UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS CRATEÚS
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Aluno(a): ____________________________ **Matrícula:**______________
CRT0044 - Teoria da Computação **Período: 2023.1**
Prof. Rennan Dantas

Nota:______

1^a. ETAPA

Instruções:
1 - Se descrever máquina de Turing, explique como a máquina funciona.

1. Considere $L = \{w \in \{a,b\}^* : w$ tem dois a's seguidos$\}$. Essa linguagem é recursiva? Ela é recursivamente enumerável? Argumente apresentando uma máquina de Turing, quando for o caso.
2. Construa uma máquina de Turing que computa a função $f(x) = x - 1$. A máquina recebe a representação binária de x e, no caso de $x = 0$, não altera a entrada.
3. Apresente uma máquina de Turing que computa a função $f(w) = ww^R$, onde w^R é o inverso de w. Argumente que sua máquina computa f por meio de uma invariante.
4. É possível que uma máquina de Turing com dois estados finais, y e n, decida nenhuma linguagem? É possível que uma máquina de Turing semidecida nenhuma linguagem?
5. Apresente uma máquina de Turing com duas cabeças que computa a função $f(w) = ww$.
6. Apresente uma máquina de Turing que decide a linguagem $L = \{1^m 0 1^n 0 1^{mn} : m, n \in N\}$. Use qualquer extensão que achar conveniente. Argumente que sua máquina decide L usando uma invariante.
7. Seja L_1 recursiva e L_2 recursivamente enumerável. O que podemos falar sobre $L_2 \setminus L_1$? E sobre $L_1 \setminus L_2$?
8. Com relação à classe das linguagens recursivamente enumeráveis, prove ou refute:
   (a) ela é fechada para operação de união.
   (b) ela é fechada para operação de interseção.
   (c) ela é fechada para operação estrela.
   (d) ela é fechada para operação de complemento.

   Demonstre cada uma de suas respostas.
9. Seja $\{L_i : i \in [k]\}, k \in N$, uma partição de Σ^*. Prove que, se L_i é recursivamente enumerável, para todo $i \in [k]$, então L_i é recursiva, para todo $i \in [k]$.
10. Considere a linguagem $L = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l|$ cada $x_i \in \{0,1\}^*$ e $x_i \neq x_j$ para cada $i \neq j$ $\}$. Essa linguagem é recursiva? Ela é recursivamente enumerável? **Argumente** apresentando uma máquina de Turing quando for o caso e explicando como a sua máquina funciona.
11. Tome Σ um alfabeto e $\leq_\Sigma$ uma relação de ordem sobre Σ. Seja $L \subseteq \Sigma^*$ tal que $L = \{w_1, w_2, \ldots\}$ onde $i \leq j \rightarrow w_i \leq_{\Sigma^*} w_j$. Considere uma máquina de Turing M com um estado q tal que $(s, \rhd\sqcup e) \vdash_M^* (q, \rhd\sqcup w_1) \vdash_M^* (q, \rhd\sqcup w_2) \vdash_M^* \ldots$.
    Prove que L é recursiva.

    Obs: Se for usar alguma extensão da Máquina de Turing, indique qual extensão da máquina de Turing você está usando.
    Se não for possível construir alguma das máquinas, explique.
    Se for possível construir as duas e elas forem semelhantes, basta construir uma e explicar o que muda de uma para outra.

12. Apresente uma máquina de Turing (qualquer extensão) que decide a linguagem $L = \{wcw : w \in \{a,b\}^*\}$. Para facilitar, apresente uma versão abreviada da máquina, para em seguida apresentar sua descrição completa.

13. Apresente uma máquina de Turing que semidecide $L = \{ww^R vv^R : w, v \in \{a,b\}^*\}$.

14. Escreva uma gramática que gera a linguagem $L = \{w \in \{a,b,c\}^* | \exists n \in N : a(w) = b(w) = c(w) = n\}$, onde $d(w)$ é o número de caracteres d na palavra w.

15. Escreva gramáticas que geram as linguagens $L_1 = \{ww : w \in \{a,b\}^*\}$, $L_2 = \{a^{2^n} : n \geq 0\}$ e $L_3 = \{a^n b^{2n} c^{3n} : n \geq 1\}$.

16. Escreva uma gramática que gera a linguagem $L = \{a^{2^k} | k \geq 0\}$. Explique com a sua gramática consegue atingir o objetivo.