מבוא לאופטיקה מודרנית ואלקטרואופטיקה

פרויקט גמר - חלק 1

סמסטר א' תשפ"ד

18.03.2024

מגיש: עילי זיידל
ת.ז. 326708674

עילי זיידל
326708674

מבוא לאופטיקה מודרנית ואלקטרואופטיקה

פרויקט גמר – חלק 1

מגיש: עילי זיידל

שאלה 1

$$n_0 = 1.1 + \frac{674}{1000} = 1.774$$

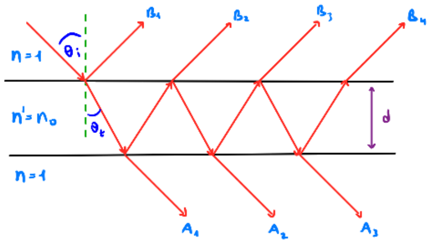
$$\theta_1 = 2 + mod(674,80) = 2 + 34 = 36°$$

$$\alpha = 3 + mod(8674,45) = 3 + 7 = 10°$$

$$\lambda = 1000 + mod(674,500) = 1174\ nm$$

נתון לוח זכוכית בעל עובי d ומקדם שבירה n_0. קרן אור מקוטבת פוגעת בלוח בזווית פגיעה θ_i, חלק מהאור מוחזר.

א. באיזה קיטוב וזווית פגיעה θ_i על הקרן האור להיות כדי שלא תהיה החזרה.



נשים לב שמקדם ההחזרה בקיטוב המקבילי מתאפס כאשר $\theta_i + \theta_t = \frac{\pi}{2}$:

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\tan\left(\theta_i - \theta_t\right)}{\tan\left(\theta_i + \theta_t\right)}$$

לכן על מנת שלא תהיה החזרה של הקרן בקיטוב המקבילי, נבחר את θ_i להיות **זווית ברוסטר** במעבר בין האוויר לזכוכית. כלומר:

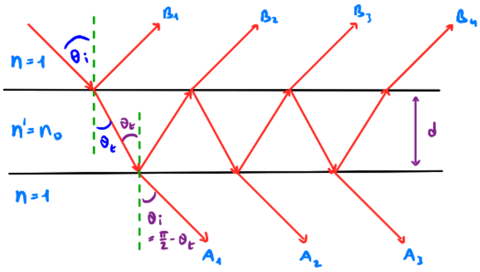
$$\theta_i = \theta_{iB} = \arctan\frac{n_0}{1} = \arctan n_0 = \arctan 1.774 = 60.59°$$

בנוסף, נבחר את קיטוב הקרן הפוגעת להיות **קיטוב מקביל**. כך לא יהיה רכיב אנכי לשדה, ולאחר שנאפס את מקדם ההחזרה המקבילי $\Gamma_{\parallel}$ לא תהיה החזרה כלל במעבר בין האוויר לזכוכית.

כעת נשים לב שזווית **הפגיעה** במעבר בין הזכוכית לאוויר תהיה גם θ_t, וזווית **היציאה** מהזכוכית לאוויר היא θ_i (מחוק סנל: $\sin(\theta_i) = n_0 \sin(\theta_t) = \sin\left(\theta_{A_i}\right)$). מכיוון ש-$\theta_t = \frac{\pi}{2} - \theta_i$, **ההפרש** בין זווית הכניסה לזווית היציאה במעבר בין **הזכוכית לאוויר** הוא $\frac{\pi}{2}$, כלומר θ_t היא גם

עילי זיידל
326708674

זווית ברוסטר עבור הפגיעה בין הזכוכית לאוויר. לכן $\Gamma_{\parallel}$ מתאפס גם במעבר זה, ולכן לא תהיה החזרה מקבילית בתוך המהוד.



לסיכום עבור θ_i זווית ברוסטר וקרן בקיטוב מקבילי, אין החזרות כלל (לא מחוץ למהוד, ולא בתוך המהוד).

ב. אור לא מקוטב בעוצמה של $5W$ פוגע במקטב לינארית שזווית ההעברה שלו נטויה ב-α ביחס למישור הפגיעה. לאחר מכן האור עובר דרך לוח הזכוכית בזווית פגיעה של θ_1. חשבו את העוצמה והקיטוב של האור העובר.

מחוק מאלוס, עבור אור לא מקוטב שעובר דרך מקטב בזווית α, העוצמה המועברת תהא:

$$I_1 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} I_0\cos^2\theta\, d\theta = \frac{I_0}{2} = 2.5W$$

כעת נחשב את אמפליטודת השדה E_1:

$$E_1 = \sqrt{I_1} = 1.5811$$

נחשב את השדה בקיטוב המקבילי ובקיטוב האנכי:

$$E_{1,\parallel} = E_1\cos(\alpha) = 1.5811\cdot\cos(10°) = 1.557$$

$$E_{1,\perp} = E_1\sin(\alpha) = 1.5811\cdot\sin(10°) = 0.274$$

זווית הכניסה היא $\theta_i = \theta_1 = 36°$. נחשב את זווית היציאה:

$$\sin(\theta_t) = \frac{1}{n_0}\sin(\theta_1) = \frac{1}{1.774}\sin(36) = 0.3313 \to \theta_t = 19.349°$$

נחשב את מקדמי פרנל להעברה **בין האוויר לזכוכית**:

$$t_\perp = \frac{E_{t\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{2\sin(\theta_t)\cos(\theta_i)}{\sin(\theta_t+\theta_i)} = 0.65167$$

$$t_\parallel = \frac{E_{t\parallel}}{E_{i\parallel}} = \frac{2\sin(\theta_t)\cos(\theta_i)}{\sin(\theta_t+\theta_i)\cos(\theta_t-\theta_i)} = 0.6801$$

נחשב את מקדמי פרנל להעברה **בין הזכוכית לאוויר:**

$$t'_{\perp} = \frac{E_{t\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{2\sin(\theta'_t)\cos(\theta'_i)}{\sin(\theta'_t+\theta'_i)} = \frac{2\sin(\theta_i)\cos(\theta_t)}{\sin(\theta_t+\theta_i)} = 1.3483$$

$$t'_{\parallel} = \frac{E_{t\parallel}}{E_{i\parallel}} = \frac{2\sin(\theta'_t)\cos(\theta'_i)}{\sin(\theta'_t+\theta'_i)\cos(\theta'_t-\theta'_i)} = \frac{2\sin(\theta_i)\cos(\theta_t)}{\sin(\theta_t+\theta_i)\cos(\theta_i-\theta_t)} = 1.407$$

נחשב את אמפליטודת השדה המועברת ביציאה מהזכוכית לאוויר:

$$E_{2,\parallel} = t_{\parallel}\cdot t'_{\parallel}\cdot E_{1,\parallel} = 1.4898$$

$$E_{2,\perp} = t_{\perp}\cdot t'_{\perp}\cdot E_{1,\perp} = 0.2407$$

נחשב את עוצמת השדה היוצא:

$$I_2 = \left|E_{2\parallel}\right|^2 + |E_{2\perp}|^2 = 2.277W$$

נחשב את הקיטוב המתקבל ביציאה:

$$\beta = \arctan\frac{E_{2\perp}}{E_{2\parallel}} = 9.1777°$$

ג. רוצים לבנות מקטב מלוח הזכוכית עבור אור באורך גל λ, כך שהמקטב יחזיר באופן מקסימלי קיטוב אנכי בלבד ויעביר רק קיטוב מקבילי. בנוסף, עבור אורך גל של $\lambda + 0.5nm$ תהיה העברה מקסימלית. מצאו את הזווית בה הלוח צריך להיות מונח ביחס לקרן, ומצאו את עובי הזכוכית d.

תחילה, אנו נדרשים להחזיר באופן מקסימלי קיטוב אנכי בלבד, ולהעביר רק קיטוב מקבילי. כלומר נרצה שמקדם ההחזרה יתאפס:

$$\frac{\sum_{i=1}^{\infty} B_i}{A_{in}} = \frac{B_{TOT}}{A_{in}} = \Gamma_{\parallel}\cdot\frac{1-e^{i\delta}}{1-\Gamma^2 e^{i\delta}} = 0 \rightarrow \Gamma_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_i-\theta_t)}{\tan(\theta_i+\theta_t)} = 0$$

(כאשר A_{in} זה השדה הנכנס למהוד, ו-B_i זה השדה ה-i המוחזר מהמהוד).

כלומר, נדרוש ש-θ_i תהא **זווית ברוסטר** במעבר בין האוויר לזכוכית. כמו שראינו בסעיף א':

$$\theta_i = \theta_{iB} = \arctan\frac{n_0}{1} = \arctan n_0 = \arctan 1.774 = 60.59°$$

כעת נדרוש החזרה אנכית מקסימלית עבור אורך גל λ. כלומר נדרוש למצוא מקסימום לביטוי הבא:

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{B_{TOT}\cdot B^*_{TOT}}{A_{in}\cdot A^*_{in}} = \frac{4Rsin^2(\frac{\delta}{2})}{(1-R)^2+4Rsin^2(\frac{\delta}{2})} = 1 - \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4Rsin^2(\frac{\delta}{2})}$$

עבור אורך גל λ.

המקסימום מתקבל כאשר הביטוי $\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4Rsin^2(\frac{\delta}{2})}$ יהיה **מינימלי**. כלומר, עבור:

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 1 \rightarrow \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \pm 1$$

עילי זיידל
326708674

נפתח את המשוואה:

$$\frac{\delta}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi m\rightarrow\delta=\pi+2\pi m$$

ולבסוף נקבל:

$$\frac{4\pi ndcos(\theta_t)}{\lambda_v}=\pi+2\pi m$$

נחשב את הקבועים:

$$\theta_t=90-\theta_i=29.41°$$

נובע מהסיבה ש-θ_i היא זווית ברוסטר.

$$\lambda_v=\lambda=1174\ nm$$

$$n=n_0=1.774$$

ונקבל את המשוואה הבאה:

$$0.016541\cdot 10^9\cdot d=\pi+2\pi m$$

כעת נדרוש שעבור אורך גל $\lambda+0.5nm$ תהיה העברה מקסימלית. נדרוש מקסימום עבור:

$$\frac{I_t}{I_i}=\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4Rsin^2(\frac{\delta}{2})}$$

מקסימום מתקבל כאשר:

$$sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)=0$$

ומתקבל עבור:

$$\delta=2\pi m$$

$$\frac{4\pi ndcos(\theta_t)}{\lambda_v}=2\pi m$$

כעת

$$\lambda_v=\lambda+0.5=1174.5\ nm$$

לכן נקבל את המשוואה הבאה:

$$0.016534\cdot 10^9\cdot d=2\pi m$$

סך הכל קיבלנו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases}0.016541\cdot 10^9\cdot d=\pi+2\pi m\\ 0.016534\cdot 10^9\cdot d=2\pi m\end{cases}$$

נמצא את d:

$$d=\frac{\pi}{10^9(0.016541-0.016534)}=4.135\cdot 10^{-4}m$$

ד. נתון שמקדם השבירה תלוי באורך הגל לפי הנוסחה $n(\nu) = n_0 - \frac{a}{\nu^2}$. ציירו גרף של העברת הקיטוב האנכי כפונקציה של אורך הגל עבור $a = 10^{26}, 10^{27}, 10^{28}$ $[Hz]$.

נרצה לשרטט את ההעברה של הקיטוב האנכי, כלומר את הביטוי:

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{(1-R_\perp)^2}{(1-R_\perp)^2 + 4Rsin^2(\frac{\delta}{2})}$$

כאשר את זווית הכניסה נבחר להיות $\theta_i = \arctan(n_0)$ בדומה לסעיפים הקודמים.

עבור מקדם השבירה החדש: $n(\lambda) = n_0 - \frac{a}{v(\lambda)^2} = n_0 - a \cdot \frac{\lambda^2}{c^2}$, נחשב את זווית היציאה θ_t לפי **חוק סנל**:

$$n(\lambda)\sin(\theta_t) = \sin(\theta_i) \to \theta_t = \arcsin\left(\frac{\sin(\theta_i)}{n(\lambda)}\right)$$

את המקדם $R_\perp$ נחשב עבור קיטוב אנכי:

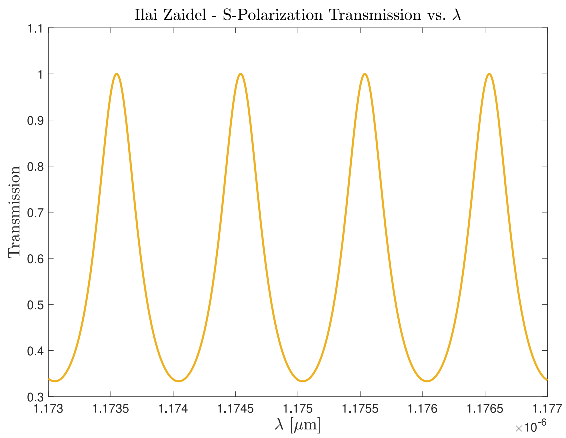
$$R_\perp = |\Gamma_\perp|^2 = \left|\frac{-\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}\right|^2.$$

כעת, נחשב את δ לפי הנוסחה:

$$\frac{4\pi n(\lambda) dcos(\theta_t)}{\lambda}$$

כאשר $d = 4.135 \cdot 10^{-4} m$. את ביטויים אלו נציב במטלב ונחשב את $\frac{I_t}{I_i}$ (ראו נספחים).

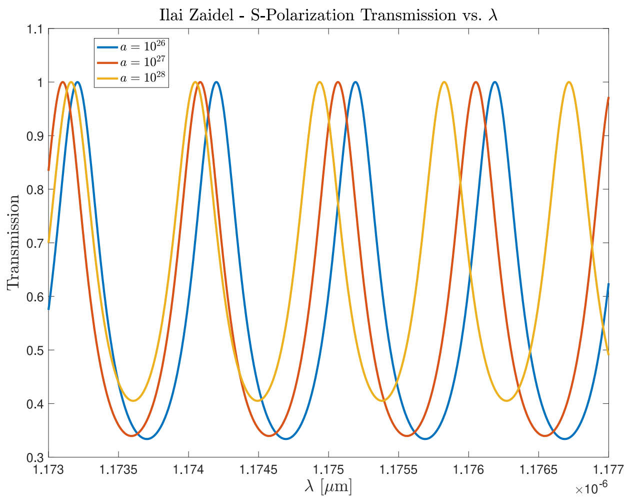
תחילה, נבדוק עבור $a = 0$ אם מתקבלת התוצאה הרצויה מסעיף ג. נבדוק עבורי ערכי אורך הגל בתחום: $\text{linspace}(1173\text{nm}, 1177\text{nm}, 1000)$:



ניתן לראות שעבור אורך גל $\lambda = 1174nm$ מקבלים העברה אנכית מינימלית (בקירוב). לעומת זאת, עבור $\lambda + 0.5nm$ מקבלים העברה אנכית מקסימלית.

עילי זיידל
326708674

כעת נבדוק עבור $a = 10^{26}, 10^{27}, 10^{28} [Hz^2]$:



נרצה לראות כיצד ה-FSR משתנה כתלות ב-a. ה-FSR (Free Spectral Range) הוא המרחק בין כל $peak$ בציר **התדר**. מתקיים :

$$\nu_{FSR} = \Delta\upsilon = \frac{c}{2nd\cos(\theta_t)} = \frac{c}{2d\left(n_0 - a \cdot \frac{\lambda^2}{c^2}\right)\cos\left(arcsin\left(\frac{sin(\theta_i)}{n_0 - a \cdot \frac{\lambda^2}{c^2}}\right)\right)}$$

$$\approx \frac{c}{2d\left(n_0 - a \cdot \frac{\lambda^2}{c^2}\right)}$$

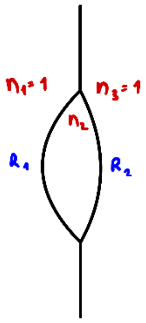
והמרחק במונחי **אורך גל** הינו :

$$\lambda_{FSR} = \frac{c}{\nu_{FSR}} \approx 2d\left(n_0 - a \cdot \frac{\lambda^2}{c^2}\right)$$

ניתן לראות שככל שנגדיל את a, arcsin יקטן ויתקרב ל-0, ולכן ה-cos יתקרב ל-1 וניתן להזניח אותו. כעת נשים לב שככל שנגדיל את a הביטוי $n_0 - a \cdot \frac{\lambda^2}{c^2}$ **קטן** ולכן ה-FSR **קטן** עם a. נשים לב שמתקיים $c \propto 10^8$, $\lambda \propto 10^{-6}$ ולכן $\frac{\lambda^2}{c^2} \propto \frac{10^{-12}}{10^{16}} = 10^{-28}$ ולכן שינוי a בתחום הנתון לא יעשה הבדל משמעותי ב-FSR.

עילי זיידל
326708674

שאלה 2



נתונה העדשה:

$$n_2 = 1.1 + \frac{674}{1000} = 1.774$$

$$R_1 = |50 - 74| = 24mm$$

$$R_2 = 50 - 86 = -36mm$$

א. מצאו את מוקד העדשה, האם אפשר לקבל דמות ממשית עם העדשה?

נחשב את מוקד העדשה:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - 1}{R_1} + \frac{1 - n_2}{R_2} = 53.75$$

$$f = 18.604mm$$

ניתן לקבל דמות ממשית, למשל עבור $u = 2f = 37.208mm$, מנוסחת לוטשי העדשות:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

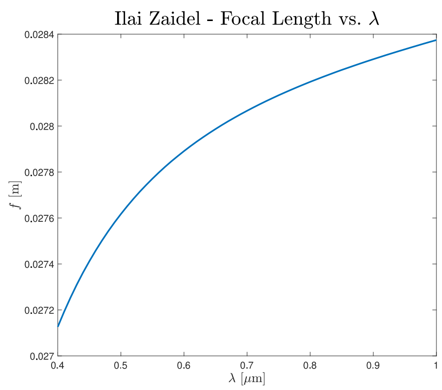
נקבל $v = 2f = 37.208$ וזו דמות ממשית.

ב. נתון מקדם שבירה של $BK7$. ציירו גרף המתאר את מוקד העדשה כפונקציה של אורך הגל עבור אורכי גל $0.4 - 1\mu m$.

כפי שמתואר בנספחים, לכל λ_i נחשב את מקדם השבירה $n_{BK7}(\lambda_i)$ ונחשב את אורך המוקד על ידי הנוסחה:

$$f = \left(\frac{n_2 - 1}{R_1} + \frac{1 - n_2}{R_2}\right)^{-1}$$

נריץ ונקבל את הגרף:



ניתן לראות שככל שנגדיל את אורך הגל, אורך המוקד יגדל.

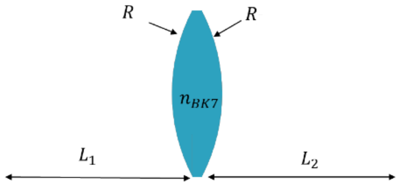
עילי זיידל
326708674

ג. בסעיף זה נבנה סימולציה בעזרת מטריצות $ABCD$.

$$R = mod(674,30) + 10 = 14 + 10 = 24mm$$

$$\lambda_1 = mod(674,200) + 550 = 74 + 550 = 624nm$$

$$\lambda_2 = mod(674,102) + 450 = 62 + 450 = 512nm$$



1. נתונה עדשה biconvex העשויה זכוכית (BK7) שרדיוס העקמומיות שלה זה R, כאשר $L_1 = 70mm$. מה צריך להיות גודלו של L_2 על מנת לקבל דימות עבור אורך גל λ_1.

תחילה, נרצה למצוא את מטריצת ה-ABCD של המערכת. המערכת מתחלקת לשלושה חלקים:

$$M_{TOT} = M_3 M_2 M_1$$

כאשר:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{nR} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

היא מטריצת המעבר בין אוויר למשטח הכדורי השמאלי בעל רדיוס R.

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & \epsilon \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

היא מטריצת המעבר בתוך העדשה כאשר עובי העדשה הוא ϵ. נתייחס למקרה בו $\epsilon \to 0$, לכן M_2 היא מטריצת היחידה.

$$M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n-1}{(-R)} & n \end{pmatrix}$$

היא מטריצת המעבר במשטח הכדורי הימני בעל רדיוס $(-R)$.

<u>**הערה:**</u> $n = n_{BK7}(\lambda_1)$.

נחשב את מטריצת ה- ABCD של המערכת הכוללת:

$$M_{TOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n-1}{(-R)} & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{nR} & \frac{1}{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{R} & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{nR} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2(1-n)}{R} & 1 \end{pmatrix}$$

עילי זיידל
326708674

כעת, נרצה לדעת עבור מערכת **כללית** עם מטריצה $ABCD$ אליה נכנסים ממרחק L_1, מה יהיה התנאי לדימות על מרחק היציאה L_2.

מטריצת ה-$ABCD$ הכוללת את L_1 ואת L_2 תהא מכפלת של שלושת המטריצות הבאות:

$$\begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + L_2C & AL_1 + B + L_2(CL_1 + D) \\ C & L_2(CL_1 + D) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A' & B' \\ D' & C' \end{pmatrix}$$

אנו יודעים שבמערכת דימות, אם נכנסים מגובה X למערכת, נרצה להגיע במוצא לגובה הספציפי X' **ללא תלות בזווית הקרן בכניסה למערכת**. כלומר, נדרוש $B' = 0$ וכך גובה הדמות במוצא לא יהיה תלוי בזווית הקרן הנכנסת:

$$B' = AL_1 + B + L_2(CL_1 + D) = 0$$

על מנת לקבל דמות **ממשית** נדרוש שהמרחק L_2 במוצא יהיה חיובי, כלומר:

$$L_2 = -\frac{AL_1 + B}{CL_1 + D} > 0$$

מתקיים:

$$A = 1, B = 0, C = \frac{2(1 - n)}{R}, D = 1$$

אורך הגל הוא $\lambda_1 = 624nm = 0.624\mu m$. בעזרת המטלב נחשב את מקדם השבירה $n = n_{BK7}(\lambda_1)$ ונקבל:

$$n = n_{BK7}(\lambda_1) = 1.5154$$

לבסוף נציב את הנתונים:

$$L_2 = -\frac{70 \cdot 10^{-3}}{\frac{2(1 - 1.5154)}{24 \cdot 10^{-3}} 70 \cdot 10^{-3} + 1} = 34.886mm$$

עבור ערך זה של L_2 תתקבל דמות ממשית.

2. הציגו תרשים של התקדמות הקרניים במערכת. הקרן הנכנסת היא $\begin{pmatrix} 1 \\ \theta \end{pmatrix}$, עבור זוויות כניסה $-\frac{\pi}{5} \le \theta \le \frac{\pi}{5}$, באורך גל λ_1.

על מנת לחשב את גובה הקרן כפונקציה של המרחק, נחלק לשני חלקים – לפני העדשה ואחריה. נגדיר את העדשה להיות במרחק L_1 מהראשית.

על מנת לחשב את גובה קרן **לפני העדשה** ניתן לחשב את גובה הקרן בכל מרחק z כמעבר במטריצת $Free\ Space$ עבור מרחק זה:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

כלומר, עבור גובה התחלתי x וזווית התחלתית θ, משוואת הגובה של הקרן עבור הנקודות בתחום $0 \le z \le L_1$ תהא:

$$\begin{pmatrix} y \\ \theta_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix} \rightarrow y = x + z \cdot \theta$$

כאשר ציר ההתקדמות הוא z.

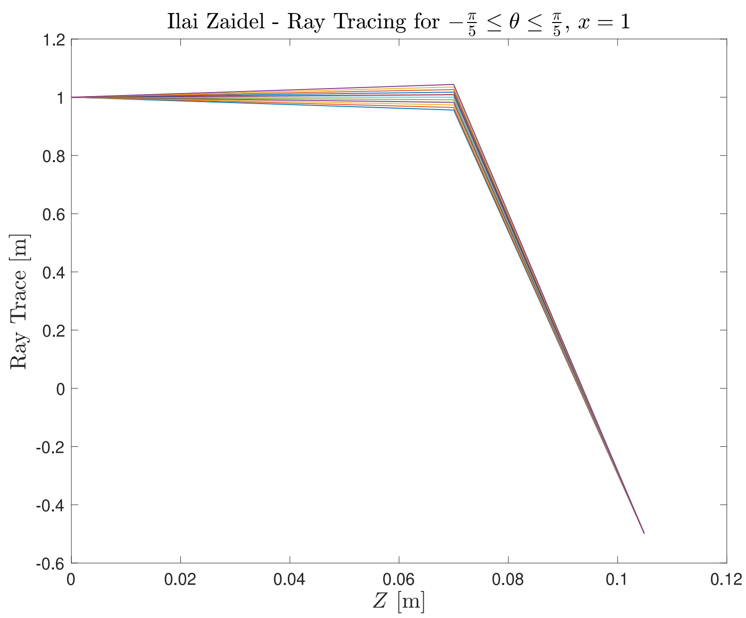
לאחר הפגיעה בעדשה, נחשב את התקדמות הקרן על ידי מטריצות $ABCD$. לכל נקודה $z \ge L_1$ נקבל שגובה העדשה יהיה:

$$\begin{pmatrix} y(z) \\ \theta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z - L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{2(1-n)}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

כאשר המטריצה $\begin{pmatrix} 1 & z - L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ היא מטריצת Free Space עבור מרחק $z - L_1$ מהעדשה.

נכתוב במטלב את הפונקציה $bk7RayTrace$ (מצורפת בנספחים) שמחזירה את גובה הקרן ואת ערכי ציר ה-z עבור ערכי התחלה x, θ.

כעת נצייר את הגרף לכל $-\frac{\pi}{5} \le \theta \le \frac{\pi}{5}$, עבור $x = 1$:

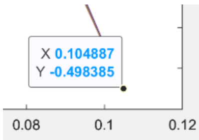


ניתן לראות שמתקבלת דמות הפוכה ומוקטנת. לפי התאוריה, הדמות אמורה להתקבל בנקודה:

$$z = L_1 + L_2 = 70mm + 34.886mm = 104.886mm = 0.104886m$$

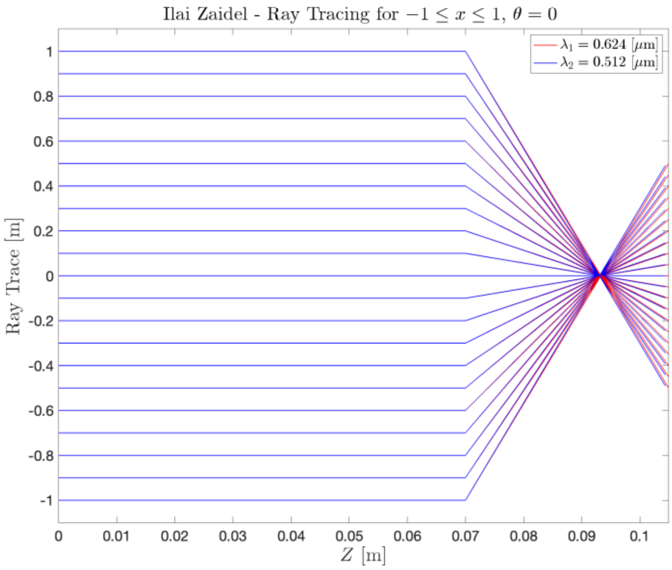
עילי זיידל
326708674

בגרף אכן קיבלנו בקירוב את התוצאה הנכונה :

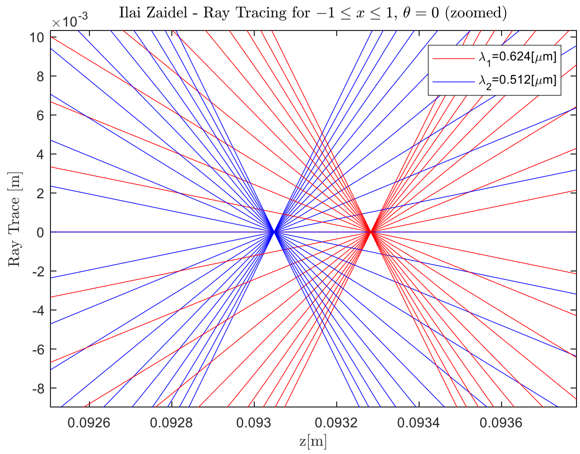


3. חזרו על הסעיף הקודם כאשר הקרן הנכנסת היא $\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ עבור λ_1 ו-λ_2, $-1 \leq x \leq 1$.

כעת ניצור גרפים עבור $\theta = 0$ ו-$-1 \leq x \leq 1$. נסמן את הגרפים של λ_1 באדום ושל λ_2 בכחול.

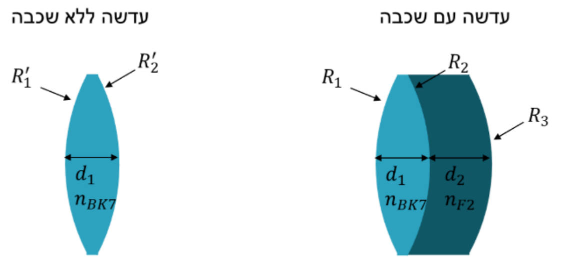


אכן הגרפים מתנהגים דומה עבור שני אורכי הגל. ההבדל היחיד הוא באורכי המוקד. נתבונן מקרוב בגרף :



ניתן לראות ששני המוקדים התקבלו בנקודות שונות. תופעה זו לא מפתיעה, שכן שמקדם השבירה n_{BK7} שונה לכל אורך גל.

נשים לב שעבור $\lambda_1 = 624nm$ נקבל מוקד רחוק יותר מאשר $\lambda_2 = 512nm$. אכן, אם נתבונן בגרף מסעיף א, ניתן לראות שככל שנגדיל את λ נקבל אורך מוקד f גדול יותר, ולכן קיבלנו את תוצאות אלו.



ד. על מנת לפתור את הבעיה בסעיף ג הציעו להוסיף שכבה נוספת לעדשה. עדשה זו נקראת עדשה אכרומטית. מקדם השבירה של השכבה החדשה הוא $n_{F2}(\lambda)$. נתון $\boldsymbol{R_1 = -R_2 = R}$.

$$d_1 = mod(674,1.01) + 0.1 = 0.33 + 0.1 = 0.43mm$$

$$d_2 = mod(674,2.17) + 1 = 1.3 + 1 = 2.3mm$$

$$R = mod(674,30) + 10 = 14 + 10 = 24mm$$

$$\lambda_1 = mod(674,100) + 400 = 74 + 400 = 474nm$$

$$\lambda_2 = mod(674,153) + 600 = 62 + 600 = 662nm$$

1. מצאו את R_3 עבורם נקבל את אותו אורך מוקד עבור אורכי הגל λ_1 ו-λ_2:

נמצא את מטריצת ה-$ABCD$ של עדשה זו:

$$M_{TOT} = M_5 M_4 M_3 M_2 M_1$$

כאשר, בדומה לעדשה הקודמת:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{nR} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

מטריצת המעבר בין אוויר למשטח הכדורי השמאלי בעל רדיוס R.

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

מטריצת מעבר Free space בתוך העדשה הראשונה כאשר עובי העדשה הוא d_1.

$$M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n-n'}{(-n'R)} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$$

מטריצת המעבר במשטח הכדורי הימיני בעל רדיוס $(-R)$.

$$M_4 = \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

מטריצת מעבר Free space בתוך העדשה השנייה כאשר עובי העדשה הוא d_2.

$$M_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n'-1}{(-R_3)} & n' \end{pmatrix}$$

הערה: $n = n_{BK7}(\lambda)$, $n' = n_{F2}(\lambda)$.

לסיכום:

$$M_{Ach} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n'-1}{(-R_3)} & n' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n-n'}{(-n'R)} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{nR} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

כעת נשים לב שלמטריצת $ABCD$ המתארת עדשה מתקיים $C = -\frac{P}{n_{\text{אוויר}}} = -\frac{1}{f}$. לכן, על מנת למצוא את R_3 עבורו נקבל אורכי מוקד זהים לשני אורכי הגל, מספיק להשוות את האיבר C של המטריצה M_{Ach} של שני אורכי הגל. את פעולה זו ניתן לעשות בעזרת מטלב.

בעזרת הפקודה syms ניתן להגדיר את R_3 כמשתנה ולחשב את האיבר C במטריצה הסופית כתלות במשתנה. לאחר מכן נוכל להשתמש בפקודה $solve$ על מנת למצוא את R_3 המהווה פתרון למשוואה:

$$C(\lambda_1, R_3) - C(\lambda_2, R_3) = 0$$

הקוד המלא מצורף בנספחים.

נחשב ונקבל:

$$R_3 = 0.4156 = 415.6mm$$

נציב במטלב ונקבל שאכן האיברים C בכל מטריצה זהים:

$$C(\lambda_1, R_3) = C(\lambda_2, R_3) = -18.692$$

אורך המוקד עבור שני אורכי הגל הוא:

$$f = -\frac{1}{C} = \frac{1}{18.692} = 53.497mm$$

2. ציירו גרף של אורך מוקד כפונקציה של אורך הגל בתחום $0.4-1\mu m$**. השוו לעדשה ללא השכבה, בעלת רדיוס עקמומיות של** $R_1=-R_2=2f_{avg}\cdot(n_{avg}-1)$.

על מנת לשרטט את אורך המוקד של העדשה האכרומטית כפונקציה של אורך הגל, נחשב את מטריצת $ABCD$ של העדשה בדיוק כמו בחישוב בסעיף הקודם, ונחלץ את המוקד מהנוסחה:

$$f=-1/C$$

ניתן לראות את הקוד המלא בנספחים.

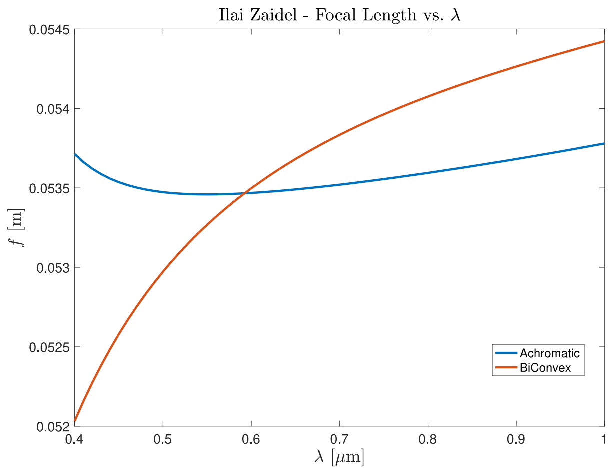
על מנת לחשב את אורך המוקד של עדשת BiConvex נחשב בצורה דומה לסעיף ב' בשאלה, רק שכעת רדיוס העדשות הוא $R_1=-R_2=2f_{avg}(n_{avg}-1)$. בנוסף, כעת לעדשה יש עובי d_1, כמתואר בתרשים. נמצא את מטריצת $ABCD$ של העדשה ללא השכבה:

$$M_{biconvex}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \frac{n-1}{(-R)} & n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & d_1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \frac{1-n}{nR} & \frac{1}{n}\end{pmatrix}$$

כאשר $n=n_{BK7}(\lambda)$.

הקוד המלא מופיע כמובן בנספחים.

נשרטט את השני אורכי המוקד בגרף:



ניתן לראות שכעת לאחר הוספה של השכבה עם המקדם n_{F2} ניתן לקבל עדשה כך שתהיה בעלת **אורך מוקד זהה** עבור אורכי הגל λ_1 ו-λ_2. כלומר, **הצלחנו לפתור** את הבעיה שנתקלנו בה בסעיף הקודם של השאלה.

עילי זיידל
326708674

3. חשבו את המישורים העיקריים של מערכת העדשה:

על מנת לחשב את המישורים העיקריים, נעשה מיצוע עבור הערכים השונים של λ.

נחשב את מטריצת ה-$ABCD$ הכוללת של המערכת, ונחשב את המישורים על ידי:

$$H_1 = -\frac{1-D}{C}$$

$$H_2 = \frac{1-A}{C}$$

הקוד המלא מופיע בנספחים.

נחשב ממוצע ונקבל את הערכים הבאים:

$$H_{1,avg} = 7.1161 \cdot 10^{-5} = 0.071161mm$$

$$H_{2,avg} = -0.0016 = -1.6mm$$

עילי זיידל
326708674

נספחים – קוד מטלב

שאלה 1 סעיף ד

```
close all
clc
clear
% Ilai Zaidel
% -----Question 1.d-----

n_0 = 1.774;
c = 3e8;
lambda = linspace(1173e-9,1177e-9, 1000);
d = 0.00044879895; % Same equation as in PDF
Theta_i = atan(n_0);

a = [1e26 , 1e27, 1e28];

for i = 1:3
    n = n_0- a(i)*(lambda.^2)/c^2 ; %Calculating Refractive Index
    Theta_t = asin(sin(Theta_i)./n); % Snell's law
    Gamma_s = -sin(Theta_i - Theta_t)/sin(Theta_i + Theta_t); %S-Polar.
    R = Gamma_s^2 ;
    delta = d*4*pi.*n.*cos(Theta_t)./lambda;
    TransRatio = (1-R)^2 ./((1-R)^2 + 4.*R.*(sin(delta./2).^2)); % It/Ii

    plot(lambda, TransRatio);
    t = 'Ilai Zaidel - S-Polarization Transmission vs.\ $\lambda$';
    title(t,'interpreter','latex');
    xlabel('$\lambda \ [\mu {\rm m}]$','interpreter','latex');
    ylabel('Transmission','interpreter','latex');
    hold on

end

legend('$a=10^{26}$', '$a=10^{27}$', '$a=10^{28}$','interpreter','latex')
hold off
```

עילי זיידל
326708674

שאלה 2

```
close all
clc
clear


%% ---------Question 2.B---------


R1 = 24e-3;
R2 = -36e-3;

lambda = 0.4:0.01:1;

%Calculating n for BiConvex lens:

n = n_BK7(lambda);

%Calculating lens' focal:

P = (n-1)./R1 +  (1-n)./R2;

f = 1./P;

%Plot for Question 2 part C.1
figure
plot(lambda, f)
title('Ilai Zaidel - Focal Length vs.\ $\lambda$','interpreter','latex')
xlabel('$\lambda \ [\mu {\rm m}]$','interpreter','latex')
ylabel('$f \ [{\rm m}]$','interpreter','latex')


%% ---------Question 2.C---------
% -------Question C.2-------
%Value for Lambda1:
lambda1 = 0.624;

%Calculating n for Lambda1:

n_lambda1 = n_BK7(lambda1);

%Defining R and L1:
R = 24e-3;
L1 = 70e-3;

%Calculating L2:
A = 1;
B = 0;
C = 2*(1-n_lambda1)/R;
D = 1;
L2_1 = -(A*L1 + B)/(C*L1 + D); %L2 for lambda1


%Plotting:

x = 1; % Initial ray's height

figure
t = 'Ilai Zaidel - Ray Tracing for $-\frac{\pi}{5}\le\theta\le\frac{\pi}{5}$, $x=1$ ';
title(t,'interpreter','latex');
xlabel('$Z \ [{\rm m}]$','interpreter','latex')
ylabel('Ray Trace $[{\rm m}]$','interpreter','latex')
set(0,'DefaultLineLineWidth',1)

%Plotting for the all values of theta:
hold on

for theta = -pi/5 : pi/25 : pi/5

    [ray, z] = bk7RayTrace(x,theta,lambda1, R,L1, L2_1);
    plot(z, ray);

end

hold off


% -------Question C.3-------

% Value for Lambda2:
lambda2 = 0.512;

%Calculating n for Lambda2:
n_lambda2 = n_BK7(lambda2);

%Calculating L2 for lambda2:
A = 1;B = 0;C = 2*(1-n_lambda2)/R;D = 1;
L2_2 = -(A*L1 + B)/(C*L1 + D);

% Plot for all values of x:
figure
t = 'Ilai Zaidel - Ray Tracing for $-1\le x\le1$, $\theta=0$ ';
title(t,'interpreter','latex')
xlabel('$Z \ [{\rm m}]$','interpreter','latex')
ylabel('Ray Trace $[{\rm m}]$','interpreter','latex')

% Plotting for Lambda1 and Lambda2:
hold on

theta = 0;
for x = -1 : 0.1 : 1
    % Plot for lambda1:
    [ray, z] = bk7RayTrace(x,theta,lambda1, R,L1, L2_1);
    plot(z, ray, 'red');
    hold on
    % Plot for lambda2:
    [ray, z] = bk7RayTrace(x,theta,lambda2, R,L1, L2_2);
    plot(z, ray, 'blue');
    hold on

end
legend('$\lambda_1$', '$\lambda_2$','interpreter','latex');

legend('$\lambda_1=0.624 \ [\mu {\rm m}]$', '$\lambda_2=0.512 \ [\mu {\rm m}]$','interpreter','latex');
hold off



%% ---------Question 2.D---------
% -------Question D.1-------

d1 = 0.43e-3;
d2 = 2.3e-3;
R = 24e-3;
lambda1 = 0.474; %in micro m
lambda2 = 0.662; %in micro m

%For Lambda1:

nF2 = n_F2(lambda1);
nBK7 = n_BK7(lambda1);

% Define R3 as a variable:
syms R3;

% Calculating ABCD matrix as a function of R3:
M1 = [1, 0 ; (1-nBK7)/(nBK7*R), 1/nBK7];
M2 = [1, d1 ; 0, 1];
M3 = [1, 0 ; (nBK7-nF2)/(-nF2*R), nBK7/nF2];
M4 = [1, d2 ; 0, 1];
M5 = [1, 0; (nF2-1)/(-R3), nF2];

Mtot1 = M5*M4*M3*M2*M1; % Total ABCD matrix of system for lambda1
```

```
C1 = Mtot1(2,1);

%For Lambda2:

nF2 = n_F2(lambda2);
nBK7 = n_BK7(lambda2);

M1 = [1, 0 ; (1-nBK7)/(nBK7*R), 1/nBK7];
M2 = [1, d1 ; 0, 1];
M3 = [1, 0 ; (nBK7-nF2)/(-nF2*R), nBK7/nF2];
M4 = [1, d2 ; 0, 1];
M5 = [1, 0; (nF2-1)/(-R3), nF2];

Mtot2 = M5*M4*M3*M2*M1; % Total ABCD matrix of system for lambda2

C2 = Mtot2(2,1);


% Calculating R3 using SOLVE function:
R_3 = solve(C1-C2==0, R3);
R_3 = vpa(double(R_3),7);
disp(R_3);

% -------Question D.2-------
% Plotting focal length as a function of lambda for Achromatic lens:
d1 = 0.43e-3;
d2 = 2.3e-3;
R = 24e-3;
R3 = R_3;

lambda = 0.400: 0.01: 1;
fVec = lambda; % Initial value, will be changed later

% Calculate ABCD matrix and focal length for each lambda:
for i = 1:1:length(lambda)

    nF2 = n_F2(lambda(i));
    nBK7 = n_BK7(lambda(i));

    M1 = [1, 0 ; (1-nBK7)/(nBK7*R), 1/nBK7];
    M2 = [1, d1 ; 0, 1];
    M3 = [1, 0 ; (nBK7-nF2)/(-nF2*R), nBK7/nF2];
    M4 = [1, d2 ; 0, 1];
    M5 = [1, 0; (nF2-1)/(-R3), nF2];

    Mtot = M5*M4*M3*M2*M1;
    C2 = Mtot(2,1);

    fVec(i) = -1/C2; % Focal length for lambda(i)
end


figure
plot(lambda,fVec)
title('Ilai Zaidel - Focal Length vs.\ $\lambda$','interpreter','latex')
ylabel('$f \ [{\rm m}]$','interpreter','latex')
xlabel('$\lambda \ [\mu {\rm m}]$','interpreter','latex')

hold on

% Plotting focal length as a function of lambda for BiConvex lens:
% Calculating f_avg and n_avg:

f_avg = mean(fVec);%sum(fVec)/length(fVec);

nBK7_Vec = n_BK7(lambda); % Creating new Vector

n_avg = mean(nBK7_Vec); %sum(nBK7_Vec)/length(nBK7_Vec);

R1 = 2*f_avg*(n_avg-1);
R2 = -R1;
fVec_bi = lambda;

for i = 1:1:length(lambda)

    nBK7 = n_BK7(lambda(i));

    M1 = [1, 0 ; (1-nBK7)/(nBK7*R1), 1/nBK7];
    M2 = [1, d1 ; 0, 1];
    M3 = [1, 0 ; (nBK7-1)/(-1*R1), nBK7];

    Mtot = M3*M2*M1;
    C2 = Mtot(2,1);

    fVec_bi(i) = -1/C2; % Focal length for lambda(i)
end



plot(lambda,fVec_bi)
legend('Achromatic','BiConvex')
hold off



% -------Question D.3-------

% Let us calculate again the ABCD matrix for the Achromatic lens:

d1 = 0.43e-3;
d2 = 2.3e-3;
R = 24e-3;
R3 = 0.41564880627;

lambda = 0.400: 0.01: 1;
H1Vec = lambda;
H2Vec = lambda;

for i = 1:1:length(lambda)
    nF2 = n_F2(lambda(i));
    nBK7 = n_BK7(lambda(i));

    M1 = [1, 0 ; (1-nBK7)/(nBK7*R), 1/nBK7];
    M2 = [1, d1 ; 0, 1];
    M3 = [1, 0 ; (nBK7-nF2)/(-nF2*R), nBK7/nF2];
    M4 = [1, d2 ; 0, 1];
    M5 = [1, 0; (nF2-1)/(-R3), nF2];
    Mtot = M5*M4*M3*M2*M1;

    A = Mtot(1,1);    C = Mtot(2,1);    D = Mtot(2,2);
    H1Vec(i)= -(1-D)/C;
    H2Vec(i) = (1-A)/C;
end


H1_avg = mean(H1Vec); %sum(H1Vec)/length(H1Vec);
H2_avg = mean(H2Vec); %sum(H2Vec)/length(H2Vec);


%% -----------Functions-----------

function nBK7 = n_BK7(lambda)
nBK7Squared = 1 + 1.03961212.*(lambda.^2)./(lambda.^2 - 0.00600069867) ...
    + 0.231792344.*(lambda.^2)./(lambda.^2 - 0.0200179144) ...
    + 1.01046945.*(lambda.^2)./(lambda.^2 - 103.560653);

nBK7 = nBK7Squared.^(1/2);

end


function n = n_F2(lambda)
nF2Squared = 1 + 1.34533359.*(lambda.^2)./(lambda.^2 - 0.00997743871) ...
    + 0.209073176.*(lambda.^2)./(lambda.^2 - 0.0470450767) ...
    + 0.937357162.*(lambda.^2)./(lambda.^2 - 111.886764);

n = nF2Squared.^(1/2);
end
```

פונקציית *bk7RayTrace*

```
function [ray, Z] = bk7RayTrace(x, theta, lambda, R,L1, L2)

    % Calculate n for the given lambda:
    nBK7Squared = 1 + 1.03961212.*(lambda.^2)./(lambda.^2 - 0.00600069867)...
    + 0.231792344.*(lambda.^2)./(lambda.^2 - 0.0200179144) ...
    + 1.01046945.*(lambda.^2)./(lambda.^2 - 103.560653);

    n = nBK7Squared.^(1/2);

    % ABCD matrix for BiConvex lens:

    c = 2*(1-n)/R;

    M = [1 , 0 ; c, 1];

    % ABCD matrix for Free Space of distance L1:
    L1Mat = [1, L1 ; 0, 1];

    % Defining z-axis' values (The lens is located at z = L1):
    z1 = 0:1e-6:(L1); % Values before Lens
    z2 = L1:1e-6:(L1+L2); % Values after lens
    Z = [z1,z2];

    % Calculating ray's height before contacting the lens:

    ray_before = theta*z1 + x;

    % Calculating ray's height after contacting the lens:

    ray_after = z2; % Default value, will be changed later
    ray_after(1)=ray_before(length(ray_before));
    % Calculating ray's height for each i seperatly:
    for i = 2:1:length(z2)

        M_after = [1 , z2(i)-L1 ; 0 ,1]; % Free Space matrix for
                                         % distance (z2(i)-L1)
        Mtot = M_after*M*L1Mat; %Total ABCD matrix for system

        ray_after(i) = Mtot(1,1)*x + Mtot(1,2)*theta; % A*x + B*theta

    end

    % Total ray's height:
    ray = [ray_before, ray_after];

end
```