



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ  
CAMPUS DE CRATEÚS

# Máquina de Turing

## Teoria da Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará  
Campus de Crateús

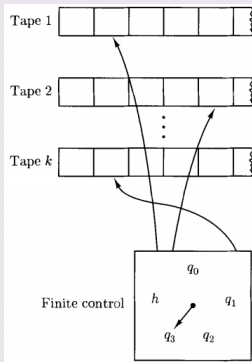
13 de abril de 2023

---

<sup>0</sup>Slides baseados no livro LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

- Nas últimas aulas, vimos como Máquinas de Turing podem realizar computações poderosas embora de forma lenta
- Para melhor entender o seu poder computacional, vamos considerar os efeitos de extensões em várias direções
- Veremos que cada incremento na máquina de Turing não adicionará novos problemas à classe das funções computáveis ou das linguagens decidíveis
- Veremos também que esses modelos estendidos podem ser simulados pelo modelo padrão
- A vantagem desse resultado é que isso nos deixa livre para usar qualquer extensão da máquina de Turing com a segurança de que não precisamos dessa extensão para resolver o problema

## Múltiplas fitas



**Figura:** Fonte: LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

## Múltiplas fitas

- Cada fita possui um cabeçote
- Existe um único controlador finito de estados
- A máquina pode, em cada passo, ler os símbolos de cada um de seus cabeçotes e então, dependendo dos símbolos e do estado corrente, executar uma ação em cada cabeçote
- A configuração seguinte da máquina da Turing com múltiplas fitas depende do estado da configuração atual e do que está sendo lido em cada uma das fitas

## Múltiplas fitas - Definição

Seja  $k \geq 1$  um inteiro. Uma máquina de Turing com  $k$ -fitas é uma quintupla  $(K, \Sigma, \delta, s, H)$ , onde  $K, \Sigma, s$  e  $H$  são como na definição de máquina de Turing comum, e  $\delta$ , a função de transição, é uma função de  $(K - H) \times \Sigma^k$  para  $K \times (\Sigma \cup \{\leftarrow, \rightarrow\})^k$ .

## Máquina de cópia - Transforma $\sqcup w \sqcup$ em $\sqcup w \sqcup w \sqcup$

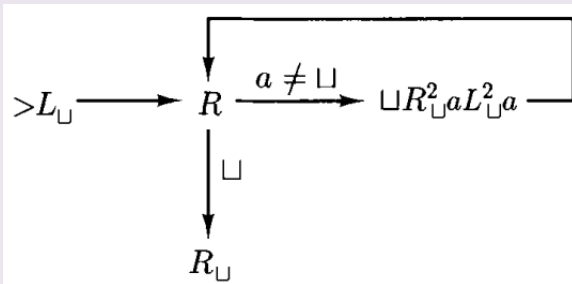
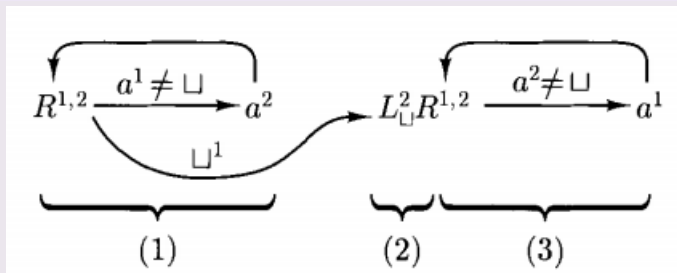


Figura: Fonte: Livro Elementos de Teoria da Computação - Papadimitriou

## Máquina de cópia - Transforma $\sqcup w \sqcup$ em $\sqcup w \sqcup w \sqcup$



**Figura:** Fonte: LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

Configuração inicial

Fita 1:  $\triangleright \sqcup w$

Fita 2:  $\triangleright \sqcup$

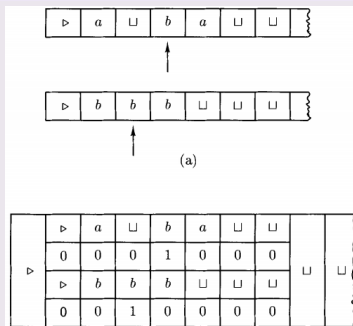
## Múltiplas fitas x convencional

- Máquinas de Turing com múltiplas fitas são capazes de realizar tarefas computacionalmente complexas
- Qualquer máquina de Turing com múltiplas fitas pode ser simulada por uma máquina de Turing convencional (única fita)
- Isto é, dada uma máquina de Turing com  $k$  fitas, podemos designar uma máquina de Turing convencional que possui o mesmo comportamento e decide/semidecide a mesma linguagem, computa a mesma função



# Extensões de Máquinas de Turing

## Ideia da demonstração



**Figura:** Fonte: LEWIS, Harry R.; PAPADIMITRIOU, Christos H. Elements of the Theory of Computation. ACM SIGACT News, v. 29, n. 3, p. 62-78, 1998.

## Fita infinita nas duas direções

- Suponha agora que nossa máquina tem uma fita que é infinita nas duas direções
- Todas as células estão inicialmente em branco exceto aquelas que armazenam a entrada
- O cabeçote está posicionado à esquerda da entrada
- O símbolo  $\triangleright$  não é mais necessário
- Não é difícil ver que essa extensão não adiciona um poderio substancial à máquina
- Essa extensão pode ser facilmente simulada com uma máquina de Turing com duas fitas:
  - a primeira armazena o conteúdo da fita original a partir do primeiro símbolo de entrada;
  - a segunda contém a parte da fita à esquerda desse de forma reversa
- Por sua vez, essa máquina de Turing com duas fitas pode ser simulada por uma máquina de Turing padrão

## Múltiplos cabeçotes

- Uma fita e múltiplos cabeçotes
- Em cada passo, cada cabeçote pode escrever/mover de forma independente dos demais
- Alguma convenção para mais de um cabeçote ler a mesma célula simultaneamente
- Simulação: semelhante à simulação da máquina com  $k$  fitas
  - Dividir a fita em trilhas
  - Uma trilha para o conteúdo da fita original
  - Uma trilha para registrar o posicionamento de cada cabeçote
- Exemplo da máquina copiadora

## Fita bidimensional

- Mais útil para resolver problemas como "quebra cabeças"
- Fácil ver que pode ser simulada por uma máquina de Turing com múltiplas fitas

As extensões acima mencionadas podem ser combinadas: múltiplas fitas onde cada fita é ilimitada nas duas direções e cada fita tem mais de um cabeçote

## Teorema

Qualquer linguagem decidida ou semidecidida, e qualquer função computada por uma máquina de Turing com múltiplas fitas, cabeçotes, fitas infinitas nas duas direções, ou fitas multidimensionais podem ser decididas, semidecididas ou computadas, respectivamente, por uma máquina de Turing convencional/padrão.

## O que vem por aí?

- Máquinas de Turing não-determinísticas
- Gramáticas
- Funções numéricas



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ  
CAMPUS DE CRATEÚS

# Máquina de Turing

## Teoria da Computação

Professor: Rennan Dantas

Universidade Federal do Ceará  
Campus de Crateús

13 de abril de 2023