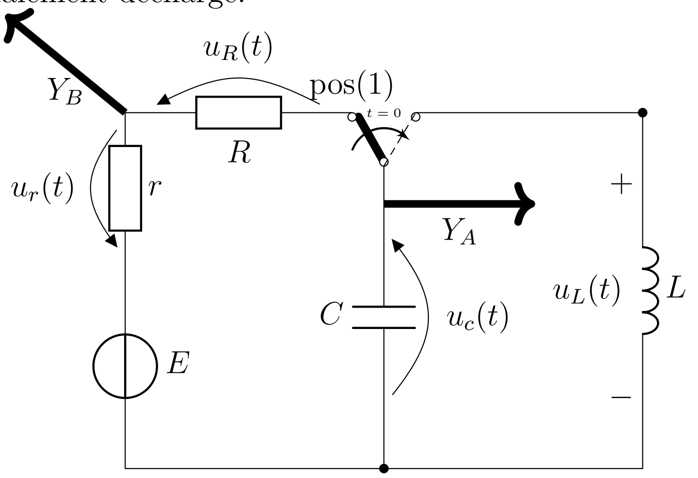
Les oscillations libres dans le circuit RLC

Exercice 1 :Etude du dipôle RC et du circuit LC

On réalise le circuit électrique schématisé sur la figure 1. Ce circuit comprend :

- Un générateur de f.e.m. E, de résistance interne négligeable ;
- Une bobine (b) d'inductance L_0 et de résistance négligeable ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance r et $R = 20\Omega$;
- Un condensateur de capacité C réglable, initialement déchargé.



On fixe la capacité du condensateur sur la valeur C_0. À un instant de date $t = 0$, on place l'interrupteur K en position (1). Un système d'acquisition informatisé permet de tracer les courbes $(T1)$ et $(T2)$ de la figure 2 représentant les tensions obtenues en utilisant les voies Y_1 et Y_2. La droite (T) représente la tangente à la courbe $(T1)$ à $t = 0$.

1-1 Identifier parmi les courbes $(T1)$ et $(T2)$ celle qui représente la tension $u_c(t)$.

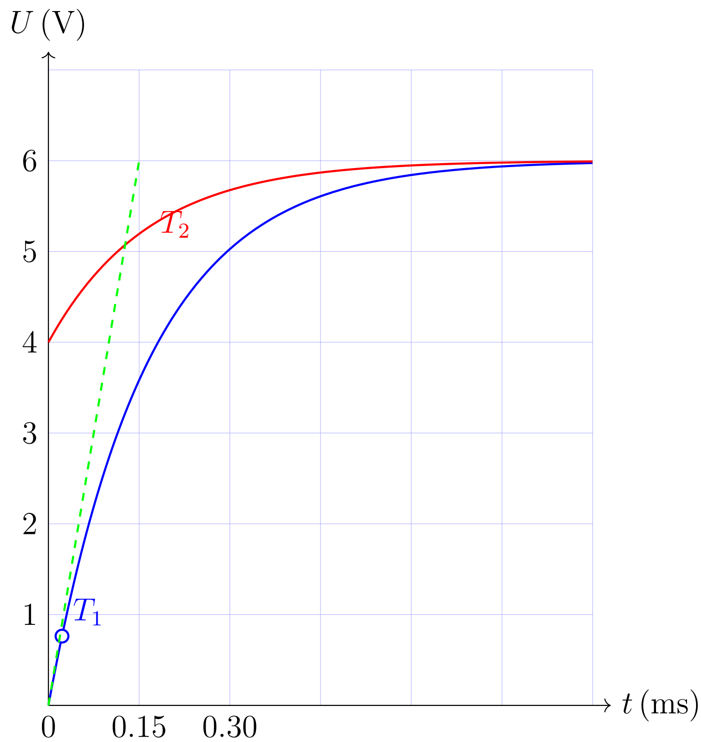
1-2 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$.

1-3 Montrer que l'expression de l'intensité du courant juste après avoir placé l'interrupteur en position (1) est $i_0 = \frac{E}{R+r}$

1-4 À l'aide des deux courbes :

 1-4-1 Déterminer la valeur de r

 1-4-2 Montrer que $C_0 = 5\mu F$



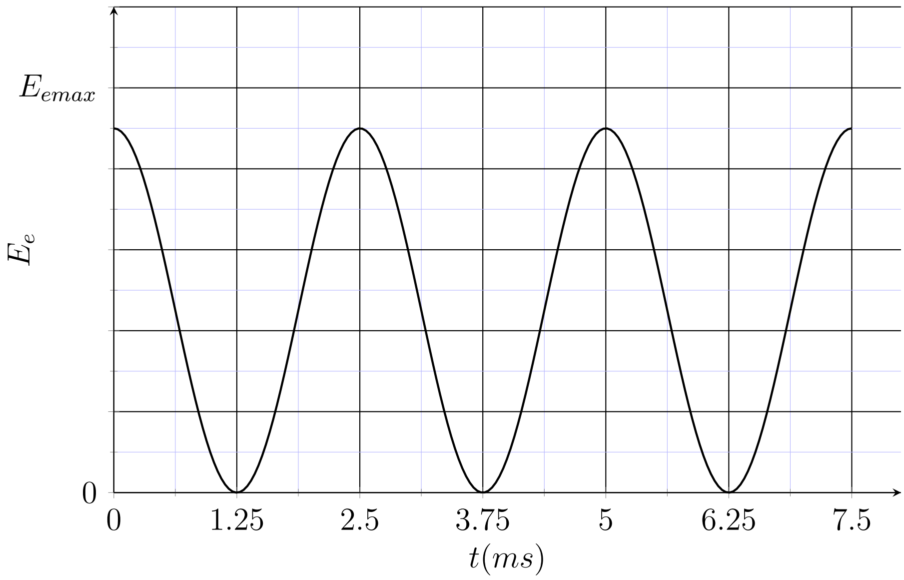
2-Etude du circuit LC idéal

Une fois le régime permanent établi, on bascule l'interrupteur K en position (2) à un instant que l'on choisira comme nouvelle origine des dates $(t = 0)$. On obtient ainsi un circuit LC.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$.
2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $i(t) = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$, où T_0 représente la période propre de l'oscillateur et φ la phase à $t = 0$. I_m est l'intensité maximale du courant électrique. Déterminer la valeur de φ.

3. Établir, à partir de l'expression de la puissance électrique, l'expression de l'énergie $E_e(t)$ emmagasinée dans le condensateur en fonction de la charge $q(t)$ et de la capacité C du condensateur.

4. La courbe représentée sur la figure 3 donne l'évolution de l'énergie électrique $E_e(t)$ emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps.



   (a) Calculer l'énergie électrique maximale $E_{c\max}$.

   (b) À l'aide d'une étude énergétique, trouver la valeur de I_m.

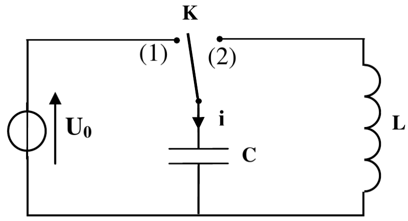
Exercice 2 :Etude du circuit LC

Le dipôle LC se comporte comme un oscillateur dans lequel s'effectue périodiquement un échange d'énergie entre le condensateur et la bobine ; mais ,en réalité ,l'énergie totale de ce dipôle ne reste pas constante au cours du temps à cause des pertes d'énergie par effet joule . L'objectif de cet exercice est d'étudier l'échange énergétique entre le condensateur et la bobine ainsi que la réponse d'une bobine à un échelon de tension électrique .

1- Oscillations électriques dans le cas où la bobine a une résistance négligeable

On considère le montage de la figure 1 qui comprend :

- Un générateur idéal de tension qui donne une tension U_0
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable
- Un condensateur de capacité $C = 8,0.10^{-9}$ F
- Un interrupteur K



الشكل 1

On charge le condensateur sous la tension U_0 en plaçant l'interrupteur dans la position (1). Lorsque le condensateur est complètement chargé, on bascule l'interrupteur dans la position (2) à l'instant $t = 0$, il passe alors dans le circuit un courant d'intensité i.
A l'aide d'un dispositif approprié, on visualise la courbe représentant les variations de l'intensité i en fonction du temps (figure 2) et la courbe représentant les variations de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine en fonction du temps (figure 3).

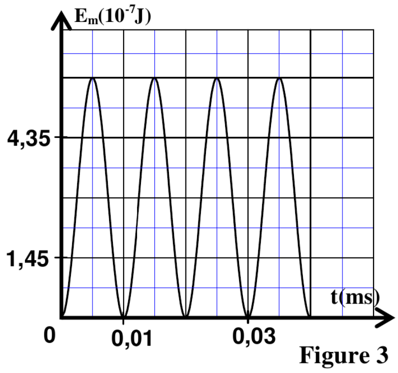


Figure 3

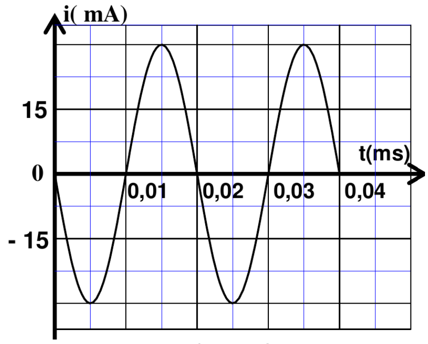


Figure 2

1.1 Trouver l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i du courant.

1.2 A l'aide des figures (2) et (3) :

a- Déterminer la valeur de l'énergie totale E_T du circuit LC et en déduire la valeur de U_0.

b- Déterminer la valeur de L.

2- Réponse d'une bobine de résistance négligeable à un échelon de tension

On monte la bobine précédente en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$. On applique entre les bornes du dipôle obtenu un échelon de tension de valeur ascendante E et de valeur descendante nulle et de période T.

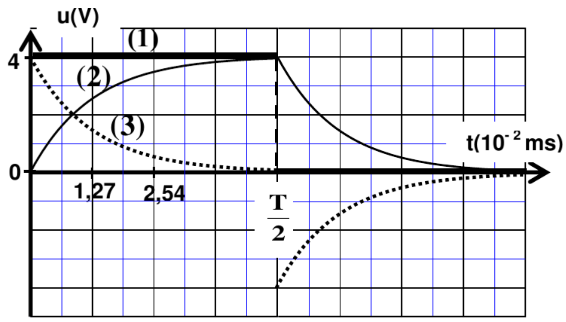


Figure 4

On visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de la tension u entre les bornes du générateur, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique et la tension u_L aux bornes de la bobine mon obtient alors les courbes (1), (2) et (3) représentées dans la figure 4.

2.1 Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant i(t) dans l'intervalle $0 \leq t < \frac{T}{2}$.

2.2 La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$i(t) = I_p(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

avec I_p et τ des constantes.

a- Associer chacune des tensions u_L et u_R à la courbe correspondante dans la figure 4.

b- A l'aide des courbes de la figure 4, trouver la valeur de I_p.

2.3 L'expression de l'intensité du courant s'écrit dans l'intervalle $\frac{T}{2} \leq t < T$ (sans changer l'origine du temps) sous la forme :

$$i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec A et τ des constantes.

Montrer que l'expression de l'intensité du courant à l'instant $t_1 = \frac{3T}{4}$ s'écrit sous la forme $i(t_1)=I_p.e^{-2}$.

3- Les oscillations électriques dans le cas où la bobine a une résistance non négligeable

On répète l'expérience en utilisant le montage représenté dans la figure 1 en remplaçant la bobine précédente par une autre bobine ayant la même inductance L, mais sa résistance r n'est pas négligeable. Après avoir chargé complètement le condensateur, on bascule l'interrupteur dans la position (2). La figure 5 représente l'évolution de la charge q du condensateur en fonction du temps.

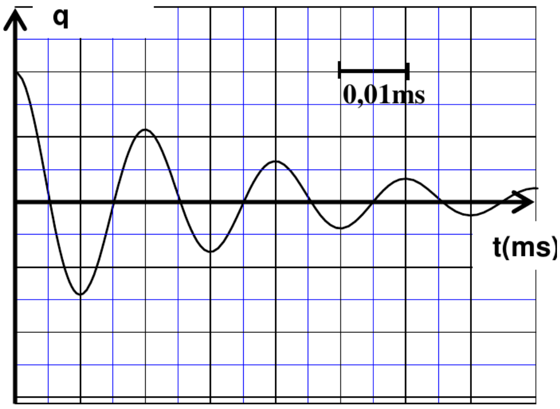


Figure 5

3.1 Choisir la ou les réponses justes : L'énergie emmagasinée dans la bobine est :

- a- maximale à l'instant $t_1 = 5.10^{-3}$ ms
- b- minimale à l'instant $t_1 = 5.10^{-3}$ ms
- c- maximale à l'instant $t_2 = 10^{-2}$ ms
- d- minimale à l'instant $t_2 = 10^{-2}$ ms

3.2 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la charge du condensateur s'écrit sous la forme :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\lambda\frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2}q = 0$$

avec T_0 la période propre du circuit et $\lambda = \frac{r}{2L}$.

3.3 Sachant que l'expression de la pseudo période T des oscillations est :

$$T = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2}}}$$

trouver la condition que doit vérifier r par rapport à $\sqrt{\frac{L}{C}}$ pour que $T \approx T_0$.