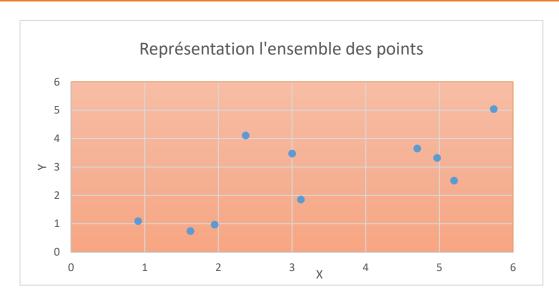
CAH détailler :

Voici un ensemble de points qui représentera notre jeu de données pour la première partie :

| Point | X | Y |
|--------------|------|------|
| A | 1,95 | 0.97 |
| В | 1.62 | 0.74 |
| C | 3.12 | 1.85 |
| D | 0.91 | 1.09 |
| \mathbf{E} | 2.37 | 4.11 |
| \mathbf{F} | 5.20 | 2.52 |
| G | 5.74 | 5.04 |
| H | 3.00 | 3.47 |
| I | 4.70 | 3.65 |
| k | 4.97 | 3.32 |



Single Linkage:

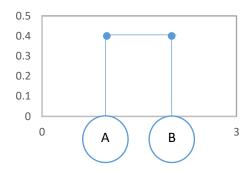
| | A | В | C | D | E | \mathbf{F} | G | H | I | K |
|---------|------|------|------|------|------|--------------|------|------|------|------|
| A | 0 | 0.40 | 1.46 | 1.04 | 3.16 | 3.60 | 5.56 | 2.71 | 3.83 | 3.82 |
| В | 0.40 | 0 | 1.86 | 0.79 | 3.45 | 3.99 | 5.95 | 3.05 | 4.23 | 4.22 |
| C | 1.46 | 1.86 | 0 | 2.33 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 1.62 | 2.39 | 2.36 |
| D | 1.04 | 0.79 | 2.33 | 0 | 3.35 | 4.52 | 6.23 | 3.16 | 4.57 | 4.63 |
| E | 3.16 | 3.45 | 2.38 | 3.35 | 0 | 3.24 | 3.49 | 0.89 | 2.37 | 2.71 |
| ${f F}$ | 3.60 | 3.99 | 2.18 | 4.52 | 3.24 | 0 | 2.57 | 2.39 | 1.23 | 0.83 |
| G | 5.56 | 5.95 | 4.12 | 6.23 | 3.49 | 2.57 | 0 | 3.15 | 1.73 | 1.88 |
| H | 2.71 | 3.05 | 1.62 | 3.16 | 0.89 | 2.39 | 3.15 | 0 | 1.70 | 1.97 |
| I | 3.83 | 4.23 | 2.39 | 4.57 | 2.37 | 1.23 | 1.73 | 1.70 | 0 | 0.42 |
| K | 3.82 | 4.22 | 2.36 | 4.63 | 2.71 | 0.83 | 1.88 | 1.97 | 0.42 | 0 |

Commençons par calculer la distance euclidienne de ces données :

D(A,B)=D[(x,y), (a,b)] =
$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

Exemple : D (A, B) =
$$\sqrt{(1.95 - 1.62)^2 + (1.95 - 0.74)^2} = \sqrt{0.1618} = 0.40$$

Maintenant, nous avons la distance minimale, qui est le lien entre A et B de sorte que le dendrogramme est :



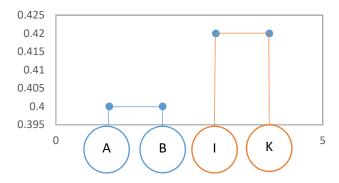
Ensuite, nous devrions mettre à jour la matrice ci-dessus :

Min [distance (A, B), Z], $Z \in \{C, D, E, F, G, H, I, K\}$

- o Min [distance (A, B), C] = Min [distance (A, C), distance (B, C)] = (1.86, 1.46) = 1.46
- o Min [distance (A, B), D] = Min (1.04, 0.79) = 0.79
- o Min [distance (A, B), E] = Min (3.16, 3.45) = 3.16
- o Min [distance (A, B), F] = Min (3.60, 3.99) = 3.60
- o Min [distance (A, B), G] = Min (5.56, 5.95) = 5.56
- o Min [distance (A, B), H] = Min (2.71, 3.05) = 2.71
- \circ Min [distance (A, B), I] = Min (3.83, 4.23) = 3.83
- o Min [distance (A, B), K] = Min (3.82, 4.22) = 3.82

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | A-B | С | D | E | F | G | Н | I | K |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A-B | 0 | 1.46 | 0.79 | 3.16 | 3.60 | 5.56 | 2.71 | 3.83 | 3.82 |
| C | 1.46 | 0 | 2.33 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 1.62 | 2.39 | 2.36 |
| D | 0.79 | 2.33 | 0 | 3.35 | 4.52 | 6.23 | 3.16 | 4.57 | 4.63 |
| E | 3.16 | 2.38 | 3.35 | 0 | 3.24 | 3.49 | 0.89 | 2.37 | 2.71 |
| F | 3.60 | 2.18 | 4.52 | 3.24 | 0 | 2.57 | 2.39 | 1.23 | 0.83 |
| \mathbf{G} | 5.56 | 4.12 | 6.23 | 3.49 | 2.57 | 0 | 3.15 | 1.73 | 1.88 |
| H | 2.71 | 1.62 | 3.16 | 0.89 | 2.39 | 3.15 | 0 | 1.70 | 1.97 |
| I | 3.83 | 2.39 | 4.57 | 2.37 | 1.23 | 1.73 | 1.70 | 0 | 0.42 |
| K | 3.82 | 2.36 | 4.63 | 2.71 | 0.83 | 1.88 | 1.97 | 0.42 | 0 |



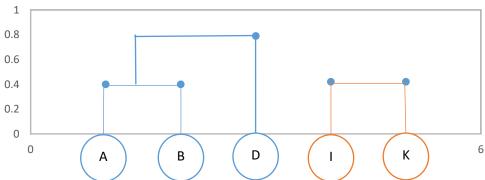
Ensuite, nous répétons la même chose que nous avons faite avec A-B à I-K :

Min [distance (I, k), Z], $Z \in \{A-B, C, D, E, F, G, H\}$

- o Min [distance (I, K), (A-B)] = 3.82
- o Min [distance (I, K), C] = 2.36
- o Min [distance (I, K), D] = 4.57
- o Min [distance (I, K), E] = 2.37
- o Min [distance (I, K), F] = 0.83
- o Min [distance (I, K), G] = 1.73
- o Min [distance (I, K), H] = 1.70

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster I, K et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | A-B | С | D | Е | F | G | Н | I-K |
|-----|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| A-B | 0 | 1.46 | 0.79 | 3.16 | 3.60 | 5.56 | 2.71 | 3.82 |
| C | 1.46 | 0 | 2.33 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 1.62 | 2.36 |
| D | <mark>0.79</mark> | 2.33 | 0 | 3.35 | 4.52 | 6.23 | 3.16 | 4.57 |
| Е | 3.16 | 2.38 | 3.35 | 0 | 3.24 | 3.49 | 0.89 | 2.37 |
| F | 3.60 | 2.18 | 4.52 | 3.24 | 0 | 2.57 | 2.39 | 0.83 |
| G | 5.56 | 4.12 | 6.23 | 3.49 | 2.57 | 0 | 3.15 | 1.73 |
| Н | 2.71 | 1.62 | 3.16 | 0.89 | 2.39 | 3.15 | 0 | 1.70 |
| I-K | 3.82 | 2.36 | 4.57 | 2.37 | 0.83 | 1.73 | 1.70 | 0 |



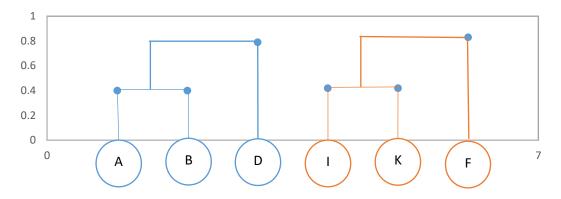
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec I-K à AB-D :

Min [distance (AB-D), Z], $Z \in \{C, E, F, G, H, I-K\}$

- o Min [distance (AB-D), C] = 1.46
- o Min [distance (AB-D), E] = 3.16
- o Min [distance (AB-D), F] = 3.60
- o Min [distance (AB-D), G] = 5.56
- \circ Min [distance (AB-D), H] = 2.71
- o Min [distance (AB-D), (I-K)] = 3.82

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D | С | Е | F | G | Н | I-K |
|------|------|------|------|------|-------------|------|------|
| AB-D | 0 | 1.46 | 3.16 | 3.60 | 5.56 | 2.71 | 3.82 |
| С | 1.46 | 0 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 1.62 | 2.36 |
| Е | 3.16 | 2.38 | 0 | 3.24 | 3.49 | 0.89 | 2.37 |
| F | 3.60 | 2.18 | 3.24 | 0 | 2.57 | 2.39 | 0.83 |
| G | 5.56 | 4.12 | 3.49 | 2.57 | 0 | 3.15 | 1.73 |
| Н | 2.71 | 1.62 | 0.89 | 2.39 | 3.15 | 0 | 1.70 |
| I-K | 3.82 | 2.36 | 2.37 | 0.83 | 1.73 | 1.70 | 0 |



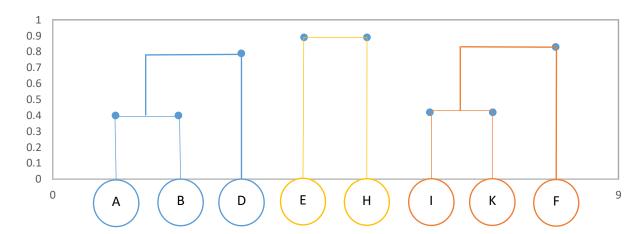
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-D à IK-F:

Min [distance (IK-F), Z], $Z \in \{AB-D, C, E, G, H\}$

- o Min [distance (IK-F), (AB-D)] = 3.60
- o Min [distance (IK-F), C] = 2.18
- o Min [distance (IK-F), E] = 2.37
- o Min [distance (IK-F), G] = 1.73
- o Min [distance (IK-F), H] = 1.7

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster I, K et F, encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D | С | E | G | Н | IK-F |
|------|------|------|-------------------|-------------|------|-------------|
| AB-D | 0 | 1.46 | 3.16 | 5.56 | 2.71 | 3.60 |
| С | 1.46 | 0 | 2.38 | 4.12 | 1.62 | 2.18 |
| Е | 3.16 | 2.38 | 0 | 3.49 | 0.89 | 2.37 |
| G | 5.56 | 4.12 | 3.49 | 0 | 3.15 | 1.73 |
| Н | 2.71 | 1.62 | <mark>0.89</mark> | 3.15 | 0 | 1.70 |
| IK-F | 3.60 | 2.18 | 2.37 | 1.73 | 1.70 | 0 |



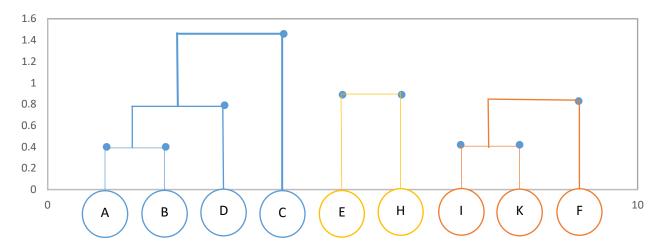
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-D à E, H:

Min [distance (E, H), Z], $Z \in \{AB-D, C, G, IK-F\}$

- o Min [distance (E, H), (AB-D)] = 2.71
- o Min [distance (E, H), C] = 1.62
- \circ Min [distance (E, H), G] = 3.15
- o Min [distance (E, H), (IK-F)] = 1.70

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster E, H, encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D | C | Е-Н | G | IK-F |
|------|-------------|------|------|-------------|-------------------|
| AB-D | 0 | 1.46 | 2.71 | 5.56 | <mark>3.60</mark> |
| С | 1.46 | 0 | 1.62 | 4.12 | 2.18 |
| E-H | 2.71 | 1.62 | 0 | 3.15 | 1.70 |
| G | 5.56 | 4.12 | 3.15 | 0 | 1.73 |
| IK-F | 3.60 | 2.18 | 1.70 | 1.73 | 0 |



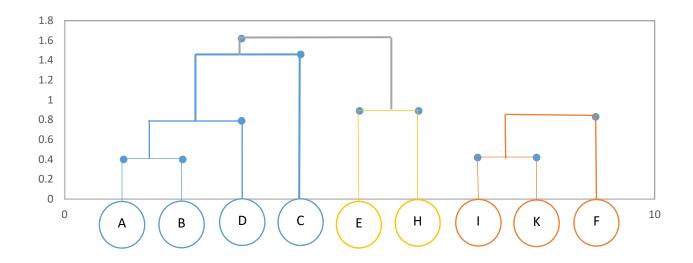
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-D à AB-D-C :

Min [distance (AB-D-C), Z], $Z \in \{E-H, G, IK-F\}$

- o Min [distance (AB-D-C), (E-H)] 1.62
- \circ Min [distance (AB-D-C), G] = 4.12
- o Min [distance (AB-D-C), (IK-F)] = 2.18

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B, D et C, encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D-C | Е-Н | G | IK-F |
|--------|--------|------|------|------|
| AB-D-C | 0 | 1.62 | 4.12 | 2.18 |
| E-H | 1.62 | 0 | 3.15 | 1.70 |
| G | 4.12 | 3.15 | 0 | 1.73 |
| IK-F | 2.18 | 1.70 | 1.73 | 0 |



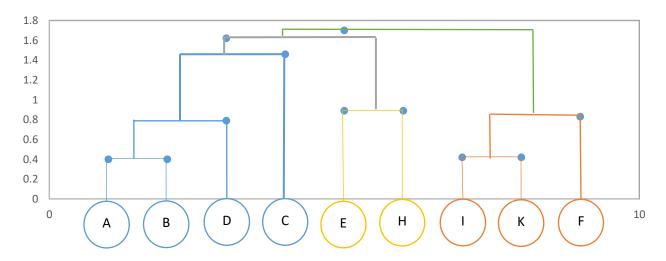
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec IK-F à AB-D-C-EH :

Min [distance (AB-D-C-EH), Z], $Z \in \{G, IK-F\}$

- o Min [distance (AB-D-C-EH), (G)] = 3.15
- o Min [distance (AB-D-C-EH), (IK-F)] = 1.70

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B, D, C, encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D-C-EH | G | IK-F |
|-----------|-----------|------|------|
| AB-D-C-EH | 0 | 3.15 | 1.70 |
| G | 3.15 | 0 | 1.73 |
| IK-F | 1.70 | 1.73 | 0 |



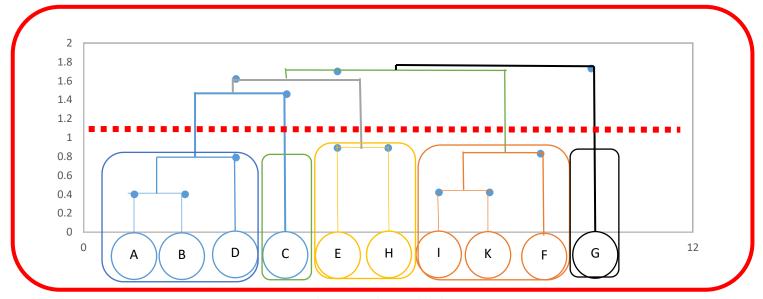
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-D-C-EH à AB-D-C-EH-IK-F:

Min [distance (AB-D-C-EH-IK-F), Z], $Z \in \{G\}$

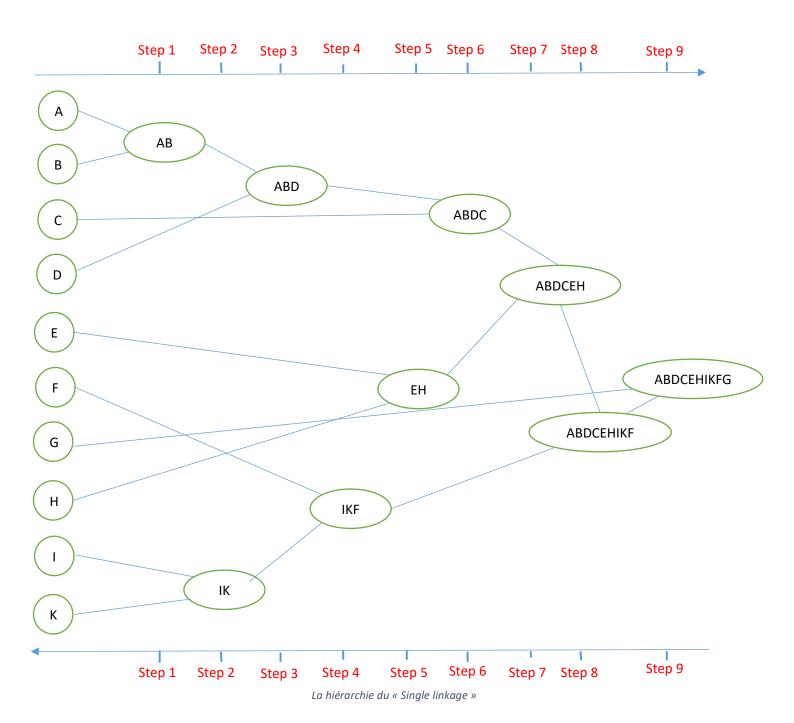
o Min [distance (AB-D-C-EH-IK-F), (G)] = 1.73

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B, D, C, E, G, H, encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D-C-EH-IK-F | G |
|----------------|----------------|------|
| AB-D-C-EH-IK-F | <mark>0</mark> | 1.73 |
| G | 1.73 | 0 |



Dendrogramme du « Single linkage »



Complete linkage:

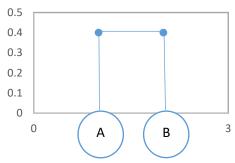
La Distance euclidienne:

D (A, B)=D [(x,y), (a,b)] =
$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

Exemple : D (A, B) =
$$\sqrt{(1.95 - 1.62)^2 + (1.95 - 0.74)^2} = \sqrt{0.1618} = 0.40$$

| | A | В | C | D | E | F | G | H | I | K |
|--------------|-------------------|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A | 0 | <mark>0.40</mark> | 1.46 | 1.04 | 3.16 | 3.60 | 5.56 | 2.71 | 3.83 | 3.82 |
| В | <mark>0.40</mark> | 0 | 1.86 | 0.79 | 3.45 | 3.99 | 5.95 | 3.05 | 4.23 | 4.22 |
| C | 1.46 | 1.86 | 0 | 2.33 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 1.62 | 2.39 | 2.36 |
| D | 1.04 | 0.79 | 2.33 | 0 | 3.35 | 4.52 | 6.23 | 3.16 | 4.57 | 4.63 |
| E | 3.16 | 3.45 | 2.38 | 3.35 | 0 | 3.24 | 3.49 | 0.89 | 2.37 | 2.71 |
| \mathbf{F} | 3.60 | 3.99 | 2.18 | 4.52 | 3.24 | 0 | 2.57 | 2.39 | 1.23 | 0.83 |
| G | 5.56 | 5.95 | 4.12 | 6.23 | 3.49 | 2.57 | 0 | 3.15 | 1.73 | 1.88 |
| H | 2.71 | 3.05 | 1.62 | 3.16 | 0.89 | 2.39 | 3.15 | 0 | 1.70 | 1.97 |
| I | 3.83 | 4.23 | 2.39 | 4.57 | 2.37 | 1.23 | 1.73 | 1.70 | 0 | 0.42 |
| K | 3.82 | 4.22 | 2.36 | 4.63 | 2.71 | 0.83 | 1.88 | 1.97 | 0.42 | 0 |

Maintenant, nous avons la distance minimale, qui est le lien entre A et B de sorte que le dendrogramme est :



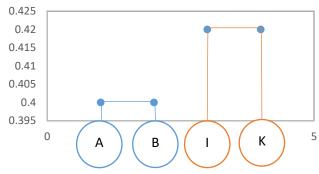
Ensuite, nous devrions mettre à jour la matrice ci-dessus :

Max [distance (A, B), Z], $Z \in \{C, D, E, F, G, H, I, K\}$

- o Max [distance (A, B), C] = Max [distance (A, C), distance (B, C)] = Max (1.86, 1.46) = 1.86
- o Max [distance (A, B), D] = Max (1.04, 0.79) = 1.04
- o Max [distance (A, B), E] = Max (3.16, 3.45) = 3.45
- o Max [distance (A, B), F] = Max (3.60, 3.99) = 3.99
- \circ Max [distance (A, B), G] = Max (5.56, 5.95) = 5.95
- o Max [distance (A, B), H] = Max (2.71, 3.05) = 3.05
- o Max [distance (A, B), I] = Max (3.83, 4.23) = 4.23
- o Max [distance (A, B), K] = Max (3.82, 4.22) = 4.22

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B et encore une fois, nous sélectionnons la distance minimale :

| | A-B | С | D | Е | F | G | Н | I | K |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A-B | 0 | 1.86 | 1.04 | 3.45 | 3.99 | 5.95 | 3.05 | 4.23 | 4.22 |
| С | 1.86 | 0 | 2.33 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 1.62 | 2.39 | 2.36 |
| D | 1.04 | 2.33 | 0 | 3.35 | 4.52 | 6.23 | 3.16 | 4.57 | 4.63 |
| E | 3.45 | 2.38 | 3.35 | 0 | 3.24 | 3.49 | 0.89 | 2.37 | 2.71 |
| F | 3.99 | 2.18 | 4.52 | 3.24 | 0 | 2.57 | 2.39 | 1.23 | 0.83 |
| G | 5.95 | 4.12 | 6.23 | 3.49 | 2.57 | 0 | 3.15 | 1.73 | 1.88 |
| Н | 3.05 | 1.62 | 3.16 | 0.89 | 2.39 | 3.15 | 0 | 1.70 | 1.97 |
| I | 4.23 | 2.39 | 4.57 | 2.37 | 1.23 | 1.73 | 1.70 | 0 | 0.42 |
| K | 4.22 | 2.36 | 4.63 | 2.71 | 0.83 | 1.88 | 1.97 | 0.42 | 0 |



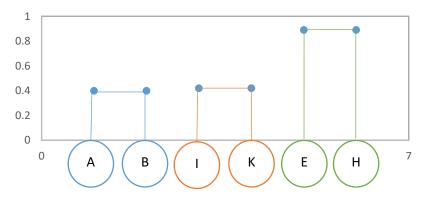
Ensuite, nous répétons la même chose que nous avons faite avec A-B à I-K :

Max [distance (I, k), Z], $Z \in \{A-B, C, D, E, F, G, H\}$

- o Max [distance (I, K), (A-B)] = 4.23
- o Max [distance (I, K), C] = 2.39
- o Max [distance (I, K), D] = 4.63
- o Max [distance (I, K), E] = 2.71
- o Max [distance (I, K), F] = 1.23
- o Max [distance (I, K), G] = 1.88
- o Max [distance (I, K), H] = 1.97

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster I, K et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | A-B | С | D | Е | F | G | Н | I-K |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A-B | 0 | 1.86 | 1.04 | 3.45 | 3.99 | 5.95 | 3.05 | 4.23 |
| С | 1.86 | 0 | 2.33 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 1.62 | 2.39 |
| D | 1.04 | 2.33 | 0 | 3.35 | 4.52 | 6.23 | 3.16 | 4.63 |
| Е | 3.45 | 2.38 | 3.35 | 0 | 3.24 | 3.49 | 0.89 | 2.71 |
| F | 3.99 | 2.18 | 4.52 | 3.24 | 0 | 2.57 | 2.39 | 1.23 |
| G | 5.95 | 4.12 | 6.23 | 3.49 | 2.57 | 0 | 3.15 | 1.88 |
| Н | 3.05 | 1.62 | 3.16 | 0.89 | 2.39 | 3.15 | 0 | 1.97 |
| I-K | 4.23 | 2.39 | 4.63 | 2.71 | 1.23 | 1.88 | 1.97 | 0 |



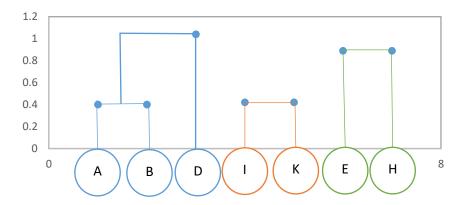
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec I-K à E-H :

Max [distance (E-H), Z], $Z \in \{A-B, C, D, F, G, I-K\}$

- o Max [distance (E-H), (A-B)] = 3.45
- o Max [distance (E-H), C] = 2.38
- o Max [distance (E-H), D] = 3.35
- o Max [distance (E-H), F] = 3.24
- \circ Max [distance (E-H), G] = 3.49
- o Max [distance (E-H), (I-K)] = 2.71

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster E, H et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | A-B | С | D | E-H | F | G | I-K |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| A-B | 0 | 1.86 | 1.04 | 3.45 | 3.99 | 5.95 | 4.23 |
| С | 1.86 | 0 | 2.33 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 2.39 |
| D | 1.04 | 2.33 | 0 | 3.35 | 4.52 | 6.23 | 4.63 |
| E-H | 3.45 | 2.38 | 3.35 | 0 | 3.24 | 3.49 | 2.71 |
| F | 3.99 | 2.18 | 4.52 | 3.24 | 0 | 2.57 | 1.23 |
| G | 5.95 | 4.12 | 6.23 | 3.49 | 2.57 | 0 | 1.88 |
| I-K | 4.23 | 2.39 | 4.63 | 2.71 | 1.23 | 1.88 | 0 |



Nous répétons la même chose que nous avons faite avec I-K à AB-D :

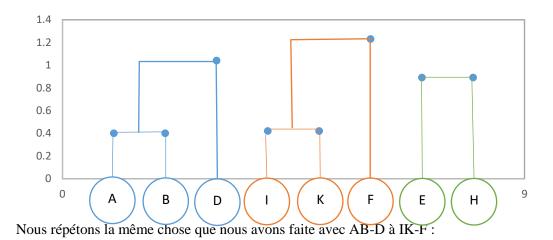
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec I-K à AB-D :

Max [distance (AB-D), Z], $Z \in \{C, E-H, F, G, I-K\}$

- o Max [distance (AB-D), C] = 2.33
- o Max [distance (AB-D), (E-H)] = 3.45
- \circ Max [distance (AB-D), F] = 4.52
- o Max [distance (AB-D), G] = 6.23
- o Max [distance (AB-D), (I-K)] = 4.63

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B, D et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D | С | E-H | F | G | I-K |
|------|------|------|------|------|------|------|
| AB-D | 0 | 2.33 | 3.45 | 4.52 | 6.23 | 4.63 |
| С | 2.33 | 0 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 2.39 |
| E-H | 3.45 | 2.38 | 0 | 3.24 | 3.49 | 2.71 |
| F | 4.52 | 2.18 | 3.24 | 0 | 2.57 | 1.23 |
| G | 6.23 | 4.12 | 3.49 | 2.57 | 0 | 1.88 |
| I-K | 4.63 | 2.39 | 2.71 | 1.23 | 1.88 | 0 |



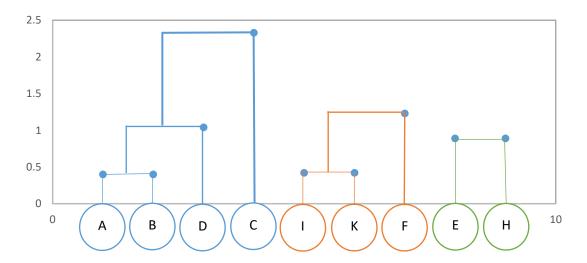
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-D à IK-F

Max [distance (IK-F), Z], $Z \in \{AB-D, C, E-H, G\}$

- o Max [distance (IK-F), AB-D] = 4.63
 - o Max [distance (IK-F), C] = 2.39
- o Max [distance (IK-F), (E-H)] = 3.24
- o Max [distance (IK-F), G] = 2.57

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster I, K, F et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D | С | E-H | IK-F | G |
|------|-------------|------|------|------|------|
| AB-D | 0 | 2.33 | 3.45 | 4.63 | 6.23 |
| C | 2.33 | 0 | 2.38 | 2.39 | 4.12 |
| E-H | 3.45 | 2.38 | 0 | 3.24 | 3.49 |
| IK-F | 4.63 | 2.39 | 3.24 | 0 | 2.57 |
| G | 6.23 | 4.12 | 3.49 | 2.57 | 0 |



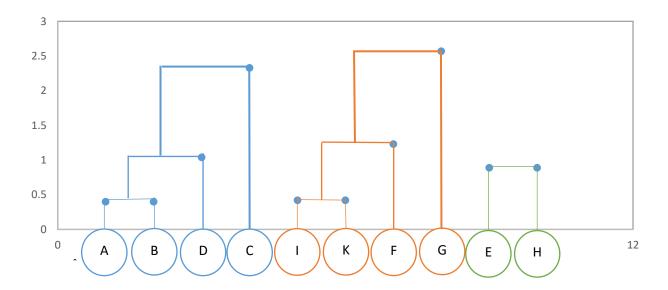
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-D à AB-D-C :

Max [distance (AB-D-C), Z], $Z \in \{E-H, G, IK-F\}$

- o Max [distance (AB-D-C), (E-H)] = 3.45
- o Max [distance (AB-D-C), G] = 4.63
- o Max [distance (AB-D-C), IK-F] = 6.23

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B, C, D et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D-C | E-H | IK-F | G |
|--------|--------|------|-------------------|------|
| AB-D-C | 0 | 3.45 | 4.63 | 6.23 |
| E-H | 3.45 | 0 | 3.24 | 3.49 |
| IK-F | 4.63 | 3.24 | 0 | 2.57 |
| G | 6.23 | 3.49 | <mark>2.57</mark> | 0 |



Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-D à IK-F-G :

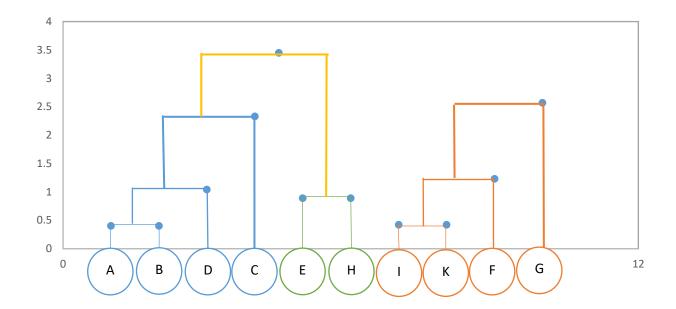
Max [distance (IK-F-G), Z], $Z \in \{AB-D-C, E-H\}$

- o Max [distance (IK-F-G), (E-H)] = 6.23
- o Max [distance (IK-F-G), G] = 3.49
- o Max [distance (IK-F-G), IK-F] = 6.23

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster I, K, F, G et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :



| AB-D-C | 0 | 3.45 | 6.23 |
|--------|-------------------|------|------|
| E-H | <mark>3.45</mark> | 0 | 3.49 |
| IK-F-G | 6.23 | 3.49 | 0 |



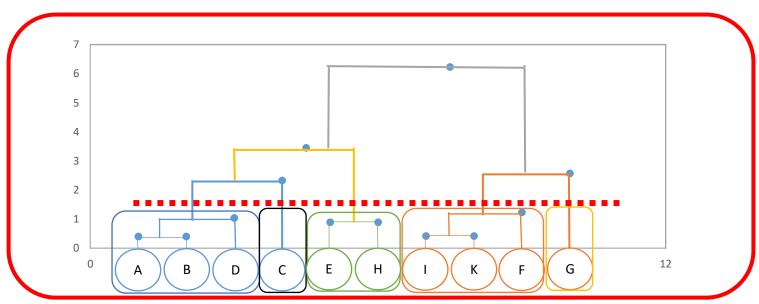
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-D-C à AB-D-C-EH :

Max [distance (AB-D-C-EH), Z], $Z \in \{IK-F-G\}$

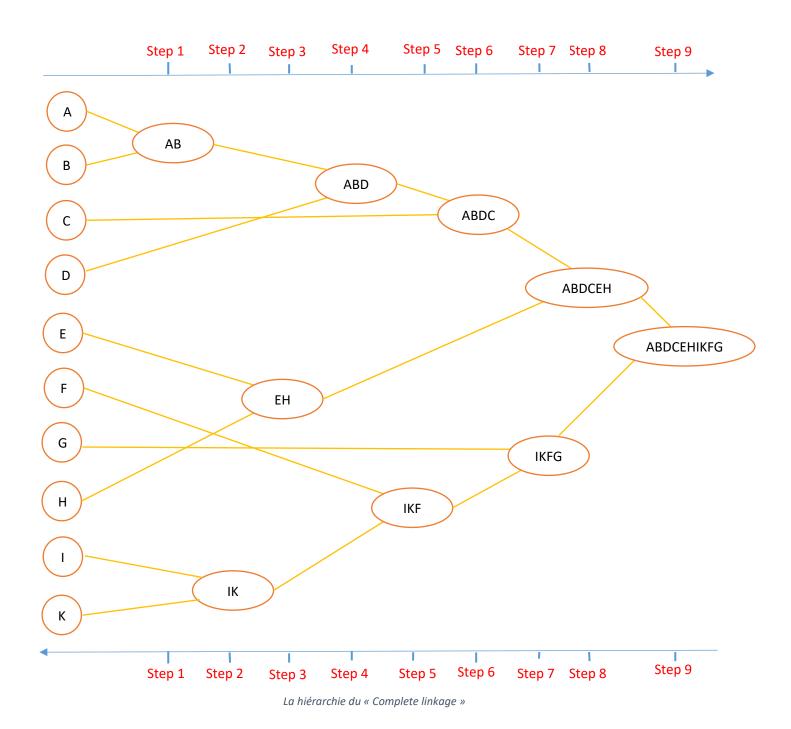
o Max [distance (AB-D-C-EH), (IK-F-G)] = 6.23

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster I, K, F, G et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-D-C-EH | IK-F-G |
|-----------|-----------|--------|
| AB-D-C-EH | 0 | 6.23 |
| IK-F-G | 6.23 | 0 |



Dendrogramme du « Complete linkage »



Average linkage:

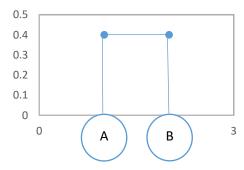
La Distance euclidienne :

D (A, B)=D [(x,y), (a,b)] =
$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

$$D(A, B) = \sqrt{(1,95 - 1.62)^2 + (1,95 - 0.74)^2} = \sqrt{0.1618} = 0.40$$

| | A | В | С | D | E | F | G | H | Ι | K |
|---|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A | 0 | 0.40 | 1.46 | 1.04 | 3.16 | 3.60 | 5.56 | 2.71 | 3.83 | 3.82 |
| В | <mark>0.40</mark> | 0 | 1.86 | 0.79 | 3.45 | 3.99 | 5.95 | 3.05 | 4.23 | 4.22 |
| C | 1.46 | 1.86 | 0 | 2.33 | 2.38 | 2.18 | 4.12 | 1.62 | 2.39 | 2.36 |
| D | 1.04 | 0.79 | 2.33 | 0 | 3.35 | 4.52 | 6.23 | 3.16 | 4.57 | 4.63 |
| E | 3.16 | 3.45 | 2.38 | 3.35 | 0 | 3.24 | 3.49 | 0.89 | 2.37 | 2.71 |
| F | 3.60 | 3.99 | 2.18 | 4.52 | 3.24 | 0 | 2.57 | 2.39 | 1.23 | 0.83 |
| G | 5.56 | 5.95 | 4.12 | 6.23 | 3.49 | 2.57 | 0 | 3.15 | 1.73 | 1.88 |
| H | 2.71 | 3.05 | 1.62 | 3.16 | 0.89 | 2.39 | 3.15 | 0 | 1.70 | 1.97 |
| I | 3.83 | 4.23 | 2.39 | 4.57 | 2.37 | 1.23 | 1.73 | 1.70 | 0 | 0.42 |
| K | 3.82 | 4.22 | 2.36 | 4.63 | 2.71 | 0.83 | 1.88 | 1.97 | 0.42 | 0 |

Maintenant, nous avons la distance minimale, qui est le lien entre A et B de sorte que le dendrogramme est :



Ensuite, nous devrions mettre à jour la matrice ci-dessus :

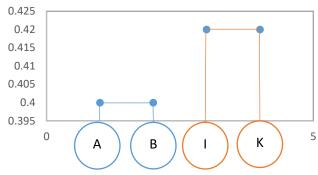
AVG [distance (A, B), Z], $Z \in \{C, D, E, F, G, H, I, K\}$

- o AVG [distance (A, B), C] = $\frac{1}{2}$ [distance (A, C), distance (B, C)] = $\frac{1}{2}$ (1.86, 1.46) = 1.66
- o AVG [distance (A, B), D] = $\frac{1}{2}$ (1.04, 0.79) = 2
- o AVG [distance (A, B), E] = $\frac{1}{2}$ (3.16, 3.45) = 3.21
- o AVG [distance (A, B), F] = $\frac{1}{2}$ (3.60, 3.99) = 3.79
- o AVG [distance (A, B), G] = $\frac{1}{2}$ (5.56, 5.95) = 5.75
- o AVG [distance (A, B), H] = $\frac{1}{2}$ (2.71, 3.05) = 2.88
- o AVG [distance (A, B), I] = $\frac{1}{2}$ (3.83, 4.23) = 4.03
- o AVG [distance (A, B), K] = $\frac{1}{2}$ (3.82, 4.22) = 4.02

| | Al | В | С | D | Е | F | G | Н | - 1 | K |
|----|-----|-----------------|-------|-------|-------|-------------------|-------------|-------|-------|-------|
| AB | O | | 1.665 | 2 | 3.31 | <mark>3.79</mark> | 5.75 | 2.88 | 4.038 | 4.027 |
| С | 1.6 | <mark>65</mark> | 0 | 2.337 | 2.381 | 2.185 | 4.128 | 1.624 | 2.395 | 2.363 |
| D | 2 | | 2.337 | 0 | 3.354 | 4.522 | 6.240 | 3.167 | 4.574 | 4.632 |
| E | 3.3 | 31 | 2.381 | 3.354 | 0 | 3.246 | 3.496 | 0.898 | 2.375 | 2.717 |
| F | 3.7 | <mark>79</mark> | 2.185 | 4.522 | 3.246 | 0 | 2.577 | 2.396 | 1.236 | 0.832 |

| G | 5.75 | 4.128 | 6.240 | 3.496 | 2.577 | 0 | 3.158 | 1.73 | 1.88 |
|---|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------|--------------------|
| Н | 2.88 | 1.624 | 3.167 | 0.898 | 2.396 | 3.158 | 0 | 1.71 | 1.97 |
| I | <mark>4.03</mark> | 2.395 | 4.574 | 2.375 | 1.236 | 1.73 | 1.71 | 0 | <mark>0.426</mark> |
| K | 4.027 | 2.363 | 4.632 | 2.717 | 0.832 | 1.88 | 1.976 | <mark>0.426</mark> | 0 |

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B et encore une fois, nous sélectionnons la distance minimale :



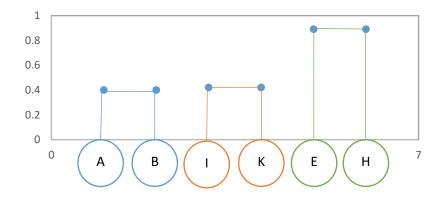
Ensuite, nous répétons la même chose que nous avons faite avec A-B à I-K :

AVG [distance (I, k), Z], $Z \in \{A-B, C, D, E, F, G, H\}$

- o AVG [distance (I, K), (A-B)] = 4.032
- o AVG [distance (I, K), C] = 2.379
- o AVG [distance (I, K), D] = 4.603
- o AVG [distance (I, K), E] = 2.54
- o AVG [distance (I, K), F] = 1.03
- o AVG [distance (I, K), G] = 1.81
- o AVG [distance (I, K), H] = 1.84

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster I, K et encore une fois, nous sélectionnons la distance minimale :

| | A-B | С | D | Е | F | G | Н | I-K |
|-----|--------------------|-------|-------|--------------------|--------|----------------------|--------------------|-------|
| A-B | 0 | 1.665 | 2 | 3.3 <mark>1</mark> | 3.7995 | 5.7 <mark>5</mark> 8 | 2.885 | 4.032 |
| С | 1.665 | 0 | 2.337 | 2.381 | 2.185 | 4.128 | 1.624 | 2.379 |
| D | 2 | 2.337 | 0 | 3.354 | 4.522 | 6.240 | 3.167 | 4.603 |
| Е | 3.3 <mark>1</mark> | 2.381 | 3.354 | 0 | 3.246 | 3.496 | <mark>0.898</mark> | 2.54 |
| F | 3.7995 | 2.185 | 4.522 | 3.246 | 0 | 2.577 | 2.396 | 1.034 |
| G | 5.758 | 4.128 | 6.240 | 3.496 | 2.577 | 0 | 3.158 | 1.81 |
| Н | 2.885 | 1.624 | 3.167 | <mark>0.898</mark> | 2.396 | 3.158 | 0 | 1.843 |
| I-K | 4.032 | 2.379 | 4.603 | 2.546 | 1.034 | 1.81 | 1.843 | 0 |



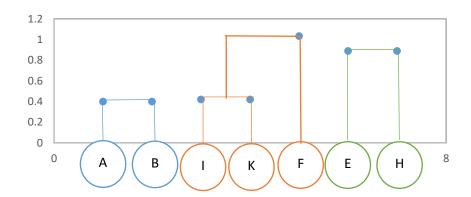
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec I-K à E-H :

AVG [distance (E-H), Z], $Z \in \{A-B, C, D, F, G, I-K\}$

- o AVG [distance (E-H), (A-B)] = 3.09
- o AVG [distance (E-H), C] = 2.02
- o AVG [distance (E-H), D] = 3.26
- o AVG [distance (E-H), F] = 3.21
- \circ AVG [distance (E-H), G] = 3.32
- o AVG [distance (E-H), (I-K)] = 2.19

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster E, H et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | A-B | С | D | E-H | F | G | I-K |
|------------------|--------|-------|-------|-------|--------|---------------------|-------|
| A-B | 0 | 1.665 | 2 | 3.097 | 3.7995 | 5.7 <mark>58</mark> | 4.032 |
| С | 1.665 | 0 | 2.337 | 2.002 | 2.185 | 4.128 | 2.379 |
| D | 2 | 2.337 | 0 | 3.26 | 4.522 | 6.240 | 4.603 |
| E-H | 3.097 | 2.002 | 3.26 | 0 | 3.321 | 3.327 | 2.194 |
| F | 3.7995 | 2.185 | 4.522 | 3.321 | 0 | 2.577 | 1.034 |
| G | 5.758 | 4.128 | 6.240 | 3.327 | 2.577 | 0 | 1.81 |
| <mark>I-K</mark> | 4.032 | 2.379 | 4.603 | 2.194 | 1.034 | 1.81 | 0 |



Nous répétons la même chose que nous avons faite avec I-K à IK-F:

AVG [distance (AB-D), Z], $Z \in \{C, E-H, F, G, I-K\}$

- o AVG [distance (AB-D), C] = 1.995
- o AVG [distance (AB-D), (E-H)] = 3.1725
- o AVG [distance (AB-D), F] = 4.1575
- o AVG [distance (AB-D), G] = 5.99
- o AVG [distance (AB-D), (I-K)] = 4.3125

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B, D et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | A-B | С | D | E-H | IK-F | G |
|------|-------|--------------------|-------|-------|-------|-------|
| A-B | 0 | <mark>1.665</mark> | 2 | 3.097 | 2.415 | 5.758 |
| С | 1.665 | 0 | 2.337 | 2.002 | 2.282 | 4.128 |
| D | 2 | 2.337 | 0 | 3.26 | 4.562 | 6.240 |
| E-H | 3.097 | 2.002 | 3.26 | 0 | 2.757 | 3.327 |
| IK-F | 2.415 | 2.282 | 4.562 | 2.757 | 0 | 2.193 |

| 2 | |
|-----|-------------------|
| 1.5 | |
| 1 | |
| 0.5 | |
| 0 | O A B C I K F E H |

6.240

3.327

2.193

0

4.128

Nous répétons la même chose que nous avons faite avec IK-F à AB-C :

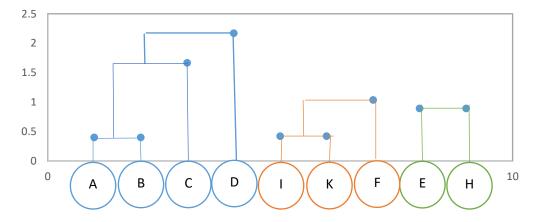
AVG [distance (AB-C), Z], $Z \in \{IK-F, D, E-H, G\}$

G

- o AVG [distance (AB-C), IK-F] = 2.348
- o AVG [distance (AB-C), D] = 2.168
- o AVG [distance (AB-C), (E-H)] = 2.549
- o AVG [distance (AB-C), G] = 4.943

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B, C et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-C | D | E-H | IK-F | G |
|------|--------------------|--------------------|-------|-------|-------|
| AB-C | 0 | <mark>2.168</mark> | 2.549 | 2.348 | 4.943 |
| D | <mark>2.168</mark> | 0 | 3.26 | 4.562 | 6.240 |
| E-H | 2.549 | 3.26 | 0 | 2.757 | 3.327 |
| IK-F | 2.348 | 4.562 | 2.757 | 0 | 2.193 |
| G | 4.943 | 6.240 | 3.327 | 2.193 | 0 |



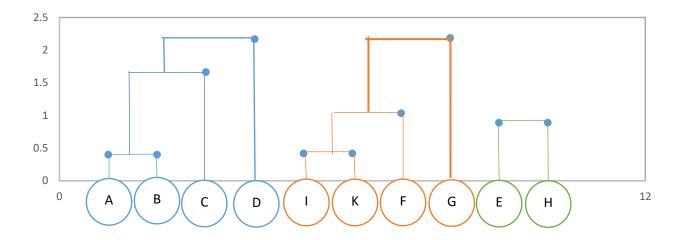
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-C à AB-C-D :

AVG [distance (AB-C-D), Z], $Z \in \{E-H, G, IK-F\}$

- \circ AVG [distance (AB-C-D), (E-H)] = 2.904
- o AVG [distance (AB-C-D), IK-F] = 3.256
- o AVG [distance (AB-C-D), G] = 5.591

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster A, B, C, D et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-C-D | E-H | IK-F | G |
|--------|--------|-------|--------------------|--------------------|
| AB-C-D | 0 | 2.904 | 3.256 | 5.591 |
| E-H | 2.904 | 0 | 2.757 | 3.327 |
| IK-F | 3.256 | 2.757 | O | <mark>2.193</mark> |
| G | 5.591 | 3.327 | <mark>2.187</mark> | 0 |



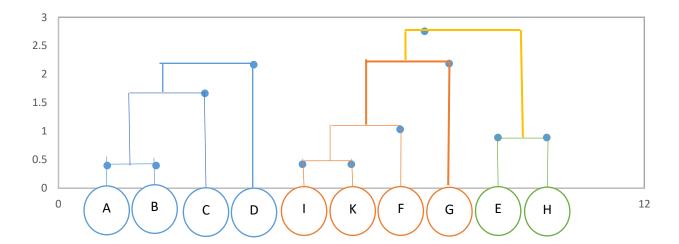
Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-D à IK-F-G :

AVG [distance (IK-F-G), Z], $Z \in \{AB-D-C, EH\}$

- o AVG [distance (IK-F-G), (AB-D-C)] = 4.52
- o AVG [distance (IK-F-G), EH] = 2.757

La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster I, K, F, G et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-C-D | E-H | IK-F-G |
|--------|--------------------|--------------------|--------|
| AB-C-D | 0 | 2.904 | 4.52 |
| E-H | <mark>2.904</mark> | 0 | 2.909 |
| IK-F-G | 4.52 | <mark>2.757</mark> | 0 |



Nous répétons la même chose que nous avons faite avec AB-C à IK-F-G -EH :

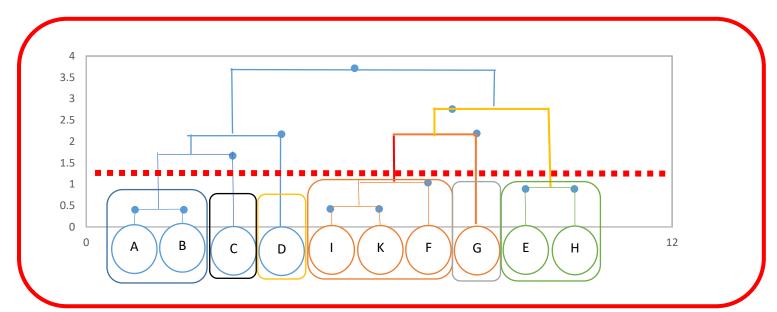
AVG [distance (IK-F-G -EH), Z], $Z \in \{AB-C-D\}$

o AVG [distance (IK-F-G -EH), (AB-C-D)] = 3.712

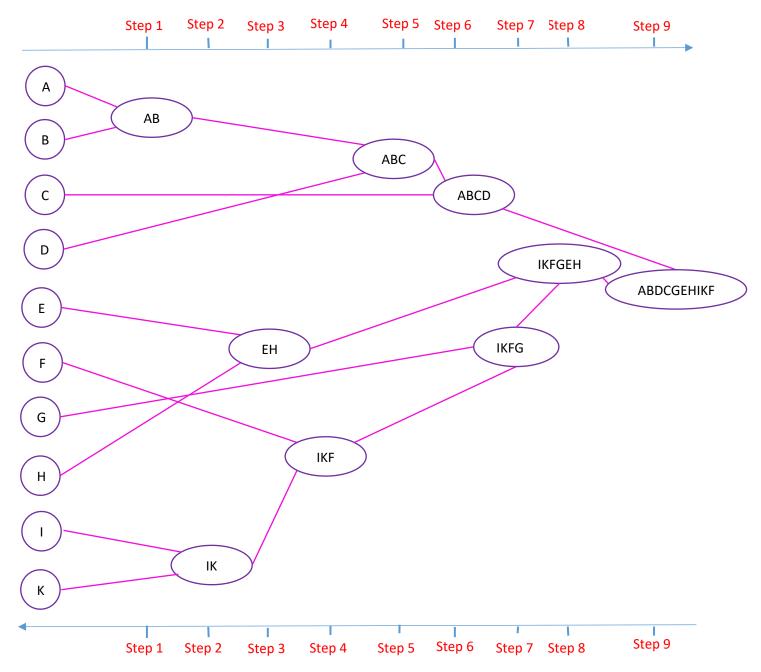
La matrice de la distance de mise à jour pour le cluster I, K, F, G, E, H et encore une fois, nous sélectionnons la distance min :

| | AB-C-D | IK-F-G -EH |
|------------|--------------------|--------------------|
| AB-C-D | 0 | <mark>3.712</mark> |
| IK-F-G -EH | <mark>3.712</mark> | 0 |

| | AB-C-D-IK-F-G -EH | |
|-----------------|-------------------|--|
| AB-C-D-IK-F-G - | 00 | |
| EH | 00 | |



Dendrogramme du « Average linkage »



La hiérarchie du « Average linkage »