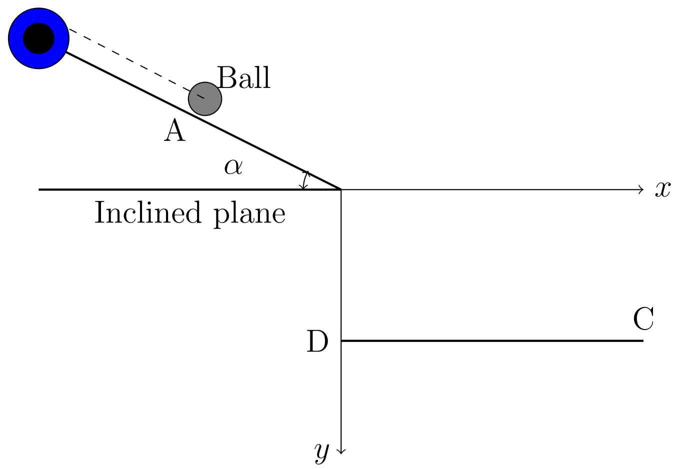
Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe

Exercice 1 : Le pigeon bleu.

On considère un corps S de masse $m = 0,25kg$ capable de glisser sans frottement sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par Le corps S est fixé par extrémité inférieure à un fil inextensible de masse négligeable et enroulé sur un cylindre homogène de rayon r=5cm. capable de tourner sans frottement autour d'un axe horizontal et fixe Δ

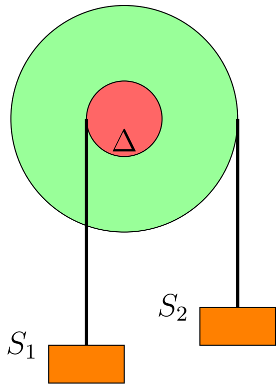
On donne : $J_\Delta = 2,5.10^{-3}Kg.m^2$ et $g = 10m/s^2$



1. On libère le corps S du point A sans vitesse initiale et il glisse sans frottement sur le plan incliné provoquant la rotation du cylindre.
   (a) Déterminer l'accélération du corps S et en déduire la nature de son mouvement.
   (b) Déterminer la vitesse v1 du corps S au point O sachant que OA= 2m.
2. Au point O le fil se détache du cylindre à un instant t=0 et le corps S tombe au point C d'une altitude OD=75cm.
   (a) Donner les équations horaires du mouvement du centre d'inertie du corps S dans le repère (O,x,y).
   (b) En déduire la durée de chute du corps S. et La distance DC.
3. Lorsque le fil se détache du cylindre, ce dernier est soumis à un couple résistant de moment constant $M_\Delta = -7,5.10^{-2}N.m$,et il s'arrête de tourner après avoir effectué plusieurs tours.
   (a) Déterminer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du cylindre.
   (b) 3-2-Quel est le nombre de tours effectué par le cylindre durant le freinage.

Exercice 2 :une poulie à double gorge

On considère une poulie à double gorge de rayons $R_1 = 10cm$ et $R_2 = 20cm$ qui peut tourner sans frottement autour d'un axe Δ fixe. Les deux corps S_1 et S_2 sont suspendus par deux fils inextensibles enroulés sur les poulies comme l'indique la figure.



Données :

- Moment d'inertie de la poulie à double gorge : $J_\Delta = 2.10^{-2} kg.m^2$

1. Déterminer l'expression de m_2 en fonction de m_1 , R_1 et R_2 pour que la poulie reste en équilibre.
2. On utilise par la suite $m_1 = 1kg$ et $m_2 = 0,7kg$ puis on libère le système sans vitesse initiale à un instant t=0.
   (a) Déterminer le sens du mouvement. et Montrer que l'accélération angulaire du système des deux poulies est:
   $$\ddot{\theta} = \frac{g(m_2.R_2 - m_1.R_1)}{m_1.{R_1}^2 + m_2.{R_2}^2 + J_\Delta}$$
   Calculer sa valeur.
   (b) Quel est le nombre de tours effectués par le système des deux poulies P1+P2 pendant la durée t=2s.

Exercice 3 : moment d'inertie

Un anneau de moment d'inertie J_Δ tourne autour de son axe (Δ) avec 90 tr/min . Pour freiner cet anneau , on exerce sur lui un couple de forces de moment constant $M_c = -0,2N.m.$ m jusqu'à son arrêt. On néglige les frottements.

1. Quelle est la nature du mouvement de l'anneau pendant l'application du couple résistant ? Justifier la réponse
2. Calculer la valeur de l'accélération angulaire θ de l'anneau pendant l'action du couple de freinage avec $J_\Delta = 8.10^{-3} kg.m^2$.
3. Calculer Δt la durée de freinage.

Exercice 4 : Etude du mouvement du centre de gravité d'une balle.

On considère un disque, de masse $m = 200g$ et de rayon $r = 5cm$, susceptible de tourner autour d'un axe (Δ). On applique au disque immobile un couple de forces de moment M constant, le disque effectue alors un mouvement de rotation autour de l'axe (Δ). Au bout d'une minute, la vitesse angulaire du disque a la valeur de $\dot{\theta} = 5rad/s$, à cet instant on supprime l'action du couple de forces.
Les frottements sont supposés négligeables.

1. Calculer la valeur du J_Δ moment d'inertie du disque par rapport à l'axe (Δ).
2. Montrer que l'accélération angulaire θ du disque est constante au cours de l'application du couple

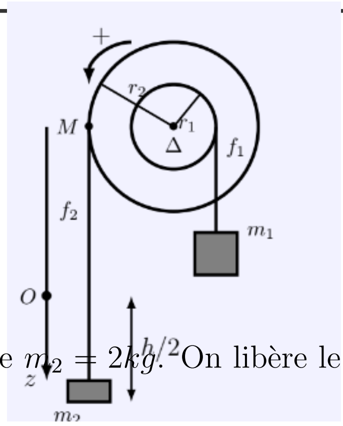
de moteur. Calculer sa valeur.

3. En déduire la valeur du moment M du couple moteur.

4. Quelle est la nature du mouvement du disque après avoir supprimé l'action du couple moteur ? Justifier la réponse.

Exercices Supplémentaires

Exercice 5 :Les toboggans



Un système (S) est constitué de deux cylindres homogènes (D) et (D') de même substance , de même épaisseur, coaxiaux, solidaires l'un de l'autre. Le moment d'inertie de (S) par rapport à son axe de révolution est J_Δ=$1,7.10^{-1}kg.m^2$.
On enroule sur chaque cylindre un fil inextensible de masse négligeable . Soit f_1 le fil
enroulé sur D_1 de rayon r_1 à son extrémité on suspend un corps de masse m_1=$3kg$ et soit f_2 le fil enroulé sur le cylindre
D_2 de rayon $r_2 = 2r_1 = 40cm$, à son extrémité on suspend un corps de masse $m_2 = 2kg$. On libère le système sans vitesse initiale.

1. Montrer que le système est en mouvement dans le sens indiqué sur la figure ci-contre.

2. En réalisant une étude dynamique montrer que l'équation différentielle vérifiée par $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$, peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\ddot{\theta} = \frac{r_1.g(2.m_2 - m_1)}{J_\Delta + r_1^2.(4.m_2 + m_1)}$$

3. En déduire les valeurs de l'accélération linéaire a_1 de corps de masse m_1 et a_2 de corps de masse m_2.

4. Calculer les deux tensions T_1 de f_1 et T_2 de f_2.

5. À l'instant t = 0 les deux corps se trouve de la même hauteur du plan horizontal (h=0.5m) et que le centre d'inertie du corps m_2 soit confondu avec l'origine de l'axe Oz qui est orienté vers le bas.

   On considère le point M contact entre le fil f_2 et D_2 voir figure .Trouver les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a_G}$ en ce point M à un instant t où le corps m_2 descend de h_2.

"The physical universe and its buzzing machinery, its fantastical scenery."