)$ para $(K \times (\Sigma \cup \{\leftarrow, \rightarrow\}))$
- Configurações e relações \vdash_M e \vdash_M^* são definidas de forma natural
- Mas agora \vdash_M não precisa ter uma única configuração como próximo passo

Extensões de Máquinas de Turing: Máquina de Turing não determinística

Definição

Seja $M = (K, \Sigma, \Delta, s, H)$ uma máquina de Turing não determinística. Dizemos que M **aceita** uma entrada $w \in (\Sigma - \{\triangleright, \sqcup\})^*$ se $(s, \triangleright \sqcup w) \vdash_M^* (h, u \sqcup w)$ para algum $h \in H$ e $a \in \Sigma, u, v \in \Sigma^*$.

Observação: Note que uma máquina não determinística aceita uma entrada se tiver pelo menos uma computação que pare mesmo que muitas outras não parem.

Definição

Dizemos que M **semidecide** uma linguagem $L \subseteq (\Sigma - \{\triangleright, \sqcup\})^*$ se para todo $w \in (\Sigma - \{\triangleright, \sqcup\})^*$ é garantido o seguinte: $w \in L$ se e somente se M aceita w .

Extensões de Máquinas de Turing: Máquina de Turing não determinística

Definição

Seja $M = (K, \Sigma, \Delta, s, \{y, n\})$ uma máquina de Turing não determinística. Dizemos que M **decide** uma linguagem $L \subseteq (\Sigma - \{\triangleright, \sqcup\})^*$ se duas condições são garantidas para todo $w \in (\Sigma - \{\triangleright, \sqcup\})^*$:

- (a) Existe um número natural N , dependendo de M e w , tal que não existe configuração C satisfazendo $(s, \triangleright \sqcup w) \vdash_M^N C$.
- (b) $w \in L$ se e somente se $(s, \triangleright \sqcup w) \vdash_M^* (y, u \sqcup av)$ para algum $u, v \in \Sigma^*, a \in \Sigma$.

Dizemos que M **computa** uma função $f : (\Sigma - \{\triangleright, \sqcup\})^* \mapsto (\Sigma - \{\triangleright, \sqcup\})^*$ se as duas condições a seguir forem garantidas para todo $w \in (\Sigma - \{\triangleright, \sqcup\})^*$:

- (a) Existe um N , dependendo de M e w , tal que não existe configuração C satisfazendo $(s, \triangleright \sqcup w) \vdash_M^N C$.
- (b) $(s, \triangleright \sqcup w) \vdash_M^* (h, u \sqcup av)$ se e somente se $ua = \triangleright \sqcup$, e $v = f(w)$.

Máquina de Turing não determinística

- Para uma máquina de Turing não determinística M decidir uma linguagem e computar uma função, requeremos que todas as suas computações parem
- Para M decidir uma linguagem, pelo menos uma de suas computações deve parar aceitando a entrada
- Para M computar uma função, requeremos que todas as possíveis computações possuam a mesma saída

Teorema

Se uma máquina de Turing não determinística M semidecide ou decide uma linguagem, ou computa uma função, então existe uma máquina de Turing padrão M' que semidecide ou decide a mesma linguagem ou computa a mesma função

Ideia da prova

- Seja M uma máquina de Turing não determinística que semidecide uma linguagem L
- A construção para o caso de decidir uma linguagem ou computar uma função é muito semelhante
- Dada uma entrada w , M' executará sistematicamente todas as computações de M para a entrada w procurando por uma que pare
- Se tal computação for encontrada, então a execução de M' para. Assim, M' para se e somente se M para
- M possui uma infinidade de diferentes computações começando da mesma entrada. Como M' pode explorar todas elas?

Extensões de Máquinas de Turing: Máquina de Turing não determinística

Ideia da prova

- Usando o procedimento "overtailing"
- Apesar de qualquer configuração C de M eventualmente possuir muitas configurações C' tal que $C \vdash C'$, o número de tais configurações C' é fixa e limitada de uma forma que depende somente de M
- Como M é não determinística, nós iremos ajudá-la a decidir qual o próximo passo será dado
- Todas as possibilidades serão dispostas de forma lexicográfica numa outra fita e a nossa máquina determinística seguirá as possibilidades na sequência
- Resumo: Uma máquina com três fitas

Fita 1 : contém a entrada original w e nunca muda

Fita 2 : a cada nova computação, a entrada original é copiada da primeira para a segunda fita

Fita 3 : contém a sequência lexicográfica citada anteriormente

Extensões de Máquinas de Turing: Máquina de Turing não determinística

Máquina M' que simula a máquina M

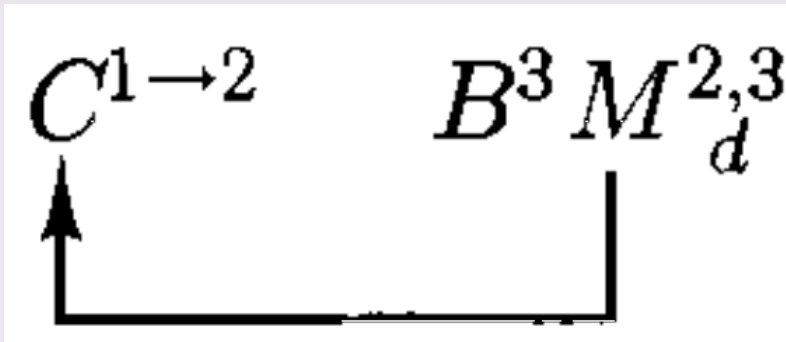


Figura: Fonte: LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

O que vem por aí?

- Gramáticas
- Funções numéricas



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE CRATEÚS

Máquina de Turing

Teoria da Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará
Campus de Crateús

18 de abril de 2023

⁰Slides baseados no livro LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.