

Nom :

Contrôle IMA 201 (a) et (b)

26 octobre 2018 - 3h

Avec documents, sans calculatrice, sans ordinateur.

1 Acquisition photographique

1. Si une image est aliasée (a subi un repliement de spectre), peut-on supprimer les défauts grâce à un filtrage passe-bas de cette image ?
2. Donner un exemple de filtre passe-bas produisant du ringing. Quel type de filtre permet de limiter le phénomène ? ¹
3. Pour augmenter la profondeur de champ, doit-on augmenter ou diminuer la taille de l'ouverture ?
4. On considère une lentille mince de distance focale égale à 5cm. On photographie un objet de hauteur 10 cm, placé à 10cm de la lentille. Quelle est la position de l'image de l'objet ? quelle est la hauteur de l'image de l'objet sur le capteur ?

1. in English : what kind of filter can mitigate this phenomenon ?

2 Contraste - couleur

1. Quel est l'effet de la transformation $I \rightarrow 255 - I$ sur l'histogramme d'une image I (image en niveaux de gris) ? Notre perception visuelle est-elle sensible à ce type de changement ?

2. Montrer que l'orientation du gradient de u , définie par

$$\phi = \arctan\left(\frac{u_y}{u_x}\right)$$

est invariante à tout changement de contraste. On rappelle qu'un changement de contraste consiste à transformer une image u en l'image $g \circ u$, avec g une fonction strictement croissante.

3. Quel peut-être l'intérêt pratique de cette invariance ? Donnez un exemple d'application où cette invariance est importante.

4. Quel sont les avantages de l'espace de couleur HSV ? Donnez un exemple où un tel espace est utile.

3 Interpolation

1. Combien d'opérations faut-il effectuer pour calculer une interpolation bilinéaire en un point réel (x, y) (on ne compte que les opérations de multiplication) ?
2. Même question pour l'interpolation bicubique (l'image d'origine est de taille $N \times N$ pixels).
3. Et si on souhaite faire un zoom de facteur 2, combien faut-il faire d'opérations au total si on utilise l'interpolation bilinéaire ou si on utilise l'interpolation bicubique ?

4 Restauration

On restaure une image qui a été observée de la manière suivante : $g = Af + b$ où f est l'image parfaite et A l'opérateur de convolution par un noyau H . Le bruit b a une énergie σ_b^2 . On suppose que l'image parfaite avait une densité spectrale de puissance de $\sigma_s^2(\omega) = \frac{1}{\omega^3}$.

1. Donner la formule de restauration de Wiener. (on donnera la TF de \tilde{f} en fonction de la TF de H , σ_b^2 et ω)
2. Quel est le temps de calcul nécessaire pour effectuer cette restauration (on suppose que l'on peut utiliser l'algorithme de la FFT) ?

3. Quel effet visuel se produit si on se trompe en supposant, lors de la restauration, que le bruit est plus grand que ce qu'il était dans la réalité ? Même question si on suppose le bruit plus faible que dans la réalité ?

5 Segmentation

6 Textures

1. Expliquez comment la transformée de Fourier peut être utilisée pour synthétiser les textures. A quelle type de textures cet outil est-il adapté ?

2. On considère une image aléatoire binaire dans laquelle chaque pixel a une probabilité a d'être blanc et b d'être noir, avec $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, $a + b = 1$. En négligeant les effets de bord, donner les matrices de co-occurrence de cette image associées aux déplacements horizontaux et verticaux de un pixel (respectivement notées C_{10} , C_{01}).

3. Comme nous l'avons vu en cours, un bon modèle pour la distribution des coefficients d'ondelettes sur une image (texture ou pas) suppose une densité de la forme

$$Ce^{-\left(\frac{|x|}{\beta}\right)^\alpha},$$

pour deux coefficients α et β . Tracez l'allure d'une telle distribution et expliquez pourquoi elle est adapté aux images².

2. in English : plot the rough shape of the distribution, and explain why it is adapted to images

7 Représentation et analyse de formes

1. Pour une forme $A \subset \mathbb{R}^2$, de barycentre (x_c, y_c) , on considère les moments

$$M_{m,n}(A) = \iint_A (x - x_c)^m (y - y_c)^n dx dy.$$

Comment modifier ces descripteurs pour qu'ils soient invariants au zoom (changement d'échelle)³. Prouvez que ces descripteurs sont bien invariants.

Les descripteurs résultants sont-ils invariants aux transformations affines (on rappellera la définition d'une transformation affine).

2. On cherche à détecter des cercles par transformée de Hough, directement dans l'espace des paramètres (x_0, y_0, r) . La représentation du cercle sous la forme $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ permet-elle de limiter la recherche des paramètres à un domaine borné ?

Avec cette représentation, sur quelle forme est envoyée (dans l'espace des paramètres) un point de l'image ?

3. Expliquez pourquoi le descripteur SIFT est invariant aux rotations.

3. in English : how can we modify these descriptors so that they become invariant to zoom

8 Questions sur les travaux pratiques

1. Décrire et expliquer l'effet de l'ajout de bruit i.i.d. gaussien sur l'histogramme d'une image.
2. Décrire et expliquer l'effet de l'ajout de bruit sur une image avant une opération de quantification.
3. Quel filtre, que vous avez utilisé en TP, est le plus adapté au débruitage de bruit "impulsionnel" ? Justifier rapidement.
4. Donner la formule de restauration de Wiener dans le cas où la matrice d'observation est l'identité $A = Id$ (i.e. le cas du débruitage) ? Que devient cette formule si on suppose que l'image parfaite a une densité spectrale de puissance constante ($\sigma_s^2(\omega) = C$) ? Commenter.

9 Représentations discrètes

Un document manuscrit a été numérisé sur une trame carrée et binarisé. La figure 1 représente vraisemblablement la lettre *a*. Quel choix de connexité permet le mieux de reconnaître cette lettre et pourquoi ? On s'appuiera sur le nombre de composantes connexes et le nombre de trous attendus pour un *a*.

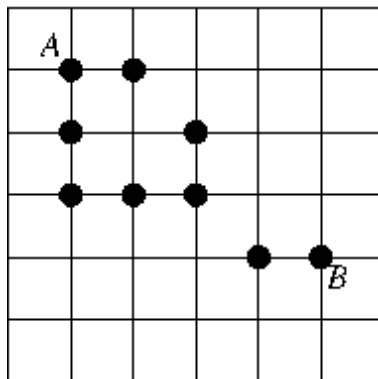


FIGURE 1 – Numérisation de la lettre *a* manuscrite.

Quelle est la distance discrète entre les points *A* et *B* de la figure 1

— pour le masque 3×3 avec les coefficients 3 et 4 ?

— pour le masque 5×5 avec les coefficients 5, 7 et 11 ?

Dessiner sur la figure un plus court chemin entre *A* et *B* au sens de chacune de ces distances discrètes.

10 Segmentation

10.1 Critères de Canny

1. Comment évolue le critère de bonne détection de Canny Σ lorsque l'on remplace la fonction $f(x)$ par la fonction $f_\lambda(x) = f(x/\lambda)$, pour $\lambda > 1$ et pour $\lambda < 1$?

2. Quelle conséquence cela a-t-il sur la détection des contours ?

10.2 Passage par zéro du laplacien

1. Expliquez pourquoi la méthode de détection des passages par zéro du laplacien ne permet pas de bien positionner les contours qui présentent une forte courbure.

2. Expliquez pourquoi cette méthode ne permet pas d'obtenir des points triples (points de jonction de 3 contours).