ROSSLER ATTRACTOR

Projet de programmation pour l'analyse des attracteurs

Anzid Zakaria
Mrhili Nisrine

UNIVERSITE DE PERMIGNAN VIA DOMITIA

Intro

- Introduction générale
- Partie 1: une représentation graphique en 3D d'un attracteur chaotique
- Partie 2: une représentation graphique (projection et 3D) d'un attracteur avec sa section de Poincaré
- Partie 3: une représentation graphique de l'application de premier retour à la section de Poincaré

Introduction

Attracteur : ensemble d'états vers lequel un système évolue de façon irréversible en l'absence de perturbations.

Système de Rossler : ensemble d'équations différentielles chaotiques qui a été proposé par le mathématicien et physicien allemand Otto Rössler en 1976.

Applications et importance de l'étude du système de Rössler

Système de Rössler

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + z(x - c) \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} a = 0.2 + 0.09\alpha \\ b = 0.2 - 0.06\alpha \\ c = 5.7 - 1.18\alpha \end{cases}$$

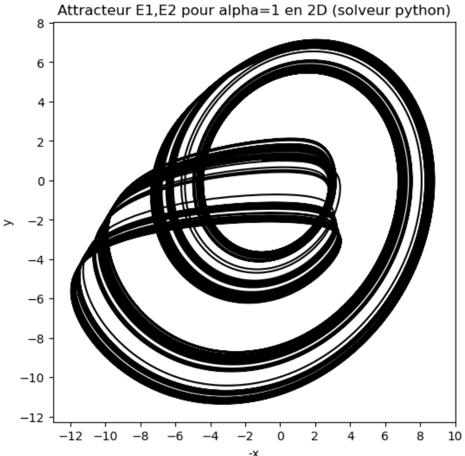
Ici dans notre cas on prend $\alpha = 1$ et on étudie deux attracteurs $E1$,$E2$

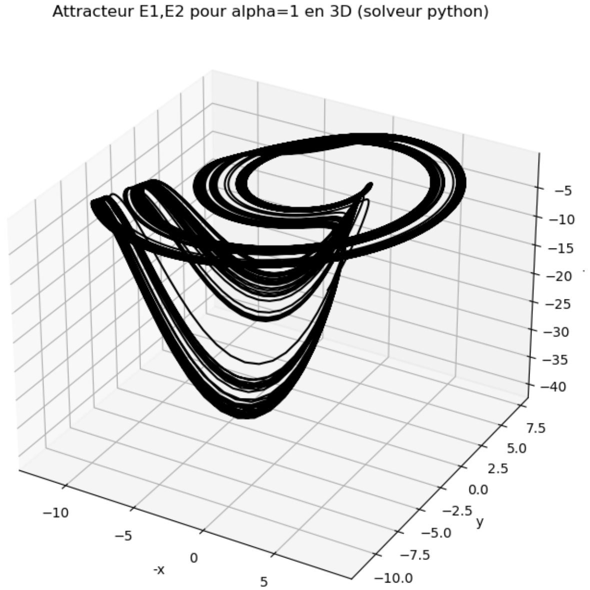
Solveur Python

```
# Solution de systéme pour l'attracteur E1
solution_e1 = solve_ivp(rossler_system, (0,300), e1, args=(a, b,
    c), t_eval=t)

# Solution de systéme pour l'attracteur E2
solution_e2 = solve_ivp(rossler_system, (0,300), e2, args=(a, b,
    c), t_eval=t)
```

Représentation graphique de l'attracteur chaotique a l 'aide d'un solveur python




Attracteur E1,E2 pour alpha=1 en 3D (solveur python)
−5
−10
−15
−20
−25
−30
−35
−40
7.5
5.0
2.5
0.0
−2.5
−5.0
−7.5
−10.0
y
−10
−5
0
5
-x

Observations des deux représentations

-Caractéristiques possibles à observer

-Structure fractale

-Sensibilité aux conditions initiales

-Complexité géométrique

Méthode de Runge-Kutta4

- RK4 est une technique numérique pour résoudre des équations différentielles ordinaires (EDO).

- Amélioration significative par rapport à la méthode d'Euler : offre une précision accrue par le biais d'approximations successives.

- RK4 effectue quatre estimations intermédiaires de la pente à chaque pas, suivant mieux la courbure de la solution.

- L'algorithme de RK4 évalue la pente à quatre points différents dans chaque intervalle de temps

Méthode de Runge-Kutta4

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{1}$$

où

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(t_n, y_n) \\
k_2 &= f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1) \\
k_3 &= f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2) \\
k_4 &= f(t_n + h, y_n + hk_3)
\end{aligned}$$

Comparaison entre RK4 et Solveur Python

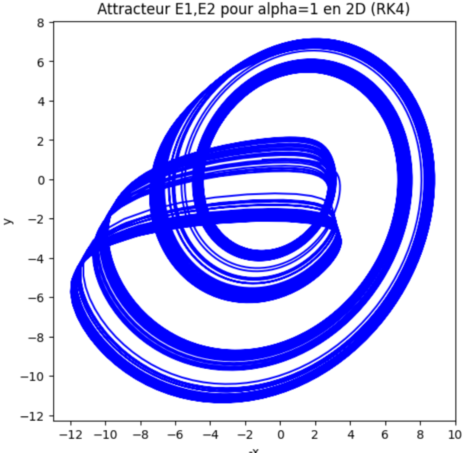
Temps d'Exécution du CPU :

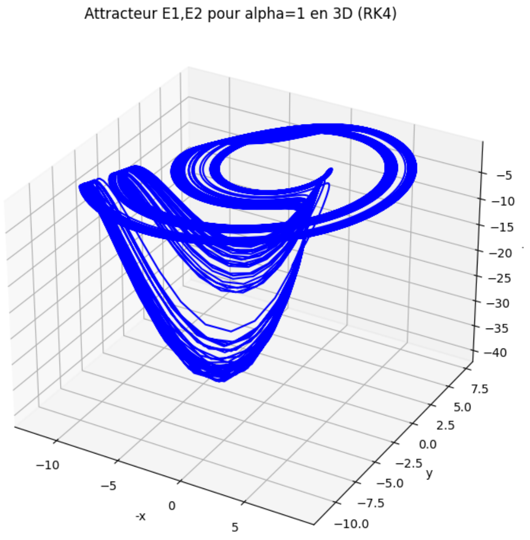
RK4 : Temps d'exécution généralement inférieur. (cputime : 0,34 s)
Solveur Python : Temps d'exécution plus élevé. (cputime : 0,84 s)

Flexibilité dans le Code :

RK4 : Possibilité de modifier le code à volonté.
Solveur Python : Limitations en termes de personnalisation du code.

Représentation graphique de l'attracteur chaotique a l 'aide de la Méthode de Runge-Kutta4




Attracteur E1,E2 pour alpha=1 en 3D (RK4)
−5
−10
−15
−20
−25
−30
−35
−40
7.5
5.0
2.5
0.0
−2.5
y
−5.0
−7.5
−10.0
−10
−5
0
-x
5

La section du point carré dans le système de Rössler est une méthode de visualisation qui se base sur les intersections des trajectoires avec un plan défini. Cette approche simplifie la représentation de l'attracteur.

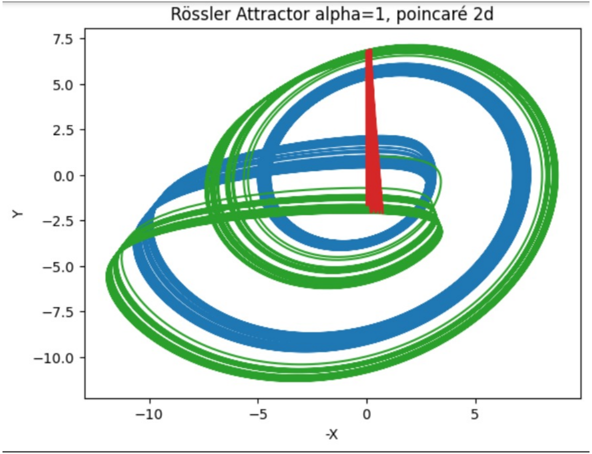
Cette section de Poincaré est définie comme suit:

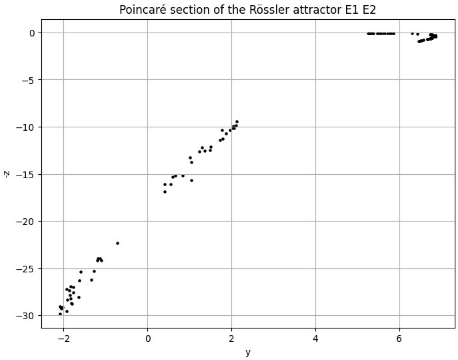
$$\text{P}=(\ y_n\ ,\text{-}\ z_n\ ) \in R^2\ |\text{-}\ x_n = -x$$

Elle dépend de la coordonnée x du point singulier au centre de l'attracteur notée x:

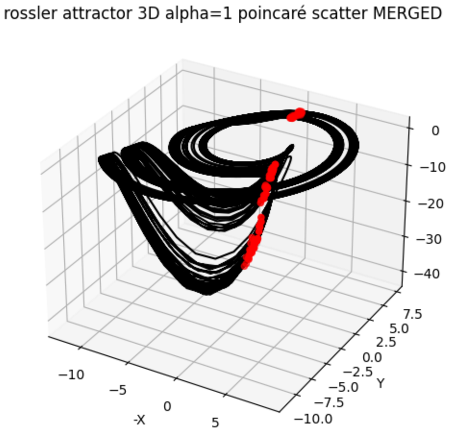
$$S_\pm = \begin{cases} x_\pm = \dfrac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2} \\ y_\pm = \dfrac{-c \mp \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \\ z_\pm = \dfrac{c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \end{cases}$$

Section de Poincaré



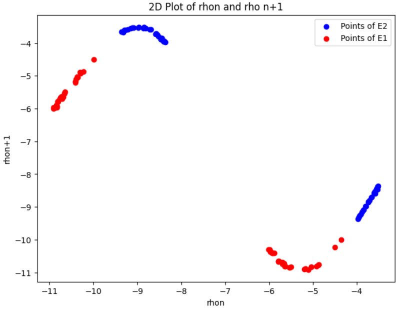


Section de Poincarré



L'application de premier retour

On a construit une variable ρ_n qui représente l'éloignement depuis le centre de l'attracteur du passage des trajectoires dans la section de Poincaré. on a choisi les coordonnées (y) puisque c est plus lisible comme resultat



L'application de premier retour

On constate la présence de sections périodiques dans la carte de retour de notre attracteur chaotique. Ces régions périodiques représentent des moments temporaires où le comportement devient régulier et répétitif avant de retourner à un mouvement chaotique. Cette observation souligne la coexistence de dynamiques à la fois ordonnées et chaotiques.