PRIMITIVES

I. Primitive d'une fonction

1) Définition

Exemple :

On considère les fonctions suivantes :

et

On constate que .

On dit dans ce cas que *F* est une primitive de *f* sur .

Définition : *f* est une fonction définie sur un intervalle I.

On appelle **primitive** de *f* sur I, une fonction *F* telle que .

Remarque :

Dans ces conditions, on a l'équivalence :

"*F* a pour dérivée *f* " et "*f* a pour primitive *F* ".

Méthode : Démontrer qu’une fonction est une primitive d’une autre

 **Vidéo** [**https://youtu.be/TIo24OoLKio**](https://youtu.be/TIo24OoLKio)

Soit une fonction *f* définie sur par .

Vérifier que la fonction *F* définie par est une primitive de *f.*

On dérive la fonction *F* :

Donc :

Et donc *F* est une primitive de *f.*

2) Propriété

Propriété : *f* est une fonction définie sur un intervalle I.

Si *F* est une primitive de *f* sur I alors pour tout réel *C*, la fonction est une primitive de *f* sur I.

Démonstration :

*F* est une primitive de *f*.

On pose .

.

Donc *G* est une primitive de *f*.

Exemple : En reprenant la méthode précédente, la fonction définie par

est également une primitive de *f*.

Méthode : Déterminer la primitive d’une fonction vérifiant une condition

 **Vidéo** [**https://youtu.be/CVJNgZPczks**](https://youtu.be/CVJNgZPczks)

Soit une fonction *f* définie sur par .

1) Vérifier que la fonction *F* définie par est une primitive de *f.*

2) Déterminer la fonction *G* primitive de *f* telle que .

1) donc *F* est une primitive de *f.*

2) *G* est une primitive de *f* donc *G* est de la forme , .

Comme , on a :

D'où .

II. Calculs de primitive

1) Primitives des fonctions usuelles

|  |  |
| --- | --- |
| Fonction | Primitive |
| , |  |
| , |  |
|  |  |
|  |  |

2) Linéarité des primitives

Propriété :

Si *F* est une primitive de *f* et *G* est une primitive de *g,* alors :

- est une primitive de ,

- est une primitive de avec *k* réel.

Méthode : Recherche de primitives

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Stum4aydtRE**](https://youtu.be/Stum4aydtRE)

Dans chaque cas, déterminer une primitive *F* de la fonction *f*.

a) b) c)

d) e) f)

a) donc

b) donc

c) donc

d) donc :

e) donc car cos → sin

f) donc car sin → -cos

et donc .

III. Méthode d’Euler

Méthode : Calcul approché d’une primitive par la méthode d’Euler

 **Vidéo** [**https://youtu.be/5Jj6b4AV\_Ao**](https://youtu.be/5Jj6b4AV_Ao)

Soit *f* la fonction définie sur [1 ; 5] par .

A l’aide de la méthode d’Euler et en prenant un pas de 0,5, déterminer une approximation de la primitive *F* de la fonction *f* sur [1 ; 5] tel que : *F*(1) = 0.

On utilise l’approximation suivante, nous donnant de proche en proche des valeurs de *F*:

*Méthode d’Euler :*

Le pas est de 0,5 donc *h* = 0,5.

Les valeurs successives *xi* sont donc : 1 ; 1,5 ; 2 ; 2,5 ; 3 ; 3,5 ; 4 ; 4,5 ; 5.

- On sait que : *F*(1) = 0.

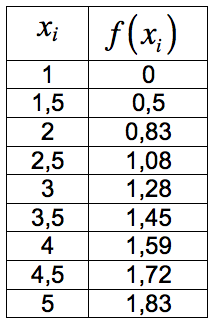
- La méthode d’Euler, nous permet d’écrire :

Soit :

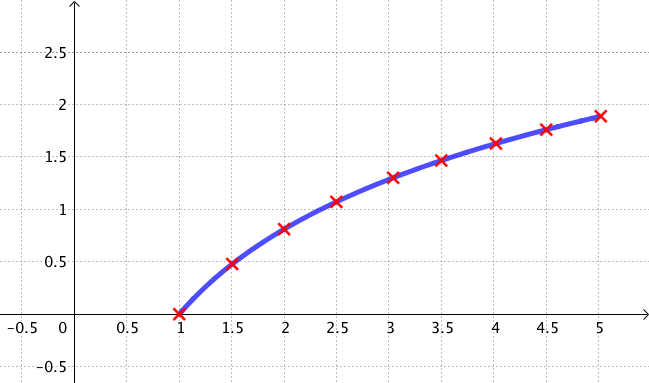
- On poursuit :

Soit : .

- Et on poursuit ainsi de proche en proche en complétant le tableau suivant :



Représentons alors point par point une approximation de *F* sur [1 ; 5] :





Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)