PARTIE I : SAUT DU PLONGEUR DANS L'AIR

Dans tout l'exercice le mouvement du centre d'inertie du plongeur de masse $m = 70kg$ est étudié dans le repère d'axes (Ox, Oy) .

On prendra pour la valeur du champ de pesanteur $g = 9,81m.s^{-2}$ et on considèrera que le référentiel terrestre est galiléen. On note y_0 l'ordonnée du centre d'inertie du plongeur à l'instant où il quitte le tremplin et v_0 sa vitesse initiale formant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale.

On donne $v_0 = 5m.s^1$ et $y_0 = 4,0m$.

1. Établir les équations horaires du mouvement du centre d'inertie G du plongeur.
2. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire sa nature.
3. Déterminer les coordonnées du centre d'inertie G du plongeur lorsque ses mains touchent l'eau on donne que $y_1 = 1m$ (voir figure 1).
4. Calculer la durée tp du plongeon.
5. Déterminer la hauteur maximale H atteinte par le plongeur au cours du plongeon.

PARTIE II: MOUVEMENT DU PLONGEUR DANS L'EAU

Le mouvement du centre d'inertie G du plongeur est considéré comme vertical dans cette partie. La profondeur du bassin dans lequel évolue le plongeur est de 5,0 m.

1. La figure 2 résulte d'une simulation et représente l'évolution de l'altitude y du centre d'inertie du plongeur au cours du temps.

   On précise que l'on a pris comme origine des dates l'instant où le centre d'inertie atteint la surface de l'eau.

   Pour pouvoir remonter, le plongeur doit redresser son buste.

   On estime que le plongeur agit activement pour amorcer sa remontée 1,0 s après que son centre d'inertie a atteint la surface de l'eau.

   De plus, on considère que le centre d'inertie du plongeur se situe toujours à 1,0 m de ses mains tendues.

   Au moment où il amorce sa remontée, les mains du plongeur ont-elles atteint le fond du bassin ? Justifier la réponse.

2. On se propose de modéliser le mouvement du centre d'inertie du plongeur dans l'eau s'il n'amorçait pas de remontée.

   On note V le volume du plongeur et ρ la masse volumique de l'eau de la piscine.

   Le plongeur est soumis, entre autres, à une force de frottement fluide dont le sens est opposé celui du vecteur vitesse et dont la valeur peut être modélisée par $f = k.v_y^2$ où k comme une constante. et v_y est la composante du vecteur vitesse du centre d'inertie sur l'axe vertical orienté vers le haut

2.1 Nommer les forces qui s'exercent sur le plongeur lors de ce mouvement. Les représenter, sans souci d'échelle, en son centre d'inertie G.

2.2 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie du plongeur est donnée par :

$$\frac{m}{k}.\frac{dv_y}{dt} - v_y^2 = \frac{g}{k}.(\rho.V - m)$$

.

2.3 En déduire, en la justifiant, l'expression en régime permanent de la valeur v_p du vecteur vitesse.

2.4 Calculer v_p . On prendra $\rho = 10^3 kg.m^{-3}$; $V = 6,5.10^{-2} m^3$ et $k = 150kg.m^{-1}$.

2.5 En exploitant la courbe , dire si le plongeur a atteint le régime permanent avant que ses mains ne touchent le fond.

3 La méthode de résolution numérique d'Euler, permet de calculer de façon approchée la valeur algébrique de la vitesse instantanée verticale v_y à différentes dates. On note :

- $v_y(t_n)$ la valeur algébrique de la vitesse à l'instant de date t_n ;
- la valeur algébrique $v_y(t_{n+1})$ à la date $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ est calculée en utilisant la relation suivante :

$$v_y(t_{n+1}) = v_y(t_n) + a_y(t_n).\Delta t$$

où a_y est la composante de l'accélération selon l'axe (Oy) etΔt est le pas de calcul.

Compte tenu des valeurs numériques , l'équation différentielle obtenue précédemment permet d'obtenir la relation suivante :

$$a_y(t) = 2,14v_y^2(t) - 0,7$$

$\Delta t = 1,2.10^{-2}$ s.

En utilisant la relation (1) pour le calcul de $v_y(t_{n+1})$ et la relation (2) pour celui de $a_y(t_n)$, compléter avec des valeurs numériques le tableau suivant :

Date en s	$v_y enm.s^{-1}$	$a_y enm.s^{-2}$
$t_n = 0,144s$	$v_y(t_n) = -2,21$	$a_y(t_n) = 9,75$
$t_(n+1) = 0,156s$	$v_y(t_(n+1)) =$	$a_y(t_(n+1)) =$ ....
$t_n = 0,168s$	$v_y(t_(n+2)) = -1,99$	$a_y(t_(n+2)) = 7,77$