

Nom :

Contrôle IMA 201(a) et (b)

7 novembre 2022 - 3h

Avec documents, sans calculatrice, sans ordinateur.

1 Acquisition photographique

1. Pourquoi doit-on faire passer la lumière issue d'une scène par une (petite) ouverture avant de l'enregistrer sur le plan focal. Why do we need to pass light through a (small) hole before observing the image on the focal plane?

Comment l'image est-elle modifiée si on agrandit l'ouverture? How is the image modified if the hole becomes bigger?

Quelle image obtiendrait-on si on mettait un capteur photo-sensible directement face à une scène? What image would be recorded if one put the light-sensitive sensor directly in front of a scene?

2. On applique à une image numérique un sous-échantillonnage en gardant un pixel sur deux horizontalement et verticalement. Quel pré-traitement doit-on appliquer pour éviter le phénomène de repliement de spectre (aliasing)? An image is subsampled by only keeping one pixel out of two vertically and horizontally. What pre-processing should be applied to avoid aliasing?

3. On capture un objet situé à une distance d de l'appareil photo. Comment la profondeur de champ est-elle modifiée si on place l'objet à une distance $2d$ de l'appareil ? We consider an object at a distance d from the camera. How is the depth of field modified if one increases the distance to $2d$?
4. On considère une lentille mince de distance focale égale à 50 mm. On photographie un objet de hauteur 30 cm, placé à 1 m de la lentille. A quelle distance de la lentille faut-il placer le capteur ? quelle est la hauteur de l'image de l'objet sur ce capteur (en cm) ? Consider a thin lense with focal length 50 mm. We capture an object with height 30cm, located at 1 m from the lense. At what distance from the lense should the sensor be put ? What is the height of the object image on this sensor ?

2 Contraste - couleur

1. Quel est l'effet de la transformation $I \rightarrow 255 - I$ sur l'histogramme d'une image I ? Notre perception visuelle est-elle sensible à ce type de changement? What is the effect of the transform $I \rightarrow 255 - I$ on the histogram of the image? The human visual system is it affected by such a transform?

2. On ajoute un bruit gaussien i.i.d. à une image. Décrire et expliquer l'effet de cette opération sur l'histogramme de l'image. One adds an i.i.d. Gaussian noise to an image. Describe and explain the effect of this operation on the histogram of the image.

3. On considère le changement de contraste suivant (transformation affine) :

$$I \rightarrow aI + b,$$

avec a et b des valeurs numériques. On considère une image I codée sur 8 bits et on note m et M respectivement le minimum et maximum des niveaux de gris de I . Donnez les valeurs de a et b ci-dessus qui permettent de transformer l'image de manière à ce que minimum et maximum soient respectivement 0 et 255. On appelle le résultat « étirement » d'histogramme (histogram stretching en anglais). We consider the following contrast change : $I \rightarrow aI + b$, we assume the image is coded on 8 bits and write m and M respectively for the minimum and maximum values in the image. Give the values a and b so that after the contrast change the minimum and maximum values of the image are respectively 0 and 255. We call the resulting contrast change "histogram stretching"

A quoi peut servir une telle transformation ? What is the use of such a transform ?

Commentez les différences entre cette transformation et l'égalisation d'histogramme. On pourra s'aider de dessins et/ou d'histogrammes simples. Comment on the differences between this transformation and histogram equalisation. It could be useful to use drawings.

4. Quel sont les avantages de l'espace de couleur HSV? Donnez un exemple où un tel espace est utile. What are the advantages of the HSV color space? Give an example where this space is useful

3 Interpolation

1. Combien d'opérations faut-il effectuer pour calculer une interpolation bilinéaire en un point réel (x, y) (on ne compte que les opérations de multiplication)? How many operations are needed to compute a bilinear interpolation at a given point (x, y) (only multiplications are taken into account)?
2. Même question pour l'interpolation bicubique (l'image d'origine est de taille $N \times N$ pixels). Same question for the bicubic interpolation (the original image has a size of $N \times N$ pixels).
3. Et si on souhaite faire un zoom de facteur 2, combien faut-il faire d'opérations au total si on utilise l'interpolation bilinéaire ou si on utilise l'interpolation bicubique? If one wants to apply a zoom with a factor of 2, how many operations are needed, depending on the used interpolation (bilinear or bicubic)?

4 Morphologie mathématique

1. Rappeler la définition de la dilatation et de l'érosion, dans le cas des images en niveaux binaires. Rappeler également celle de la fermeture. Give the definition of dilation and erosion for binary images. Give also the definition of closure.
2. La figure 1 représente une fonction f définie sur un espace à une dimension. On considère l'élément structurant B constitué de trois points de cet espace, illustré sur la figure (point central et un voisin de chaque côté). Figure 1 shows a function f in one dimension. A structuring element B is shown on the figure (one central point and two lateral ones).
 - Tracer sur cette figure la dilatation de f par l'élément structurant B . Plot the dilation of f by B on this figure.
 - Quels effets de la dilatation pouvez-vous constater ? What is the effect of this dilation ?
3. Décrire le lien entre les dilatations et les cartes de distance. Quel est l'intérêt de ce lien ? Describe the link between the distance maps and the dilations. What is the interest of such a link ?

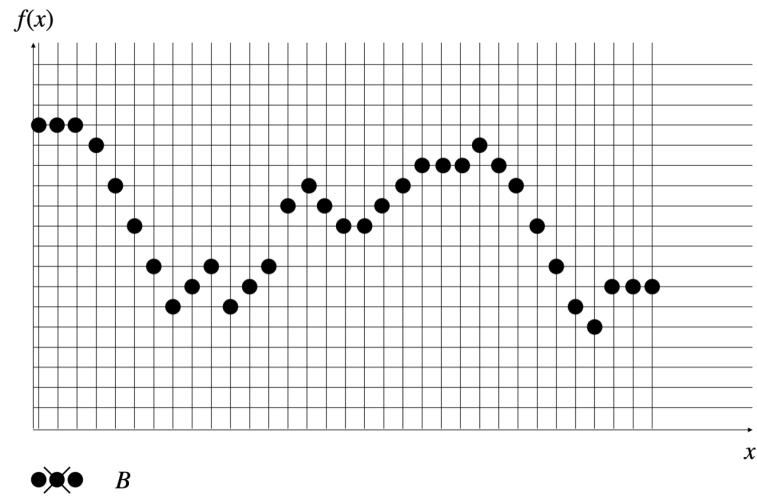


FIGURE 1 – Fonction f définie sur un espace à une dimension, et élément structurant B .

5 Restauration

1. On restaure une image qui a été observée de la manière suivante : $v = Af + b$ où f est l'image parfaite et A l'opérateur de convolution par un noyau H . Le bruit b a une énergie σ_b^2 . On suppose que l'image parfaite avait une densité spectrale de puissance de $\sigma_s^2(\omega)$. One wants to restore an image observed as $g = Af + b$, where f is the clean image and A is the convolution operator with kernel H . Noise b has an energy σ_b^2 . We assume that the clean image has a spectral density of $\sigma_s^2(\omega)$.
 — Entre l'énergie E_1 et E_2 laquelle peut être minimisée par une restauration de type Wiener ? (v est l'image observée et le minimiseur de l'énergie est l'image restaurée) :

$$E_1(u) = \int_{x \in \Omega} |u - v|(x) dx + \int_{x \in \Omega} \|\nabla u(x)\| dx$$

$$E_2(u) = \int_{x \in \Omega} |u - v|^2(x) dx + \int_{x \in \Omega} \|\nabla u(x)\|^2 dx$$

(Justifier brièvement.) Which of the two above energies may be minimised by a Wiener restoration ? (v is the observed image and the minimizer of the energy is the restored image). Justify briefly

- Dans la question précédente quelle est la densité spectrale de puissance supposée sur l'image ($\sigma_s(\omega)$ où ω est la fréquence) ? (justifier brièvement) In the preceeding question, which spectral density is assumed for the image ? ($\sigma_s(\omega)$ where ω is the frequency) ?

2. Quel filtre, que vous avez utilisé en TP, est le plus adapté au débruitage de bruit "impulsionnel" ? Justifier rapidement Which filter, that you have used in practical class, is the most adapted for impulsive noise ?

6 Textures

1. On considère l'image de la figure 2, pour laquelle la largeur de chaque bande est de 1 pixel. En négligeant les effets de bord, donner les matrices de co-occurrence de cette image associées aux déplacements horizontaux et verticaux de un pixel (respectivement notées C_{10} , C_{01}), ainsi que la matrice associée aux déplacements de un pixel horizontal et un pixel vertical (notée C_{11}). Consider the image in Figure 2, where each band is one pixel wide. Give the co-occurences matrices for this image, associated with the displacements of one pixel horizontally (noted C_{10}), one pixel vertically (noted C_{01}) and one pixel in diagonal (noted C_{11}). We neglect edge effects.



FIGURE 2 –

2. On considère maintenant une image aléatoire binaire dans laquelle chaque pixel a une probabilité de 0,9 d'être blanc et de 0,1 d'être noir. On suppose également que les pixels sont indépendants. Donner les trois matrices C_{10} , C_{01} et C_{11} dans ce cas. Same question for a random image in which each pixel has probability 0.9 to be white and 0.1 to be black. Give the matrices C_{10} , C_{01} and C_{11} in this case.

3. Pour I une image discrète de taille $N \times N$, on propose de représenter une texture par une "énergie de contour horizontal", définie par : We propose the following "edge-based" texture descripteur :

$$\alpha = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=2, j=1}^N (I(i, j) - I(i-1, j))^2,$$

A quelle transformation radiométrique (changement de contraste) ce descripteur est-il invariant ? To what contrast change is α invariant ?

Comment peut-on le modifier pour qu'il soit invariant à un changement de contraste affine (c'est à dire

$I \rightarrow a.I + b$) How can we modify α for it to be invariant to affine contrast changes? (that is $I \rightarrow a.I + b$)

7 Représentation et analyse de formes

1. Pour une forme $A \subset \mathbb{R}^2$, de barycentre (x_c, y_c) , on considère les moments

$$M_{m,n}(A) = \iint_A (x - x_c)^m (y - y_c)^n dx dy.$$

This is the definition of moments as seen in class.

Ces descripteurs sont-ils invariants à la translation (justifiez)? Are these descriptors invariant to translations (justify your answer)

Comment modifier ces descripteurs pour qu'ils soient invariants au zoom (changement d'échelle)

How can you modify these moments so that they are invariant to zoom (change of scale) ?

2. On cherche à détecter des cercles par transformée de Hough, directement dans l'espace des paramètres (x_0, y_0, r) . La représentation du cercle sous la forme $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ permet-elle de limiter la recherche des paramètres à un domaine borné ? One wants to detect circles using the Hough transform, directly in the space of parameters (x_0, y_0, r) . If one uses the parametric representation $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$, is the space of possible parameters bounded ?

Avec cette représentation, sur quelle forme (dans l'espace des paramètres) est envoyée un point de l'espace image ? Using this representation, to what geometric shape (in parameter space) correspond a given point in the image space ?

8 Descripteurs locaux

1. Expliquez pourquoi le descripteur SIFT est invariant au zoom. Explain why the SIFT descriptor is invariant to zoom
2. Expliquez pourquoi le descripteur SIFT est invariant aux rotations. Explain why the SIFT descriptor is invariant to rotations

3. On rappelle la définition de l'orientation du gradient de u , définie en chaque pixel par

$$\phi = \arctan\left(\frac{u_y}{u_x}\right)$$

Comment ces orientations sont-elles modifiées si une image u est transformée en $g \circ u$, avec $g(x) = x^2$. Plus généralement, que se passe-t-il pour d'autres choix de fonctions g ? Recall that the gradient orientation is defined at each pixel by ϕ above. How is this orientation modified if the image u is modified into $g(u)$, with $g(x) = x^2$. What about other choices for g ?