

Simulation des lois de probabilités classiques

Faouzi Zakaria

February 2024

1 Exercice 1 : Simulation d'une Loi de Bernoulli

Objectif : Simuler une variable de Bernoulli pour une probabilité donnée p et estimer sa moyenne empirique.

1. Écris une fonction qui prend p et retourne 1 avec probabilité p et 0 avec probabilité $1 - p$.
2. Simule cette variable 10 000 fois pour $p = 0.7$.
3. Calcule la moyenne empirique et compare-la à la moyenne théorique p .

2 Exercice 2 : Simulation d'une Loi Binomiale

Objectif : Simuler le nombre de succès dans un échantillon de taille n pour une probabilité de succès p .

1. Écris une fonction qui simule une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$.
2. Simule la variable 1 000 fois avec $n = 10$ et $p = 0.5$.
3. Calcule la moyenne empirique et compare-la avec la moyenne théorique $E(X) = n \cdot p$.
4. Compare la distribution obtenue avec la distribution théorique en affichant un histogramme.

3 Exercice 3 : Simulation d'une Loi Géométrique

Objectif : Simuler le nombre d'essais nécessaires avant d'obtenir le premier succès.

1. Écris une fonction qui prend p et retourne le nombre d'essais nécessaires pour obtenir le premier succès (loi géométrique).
2. Simule cette variable 5 000 fois avec $p = 0.3$.
3. Calcule la moyenne empirique et vérifie qu'elle se rapproche de la moyenne théorique $\frac{1}{p}$.
4. Affiche un histogramme pour visualiser la distribution.

4 Exercice 4 : Simulation d'une Loi de Poisson

Objectif : Simuler un processus de Poisson pour modéliser le nombre d'événements dans un intervalle de temps donné.

1. Écris une fonction qui simule une loi de Poisson avec un paramètre λ donné.
2. Simule cette variable 10 000 fois avec $\lambda = 4$.
3. Calcule la moyenne empirique et la variance empirique, puis compare-les aux valeurs théoriques ($E(X) = \lambda$ et $\text{Var}(X) = \lambda$).
4. Affiche l'histogramme de la distribution obtenue et compare-la avec la distribution de Poisson théorique.

5 Exercice 5 : Simulation d'une Loi Normale

Objectif : Simuler une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

1. Utilise la méthode de Box-Muller pour simuler une variable normale, ou utilise une bibliothèque comme 'numpy' pour générer une loi normale directement.
2. Simule cette variable 10 000 fois avec $\mu = 0$ et $\sigma = 1$.
3. Calcule la moyenne empirique et la variance empirique, et vérifie qu'elles sont proches des valeurs théoriques.
4. Affiche l'histogramme et superpose une courbe de densité normale pour visualiser la distribution.

6 Exercice 6 : Loi Uniforme Discrète

Objectif : Simuler une variable aléatoire uniforme discrète pour modéliser un lancer de dé.

1. Écris une fonction pour simuler un lancer de dé équilibré, soit une loi uniforme discrète sur $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
2. Simule 10 000 lancers de dé et calcule la fréquence de chaque résultat.
3. Vérifie que chaque valeur est obtenue environ $\frac{1}{6}$ du temps en calculant les fréquences empiriques.
4. Affiche l'histogramme pour comparer les fréquences empiriques avec la probabilité théorique.

7 Exercice 7 : Simulation de la Loi Exponentielle

Objectif : Simuler le temps entre deux événements dans un processus de Poisson.

1. Écris une fonction pour générer une variable aléatoire suivant une loi exponentielle avec un paramètre λ .
2. Simule cette variable 10 000 fois avec $\lambda = 2$.

3. Calcule la moyenne empirique et la variance empirique, et compare-les aux valeurs théoriques $\frac{1}{\lambda}$ pour la moyenne et $\frac{1}{\lambda^2}$ pour la variance.
4. Affiche un histogramme et superpose une courbe de densité exponentielle pour visualiser la distribution.