CHAPITRE II VECTEURS DU PLAN

I) LES VECTEURS

*1.Notation. Egalité*

ABCD et CDEF sont des parallélogrammes.

On a  . La translation qui transforme A en B transforme aussi D en C et E en F.

On peut donc noter

le vecteur de cette translation.

On le notera plus généralement .

Ainsi on écrira : 

Deux vecteurs AB et DC sont égaux s’ils ont même direction, même sens et si leurs longueurs AB et CD sont égales.

On note  le vecteur nul (pour tout point A du plan  )

Si  alors A et B sont deux points confondus.

*2. Egalité et parallélogramme* .

Soient quatre points A,B,C et D non alignés.

-Si ABCD est un parallélogramme alors  .

-Si l’une des quatre égalités est vérifiée alors ABCD est un parallélogramme (et les trois autres égalités sont vérifiées)

*3. Translation .*

M’ est l’image de M par la translation de vecteur 

Propriété :

Si M’ et N’ sont les images de M et N par une translation alors on a 

*4. Caractérisation d’un point.*

Etant donné un point A et un vecteur , il existe un point M unique tel que .

*5. Norme d’un vecteur.*

Définition:

On appelle norme du vecteur  la distance AB. On note .

On appelle vecteur unitaire tout vecteur de norme 1.

II) SOMME ET DIFFERENCE DE DEUX VECTEURS

*1. Définition.*

Etant donné deux vecteurs u et v, on appelle somme du vecteur u et du vecteur v le vecteur, noté u+v, défini de la façon suivante:

si A est un point quelconque du plan, B le point tel que AB=u et C le point tel que BC=v alors u+v=AC.

L’égalité AB+BC=AC est appelée relation de CHASLES.

*2. Propriétés*

Quels que soient les vecteurs u,v et w du plan:

u+v=v+u Commutativité

(u+v)+w=u+(v+w) Associativité

u+0=0+u=u 0 élément neutre

Tout vecteur u admet un opposé -u, ainsi si u=AB alors -u=-AB=BA

u-v=u+(-v)

III) MULTIPLICATION D’UN VECTEUR PAR UN NOMBRE

*1. Définition*

Etant donné un vecteur u et un nombre k, on appelle produit du vecteur u par le nombre k le vecteur w=ku ayant les caractéristiques suivantes:

-Si  , si k=0 alors w=0

si k>0 alors w et u ont même direction, même sens, la longueur de w étant le produit par k de la longueur de u

si k<0 alors w et u ont même direction, sens contraire et la longueur de w est le produit par -k de la longueur de u.

-Si u=0 alors w=0.

-Cas particuliers: 1AB=AB , (-1)AB=-AB=BA , 0AB=0

-Si ku=0 alors k=0 ou u=0.

*2. Propriétés*

Quels que soient les vecteurs u et v, les nombres a et b :

a(u+v)=au+av

(a+b)u=au+bu

a(bu)=(ab)u

I milieu de [AB] si et seulement si  .

On a également AI=IB , IA+IB=0 et pour tout point M du plan 

3. *Colinéarité*

On dit que deux vecteurs u et v sont *colinéaires* dans l’un des deux cas suivants:

i) u=0 ou v=0.

ii) u et v sont non nuls et de même direction.

Il revient au même de dire qu’il existe un nombre réel k non nul tel que u=kv.

4.*Alignement*

Propriété caractéristique :

Toute égalité de la forme AC=kAB caractérise un alignement des points A,B et C.

5.*Parallèlisme*

Méthode des vecteurs colinéaires:

Pour montrer que deux droites (AB) et (CD) sont parallèles il suffit de prouver qu’il existe un nombre réel k non nul tel que CD=kAB (ou AB=kCD) .

6 *Configuration de Thalès.*

Etant donné un triangle OAA’ non aplati,

un point B tel que OB=x OA et

un point B’ tel que OB’=yOA’ .

i) si (AA’)//(BB’) alors x=y .

ii) si x=y alors (AA’)//(BB’) .

Dans chacun des deux cas, on a BB’=x AA’

Remarque 1 :

Si OB=xOA alors OB=!x!OA et , de même si OB’= y OA’ alors  donc d’après i) si (AA’)//(BB’) alors  car si x=y, !x!=!y!.

Remarque 2 :

La relation x=y du ii) se traduit par: OB=xOA et OB’=xOA’ ce qui indique que

i) O, A et B sont alignés.

ii) O, A’ et B’ sont aussi alignés et dans le même ordre que O, A et B.

iii) =!x! et donc (AA’)//(BB’).

Nous retrouvons donc l’énoncé de Thalès tel qu’il a été rencontré en classe de Troisième.

7 *Centre de gravité*

Le point G est appelé centre de gravité du triangle ABC si, et seulement si: GA+GB+GC=0.

De plus si A’, B’ et C’ sont les milieux des segments [BC], [AC] et [AB] alors:

