

Atividade 1 módulo 2

① Mostre que dois inteiros positivos consecutivos são primos entre si.

Suponha que existe dois inteiros positivos a e b , consecutivos. Sendo $d = \text{mdc}(a, b) = d$, com d sendo um inteiro positivo maior do que zero. Então existe dois inteiros t e u tal que $a \cdot t + b \cdot u = d$, ou seja, dividindo as duas partes da igualdade por d temos:

$$\frac{a \cdot t}{d} + \frac{b \cdot u}{d} = \frac{d}{d} = 1$$

Logo pelo Teorema de Bézout os inteiros a/d e b/d são primos entre si, ou seja, $\text{mdc}(a/d, b/d) = 1$.



② Os restos das divisões dos inteiros 4933 e 4435 por um inteiro positivo n são respectivamente 37 e 19. Determine o inteiro n .

Para encontrar o resto da divisão desses números pelo inteiro n temos que:

$$4933 - 37 = 4896 \quad \text{e} \quad 4435 - 19 = 4416$$

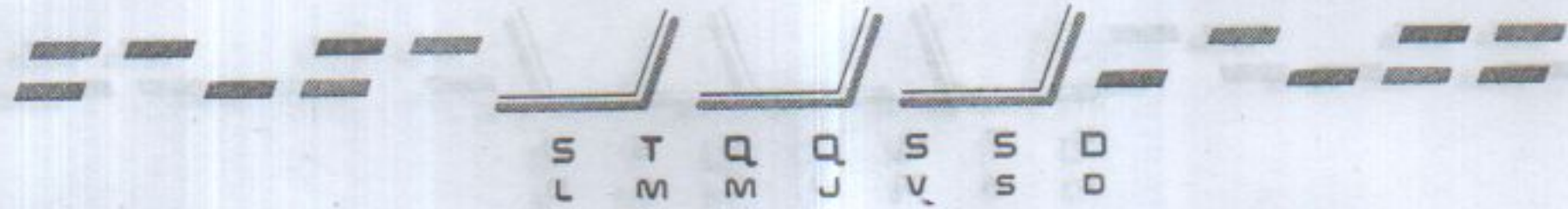
Como procuramos um inteiro n que divida esses valores, basta fazer o mdc de 4896 e 4416!

	1	9	5
4896	4416	480	96
480	96	0	

Ou seja, o $\text{mdc}(4896, 4416) = 96$, para provar que 96 divide os dois números e daí os respectivos restos termos:

$4933 \div 96$	$4435 \div 96$
51 57	46 19
<u>37</u>	<u>19</u>

Então o $n = 96$.



③ Sabendo-se que $k \equiv -1 \pmod{4}$, mostre que $6k+5 \equiv 3 \pmod{4}$

Se $k \equiv -1 \pmod{4}$ então $4 \mid k+1$, ou seja, $k+1 = 4q$, tal que $q \in \mathbb{Z}$.
Temos que:

$$k+1 = 4q \Rightarrow 6(k+1) = 6(4q) \Rightarrow 6k+6 = 24q \Rightarrow 6k+5 = 24q-1$$

$$\Rightarrow 6k+5-3 = 24q-1-3 = 24q-4 \Rightarrow 6k+5-3 = 4(6q-1)$$

Desse modo, temos que $6k+5-3 = 4(6q-1)$, com $6q-1 = n$ e $n \in \mathbb{Z}$, ou seja, $6k+5-3 = 4n$ então isso pode ser reescrito como $6k+5 \equiv 3 \pmod{4}$.

Resposta:

$$6k+5 \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow 6k+5-3 = 4t, t \in \mathbb{Z}$$