**Nom :**

# Contrôle IMA 201 (a) et (b)

30 octobre 2017 - 3h

Avec documents, sans calculatrice, sans ordinateur.

## 1 Acquisition photographique

1. Pourquoi doit-on faire passer la lumière issue d'une scène par une **petite** ouverture avant de l'enregistrer sur le plan focal. Quelle image obtiendrait-on si on mettait un capteur photo-sensible directement face à une scène ?

2. On effectue la mise au point sur un objet à une distance D de l'appareil photo. Puis on augmente D. Pour faire la mise au point, faut-il rapprocher le plan du capteur de la lentille ou l'éloigner ?

3. On considère une lentille mince de distance focale égale à 5cm. On suppose que la distance de la lentille au plan image (le capteur) est fixe, égale à 10cm. On photographie un objet de hauteur 10 cm. On dispose d'un capteur de taille 24 x 36 mm, de 2400 pixels sur 3600 pixels.
   — A quelle distance de la lentille faut-il, placer l'objet ?

   — Quel est la hauteur de l'objet, en pixels ?

## 2 Contraste - couleur

1. On considère le changement de contraste suivant (transformation affine) :

$$I \to aI + b,$$

avec $a$ et $b$ des valeurs numériques. On considère une image $I$ codée sur 8 bits et on note $m$ et $M$ respectivement le minimum et maximum des niveaux de gris de $I$. Donnez les valeurs de $a$ et $b$ ci-dessus qui permettent de transformer l'image de manière à ce que minimum et maximum soient respectivement 0 et 255. On appelle le résultat « étirement »d'histogramme (histogramme stretching en anglais).

A quoi peut servir une telle transformation ?

Commentez les différences entre cette transformation et l'égalisation d'histogramme. On pourra s'aider de dessins et/ou d'histogrammes simples.

2. On rappelle que pour comparer (pixel à pixel) deux images $A$ et $B$ **en niveaux de gris**, nous avons vu en cours et en TP une technique (la prescription d'histogrammes) qui permet de modifier $B$ pour qu'elle ait le même histogramme que $A$.

   Comment adapteriez-vous cette technique pour comparer (pixel à pixel) deux images $A$ et $B$ **en couleur** ?

# 3 Interpolation

1. Donner la formule d'interpolation bilinéaire. On suppose que les valeurs aux pixels entiers de position (0,0),(0,1),(1,1) et (1,1) sont $\alpha, \beta, \gamma\ \delta$ et que le point où l'on veut interpoler est de coordonnées $(0,0) \leq (x,y) \leq (1,1)$.

2. Combien faut-il d'opérations pour effectuer un zoom par Fourier (zéro-padding) d'un facteur 2 d'une image de taille $N \times N$ ? Expliquer les étapes du calcul.

# 4 Représentations discrètes

La figure 1 représente une image de fleur binarisée et discrète (points en noir, excepté le point $y$). Pour chacune des deux connexités discrètes de la trame carrée, combien cet ensemble de points contient-il de composantes connexes ? de trous ? Quelle est la distance discrète entre les points $x$ et $y$ de la figure 1

— pour le masque $3 \times 3$ avec des coefficients 1 ?

— pour le masque $3 \times 3$ avec les coefficients 3 et 4 ?

— pour le masque $5 \times 5$ avec les coefficients 5, 7 et 11 ?

## 5 Morphologie mathématique

La figure 2 représente une fonction $f$ définie sur un espace à une dimension. On considère l'élément structurant $B$ constitué de trois points de cet espace, illustré sur la figure.

- Tracer sur la figure l'ouverture de $f$ par $B$ ($f_B = D(E(f,B),B)$).
- Quel est l'effet d'une ouverture sur une image à niveaux de gris ?
- Comparer $f$ et $f_B$. Quelle est la propriété de l'ouverture illustrée ainsi ?
- Tracer l'ouverture de $f_B$ par $B$. Quelle propriété de l'ouverture constate-t-on ?
- A-t-on le même résultat pour la succession de deux érosions successives de $f$ par $B$ ?

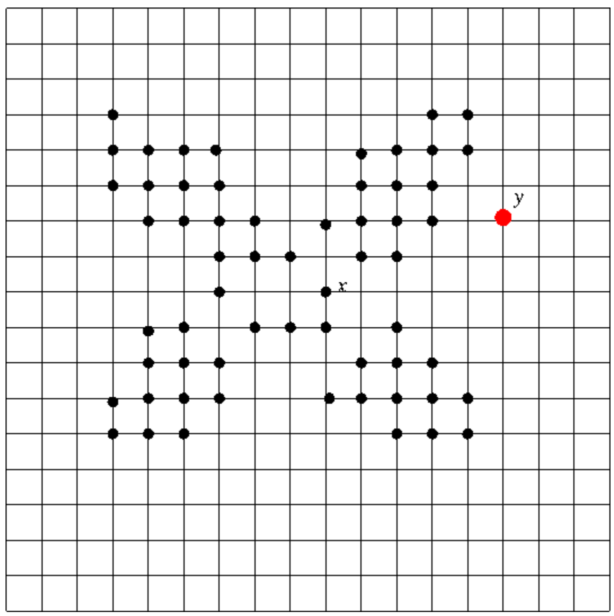


FIGURE 1 – Fleur binaire dicrète.

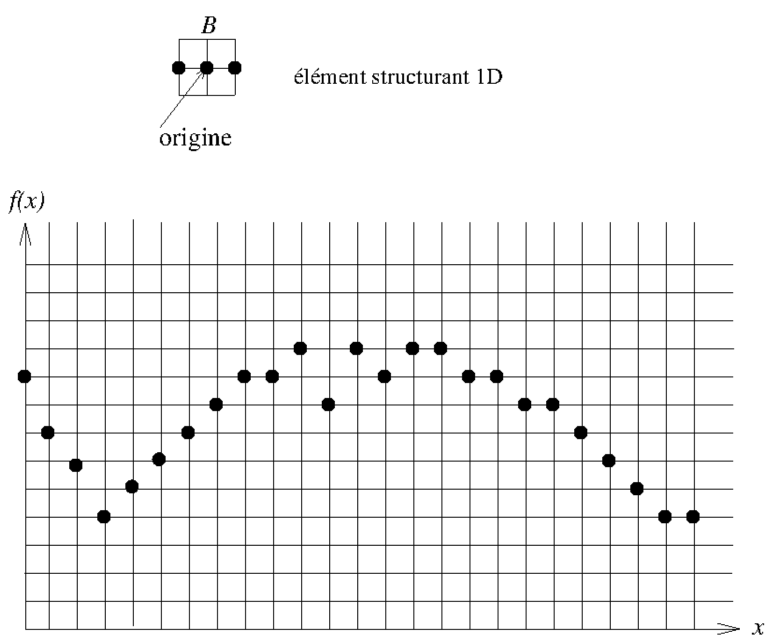


FIGURE 2 – Fonction $f$ définie sur un espace à une dimension, et élément structurant $B$.

# 6 Restauration

On restaure une image qui a été observée de la manière suivante : $g = Af + b$ où $f$ est l'image parfaite et $A$ l'opérateur de convolution par un noyau $H$. Le bruit $b$ a une énergie $\sigma_b^2$. On suppose que l'image parfaite avait une densité spectrale de puissance de $\sigma_s^2(\omega) = \frac{1}{\omega^3}$.

1. Donner la formule de restauration de Wiener. (on donnera la TF de $\tilde{f}$ en fonction de la TF de $H$, $\sigma_b^2$ et $\omega$)

2. Quel effet visuel se produit si la densité spectrale de l'image était en fait en $\frac{1}{\omega^2}$ ? Même question si elle était en $\frac{1}{\omega^4}$ ? (justifier brièvement)

# 7 Segmentation

## 7.1 Critères de Canny - filtre de Deriche

1. Comment évoluent les critères de Canny : $\Sigma$ (bonne détection) et $\Lambda$ (bonne localisation) lorsque l'on modifie le paramètre $\alpha$ du filtre de Deriche : $f(x) = \alpha^2 \; x \; exp(-\alpha \, |x|)$

2. Quelle conséquence cela a-t-il sur la détection des contours ?

## 7.2 Passage par zéro du laplacien

1. Expliquez pourquoi la méthode de détection des contours par passages par zéro du laplacien crée de faux contours sur des images qui présentent des profils en marches d'escalier.

2. Comment est-il possible d'éliminer ces faux contours ?

# 8 Textures

## 8.1 Question 1

On considère l'image de la figure 3, pour laquelle la largeur de chaque bande est de 1 pixel. En négligeant les effets de bord, donner les matrices de co-occurrence de cette image associées aux déplacements horizontaux et verticaux de un pixel (respectivement notées $C_{10}$, $C_{01}$), ainsi que la matrice associée aux déplacements de un pixel horizontal et un pixel vertical (notée $C_{11}$).

On considère maintenant une image aléatoire binaire dans laquelle chaque pixel a une probabilité de $0,9$ d'être blanc et de $0,1$ d'être blanc. On suppose également que les pixels sont indépendants. Donner les trois matrices $C_{10}, C_{01}$ et $C_{11}$ dans ce cas.

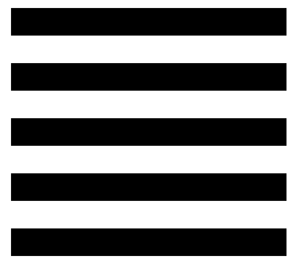

Figure 3 –

## 8.2 Question 2

On considère une image $A$, et on définit une image $B$ comme l'image dont la transformée de Fourier est égale au module de la transformée de Fourier de $A$. C'est à dire :

$$\hat{B} = |\hat{A}|.$$

Quelle est la relation entre les covariances des deux images ?

Visuellement, les images vont-elles se ressembler ? On pourra répondre en fonction du type d'image considéré.

## 9 Représentation et analyse de formes

1. Pour une forme $A \subset \mathbb{R}^2$, de barycentre $(x_c, y_c)$, on considère les moments

$$M_{m,n}(A) = \iint_A (x - x_c)^m (y - y_c)^n dxdy.$$

On associe à $A$ le descripteur $\frac{M_{0,2}}{M_{2,0}}$. Ce descripteur est-il invariant aux (justifier)

— translations

— zoom (homothéties)

— rotations

— transformations affines

2. On se place en un point clé $x$ dans une image et on considère le descripteur SIFT associé. Ce descripteur est-il invariant à un changement de contraste affine (c'est à dire $I \to$ aI + b) global ? local ? Justifiez.

3. RANSAC

   Nous avons vu en cours un algorithme de type RANSAC pour la détection d'une ligne droite dans un nuage de points. Inspirez-vous en pour proposer un algorithme de type RANSAC pour la détection de cercle.