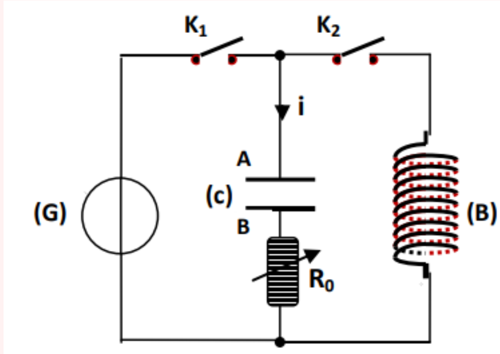
CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR- AMORTISSEMENT

On considère le circuit électrique schématisé par la figure ci-contre , comportant :



- un générateur idéal (G) de tension constante U_0
- un condensateur (c) de capacité C et d'armatures A et B ;
- une bobine (B) d'inductance $L = 0,1H$ et de résistance r ;
- Un résistor de résistance R_0 réglable.
- Deux interrupteurs K_1 et K_2 .

I- On fermeK_1 avecK_2 ouvert :

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t) = u_{R0}(t)$.
2. Déterminer les constantes A,B et λ pour que la solution de l'équation précédente soit : $u = Ae^{-\lambda t} + B$.
3. on considère la date t_1 où la tension du condensateur est celle du conducteur ohmique sont égales.
   - 3.1) Trouver l'expression de la date t_1 en fonction des paramètres du circuit .
   - 3.2) Déterminer l'expression de l'énergie dissipée par effet joule dans le conducteur ohmique entre $t = 0s$ et une date quelconque t.
   - 3.3) La puissance du générateur à la date t_1.
   - 3.4) En déduire que le rendement du circuit (R, C) lors de la charge totale du condensateur est $\rho = 50\%$.

   II - A $t_0 = 0s$, on ouvre K_1 et on ferme K_2. Un système acquisition informatisé enregistre les variations, au cours du temps, de la tension u_{AB} ce qui nous permet d'obtenir la courbe de la figure ci-dessous
4. Quelle est le phénomène mis en jeu ? De quel régime d'évolution s'agit – il ?
5. En admettant que la période propre est pratiquement,t égale à la pseudo-période; déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR- AMORTISSEMENT

6 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur u_{AB}

7 Sachant qu'à l'instant de date t_1 , la tension aux bornes de la bobine vaut $u_B = 12,8V$

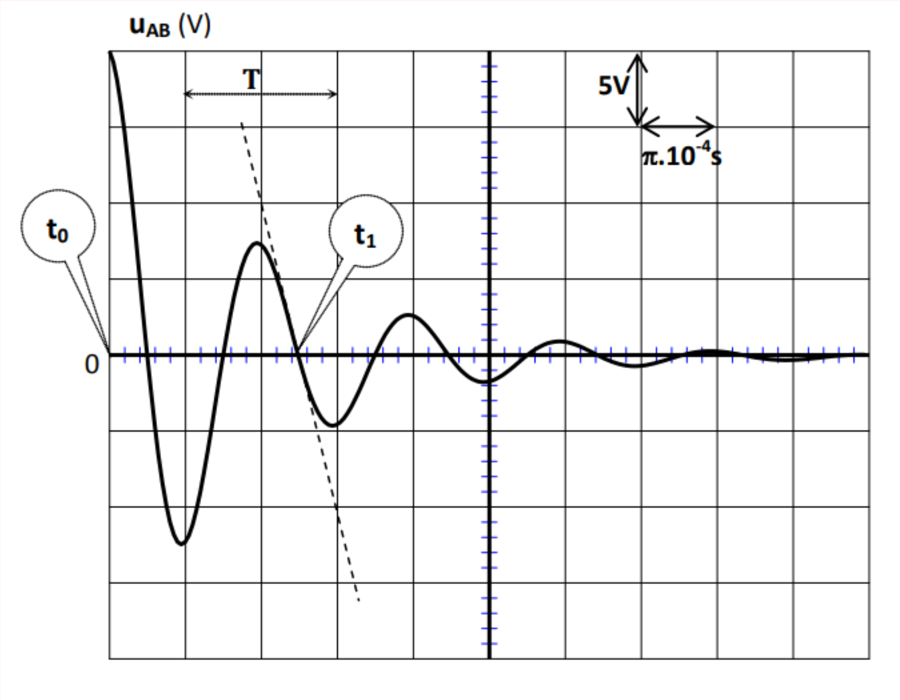
7.1) Déterminer à cet instant t_1

- La valeur algébriquei_1 de l'intensité du courant qui circule dans le circuit.
- La valeur de l'énergie magnétique $E_L$emmagasinée par la bobine.

7.2) Déduire la valeur de la résistance R_0 ,

7.3) Montrer que l'énergie de l'oscillateur diminue. Sous quelle forme est – elle dissipée ?

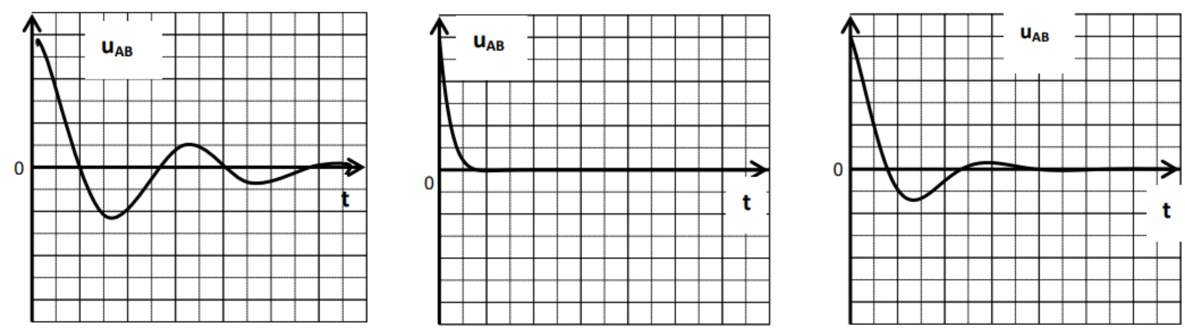
7.4) Calculer l'énergie dissipée entre les dates $t_0 = 0s$ et t_1



8 On donne à R_0 trois valeurs différentes R_{01}, R_{02}, R_{03}. On obtient à chaque valeur de R_0 l'une des courbes (a), (b) ou (c) donnant la variation de u_{AB} en fonction du temps.

8.1) Donner dans chaque cas le nom du régime d'évolution du circuit.

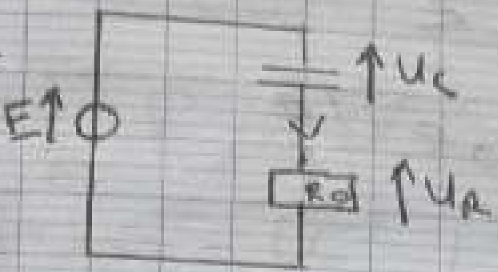
8.2) Comparer les valeurs des résistancesR_{01}, R_{02}, R_{03}.



(a)	(b)	(c)
R_{03}	R_{02}	R_{01}
Régime	Régime	Régime ....

Eléctricité :

1 -



D'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_{R_0} + u_C = E$$

$$\frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{du_C}{dt} = 0$$

$$\frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{1}{R_0C} u_{R_0} = 0.$$

$$R_0C\frac{du_R}{dt} + u_R = 0$$

2) $u = Ae^{-\lambda t} + B$

* $u(\infty) = 0 \Rightarrow Ae^{-\infty} + B = 0 \Rightarrow B = 0.$

* $u(0) + u_C(0) = u_0$

$Ae^{-0} + 0 = u_0$

$A = u_0$

$$\begin{cases} u = u_0 e^{-\lambda t} \\ \frac{du}{dt} = -\lambda u_0 e^{-\lambda t} \end{cases}$$

$$-R_0 C \lambda u_0 e^{-\lambda t} + u_0 e^{-\lambda t} = 0$$

$$-R_0 u_0 e^{-\lambda t}\left(\lambda - \frac{1}{RC}\right) = 0$$

$$\lambda = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

$\underline{cc}$ $u = U_0 e^{-t/\tau}$

3) $u = \frac{U_0}{2}$

3-1 $U_0 e^{-t/\tau} = \frac{U_0}{2} \Rightarrow -\frac{t_1}{\tau} = \ln 1/2$

$t = \tau \ln(2) = R_0 C \ln(2)$

3-2) $P = \frac{dE_J}{dt} = R i^2 = \frac{u_R^2}{r} = \frac{u^2}{r}$

$$\int_0^{E_J} dE_J = \frac{U_0^2}{r} \int_0^{t} e^{-2t/\tau} dt$$

$$E_J = \frac{U_0^2}{R} \left[-\frac{\tau}{2} e^{-2t/\tau}\right]_0^t$$

$$E_J = \frac{1}{2} C U_0^2 \left(1 - e^{-2t/\tau}\right)$$

3-3) $\rho = \frac{E_C}{E_G}$

$E_J = \frac{1}{2} C U_0^2$

$E_G = E_J + E_C = C U_0^2$

$$\ell = \frac{1/2\, C U_0^2}{C U_0^2} = \frac{1}{2} = 50\%$$

3-4) $P = U_0 i = \frac{dE_G}{dt} = \frac{U_0}{R} \cdot U_0 e^{-t/\tau}$

$$\int_0^{E_G} dE_G = \frac{U_0^2}{R} \int_0^t e^{-t/\tau} dt$$

$$E_G = \tau \frac{U_0^2}{R} \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$E_G = C U_0^2 \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad t \to +\infty \quad E_G = C U_0^2$$

1- phénomène : Amortissement

Régime : pseudo périodique

2\ $T_0 \simeq T \Rightarrow 2\pi\sqrt{LC} = T$

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{4\pi^2 10^{-8}}{4\pi^2 \, 0.1}$$

$$= 10^{-7} \; F$$

3\ $u_B + u_{R_0} + u_C = 0$

$u_C = u_{AB}$:

$$L\frac{di}{dt} + ri + R_0 i + u_C = 0$$

$$LC\frac{d^2u_{AB}}{dt^2} + (1+R_0)C\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$$

$$\frac{d^2u_{AB}}{dt^2} + \frac{(r+R_0)}{L} \cdot \frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{LC}u_{AB} = 0$$

7) $u_B = 12,8V$

7-1] $i = \frac{C\,du_{AB}}{dt} = C$ pente $= 10^{-7} \times \frac{-20}{\pi \cdot 10^{-4}}$

$i = -6,4 \cdot 10^{-3}$ A.

$E_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \times 0,1 \, (6,36 \cdot 10^{-3})$

$J = 2 \cdot 10^{-6} J$

7-2] $u_{AB} + u_{R_0} + u_C = 0$

à t_1 : $12,8 - 6,4 \cdot 10^{-3} R_0 + 0 = 0$.

$R_0 = \frac{12,8}{6,4 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow R_0 = 2 \cdot 10^{3} \Omega$

7-3] $E_T = \frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} C U_C^2$

$\frac{dE_T}{dt} = L i \frac{di}{dt} + C U_C \frac{dU_C}{dt} = i \left(\frac{L\,di}{dt} + U_C \right)$

$= i(-(R_0+r)i)$

$= -(R+r) i^2 = P_{joule}$.

E_T decroît à cause des pertes par effet Joule dans les résistances du circuit

7-4] à $t=0$

$U_{C max} = 20V \Rightarrow i = 0$

$E_0 = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} 10^{-7} \times (20)^2 = 20 \cdot 10^{-6} J$.

t_1 : $E_e = \frac{1}{2} C U_c^2 = 0$

$E_L = 2 \cdot 10^{-6}$ J | $E_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ J

$W_J = E_0 - E_1 = 18 \cdot 10^{-6}$ J