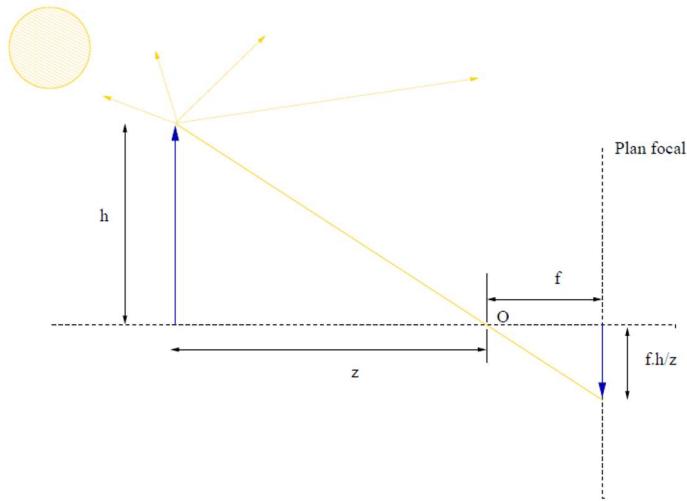


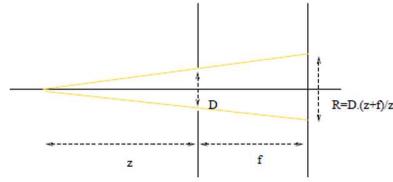
1

Acquisition photographique

Le modèle sténopé (pin-hole)



Une partie de la lumière issue de l'objet passe par l'ouverture O et se projette sur le plan focal. La distance f est appelée distance focale.



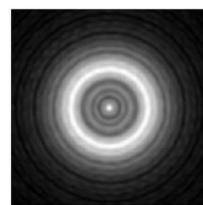
Ouverture O finie : rayons \rightarrow cônes \rightarrow flou

Pour une ouverture de diamètre D et S la scène (à distance z), on observe (en première approximation)

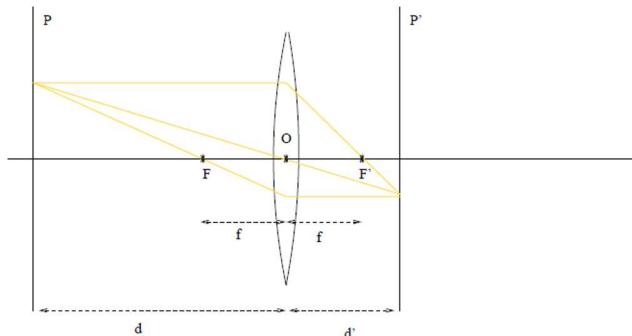
$$g_z * S,$$

où g_z est la fonction indicatrice d'un disque de rayon $(z+f)D/z$.

Si $z \gg f$ chaque point donne à peu près la même tache de flou
Modélisation plus fine : prise en compte de la diffraction



Le modèle "lentille mince"



Hypothèses :

- Rayons lumineux proches de la normale à la surface de la lentille
- On néglige le trajet de la lumière à l'intérieur de la lentille.

Rayons issus de P se concentrent sur P' . On note f la **distance focale**
→ Relation de Descartes

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}.$$

Effectuer la mise au point : ajuster la position du plan P .

Si l'objet photographié n'est pas dans le plan P : flou de mise au point → convolution.

La profondeur de champ

Distance séparant l'objet net le plus proche de l'appareil de l'objet net le plus lointain.

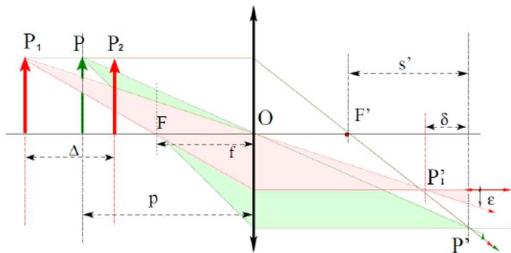


Figure par H. Maître

En utilisant la relation de Descartes et en notant D l'ouverture du diaphragme, on trouve

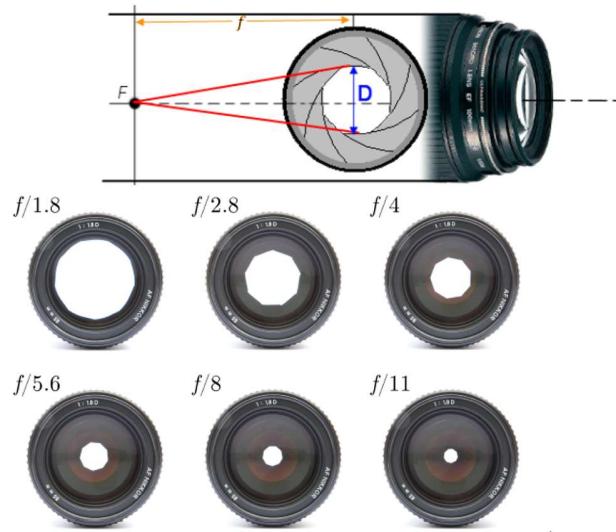
$$\Delta = \frac{2\epsilon Dpf(p-f)}{D^2f^2 - \epsilon^2(p-f)^2}$$

En supposant que $\delta \ll s$ et $f \ll p$ on a

$$\Delta \approx \frac{2\epsilon p^2}{Df}$$

Ouverture

D diamètre du diaphragme ; f distance focale ;
nombre d'ouverture $N = f/D$ (généralement progression géométrique)



images wikipedia.org

Quand N augmente (à f constant) :

- La profondeur de champs augmente (formule précédente)
- Les défauts de diffraction augmentent
- Les défauts de vignettage diminuent

Rappels d'analyse de Fourier

- Pour $f \in L^1(\mathbb{R}^2)$,

$$\mathcal{F}(f)(\omega) = \hat{f}(\omega) = \int_{\mathbb{R}^2} f(\mathbf{x}) \exp(-i\mathbf{x} \cdot \omega) d\mathbf{x}.$$

- Définition alternative (traitement du signal) avec $\exp(-2i\pi \mathbf{x} \cdot \omega)$.

1

Acquisition 2

▼ Pourquoi doit-on faire passer la lumière issue d'une scène par une (petite) ouverture avant de l'enregistrer sur le plan focal ?

Le passage de la lumière à travers une petite ouverture (diaphragme) avant d'atteindre le plan focal permet de contrôler la quantité de lumière, la profondeur de champ et d'améliorer la netteté de l'image en minimisant les aberrations optiques. On ne verra plus rien sinon.

▼ Comment l'image est-elle modifiée si on agrandit l'ouverture ?

Agrandir l'ouverture (diminuer le nombre d'ouvertures $N=f/D$) augmente la quantité de lumière, réduit la profondeur de champ, diminue les effets de diffraction et permet des vitesses d'obturation plus rapides, minimisant ainsi le flou de mouvement. Plus on agrandit plus l'image est floue, si on ouvre totalement on verra plus rien.

▼ Quelle image obtiendrait-on si on mettait un capteur photo-sensible directement face à une scène ?

Si on place un capteur photo-sensible directement face à une scène sans utiliser une ouverture ou un objectif, on obtiendrait une image floue et généralement indistincte. La mise au point de l'image serait difficile, et la capture de détails spécifiques serait compromise.

L'utilisation d'une ouverture (diaphragme) et d'un objectif est essentielle pour former une image nette et détaillée. L'objectif permet de focaliser la lumière provenant de la scène sur le capteur, tandis que l'ouverture contrôle la quantité de lumière qui atteint le capteur. En l'absence de ces éléments, la lumière provenant de différentes parties de la scène atteindrait le capteur de manière non contrôlée, conduisant à une image floue et non représentative de la réalité visuelle.

- ▼ On applique à une image numérique un sous-échantillonnage en gardant un pixel sur deux horizontalement et verticalement. Quel pré-traitement doit-on appliquer pour éviter le phénomène de repliement de spectre (aliasing) ?

Pour éviter le phénomène de repliement de spectre (aliasing) lors du sous-échantillonnage d'une image en gardant un pixel sur deux horizontalement et verticalement, on peut appliquer un filtre passe-bas avant de procéder au sous-échantillonnage. Ce filtre passe-bas permet de supprimer les hautes fréquences de l'image, réduisant ainsi les détails fins qui pourraient causer l'aliasing.

Un filtre passe-bas élimine les composantes de fréquence élevée de l'image, limitant ainsi les informations inutiles avant la réduction de la résolution. Les filtres gaussiens ou les filtres de moyennage sont couramment utilisés à cette fin.

Appliquer ce filtre avant le sous-échantillonnage permet de minimiser les effets indésirables tels que les motifs de moiré et les irrégularités dans l'image résultante.

- ▼ On capture un objet situé à une distance d de l'appareil photo. Comment la profondeur de champ est-elle modifiée si on place l'objet à une distance $2d$ de l'appareil ?

Si l'on double la distance entre l'objet et l'appareil photo, c'est-à-dire en passant de d à $2d$, la profondeur de champ augmentera. Plus précisément, la zone autour du point focal où les objets semblent nets s'étendra à la fois devant et derrière le point focal. Cela signifie qu'une plus grande partie de la scène sera perçue comme étant nette.

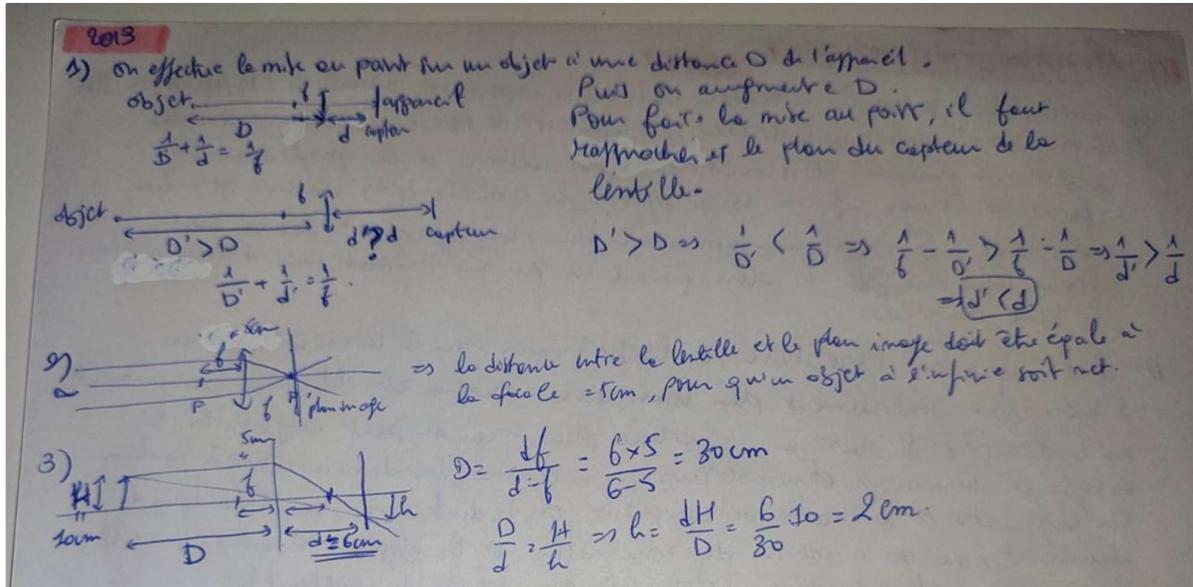
- ▼ On considère une lentille mince de distance focale égale à 50 mm. On photographie un objet de hauteur 30 cm, placé à 1 m de la lentille. A quelle distance de la lentille faut-il placer le capteur ? Quelle est la hauteur de l'image de l'objet sur ce capteur (en cm) ?

Diagram illustrating thin lens optics. An object of height $h = 30 \text{ cm}$ is at distance $d = 1 \text{ m}$ from a lens of focal length $f = 50 \text{ mm}$. The image height h' and image distance d' are calculated using the lens equation and magnification formula.

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{d'} = \frac{1}{50} - \frac{1}{100} = \frac{1}{50} - \frac{1}{100} = \frac{1}{100} \Rightarrow d' = 100 \text{ mm}$$

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{d'}{d} = -\frac{100}{100} = -1 \Rightarrow h' = -d' \cdot \frac{h}{d} = -100 \cdot \frac{30}{100} = -30 \text{ cm}$$

- ▼ On effectue la mise au point sur un objet à une distance D de l'appareil photo.
Puis on augmente D . Pour faire la mise au point, faut-il rapprocher le plan du capteur de la lentille ou l'éloigner ? Justifiez. On considère toujours la même lentille (focale 5cm). On suppose maintenant que la distance de la lentille au plan image (le capteur) est fixe, égale à 6 cm. On photographie un objet de hauteur 10 cm. On dispose d'un capteur de taille 24 x 36 mm, de 2400 pixels sur 3600 pixels.
A quelle distance de la lentille faut-il placer l'objet ? Quel est la hauteur de l'image de l'objet, en pixels ?



- ▼ Si une image est aliasée (a subi un repliement de spectre), peut-on supprimer les défauts grâce à un filtrage passe-bas de cette image ?

Non, le spectre est détérioré de manière irréversible, il faut plutôt appliquer un passe-bas

avant de sous-échantillonner En effet, le repliement de spectre a un effet sur toutes les gammes de fréquence et on ne peut par conséquent pas le filtrer sans altérer gravement l'image d'origine

- ▼ Donner un exemple de filtre passe-bas produisant du ringing. Quel type de filtre permet de limiter le phénomène ?

qui fait le résumé de ce que c'est
exemple de filtre produisant du ringing : Butterworth.
Filtre permettant de limiter ce phénomène et
FIR (=) meilleur transition entre la bande
passante et la bande d'arrêt (fenêtre)
fenêtre de Hamming, Hannning...
22/10/2019

Filtre gaussien

Partant d'une image, on multiplie la TFD par la fonction indicatrice d'un carré de côté la

moitié de la taille de l'image et centré sur la fréquence 0. Ce filtre passe-bas produit alors le

phénomène du ringing

En effet, la transformée de Fourier d'une porte étant un sinus cardinal...

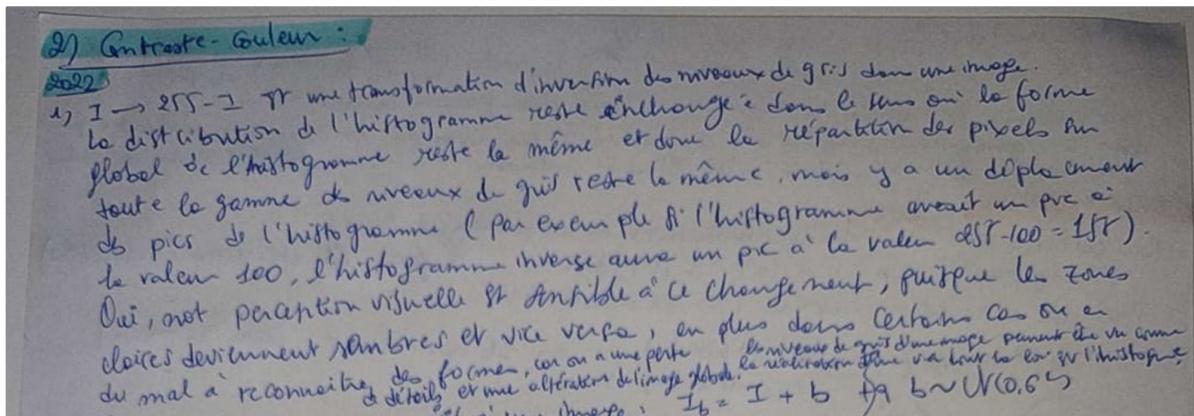
Pour éviter cela on utilise plutôt une fenêtre de Hann

2

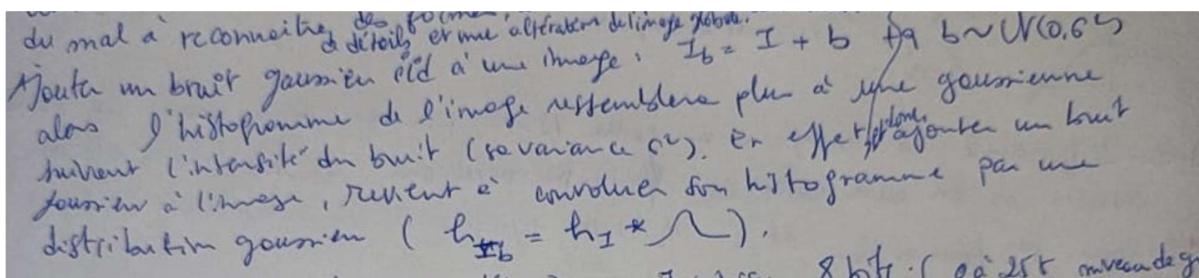
Contraste - couleur

Appuyez sur la touche espace pour l'IA, ou sur / pour afficher les commandes...

- ▼ Quel est l'effet de la transformation $I \rightarrow 255 - I$ sur l'histogramme d'une image ?
Notre perception visuelle est-elle sensible à ce type de changement ?



- ▼ On ajoute un bruit gaussien i.i.d. à une image. Décrire et expliquer l'effet de cette opération sur l'histogramme de l'image.



Ajouter du bruit Gaussien à une image cause l'histogramme à s'étaler (une sorte de moyennisation des valeurs)

- ▼ On considère le changement de contraste suivant (transformation affine) : $I \rightarrow a*I + b$, avec a et b des valeurs numériques. On considère une image I codée sur 8 bits et on note m et M respectivement le minimum et maximum des niveaux de gris de I . Donnez les valeurs de a et b ci-dessus qui permettent de transformer l'image de manière à ce que minimum et maximum soient respectivement 0 et 255. On appelle le résultat « étirement » d'histogramme (histogram stretching en anglais). A quoi peut servir une telle transformation ? Commentez les différences entre cette transformation et l'égalisation d'histogramme. On pourra s'aider de dessins et/ou d'histogrammes simples.

L'étirement du contraste consiste à augmenter la différence entre la valeur d'intensité maximale d'une image et la valeur minimale. Elle sert à augmenter le contraste.

Étirement : l'histogramme ne change pas de forme il est seulement étiré.

Égalisation : l'histogramme cumulé est aplati (le but est d'avoir autant de pixels pour chaque niveau de gris), en fait l'histogramme cumulé se rapproche le plus possible de la fonction identité.

L'étirement de l'histogramme augmente le contraste. L'égalisation d'histogramme améliore le contraste.

L'étirement du contraste consiste à augmenter la différence entre la valeur d'intensité maximale d'une image et la valeur minimale. Toutes les autres valeurs d'intensité sont réparties entre cette plage.

L'égalisation d'histogramme consiste à modifier les valeurs d'intensité de tous les pixels de l'image pour que l'histogramme soit "aplati" (en réalité, l'histogramme ne peut pas être exactement aplati, il y aurait des pics et des vallées, mais c'est un problème pratique).

Dans l'étirement par contraste, il existe une relation univoque des valeurs d'intensité entre l'image source et l'image cible, c'est-à-dire que l'image originale peut être restaurée à partir de l'image étirée par contraste. Cependant, une fois l'égalisation de l'histogramme effectuée, il n'y a aucun moyen de récupérer l'image d'origine.

Un bon exemple est toujours plus parlant : prenons une image très sombre (entre 0 et 50) mais qui a quelques pixels supérieurs à 200. L'étirement de l'histogramme ne changera quasiment rien, tandis que l'égalisation d'histogramme étalera les pixels sombres vers des intensités plus fortes, on aura davantage de détails.

distribution gaussien ($\frac{h_I}{h_B} = h_{I^*}$)

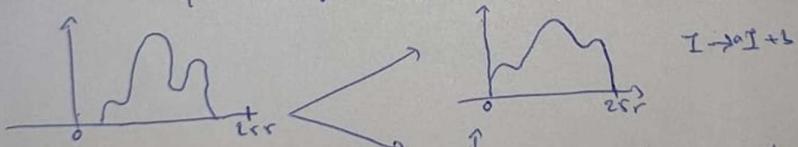
3) $I \rightarrow aI + b$ (transformation affine). Il y a 8 bits (soit 256 niveaux de gris)

on veut que

$$\begin{cases} am + b = 0 \\ aM + b = 255 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 255 \\ b = -am \end{cases}$$
$$a = \frac{255}{M-m}$$
$$b = -\frac{am}{M-m}$$

Cette transformation vise à avoir des niveaux de gris distribués sur toute la dynamique de l'image pour améliorer le contraste de l'image dans le sens où les zones très sombres deviennent un peu plus éclairées et on a globalement un équilibre en termes de niveaux de gris.

L'égalisation d'histogramme, en revanche, vise à obtenir une distribution uniforme des niveaux de gris dans l'image. Elle le fait en ajustant les niveaux de gris de manière à ce que l'histogramme de l'image égale soit uniforme.



a) Étape HSV (Hue, saturation, luminosité)
avantages : intuitivité pour le percepteur

égalisation d'histogramme

2

Contraste 2

- ▼ On rappelle que pour comparer (pixel à pixel) deux images A et B en niveaux de gris, nous avons vu en cours et en TP une technique (la spécification d'histogrammes) qui permet de modifier B pour qu'elle ait le même histogramme que A. Comment adapteriez vous cette technique pour comparer (pixel à pixel) deux images A et B en couleur ?

On peut appliquer la méthode de spécification d'histogramme pour les trois canaux de couleurs et construire une image à partir des résultats de ces derniers.

Un histogramme est une fonction de $[0,255]$ dans N, on peut définir de même un histogramme H de $[0,255]^3$ dans N. On cherche à étaler H de sorte à ce qu'il soit constant par moyenne glissante, où l'on fait la moyenne sur un cube de taille 5x5x5 par exemple.

- ▼ Montrer que l'orientation du gradient de u , définie par $X = \arctan(uy/ux)$ est invariante à tout changement de contraste. On rappelle qu'un changement de contraste consiste à transformer une image u en l'image $g \circ u$, avec g une fonction strictement croissante. Quel peut-être l'intérêt pratique de cette invariance ? Donnez un exemple d'application où cette invariance est importante.

2018 3) $\phi = \arctan\left(\frac{uy}{ux}\right)$: $u \circ g = g \circ u$. $g \circ \phi = \arctan\left(\frac{(g \circ u)y}{(g \circ u)x}\right) = \arctan\left(\frac{(g \circ u)y}{(g \circ u)x}\right) = \arctan\left(\frac{uy}{ux} \cdot \frac{g'(u)}{g'(u)}\right) = \phi$
 orientation de rotation
 3) cette invariance est pratique \Rightarrow invariante à tout changement de contraste.
 dans le reconnaissage d'objet, donc la méthode SIFT par exemple qui doit être invariante par plusieurs transformations, dont le changement de contraste. 2017 scene au chien.

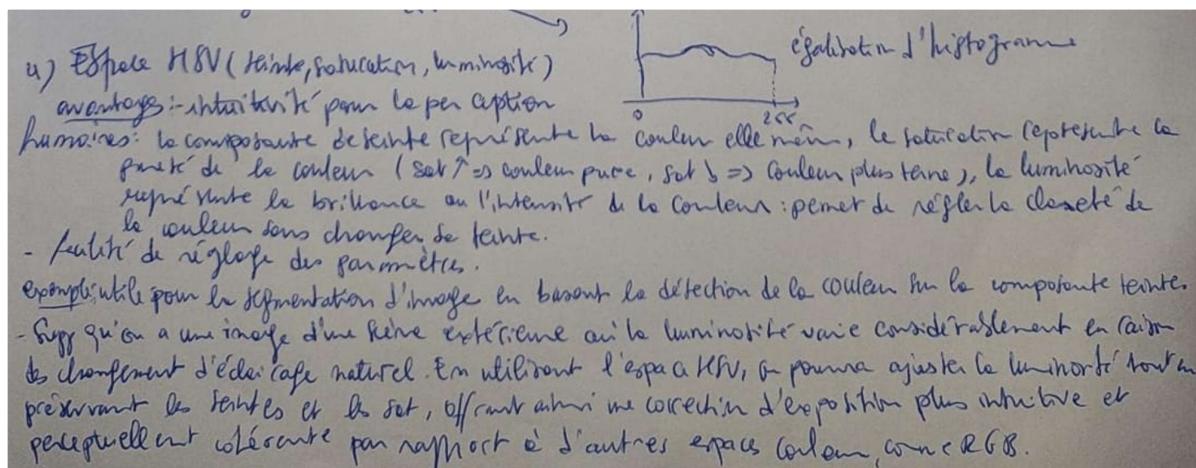
$$d(g \circ u)/dy = dg/du * du/dy$$

$$d(g \circ u)/dx = dg/du * du/dx \text{ non nul car } g \text{ est strictement croissante}$$

$$\text{D'où } \text{Arc tan}(d(g \circ u)/dy / d(g \circ u)/dx) = \text{Arctan}(du/dy / du/dx)$$

Elle peut permettre de comparer deux images pixels à pixels malgré un changement de contraste. Prenons une scène statique, comme un port par exemple. Une telle fonction peut nous permettre de comparer deux images prises exactement au même endroit mais à différent moment de la journée et d'observer ainsi quels navires seraient entrés ou sortis du port.

- ▼ Quel sont les avantages de l'espace de couleur HSV? Donnez un exemple où un tel espace est utile.



L'espace de couleur HSV (Teinte, Saturation, Valeur) offre plusieurs avantages par rapport à d'autres espaces de couleur comme le RGB (Rouge, Vert, Bleu). Voici quelques-uns de ces avantages :

Intuitif : L'espace de couleur HSV est plus intuitif pour de nombreuses tâches liées à la perception humaine des couleurs. Les composantes teinte, saturation et valeur correspondent mieux à la manière dont les gens décrivent et comprennent les couleurs dans la vie quotidienne.

Séparation des composantes : En séparant la teinte (teinte), la saturation (saturation) et la valeur (luminance), il devient plus facile d'effectuer des ajustements indépendants sur ces caractéristiques, ce qui peut être utile dans des applications telles que le traitement d'image, la correction de couleur, etc.

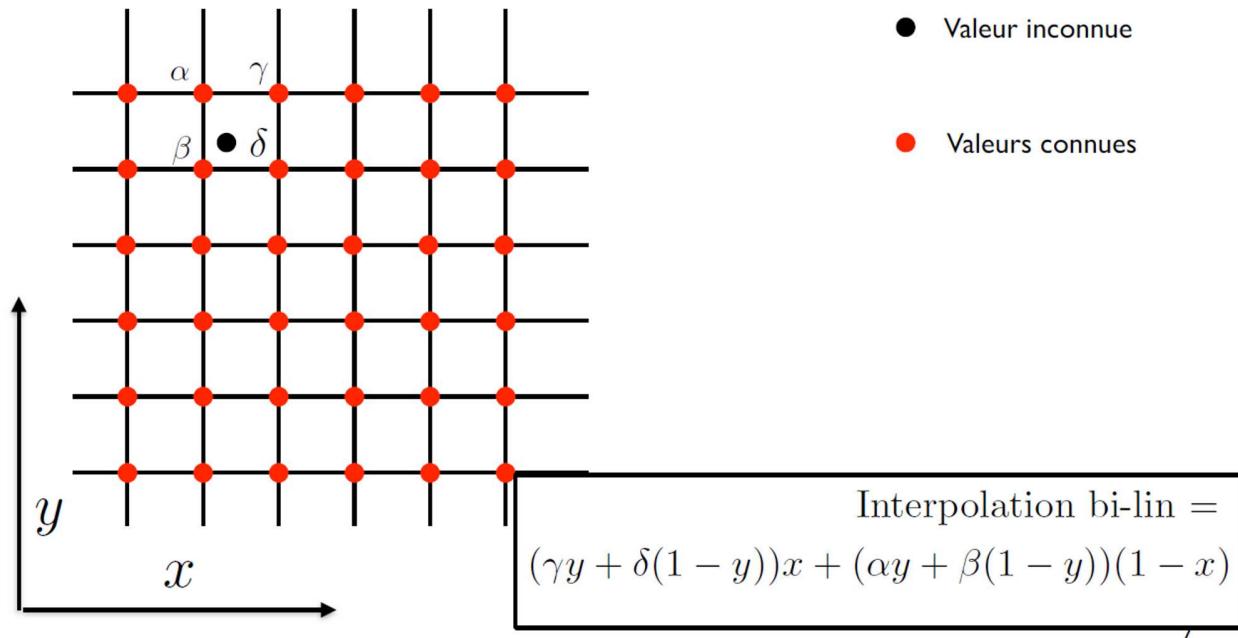
Facilité de manipulation : La teinte est une valeur angulaire représentant la couleur, la saturation mesure l'intensité de la couleur, et la valeur représente la luminance. Cela rend l'espace de couleur HSV plus facile à manipuler pour certaines opérations, comme l'ajustement de la luminosité ou le changement de teinte.

Un exemple d'utilisation de l'espace de couleur HSV peut être dans le domaine de la retouche photo. Supposons que vous souhaitez ajuster la teinte d'une image sans altérer la saturation ou la luminance. En utilisant l'espace de couleur HSV, vous pouvez modifier la teinte indépendamment des autres composantes, ce qui est plus intuitif et souvent plus précis que de travailler directement dans l'espace RGB. Cela peut être particulièrement utile pour des tâches telles que le changement de couleur d'objets spécifiques dans une image.

3

Interpolation

Interpolation bi-linéaire:



1.1.4 Récapitulatif des temps de calculs

Pour l'interpolation au plus proche voisins, il faut une opération par pixel de la nouvelle image (copier la valeur spatiale la plus proche).

Pour l'interpolation bi-linéaire il faut quatre opérations par pixel.

Pour l'interpolation bic cubique : Si l'image d'origine est de taille carrée $N \times N$ il faut créer le tableau des $c_{n,k}$ pour un temps de calcul d'à peu près $4N^2$ opérations. Puis pour chaque pixel de l'image il faut 16 opérations par pixel (on va chercher les 16 pixels les

plus proches et on les moyenne en utilisant le $c_{n,k}$. On cherche les 16 plus proches car la fonction h de l'équation (1.2) a un support de taille 4).

Pour l'interpolation Shannon le seul moyen de ne pas avoir un nombre d'opérations infini est de faire une transformée de Fourier discrète et il faut que l'image d'arrivée ait une taille multiple de la taille de l'image d'origine. Bien sûr on peut approximer le calcul de l'équation (1.5) en prenant quelques centaines de points autour de (x, y) .

Interpolation cubique (une dimension)

● On cherche g sous la forme:

$$\beta^3(-2) = \beta^3(2) = 0 \quad \beta^3(-1) = \frac{1}{6} \quad \beta^3(0) = \frac{2}{3} \quad \beta^3(1) = \frac{1}{6}$$

$$g(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c(k) \beta^3(t - k)$$

$$\beta^3(x) = \begin{cases} 2/3 - |x|^2 + |x|^3/2 & |x| \leq 1 \\ (2 - |x|)^3/6 & 1 \leq |x| \leq 2 \\ 0 & |x| > 2 \end{cases}$$

Tous les choix de $c(k)$ donnent une fonction polynomiale par morceaux et deux fois dérivable.

Interpolation cubique (deux dimensions)

- Dans le cas bi-dimensionnel on cherche g sous la forme

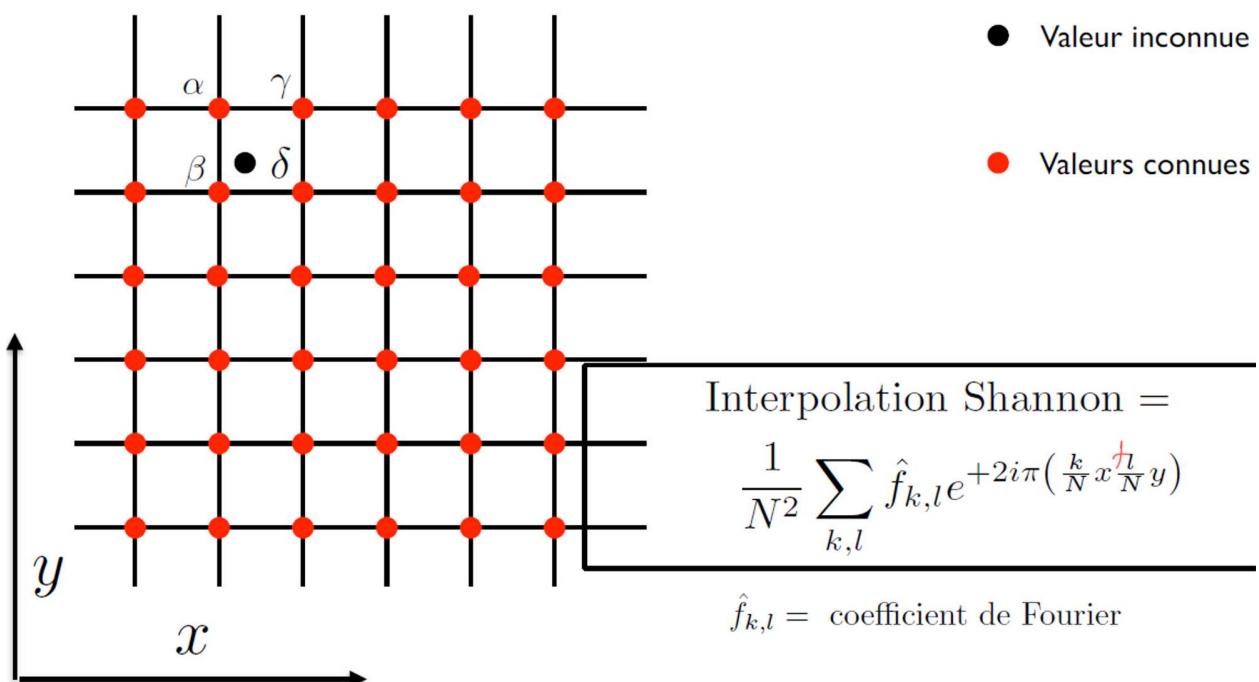
$$g(x, y) = \sum_{k,l} c(k, l) \beta^3(x - k) \beta^3(y - l)$$

Les $c(k, l)$ sont obtenus de manière séparable:

On les calcule pour chaque ligne suivant le procédé mono-dim.

Puis on applique le processus mono-dim le long des colonnes du résultat.

Interpolation Shannon:



- ▼ Combien d'opérations faut-il effectuer pour calculer une interpolation bilinéaire en un point réel (x, y) (on ne compte que les opérations de multiplication) ?

4 opérations

$$\begin{aligned}
 & ((\alpha y + \beta(1-y))n + (\delta y + \gamma(1-y))(1-n)) \\
 & ((\delta y + \gamma(1-y))n + \alpha y(1-n) + \beta(1-y)(1-n)) \\
 & ((\delta y + \gamma(1-y))n + \alpha y - \alpha y n + \beta(1-y) - \beta n(1-y)) \\
 & n(\delta y + \gamma(1-y) - \alpha y - \beta(1-y)) + \alpha y + \beta(1-y) \\
 & n(\gamma(s-\alpha) + (1-y)(\delta-\beta)) + \alpha y + \beta(1-y) \\
 & n(\gamma(s-\alpha) + (1-y)(\delta-\beta)) + y(\alpha-\beta) + \beta
 \end{aligned}$$

- ▼ Même question pour l'interpolation bicubique (l'image d'origine est de taille $N \times N$ pixels).

16 opérations par pixel

Comme la fonction h est de support 4, la formule précédente implique un maximum de 16 opérations pour obtenir une interpolation.

Remarquons qu'il est inutile de calculer tous les $c_{k,n}$ si on ne veut calculer que quelques interpolations. On peut par exemple, avec une bonne précision, ne calculer que les coefficients $c_{k,n}$ correspondant à une partie de l'image autour des points (x, y) qui nous intéressent (un fenêtre de taille 10 pixels entourant (x, y) suffit). Le calcul de tous les $c_{k,n}$ sur l'image n'est utile que comme un "investissement" si l'on veut calculer beaucoup de valeurs de l'interpolée.

1) Pour calculer une interpolation bilinéaire :

$$= (\delta y + \gamma(1-y))n + (\alpha y + \beta(1-y))(1-n)$$

2) Pour une interpolation bic cubique (Image de taille $N \times N$)

$$I_b(x, y) = \sum_{m=-1}^3 \sum_{n=-1}^3 c_{m,n} h(y-m) h(x-n) \Rightarrow 16 \text{ opérations (pour un point)}$$

$h = \beta^3$ Hypothèse de largeur 4.

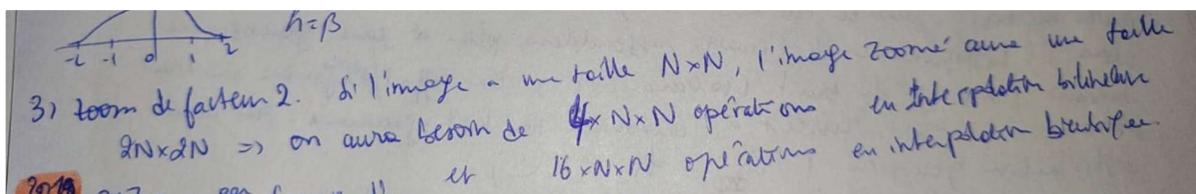
Sur une image de taille $N \times N$, l'image zoomé avec une fenêtre de taille 10 pixels

- ▼ Et si on souhaite faire un zoom de facteur 2, combien faut-il faire d'opérations au total si on utilise l'interpolation bilinéaire ou si on utilise l'interpolation bicubique ?

L'image est à $N \times N = n^2$ points. Si je fais le zoom $2 \rightarrow 2N \times 2N$, j'ai $(2n)^2$.

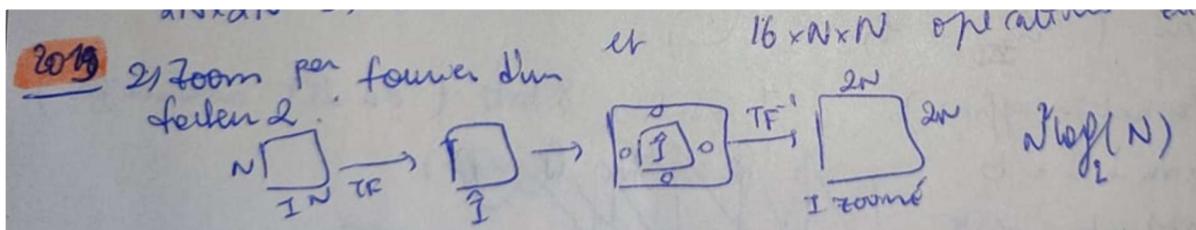
alors pour le bilinéaire j'ai $4 \cdot (2n)^2$, pour le bicubique j'ai $16 \cdot (2n)^2$. ($4 \cdot 3 \cdot n^2$?)

I calculate this way: to do a zoom x2 you have to multiply by 2 the number of pixels in x and by 2 the number of pixels in y, so if the number of pixels in the original image is $M = N \times N$ now for the zoom it's $4M = (2N) \times (2N) = 4(N \times N)$ so we have $3M$ more pixels than the original image, so we have to do interpolation to $3M$ new pixels. So the result is what you got for the 1st and 2nd question by 3N.



- ▼ Combien faut-il d'opérations pour effectuer un zoom par Fourier (zéro-padding) d'un facteur 2

d'une image de taille $N \times N$? Expliquer les étapes du calcul.



On ajoute le zero padding (signifie un padding avec tous pixels avec valeur=0)

FFT -> On fait la FDT et puis l'inverse de FDT $n^2 \log n \rightarrow n \log n$ pour chaque ligne et $*N$ qui est le numéro des lignes (on fait pour ligne parce que la FFT se applique sur le vecteur).

1. FFT de l'image $O(n^2 \log n)$
2. on ajoute le zero padding $O(1)$
3. IFFT de l'image $O(n^2 \log n)$

au final $\rightarrow O(n^2 \log n)$

Réponse du prof :

On peut dire 8 multiplications pour le bilinéaire $(x(1-y)\alpha + \dots)$ cela fait deux multiplications fois trois termes.

Pour un zoom bilinéaire fois 2 il faut inventer $\frac{3}{4} * 4N^2 * 8 = 24 N^2$, mais encore une fois une constante fois N^2 me convient.

4

Morphologie mathématique

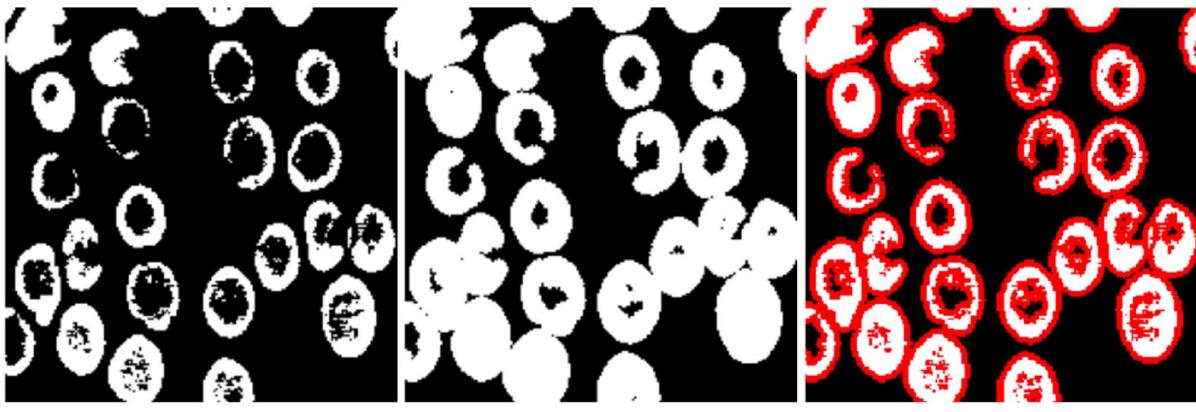
Binary dilation - geometric interpretation

- To better understand the impact of dilation on images, let us remark that:

$$\begin{aligned} D(X, B) &= X \oplus B = \{x + b \mid x \in X, y \in Y\} \\ &= \{z \mid x \in X, b \in B; z = x + b\} \\ &= \{z \mid x \in X, b \in B; z - b = x\} \\ &= \{z \mid \check{B}_z \cap X = \emptyset\} \end{aligned}$$

with \check{B} the symmetrical of B , that is $\check{B} = \{-b \mid b \in B\}$

=> $D(X, B)$ corresponds to the geometric locus of the points z such that \check{B}_z intersects X .



X original image

Dilation of X by ●

Difference between the original image and its dilation

Binary erosion

- We have seen above that the dilation enables to make the white part of the image bigger. We might also be willing to do the same for the black parts.

- Binary erosion is defined as:

$$E(X, B) = \{x \mid B_x \subseteq X\}$$

- While using the dilation we were looking for B_x having non-zero intersection with X , now we are looking for B_x that are **fully included** in X .

- This can be rewritten using the Minkowsky subtraction

$$E(X, B) = X \ominus B = \{x \mid \forall b \in B; x + b \in X\}$$

- Which also writes using the set intersection:

$$E(X, B) = \bigcap_{b \in B} X_b = \{z \mid \forall b \in B, \exists x \in X; z + b = x\}$$

Morphological filters - binary opening

Definition:

$$X_B = D(E(X, B), B)$$



X original image

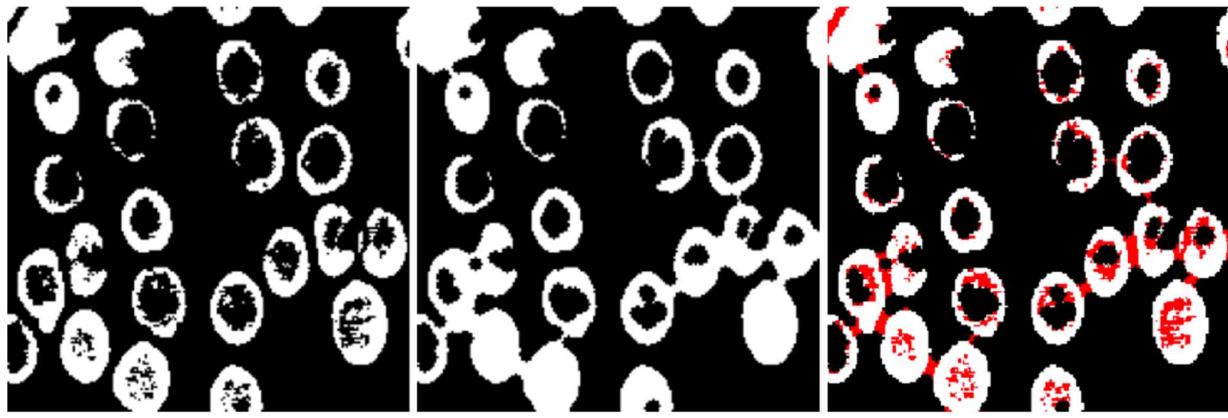
Opening of X by \bullet

Difference between the original image and its erosion

Morphological filters - binary closing

Definition:

$$X^B = E(D(X, B), B)$$



X original image

Opening of X by ●

Difference between the original image and its erosion

Function (grayscale) dilation

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \quad D(f, B)(x) = \sup\{f(y) \mid y \in \check{B}_x\}$$

Function erosion

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \quad E(f, B)(x) = \inf\{f(y) \mid y \in B_x\}$$

- ▼ La figure 2 présente une fonction f définie sur un espace à une dimension. On interprète les valeurs de $f(x)$ comme l'altitude des points x (analogie géographique), et on cherche à supprimer les vallées de faible contraste.

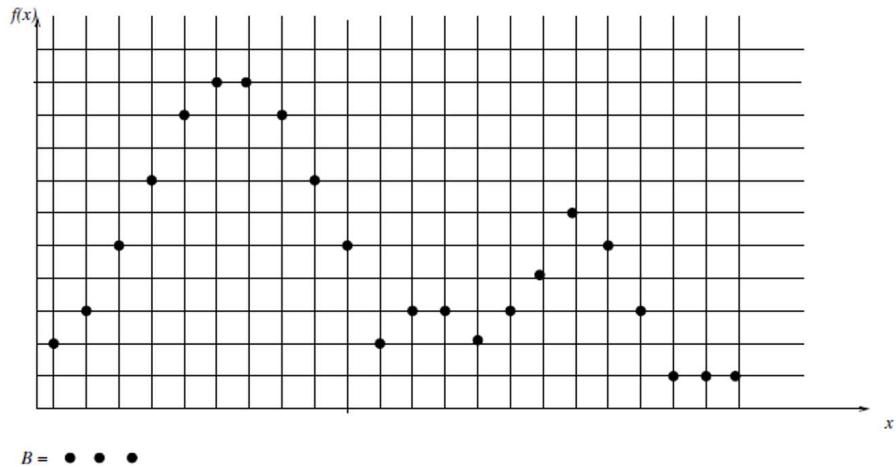
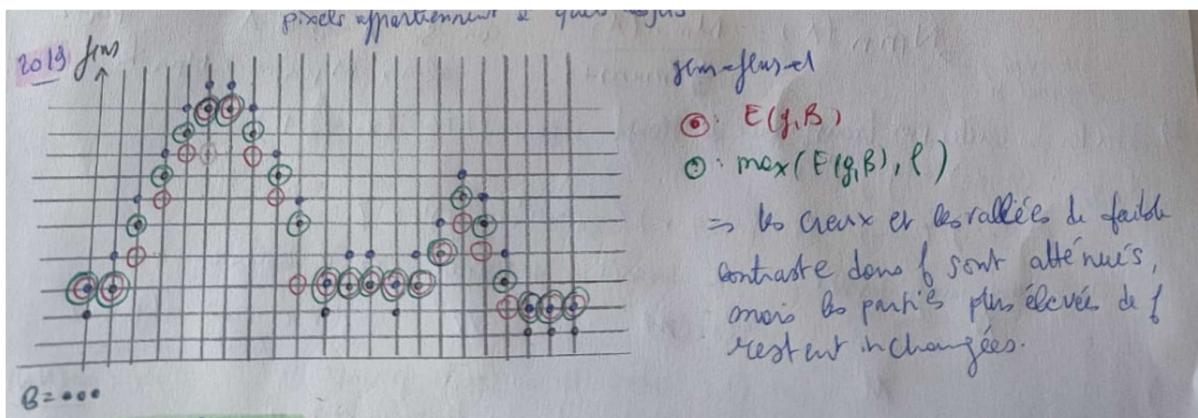


FIGURE 2 – Fonction sur un espace à 1D.

- Tracer la fonction $g(x) = f(x) + 1$.
- Calculer l'érosion $E(g, B)$ de g par l'élément structurant B représenté sur la figure (point central et un voisin de chaque côté).
- Tracer la fonction $\max(E(g, B), f)$. Commenter le résultat.



7

Représentation et analyse de formes

Moments invariants

- Normalisation pour une invariance au zoom (changement d'échelle) :

$$n_{p,q} = \frac{m_{p,q}}{m_{0,0}^{\alpha}}, \text{ avec } \alpha = \frac{1}{2}(p+q)+1.$$

En effet : si $A \rightarrow kA$ alors $m_{p,q} \rightarrow m_{p,q}k^{p+q+2}$.

- Normalisation supplémentaire pour les rotations :

$$h_1 = n_{2,0} + n_{0,2} \text{ et } h_2 = (n_{2,0} - n_{0,2})^2 + 4n_{1,1}^2,$$

ou autre combinaison trace-déterminant de

$$S = \begin{pmatrix} n_{2,0} & n_{1,1} \\ n_{1,1} & n_{0,2} \end{pmatrix}$$

+ compliqué pour les ordres supérieurs

$$h_3 = (n_{3,0} - n_{0,3})^2 + (n_{0,3} - 3n_{2,1})^2,$$

etc.

Transformée de Hough

- Partant de $\{p_1, \dots, p_n\}$ ensemble de points, on cherche des formes paramétrées dans

$$\{F_\theta, \theta \in \Theta\}.$$

- Transformée de Hough :

$$p_i \rightarrow \mathcal{C}_i \subset \Theta,$$

avec

$$\mathcal{C}_i = \{\theta : p_i \in F_\theta\}.$$

- Puis on s'intéresse à

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{1}(\mathcal{C}_i),$$

votes des points pour les formes paramétrées.

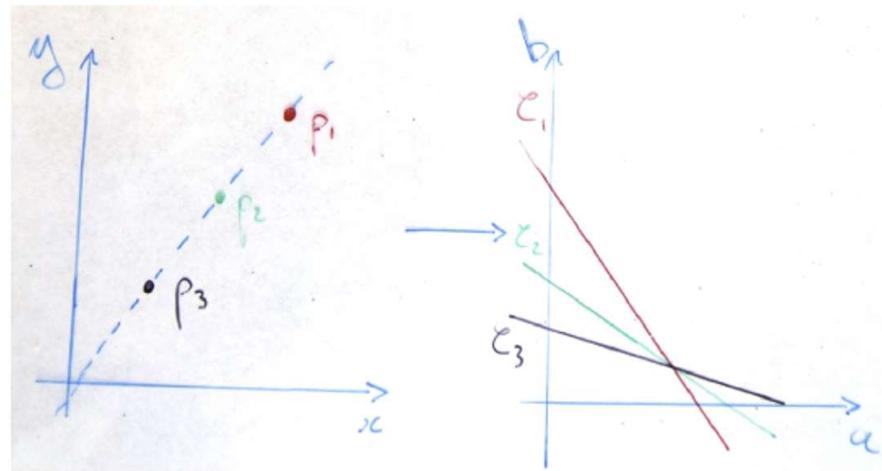
Exemple des droites

$$F_{a,b} : y = ax + b$$

alors si $p_i = (x_i, y_i)$,

$$\mathcal{C}_i = \{(a, b) : b = -x_i a + y_i\}$$

donc point \rightarrow droite dans Θ .



Choix de la paramétrisation (cas des droites)

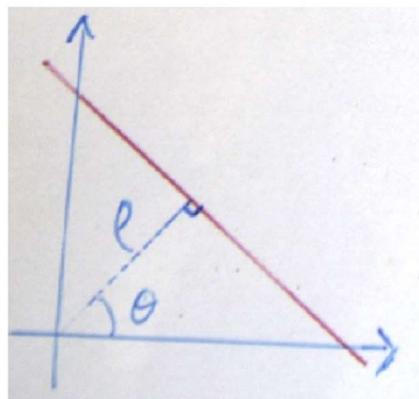
$y = ax + b$ est une mauvaise paramétrisation

- $a, b \in (-\infty, \infty)$
- les variations sur a et b ne correspondent pas à des variations uniformes dans l'espace image

On choisit

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = \rho$$

- θ borné , ρ borné pour une image bornée
- $d\theta \rightarrow$ rotation dans le plan image
- $d\rho \rightarrow$ translation dans le plan image



1. Pour une forme $A \subset \mathbb{R}^2$, de barycentre (x_c, y_c) , on considère les moments

$$M_{m,n}(A) = \iint_A (x - x_c)^m (y - y_c)^n dx dy.$$

This is the definition of moments as seen in class.

Ces descripteurs sont-ils invariants à la translation (justifiez) ? | Are these descr

▼ Ces descripteurs sont-ils invariants à la translation (justifiez) ?

$$\begin{aligned}
 & A \subset \mathbb{R}^2 \text{ de barycentre } (x_c, y_c) \\
 & M_{m,n}(A) = \iint_A (x - x_c)^m (y - y_c)^n dx dy \\
 & M_{m,n}(A+t) = \iint_{A+t} (x - (x_c + t_x))^m (y - (y_c + t_y))^n dx dy \\
 & \quad \stackrel{t \in \mathbb{R}^2}{=} \iint_A (x + t_x - x_c)^m (y + t_y - y_c)^n dx dy \\
 & A_t = \{a+t/a \in A\} \\
 & \quad \stackrel{\text{nouveau barycentre}}{=} (x_c + t_x, y_c + t_y) \\
 & = M_{m,n}(A) \rightarrow \text{invariance par } T^o
 \end{aligned}$$

▼ Comment modifier ces descripteurs pour qu'ils soient invariants au zoom (changement d'échelle)

$$\begin{aligned}
 & \Rightarrow \text{Invariance par zoom} \Rightarrow \text{normalisation des moments: zoom} \\
 & \text{moment normalisé} \rightarrow N_{m,n}(A) = \frac{M_{m,n}(A)}{\frac{1}{2}(m+n)+1} \quad \text{car si } A \rightarrow kA \quad \text{alors } M_{p,q} \rightarrow M_{p+q, q} k^{p+q+2}
 \end{aligned}$$

▼ On cherche à détecter des cercles par transformée de Hough, directement dans l'espace des paramètres (x_0, y_0, r) . La représentation du cercle sous la forme $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$ permet-elle de limiter la recherche des paramètres à un domaine borné ? Avec cette représentation, sur quelle forme (dans l'espace des paramètres) est envoyée un point de l'espace image ?

$$\begin{aligned}
 & \text{Détecter des cercles par transformée de Hough, paramètre } (x_0, y_0, r) \\
 & F_{x_0, y_0, r}: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \\
 & P_i = (x_i, y_i) \rightarrow C_i = \{(x_0, y_0, r) / (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 = r^2\} \\
 & \text{Dans une image bornée: } x_0 \text{ bornée}, y_0 \text{ bornée, et } r \text{ bornée.} \\
 & \text{Si } x_0 \in [X], y_0 \in [Y] \quad 0 < r \leq \max_{P_i, P_j} d(P_i, P_j) \\
 & \Rightarrow \text{Qui, cette repr du cercle permet de limiter la recherche des paramètres à un domaine borné.} \quad 0 \leq r \leq \frac{\min(NN)}{2} \\
 & \text{La forme dans l'espace des paramètres est:} \\
 & \text{Un point de l'espace image } P_i(x_i, y_i) \text{ est envoyé vers une forme tridimensionnelle sphère?}
 \end{aligned}$$

9.1 Moments invariants

Pour une forme $A \subset \mathbb{R}^2$, de barycentre (x_c, y_c) , on considère les moments

$$M_{m,n}(A) = \iint_A (x - x_c)^m (y - y_c)^n dx dy.$$

On associe à A le descripteur $\frac{M_{0,2}}{M_{2,0}}$. Ce descripteur est-il invariant aux (justifier)

- ▼ On associe à A le descripteur $M_{0,2}/M_{2,0}$. Ce descripteur est-il invariant aux (justifier)

$M_{m,n}(A) = \iint_A (x - x_c)^m (y - y_c)^n dx dy$

descripteur: $\frac{M_{0,2}}{M_{2,0}} = \frac{\int (y - y_c)^2 dy}{\int (x - x_c)^2 dx}$

- Translation: yes car $M_{0,2}$ et $M_{2,0}$ sont invariants par translation

- Zoom: zoom d'un facteur $|k| > 0$ dont x et y sont multipliés par k
→ cela affecte $M_{m,n}$ mais n'affecte pas le rapport: $\frac{M_{0,2}}{M_{2,0}}$

$\frac{M_{0,2}}{M_{2,0}}(kA) = \frac{\int (ky - y_c)^2 dy}{\int (kx - x_c)^2 dx} = \frac{\int (y - y_c)^2 dy}{\int (x - x_c)^2 dx} = \frac{M_{0,2}(A)}{M_{2,0}(A)}$

- Rotation: angle θ barycentre (x_c, y_c)
d'une fonction:

$$f(x,y) = f((x - x_c) \cos \theta + (y - y_c) \sin \theta, (y - y_c) \cos \theta - (x - x_c) \sin \theta)$$

donc $x - x_c \rightarrow (x - x_c) \cos \theta - (y - y_c) \sin \theta$
 $y - y_c \rightarrow (x - x_c) \sin \theta + (y - y_c) \cos \theta$

$$M_{m,n}(A^\theta) = \iint_A ((x - x_c) \cos \theta - (y - y_c) \sin \theta)^m ((x - x_c) \sin \theta + (y - y_c) \cos \theta)^n dx dy$$

$$M_{0,2}(A^\theta) = \int ((x - x_c) \sin \theta + (y - y_c) \cos \theta)^2 dy$$

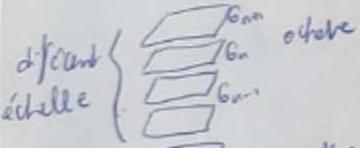
$$M_{2,0}(A^\theta) = \int ((x - x_c) \sin \theta + (y - y_c) \cos \theta)^2 dx$$

- transformation affine: $A \rightarrow MA + P$
matrice inversible \downarrow vecteur

- ▼ On considère le descripteur SIFT vu en cours. Pourquoi ce descripteur est-il invariant aux rotations ? zoom ?

8) Descripteur local :

1) SIFT invariant par zoom :

défaut d'échelle {  octave

\Rightarrow différence de Gaußienne DOG

2) grâce à $\theta = \arctan\left(\frac{uy}{ux}\right)$

3) $\phi = \arctan\left(\frac{uy}{ux}\right)$
 $\theta = \text{gou au } \arctan g_{FW} = \pi/2$

$\phi_{\theta} = \arctan\left(\frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\frac{\partial u}{\partial x}}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{\partial u}{\partial y} \times \text{gout}(uy)}{\frac{\partial u}{\partial x} \times \text{gout}(uy)}\right) = \phi_u$

Invariant à n'importe quelle transformation g

2020 pour détecter les points clés, on utilise une pyramide d'images floutées et de différence de Gaussien (DoG) entre images successives de l'octave. Cette construction en octaves permet de capturer les caractéristiques à différentes échelles (différents facteurs de zoom).

④ pour chaque point clé, le descripteur SIFT construit un histogramme de orientations des gradients locaux dans un voisinage autour du point clé. Le descripteur est invariant à la rotation, mais aussi à l'échelle, car il construit à partir des gradients locaux et des orientations.

SIFT n'est pas invariant aux changements de couleurs

2017

- Pour une forme $A \subset \mathbb{R}^2$, de barycentre (x_c, y_c) , on considère les moments

$$M_{m,n}(A) = \iint_A (x - x_c)^m (y - y_c)^n dx dy.$$

On associe à A le descripteur $\frac{M_{0,2}}{M_{2,0}}$. Ce descripteur est-il invariant aux (justifier)

— translations

x_c, y_c sont les centres d'inertie de la forme, donc tous les descripteurs $M_{m,n}$ sont invariants à translation par définition. Si le numérateur et le dénominateur sont invariants, donc la division est aussi invariante.

— zoom

On part de :

- Normalisation pour une invariance au zoom (changement d'échelle) :

$$n_{p,q} = \frac{m_{p,q}}{m_{0,0}^\alpha}, \text{ avec } \alpha = \frac{1}{2}(p+q)+1.$$

En effet : si $A \rightarrow kA$ alors $m_{p,q} \rightarrow m_{p,q}k^{p+q+2}$.

Soit $n_{0,2}$ et $n_{2,0}$ invariants. Donc la division $n_{0,2}/n_{2,0}$ est aussi invariante. On a :

$$\frac{n_{0,2}}{n_{2,0}} = \frac{\frac{M_{0,2}}{M_{0,0}^2}}{\frac{M_{2,0}}{M_{0,0}^2}} = \frac{M_{0,2}}{M_{2,0}}$$

5

Restauration

Résolution: Wiener

- Pour les images, une base de décomposition naturelle: Fourier
- La densité spectrale de puissance:
 - On peut l'imposer comme a priori.
 - Utiliser celle de l'image dégradée.

$$\tilde{X} = \underbrace{(A^T A + \sigma_b^2 C^{-1})^{-1}}_D A^T Y$$

$g = Af + b$
 $f \in \mathbb{R}^{N^2}$: image de taille $N \times N$ inconnue
 $g \in \mathbb{R}^{N^2}$: image de taille $N \times N$ connue
 A : matrice de convolution carrée de taille $N^2 \times N^2$
 $b \in \mathbb{R}^{N^2}$: réalisation d'un bruit gaussien

$$\hat{\tilde{f}}(\omega) = \frac{\overline{\hat{K}(\omega)}}{|\hat{K}(\omega)|^2 + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_s^2(\omega)}} \hat{g}(\omega)$$

ω parcourt les fréquences de Fourier
 $\sigma_s^2(\omega)$ puiss. du signal à la fréq. ω

K : noyau de convolution $Af \hat{=} K * f$

- ▼ On restaure une image qui a été observée de la manière suivante : $v = Af + b$ où f est l'image

parfaite et A l'opérateur de convolution par un noyau H. Le bruit b a une énergie $\sigma^2 b$. On suppose que l'image parfaite avait une densité spectrale de puissance de $\sigma^2 s(\omega)$. Entre l'énergie E1 et E2 laquelle peut être minimisée par une restauration de type Wiener ?

(v est l'image observée et le minimiseur de l'énergie est l'image restaurée)
(Justifier brièvement.)

$$E_1(u) = \int_{x \in \Omega} |u - v|(x) dx + \int_{x \in \Omega} \|\nabla u(x)\| dx$$

$$E_2(u) = \int_{x \in \Omega} |u - v|^2(x) dx + \int_{x \in \Omega} \|\nabla u(x)\|^2 dx$$

J'ai mis la deuxième pcq dans l'idée on veut minimiser une erreur quadratique.

Toute façon une énergie qui n'est pas un carré en terme physique ça n'a pas trop de sens je me suis dit

$$f \in E \xrightarrow{\text{Wiener}} \tilde{f} = \frac{\hat{H}}{(\hat{H})^2 + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2 \omega}}$$

$$g = Af + b \quad \text{Appr. in m. d'E.}$$

$$E(\tilde{f}) = \|A\tilde{f} - g\|^2 + \lambda \cdot R(\tilde{f})$$

\uparrow const. \downarrow to regu. regular

$$E(\tilde{f}) = \|A\tilde{f} - g\|^2 + \lambda \sqrt{\|\nabla \tilde{f}\|^2}$$

$$\tilde{f}(u) = \frac{\hat{H}}{(\hat{H})^2 + \lambda \cdot w^2}$$

\uparrow \downarrow

- ▼ Dans la question précédente quelle est la densité spectrale de puissance supposée sur l'image
($\sigma_s(\omega)$ où ω est la fréquence) ? (justifier brièvement)

4/ Restauration

2020

$$v = A f + b$$

$$E_1(u) = \int_{n \in \mathbb{Z}} \|u - v\|^2 dn + \int_{n \in \mathbb{Z}} \|A u(n)\|^2 dn$$

$$E_2(u) = \underbrace{\int_{n \in \mathbb{Z}} \|u - v\|^2 dn}_{\|u - v\|^2} + \underbrace{\int_{n \in \mathbb{Z}} \|A u(n)\|^2 dn}_{R(u)} \Rightarrow \hat{f} = \frac{\hat{H}(\omega)}{|\hat{A}(\omega)|^2 + \omega^2} \hat{g}(\omega)$$

$\|u - v\|^2 = \|A f + b - v\|^2$
 $\|A u - b\|^2$ normalement ?

le filtre passe bas et le filtre passe haut

Kandirou identification mabin had l'expression et l'expression d'yal
restauration de Wiener

Approche par minimisation d'énergie

$$E(\tilde{f}) = \underbrace{\|A \tilde{f} - g\|^2}_{\text{attaché aux données}} + \lambda \int \|\nabla \tilde{f}\|^2$$

donne $\hat{f}(\omega) = \frac{\overline{\hat{K}(\omega)}}{|\hat{K}(\omega)|^2 + \lambda \omega^2} \hat{g}(\omega)$

Comparer à Wiener

$$\hat{f}(\omega) = \frac{\overline{\hat{K}(\omega)}}{|\hat{K}(\omega)|^2 + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_s^2(\omega)}} \hat{g}(\omega)$$

$\omega \sim \frac{6\pi}{G_s(\omega)}$

$G_s(\omega) \sim \frac{1}{\omega L}$

- ▼ Quel effet visuel se produit si la densité spectrale de l'image était en fait en $1/\omega^2$? Même question avec $1/\omega^4$.

Si la variance est élevée les valeurs des pixels vont bcp différer de leur valeur initiale
-> flou

Si la variance est faible cela va peu bouger + peu d'effet de "masse" (chaque pixel est

indépendant, donc chaque pixel va varier de sa façon, et très peu) -> grainage

*Si on sous-estime le bruit,
l'image restaurée contient des
grains.*

*Si on sous-estime le bruit
l'image restaurée est
floutee.*

- ▼ On restaure une image qui a été observée de la manière suivante : $g = Af + b$ où f est l'image parfaite et A l'opérateur de convolution par un noyau H . Le bruit b a une énergie σ_b^2 . On suppose que l'image parfaite avait une densité spectrale de puissance de $\sigma_s^2(\omega) = 1/\omega^3$. Donner la formule de restauration de Wiener. (on donnera la TF de \tilde{f} en fonction de la TF de H , σ_b^2 et ω)

classe sur demande du br

2019

$$g = Af + b \quad ; \quad G(\omega) = \frac{1}{\omega^3}$$

noyau H

Wiener: $\hat{f}(\omega) = \frac{\hat{H}(\omega)}{|\hat{H}(\omega)|^2 + \sigma_b^2 \omega^3} g(\omega)$

$\hat{\omega}^2$: fréquence élevées dans l'image parfaite \Rightarrow détails plus accentués

$\hat{\omega}^4$: fréquences plus basses \Rightarrow détails atténus

- ▼ Quel est le temps de calcul nécessaire pour effectuer cette restauration (on suppose que l'on peut utiliser l'algorithme de la FFT) ?

Q18 Temps de calcul de la restauration du bruit :

- calcul de la FFT de : $N \log(N)$
- le multiplier point par point (ws) par $\frac{\hat{k}(w)}{|\hat{k}(w)|^2 G(w)}$ - N multiplication (?)

 $\Rightarrow O(N)$

- ▼ Quel effet visuel se produit si on se trompe en supposant, lors de la restauration, que le bruit est plus grand que ce qu'il était dans la réalité ? Même question si on suppose le bruit plus faible que dans la réalité ?

Si on sous-estime le bruit,
l'image restaurée contient des graines.
Si on ~~sous~~ sur-estime le bruit
l'image restaurée est floue.

- ▼ Quel filtre, que vous avez utilisé en TP, est le plus adapté au débruitage de bruit "impulsionnel" ? Justifier rapidement

le filtrage médian est le plus adapté au
débruitage de bruit impulsionnel

remplacer la valeur d'un pixel
par la médiane des valeurs des
pixels voisins \Rightarrow ignore les pixels extrêmement
clairs ou sombres du bruit

16.2

6

Segmentation

Approches analytiques : contour “optimal”

- ▶ bonne détection, maximisation du rapport signal sur bruit :

$$\Sigma = \frac{\int_0^{+\infty} f(x)dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x)dx}}$$

- ▶ bonne localisation, maximisation de l'inverse de la variance de la position du maximum du signal filtré :

$$\Lambda = \frac{|f'(0)|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x)dx}}$$

- ▶ réponse unique, la distance moyenne entre les maxima locaux, notée x_{max} , est contrainte à l'égalité :

$$x_{max} = 2\pi \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f''^2(x)dx}}$$

plus sigma augmente, plus ça filtre

Approches analytiques : filtre de Deriche

► RII conditions aux limites

$$f(0) = 0; \quad f(+\infty) = 0; \quad f'(0) = S; f'(+\infty) = 0;$$

► solution optimale

$$f(x) = -c \exp(-\alpha|x|) \sin(\omega x)$$

► performances : $\Lambda = \sqrt{2\alpha}$; $\Sigma = \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}}$

► paramètres optimaux :

$$\omega \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \Sigma \Lambda = 2 \quad \text{et} \quad \sin(\omega x) \approx \omega x$$

$$f(x) = -cx \exp(-\alpha|x|)$$

$$c = \alpha^2 \quad (f * U(0) = 1)$$

► lien avec la gaussienne : $\alpha = \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}$



Michel Roux

Détection de contours

▼ Comment évoluent les critères de bonne détection et de bonne localisation proposés par

Canny lorsque l'on augmente la valeur du paramètre du filtre de Deriche? Quelle conséquence cela a-t-il sur la détection des contours ?

► performances : $\Lambda = \sqrt{2\alpha}$; $\Sigma = \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}}$

2014 / filtre de Deriche $f(x) = \alpha^2 x \exp(-\alpha|x|)$
 $\Lambda = \sqrt{2\alpha}; \quad \Sigma = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}$

Lorsque $\alpha \uparrow$, $\Lambda \uparrow$ et $\Sigma \uparrow$; on gagne en localisation mais on perd en détection des contours fins mais on détecte beaucoup de contours faux et parasites

Lorsque $\alpha \downarrow$; l'inverse → contours épais et moins justes mais detections bonnes

↑ Passage par zéro de Laplacien!

il faut trouver un compromis entre les deux variables ...

- ▼ Expliquez pourquoi la méthode de détection de contours par détection des passages par zéro du laplacien produit des faux contours pour des profils d'image en marche d'escalier. Comment ces faux contours peuvent-ils être éliminés ?

2) Passage par zéro de Laplacien:

de détection des contours par passages par zéro
du laplacien crée de faux contours car le laplacien
des points d'inflexion (une fois en également
égal à zéro, ce qui entraîne la détection de
faux contours sur les images en escalier ;
comme "pyramide.tif" du TP.

Pour éliminer les faux contours, il est possible de
ne pas prendre en compte les contours dont la
norme est inférieure à un seuil donné, car comme
il ne correspondent pas à des bords réels, la
norme du gradient serait très faible.

- ▼ Comment évolue le critère de bonne détection de Canny lorsque l'on remplace la fonction $f(x)$ par la fonction $f(x) = f(x/\lambda)$, pour $\lambda > 1$ et pour $\lambda < 1$?

$$\sum = \int_{-\infty}^{+\infty} g\left(\frac{x}{\lambda}\right) d\left(\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\sum' = \frac{\int_0^{+\infty} f(x) dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx}} = \frac{\lambda \cdot \int_0^{+\infty} f(x) \cdot dx}{\sqrt{\lambda} \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) \cdot dx}} = \sqrt{\lambda} \cdot \sum.$$

1

TP01

- Ajouter du bruit Gaussien à une image cause l'histogramme à s'étaler (une sorte de moyennisation des valeurs)
- Soit X la valeur d'un pixel de l'image tiré uniformément, X est donc une v.a à loi discrète, ajouter du bruits à l'image => ajouter du bruit à tous les pixels => X devient alors $X + Z$ où Z suit $N(0, \sigma^2)$ avec X, Z indépendantes. et donc $X + Z$ à densité (donc ajouter du bruit est une sorte de discréétisation)
- Si on compare les histogrammes des images normales et les images avec du bruit (c'est-à-dire après la superposition de leurs histogrammes respectifs), et on remarquera que les pics (valeurs maximales) se réduisent et s'étalement.
- Pour la question de l'égalisation des histogrammes, il faut multiplier par 255 :
`imequal = 255 * histocum(...)` pour faire l'égalisation
- Si Y est une variable aléatoire à densité de fonction de répartition F , alors $F(Y)$ suit une loi uniforme $U([0,1])$ (par rapport à l'égalisation)
- Histogramme de différences de niveaux de gris : on prend une image, si on regarde la différence entre deux pixels voisins (dérivée horizontale), et on fait l'histogramme de cette dérivée, il y a y avoir un énorme pic à zéro. Par contre avec des pixels plus éloignées il y a beaucoup moins de chance de tomber sur ce phénomène ($\log(hist)$ amplifie encore plus le pic)
- En général, quand on a une tache dans la transformée de fourrier, on prend le vecteur de $(0,0)$ à notre point dans la transformée, et bien il y a de grandes chances d'avoir des motifs (voir screenshot), plus on s'éloigné du centre, plus les rayures seront étalées.
- Interprétation de ringing : transformée de fourrier ca change régularité et introduit des oscillations à l'infini

- Non, c'est pas une loi gaussienne ($\exp(x^2)$), car si on fait le log, on doit trouver l'allure d'une fonction carré, or ce n'est pas le cas.
 - Quand on zoom une image (ou dezoom), si on effectue un zoom sans méthode d'interpolation, on aura le phénomène d'aliasing, c'est-à-dire qu'il y aura apparition d'artefacts sur l'image. Pour atténuer cet effet, il faut filtrer l'image avant de la zoomer par un filtre passe bas (noyau gaussien ...)
 - Pour le bruit résiduel d'image, il faut trouver une zone de l'image où il n'y a que du bruit pour l'estimer
 - Le paramètre de la fonction du noyau gaussien, il faut mettre un petit nombre (1,2,3 ...), dépendamment de la quantité de bruit qu'on veut filtrer,
 - Comment pouvez-vous ... on peut chercher le noyau lumineux dans l'image flou (il y a un point lumineux)
- ▼ Décrire et expliquer l'effet de l'ajout de bruit sur une image avant une opération de quantification.

Dans un contexte de traitement d'image, l'ajout de bruit avant la quantification peut améliorer la résilience contre la perte d'information, tout en influençant la perception visuelle, la distribution des valeurs des pixels, la compressibilité, et la fidélité des détails. Cependant, l'impact précis dépend du type de bruit et de l'objectif du traitement d'image.

Appuyez sur la touche espace pour l'IA, ou sur / pour afficher les commandes...

