Exercice n°1 :

Un pendule élastique horizontal est formé d'un ressort de raideur $K=20N.m^{-1}$ et d'un solide de masse m ; à l'instant t=0, le centre d'inertie G du solide est lancé à partir de la position $x_0=2cm$ avec la vitesse initiale de $v_0=20cm.s^{-1}$.

Partie I : Les frottements sont négligeables.

1)

a- Etablir l'équation différentielle en fonction de l'élongation x du mouvement du centre d'inertie G.

b- Donner la solution générale de cette équation différentielle et en déduire l'expression de la période propre de l'oscillateur.

c- La durée de 20 oscillations est $\Delta t=12,56s$. Montrer que la masse du solide vaut m=200g.

2)

a- Calculer la valeur de l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant du lancement.

b- En déduire l'amplitude Xm des oscillations ainsi que la vitesse de passage par la position d'équilibre.

Partie II : les frottements sont représentés par une force $\vec{f}=-h\vec{v}$, ou h désigne le coefficient de frottement du milieu, et v la mesure algébrique de la vitesse du centre d'inertie du solide.

3) *La figure 2 donne l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie du solide.*

a- Quelle est la nature des oscillations du centre d'inertie G ? Justifier.

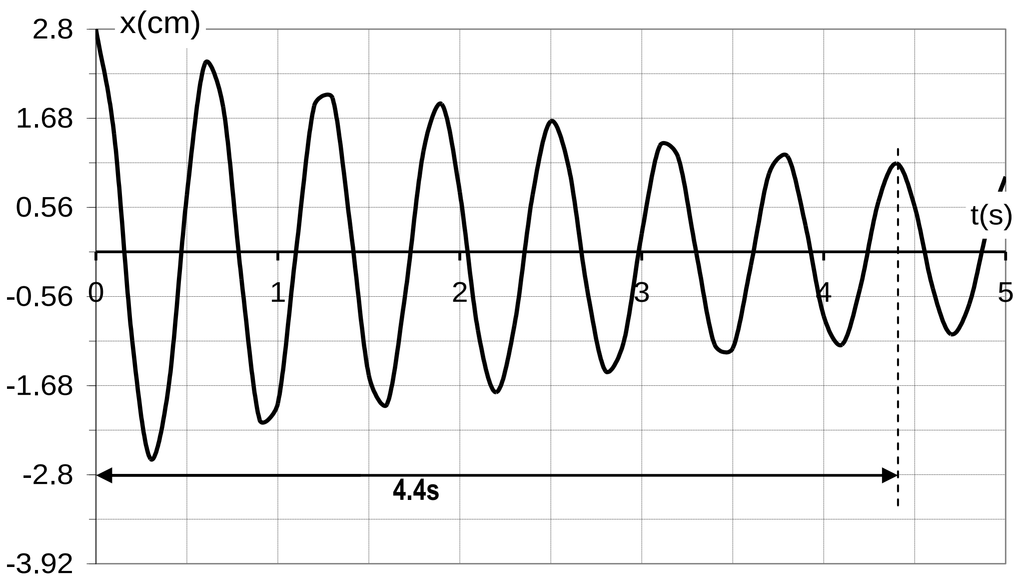
b- Qu'appelle-t-on le régime des oscillations du pendule ?

c- Déterminer la pseudopériode T.

4) *L'équation différentielle régissant le mouvement du solide est : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + 10^4.x=0$*

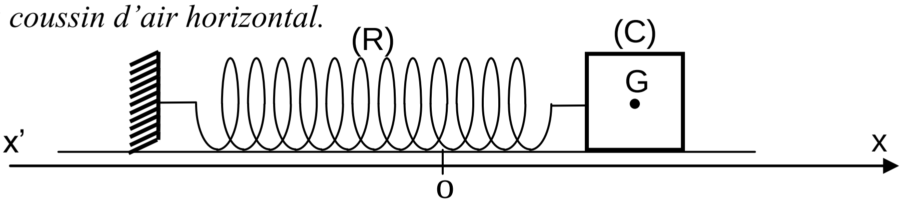
a- Déduire la valeur de la pulsation propre et celle du coefficient de frottement h.

b- Montrer que : $\frac{dE}{dt}=- hv^2$, ou E est l'énergie mécanique du système S= { solide +ressort}.Conclure quant à la conservation de l'énergie mécanique par le système S.



Exercice n°2 :

Un pendule élastique est constitué d'un ressort de raideur $K=20N.m^{-1}$ et d'un solide de masse m qui peut osciller sur un banc à coussin d'air horizontal.



*A l'instant t=0, le solide est écarté de sa position d'équilibre de $x_0=2\sqrt{2}$cm et lâché avec une vitesse initiale **v_0 négative**.*

I- Dans un premier temps, on néglige les frottements du chariot sur le banc.

1) *Faire l'inventaire des forces exercées sur le chariot et les représenter.*

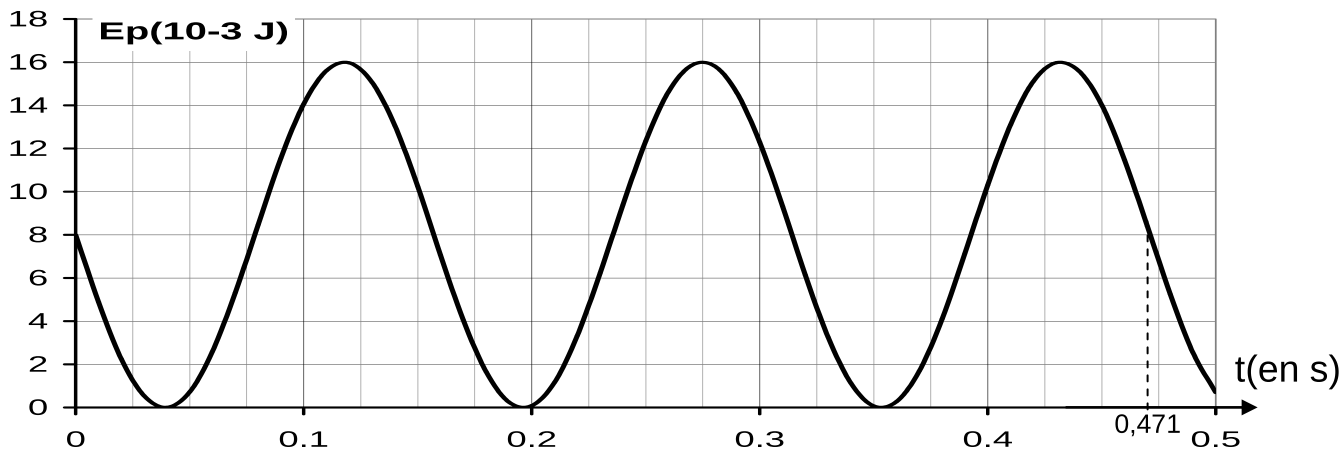
2) *Etablir l'équation différentielle du mouvement.*

3) *Vérifier que $x(t)=X_m \sin(\omega_0 t+\varphi)$ est solution de cette équation différentielle avec $\omega 0$ une constante que l'on exprimera en fonction des grandeurs physiques du système.*

4) *Etablir une relation entre x, v, Xm et ω_0.*

5) *En quel point la vitesse du mobile est maximale ?*

II- Grace à des capteurs appropriés, on enregistre l'évolution temporelle de l'élongation x du centre d'inertie du chariot. On trace la courbe de la variation de l'énergie potentielle élastique Ep du système { chariot, ressort} en fonction du temps.



1. *Montrer que Ep s'écrit sous la forme :* $Ep(t)=\frac{1}{4}KX_m^2\left[1+\sin(2\omega_0 t+2\varphi x-\frac{\pi}{2}).\right]$

2. *En exploitant le graphe1, déterminer la période propre des oscillations T0, l'amplitude Xm et la masse m du chariot.*

3. *Déterminera la phase initiale φ et l'expression de l'élongation x(t).*

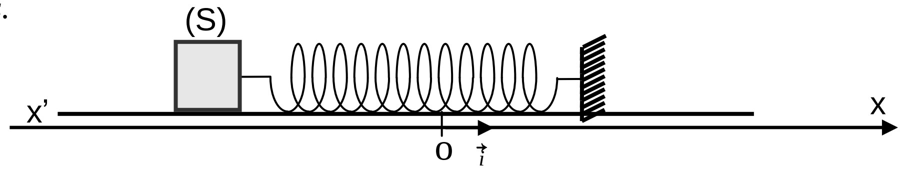
4. *Déterminera v_0.*

5. *Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique est constante.*

Exercice n°3 :

Un solide (S) de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K. l'ensemble est placé sur un plan horizontal parfaitement lisse (voir figure ci-contre).

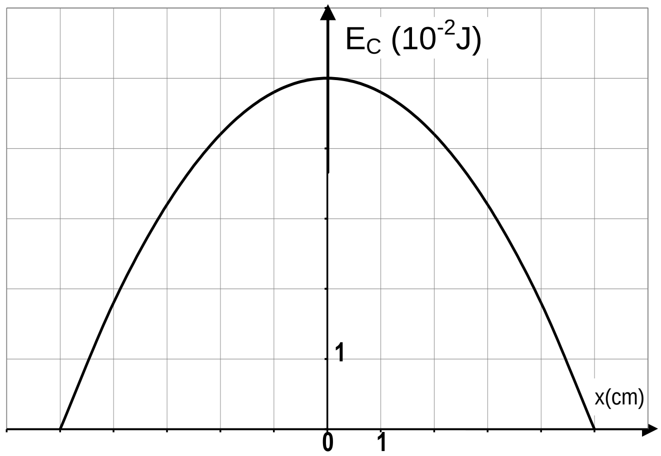
A partir de sa position d'équilibre, on communique au solide (S) une vitesse initiale V_0 dans le sens positif des élongations.



1. *a- Etablir l'équation différentielle relative à x (élongation du centre d'inertie du solide) et donner l'expression de la période propre des oscillations.*

b- Montrer que l'énergie mécanique du système { solide, ressort} est constante.

2. *La courbe ci-contre donne la variation de l'énergie cinétique du système en fonction de l'élongation x de (S).*



a- Justifier l'allure de la courbe en établissant l'expression de l'énergie cinétique E_C en fonction de x, K et E_{C0} ; énergie cinétique initiale du solide.

b- Déterminer en utilisant la courbe les valeurs de Ec_o, Xm et K.

c- En déduire la valeur de la masse m sachant que la période propre est de valeur T_0= 0,4s.

3. *Etablir l'équation horaire du mouvement.*

4. *On immobilise le système, on écarte le solide (S) d'une distance X_0= 5 cm et on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale à t=0s. Au cours de son mouvement le solide S est, maintenant, soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h.\vec{v}$ (h constante positive).*

a- Etablir l'équation différentielle des oscillations en x (élongation de (S)).

b- L'amplitude des oscillations de (S) diminue de $\frac{2}{10}$ de sa valeur au cours de chaque pseudo période T.

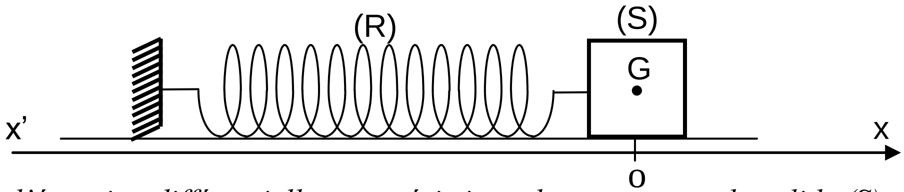
b_1- Nommer le régime d'oscillation.

b_2- Déterminer l'élongation du solide à t_1=2T.

b_3- Calculer la variation de l'énergie mécanique du système entre les instants de dates t_0=0 et t_1=2T.

<u>Exercice n°4 :</u>

On considère un pendule élastique formé par un solide (S) de masse m et un ressort (R) à spires non jointives et de raideur K. Le pendule peut se déplacer sur un plan horizontal parfaitement lisse.

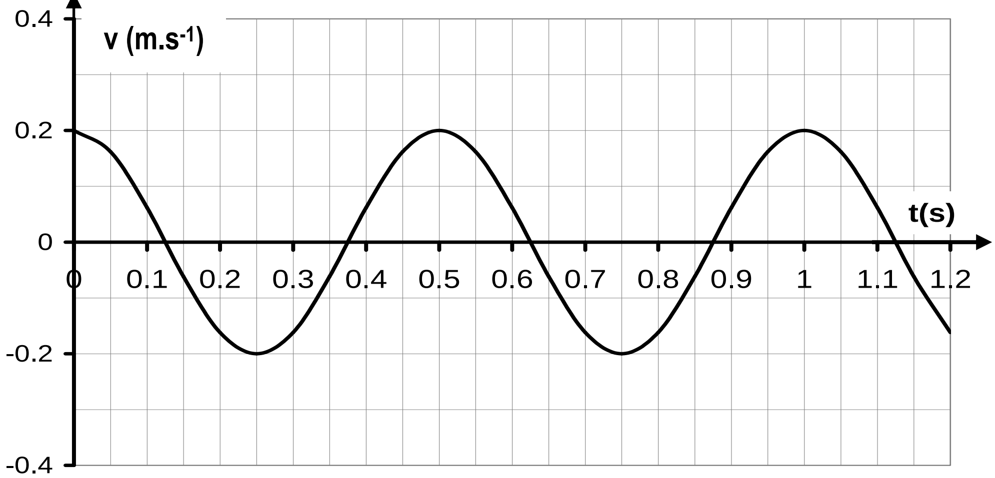


1) *Etablir l'équation différentielle caractéristique du mouvement du solide (S).*

2) *Sachant que cette équation différentielle admet une solution de la forme $x(t)= X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.*

a . *Etablir la relation entre (V_m et X_m) et (φ_v et φ_x).*

b . *Ci-dessous on donne le chronogramme de la variation de la vitesse en fonction du temps, v= f(t) :*

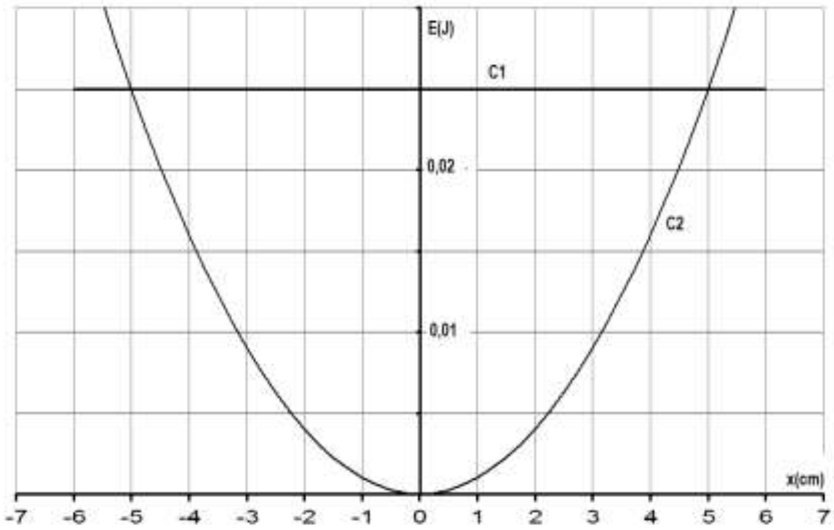


Déterminer : T_0, V_m, φ_v et ω_0.

c . *Déduire X_m et φ_x, puis écrire x(t).*

3) *Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique se conserve au cours du temps.*

4) *Le graphe suivant représente les courbes Ep= f(x) et E= g(x) ou Ep et E représentent respectivement l'énergie potentielle et l'énergie mécanique du pendule élastique.*



a . *Identifier chacune des deux courbes en justifiant la réponse.*

b . *En exploitant le graphe, déterminer la raideur K du ressort et la masse m du solide.*

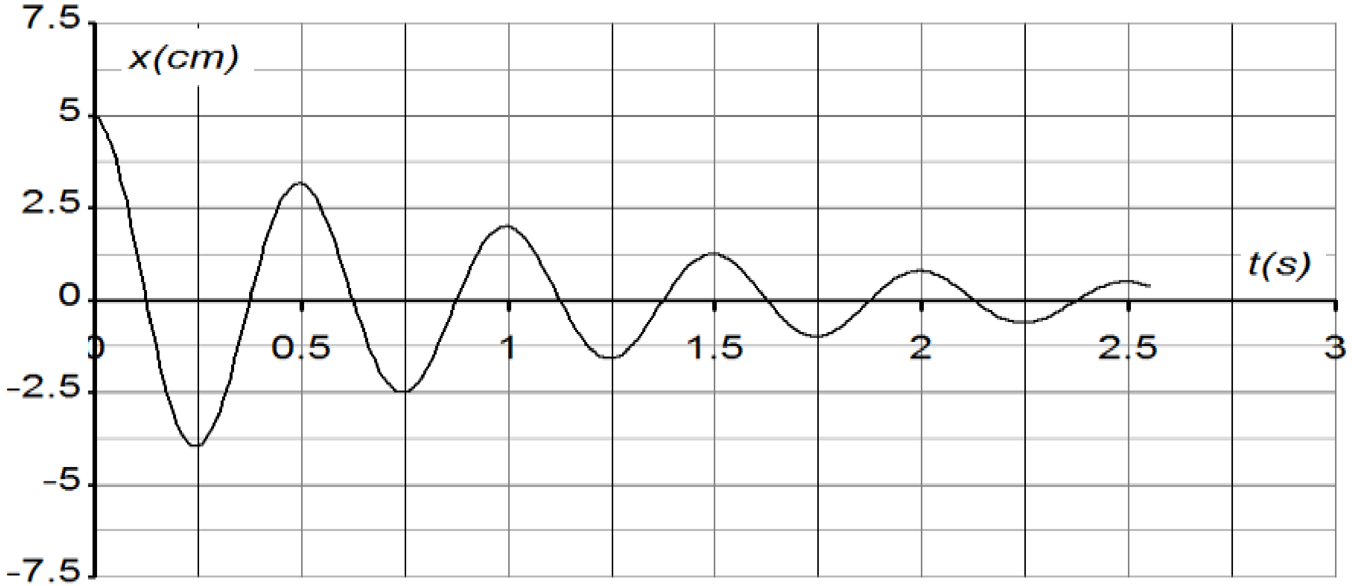
c . *Déterminer l'énergie cinétique du solide lorsqu'il passe par le point d'abscisse x=4cm.*

5) *Le solide (S) est maintenant soumis à des forces de frottement de type visqueux $\vec{f}=-h\vec{v}$.*

a . *L'équation différentielle du mouvement du solide (S) est :* $\frac{d^2x}{dt^2} + 4{,}96\frac{dx}{dt} + 157{,}91.x = 0$.

Trouver la valeur du coefficient du frottement h.

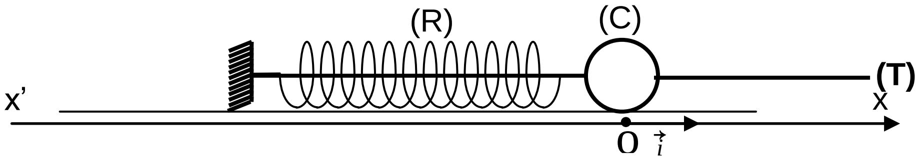
b . *La courbe relative à l'élongation du centre d'inertie en fonction du temps, x(t) est donnée par le graphe suivant :*



- *Nommer le régime d'oscillation.*
- *Calculer la variation de l'énergie mécanique du pendule entre t_1=0s et t_2=1,5s.*

Exercice n°5 :

On dispose d'un corps (C) de masse m=0,1 Kg supposé ponctuel, pouvant coulisser sans frottement sur une tige (T) horizontale. Le corps (C) est au repos tel que son centre d'inertie G coïncide avec la position O, origine du repère $(O,\vec{i})$. Il est solidaire de l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k, enfilé sur la tige (T), l'autre extrémité du ressort est fixe comme indiqué sur ***la figure 1****.*



1) *On écarte le corps (C) de sa position d'équilibre O jusqu'au point d'abscisse x_0=+2cm et on le lance avec une vitesse V_0 de même direction et sens contraire que $\vec{i}$.*

a . *On suppose que l'énergie potentielle de pesanteur dans le plan horizontal contenant la tige (T) est nulle.*

Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du système{ corps (C), ressort, Terre}.

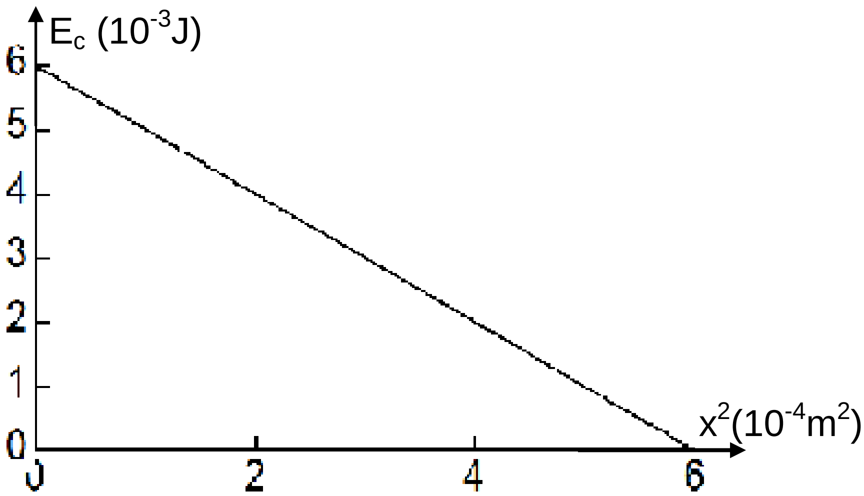
b . Montrer que le système est*{ corps (C), ressort, Terre} conservatif.*

c . *Déterminer alors l'expression de l'énergie mécanique E en fonction de m, k, x_0 et V_0.*

d . *En exploitant le caractère conservatif du système{ corps (C), ressort, Terre}, montrer que le corps (C) oscille entre deux positions extrêmes symétriques par rapport à O dont on déterminera les abscisses x_1 et x_2 en fonction de m, k, x_0 et V_0.*

2) a. *Déterminer l'expression de l'énergie cinétique E_C du corps (C) en fonction de m, k, x_0, V_0 et x.*

b. On donne la courbe représentant la variation de l'énergie cinétique EC en fonction du carré de l'élongation x_2 (figure 2).



Déduire :

- *la constante de raideur* ***K*** *du ressort.*
- *La valeur* ***V_0*** *de la vitesse du corps* ***(C).***
- *L'énergie mécanique* ***E****.*
- *Les abscisses des positions extrêmes* ***x_1*** *et* ***x_2.***
- *La valeur de la vitesse du corps* ***(C)*** *au passage par sa position d'équilibre.*