

PINN's

Захаров Артемий и Садыков Сергей Б05-904

Апос-Овчос-Ардос

May, 2022

План

1. Постановка задачи
2. Методы решения
3. Литература

Постановка задачи

Постановка задачи

Имеем дифференциальное уравнение:

$$u_t + N[u; \lambda] = 0$$

$$x \in \Omega, t \in [0, T]$$

$$f(x, t) := u_t + N[u; \lambda]$$

Постановка задачи

Имеем дифференциальное уравнение:

$$u_t + N[u; \lambda] = 0$$

$$x \in \Omega, t \in [0, T]$$

$$f(x, t) := u_t + N[u; \lambda]$$

$u(x; t)$ - решение

$$\Omega \subset R^n$$

$N[\cdot; \lambda]$ - нелинейный оператор параметризованный по λ

Как частный случай $N[u; \lambda] = \lambda_1 uu_x + \lambda_2 u_{xx}$ где $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$

И, собственно, данное дифференциальное уравнение надо решить.

Постановка задачи

$$u_t + uu_x - (0.01/\pi)u_{xx} = 0, \quad x \in [-1, 1], \quad t \in [0, 1],$$

$$u(0, x) = -\sin(\pi x),$$

$$u(t, -1) = u(t, 1) = 0.$$

Постановка задачи

Постановка задачи

Почему эта задача важна:

Потому что в реальном мире, зачастую встречаются нелинейные дифференциальные уравнения, решения которых найти аналитически практически невозможно.

Постановка задачи

Почему эта задача важна:

Потому что в реальном мире, зачастую встречаются нелинейные дифференциальные уравнения, решения которых найти аналитически практически невозможно.

Цель проекта:

Изучить данную проблему, попытаться повторить успехи коллег, основываясь на их статьях, и применить знания, полученные во время курса, для решения задачи.

Методы решения

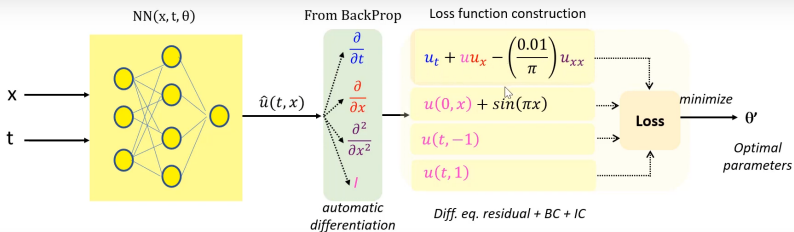
Методы решения

Основные идеи:

Методы решения

Основные идеи:

1) Используем нейронную сеть:



youtube.com/watch?v=kDlrOanVtf8

Методы решения

2) Loss - функция :

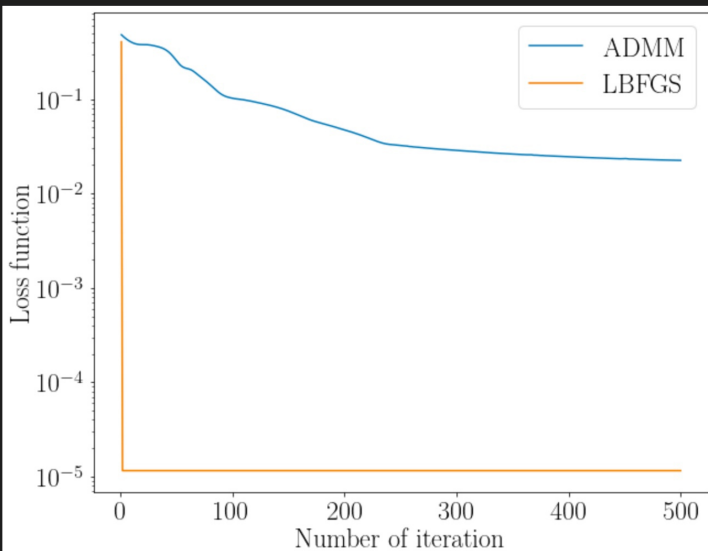
Минимизируем квадрат потери ошибки:

$$MSE = MSE_u + MSE_f$$

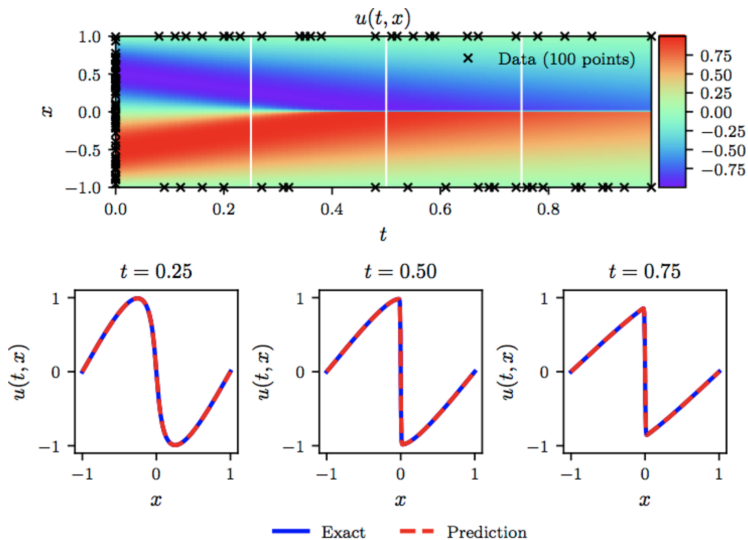
$$MSE_u = \frac{1}{N_u} \sum_{i=1}^{N_u} |u(x_u^i, t_u^i) - u^i|^2$$

$$MSE_f = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |f(x_f^i, t_f^i)|^2$$

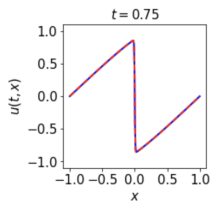
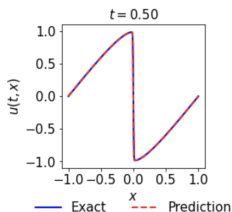
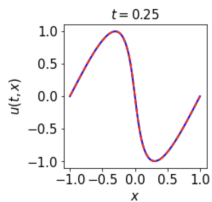
Методы решения



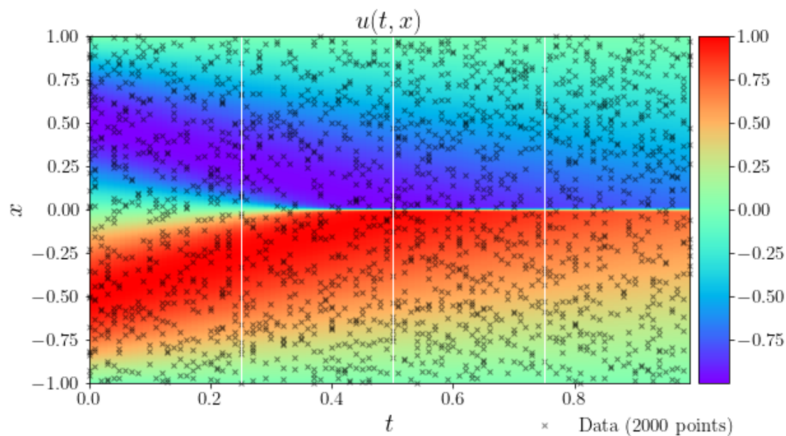
Методы решения



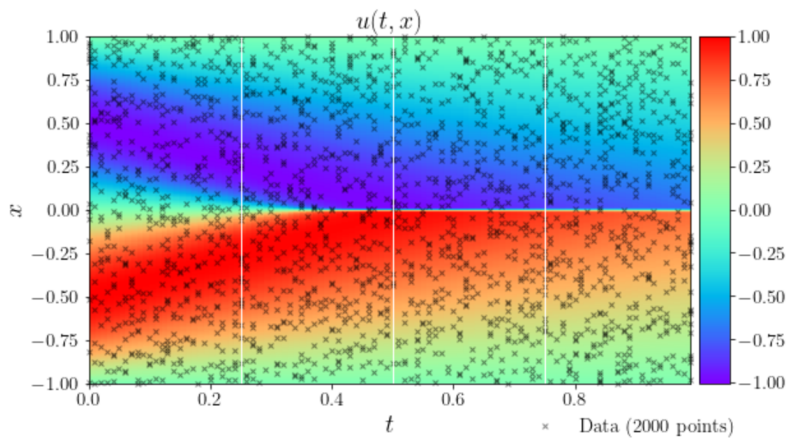
Методы решения



Методы решения



Методы решения



Литература

<https://www.youtube.com/watch?v=kDlrOanVtf8>

<https://www.youtube.com/watch?v=1bS0q0RkoH0>

https://github.com/zongyi-li/fourier_neural_operator

<https://github.com/maziarraissi/PINNs>

<https://github.com/jayroxis/PINNs>

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999118307125>