

1.

א.

כפי שלמדנו בהרצאות והתרגולים, הפונקציה  $\text{circ}$  מקבלת קואורדינטה של נקודה  $(x,y)$  ורדיוס של מעגל,  $R$ , ומחזירה האם הנקודה נמצאת בתוך או על המעגל. באופן מתמטי ניתן לכתוב את הפונקציה באופן הבא:

$$\text{circ}(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sqrt{x^2 + y^2} \leq R \\ 0 & \text{if } \sqrt{x^2 + y^2} > R \end{cases}$$

ב.

יצרנו דגימה של הפונקציה ושמרנו אותה במטריצה דו ממדית עבור הפרמטרים הבאים כנדרש:

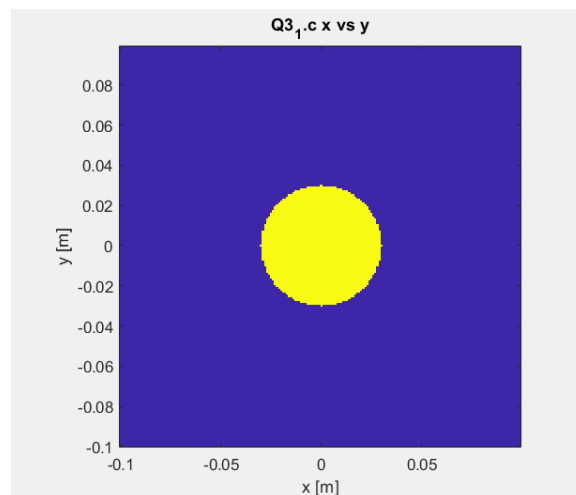
$$R = 0.03[m]$$

$$L = 0.2[m]$$

$$N=200$$

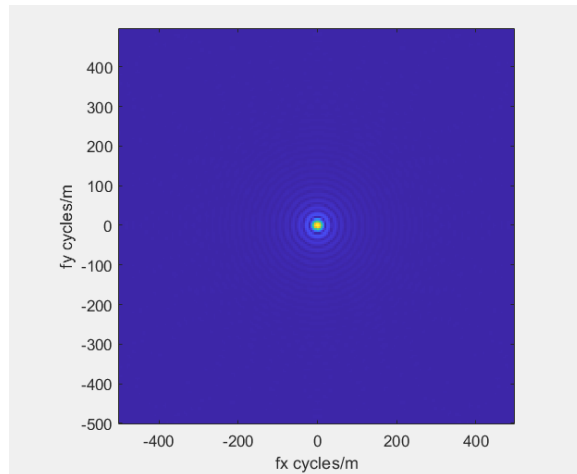
ג.

ניתן לראות מטה את התמונה שמתקבלת עבור דגימה של פונקציית  $\text{circ}$  עם  $R=0.03[m]$  ומתארת את עוצמת האור ברחבי המעגל.

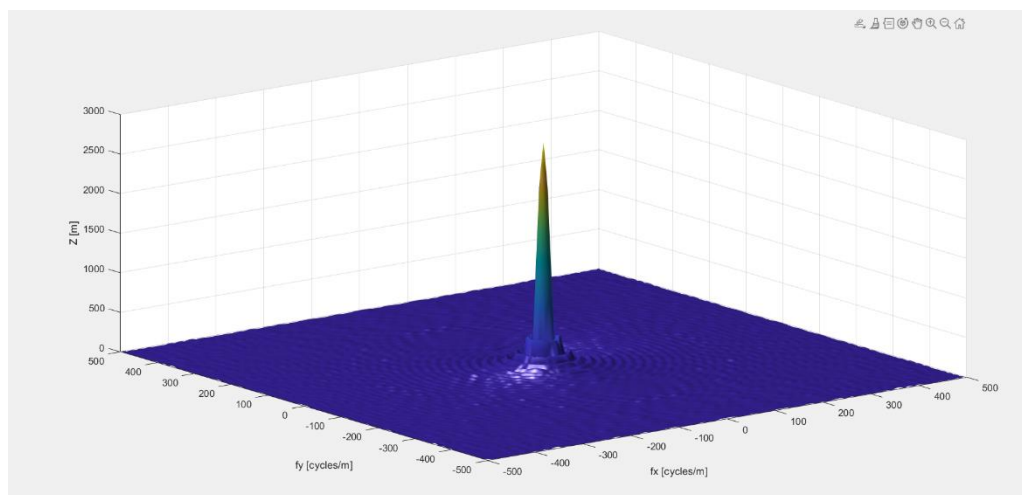


ד.

תמונה עבור התמרה של המטריצה המתארת התפשטות של שדה כדורי במישור התדר לאחר מעבר במפתח מעגלי. ניתן לראות כי בראשית הצירים אנו מקבלים את עוצמת האור החזקה ביותר ולאחר מכן דעיכה.



תיאור תלת ממדי לגרף שראינו למעלה. בניגוד לגרף הקודם, כאן ניתן לראות למה שווה העוצמה של האור ( $z$ ). כפי שאמרנו, ניתן לראות כי המקסימום מתקבל בראשית.



.2

.א

$$\lambda = \text{round}\left(400 + \frac{622}{999} * 900\right) = 1[\mu\text{m}]$$

$$d = 2 * R = 0.06$$

על מנת שנוכל להשתמש בקירוב פראונהופר נדרוש שיתקיים:

$$z \gg \frac{\pi * d^2}{4 * \lambda} = \pi * 900[\text{m}]$$

$$z_0 = 4500 * \pi[\text{m}]$$

.ב

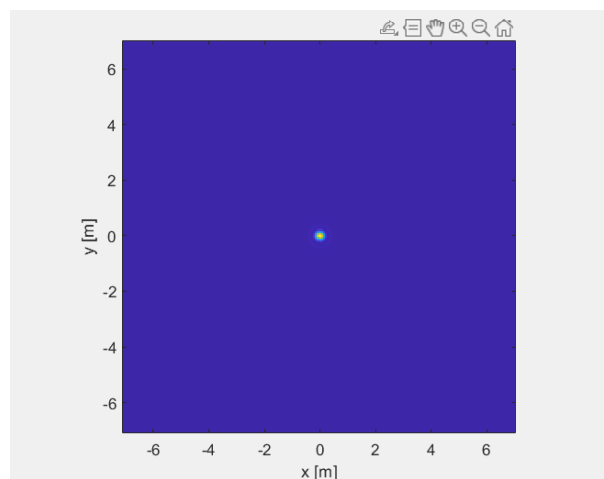
$$E(x, y, z) = \frac{e^{j * k * z}}{\lambda * z * j} * e^{\frac{j * k}{2 * z} * (x^2 + y^2)} * F\left(\text{circ}\left(\frac{\sqrt{x'^2 + y'^2}}{R}\right)\right) =$$

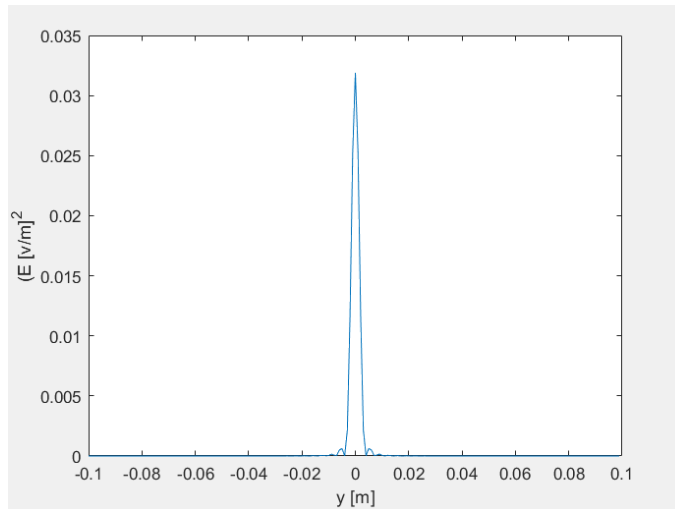
$$= \frac{e^{j * k * z}}{\lambda * z * j} * e^{\frac{j * k}{2 * z} * (x^2 + y^2)} * R^2 * \text{jinc}\left(R * \sqrt{f_x^2 + f_y^2}\right)$$

$$|E(x, y, z)| = \frac{1}{\lambda * z} * R^2 * \left| \text{jinc}\left(R * \sqrt{f_x^2 + f_y^2}\right) \right|$$

$$I = |E(x, y, z)|^2 = \left( \frac{1}{\lambda * z} * R^2 * \left| \text{jinc}\left(R * \sqrt{f_x^2 + f_y^2}\right) \right| \right)^2$$

.ג





ד.

קיבלנו  $FWHM \approx 0.1414$ . חישוב זה אינו מדויק שכן הגרף מורכב מדגימה של נקודות וחיבורם. ככל הנראה אין ערך של עוצמת השדה השווה בדיוק ל- $\frac{max}{2}$ . לכן לקחנו את הערכים הקרובים ביותר לערך הדרוש.

עבור קירוב פראונהופר, הפרמטרים שיגרמו לשינוי ברוחב ה- $FWHM$  הם  $R, L, z, \lambda$ . על מנת לקבל אינטואיציה על השפעת הפרמטרים הללו על ה- $FWHM$  נשתמש בקוד שכתבנו על מנת לשנות את ערכם ולבדוק כיצד ה- $FWHM$  משתנה בהתאם. כאשר נבצע שינוי באחד הפרמטרים, נדאג ששאר הפרמטרים יהיו קבועים על מנת שלא לקבל צמצום של השינוי. עבור שינוי  $R$  קיבלנו כי הגדלתו גורמת להקטנת ה- $FWHM$  ולהיפך. עבור הגדלה של  $L$  נקבל הגדלה של  $FWHM$  ולהיפך. עבור הגדלה של אורך הגל מקבלים הגדלה של  $FWHM$ . עבור הגדלה של  $z$  מקבלים הגדלה של  $FWHM$ .

3.

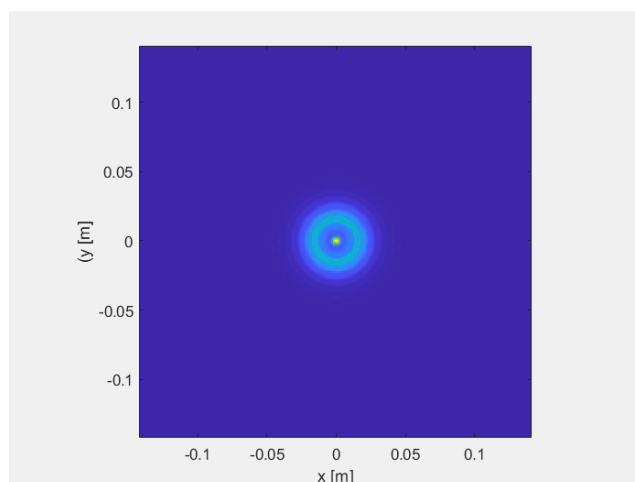
א.

הפונקציה  $fftshift$  נועדה על מנת למקם את תדר האפס במרכז המערך שנקבל גרף סימטרי ביחס לראשית הצירים.

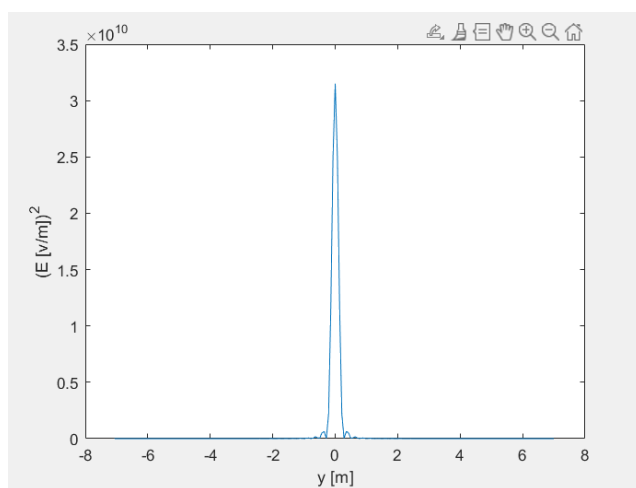
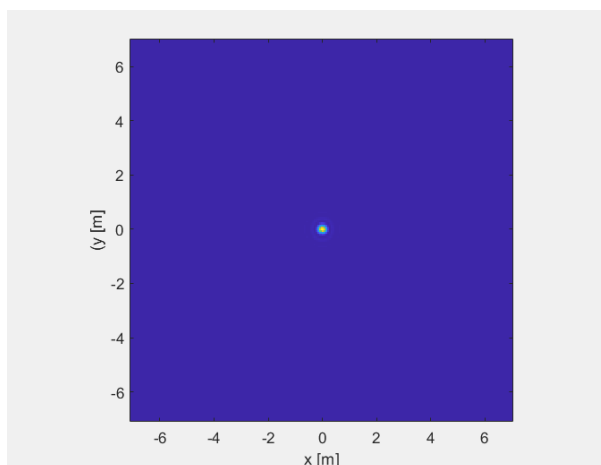
הפונקציה  $ifftshift$  עושה בדיוק את הפעולה ההפוכה. כלומר מחזירה את המערך למצבו הקודם לפני הפעלת פעולת ה- $fftshift$ .

ג.

חישובנו את  $FWHM$  וקיבלנו  $FWHM = 0.0311$



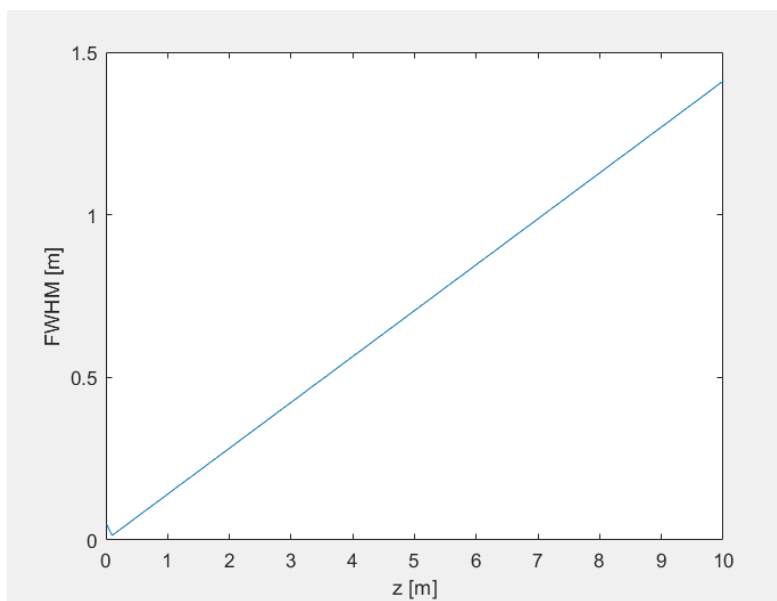
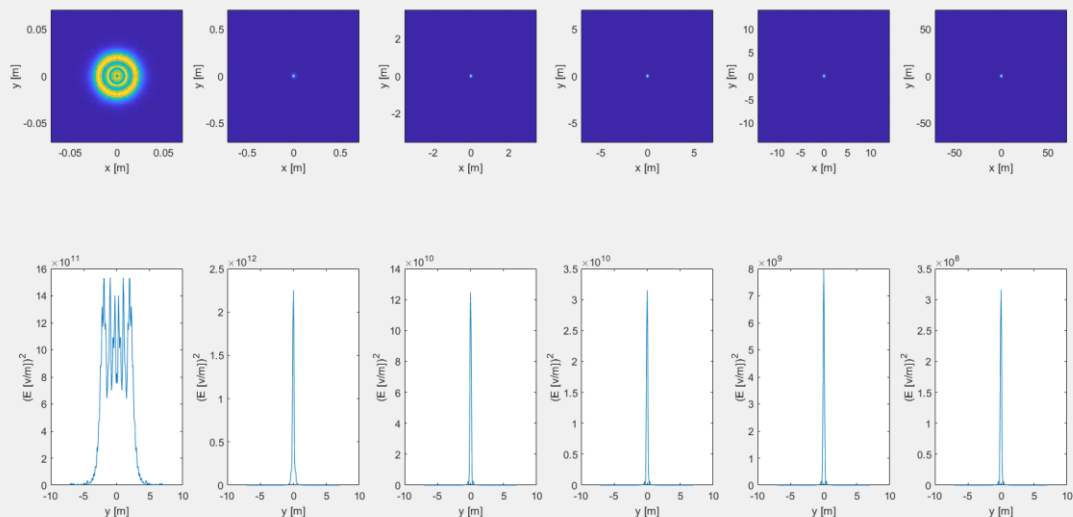
ד.



ראינו כי בשאלה 2.D  $FWHM=0.1414$ . לאחר חישוב דומה עבור סעיף זה גם קיבלנו  $FWHM=0.1414$ .

בניגוד לסעיף הקודם, כאן קיבלנו כי עוצמת השדה המקסימלית גדולה במספר רב של סידרי גודל מאשר עבור השדה בקירוב פראונהופר. דבר זה הגיוני שכן בקירוב פרנל אנו מחשבים שדה קרוב מאוד לראשית ולכן נצפה לקבל שם שדה גדול בהרבה מאשר קירוב פראונהופר בו מחשבים שדה רחוק מהראשית.

ה.



ניתן לראות שכלל ש- $z$  גדל כך רוחב ה-FWHM עולה כפי שציפינו.

```

%Q3_1c
R=(mod(622,5)+1)*10^(-2);
L=0.2;
N=200;
deltax=L/N;
x=-L/2:deltax:L/2-deltax;
y=x;

for i=1:length(x)
    for j=1:length(y)
        z_o(i,j)=circ(x(i),y(j),R);
    end
end

imagesc(x,y,z_o)
axis image
axis xy
xlabel("x [m]")
ylabel("y [m]")
title("Q3_1.c x vs y")


%Q3_1d
fft_z_o =fftshift(abs(fft2(z_o)));
fx=-1/(2*deltax):1/L:1/(2*deltax)-1/L;
fy=fx;

imagesc(fx,fy,fft_z_o)
axis image
axis xy
xlabel("fx cycles/m")
ylabel("fy cycles/m")
surf(fx,fy,fft_z_o)
camlight left
lighting phong
shading interp
xlabel("fx [cycles/m]")
ylabel("fy [cycles/m]")
zlabel("Z [m]")


%Q2_a
lambda2=round(400+(622/999)*900)*10^(-9);
d=2*R;
z0=5*pi*d^2/(4*lambda2);

%Q2_c

```

```

x1=fx.*lambda2*z0;
y1=x1;
fy1=fx.';
jinc1=abs(jinc(R*sqrt(fx.^2+fy1.^2)));
E1=(1/(lambda2*z0)*R^2)^2*jinc1.^2;
%E=(1/(lambda2*z0)*R^2*abs(jinc(R*sqrt(fx.^2+fy1.^2))))).^2;
imagesc(x1,y1,E1)
axis image
axis xy
xlabel("x [m]")
ylabel("y [m]")

```

```

%Q2_d
E_1=E1(N/2,:);
plot(x1,E_1)
xlabel("y [m]")
ylabel("(E [v/m])^2")
max1=max(E_1);
y_left=find(E_1 >= max1/2,1,'first');
y_right=find(E_1 >= max1/2,1,'last');
delta_FWHM=x1(y_right)-x1(y_left);

```

```

%Q3_c
z1=z0*1/50;
[u2_1,x_p]=propFresnel(z_o,L,lambda2,z1);
y_p=x_p;
I=abs(u2_1).^2;
imagesc(x_p,x_p,I);
axis image
axis xy
xlabel("y [m]")
ylabel("(E [v/m])^2")

```

```

I1=I(N/2,:);
Mall = max(I1);
y_left1=find(I1 >= Mall/2,1,'first');
y_right1=find(I1>= Mall/2,1,'last');
delta_FWHM1=x_p(y_right1)-x_p(y_left1);

```

```

%Q3_d

[u2_2,x_p1]=propFresnel(z_o,L,lambda2,z0);
I2=abs(u2_2).^2;
imagesc(x_p1,x_p1,I2);
axis image
axis xy
y_p1=x_p1;
I3=I2(N/2,:);
Mall2=max(I3);
%plot(y_p1,I3)
xlabel("y [m]")
ylabel("(E [v/m])^2")

```

```

%plot(y_p,d4)
y_left2=find(I3 >= Mall2/2,1,'first');

```



```

y_right2=find(I3>= Mall2/2,1,'last');
delta_FWHM2=x_p1(y_right2)-x_p1(y_left2);
%Q3_e

z_vect=[0.01*z0 0.1*z0 0.5*z0 z0 2*z0 10*z0];
for i=1:length(z_vect)
    subplot(2, length(z_vect), i);
    [u2_3,x_p2]=propFresnel(z_o,L,lambda2,z_vect(i));
    I4=abs(u2_3).^2;
    imagesc(x_p2,x_p2,I4);
    axis image
    axis xy
    xlabel("x [m]")
    ylabel("y [m]")
    subplot(2, length(z_vect), length(z_vect) + i);
    I5=I4(N/2,:);
    plot(y_p1,I5)
    Mall3=max(I5);
    y_left3=find(I5 >= Mall3/2,1,'first');
    y_right3=find(I5>= Mall3/2,1,'last');
    delta_FWHM3(i)=x_p2(y_right3)-x_p2(y_left3);
    xlabel("y [m]")
    ylabel("(E [v/m])^2)")

end
figure;
plot(z_vect./z0,delta_FWHM3);
xlabel("z [m]")
ylabel("FWHM [m]")

function in_out=circ(x,y,r)
    if x^2+y^2 <=r^2
        in_out=1;

    else
        in_out= 0;

    end
end
function [u2,x_prop]=propFresnel(u1,L,lambda,z)
    N=size(u1,1);
    deltax=L/N;
    x=-L/2:deltax:L/2-deltax;
    fx=-1/(2*deltax):1/L:1/(2*deltax)-1/L;
    x_prop=fx*lambda*z;
    [X_prop,Y_prop]=meshgrid(x_prop,x_prop);

    k=2*pi/lambda;
    [X,Y]=meshgrid(x,x);
    fft_2=F(u1.*exp((1i*k/(2*z)*(X.^2+Y.^2))));

    u2=exp(1i*k*(X_prop.^2+Y_prop.^2)/(2*z))*exp(1i*k*z)/(lambda*z*1i).*fft_2;
    %u2=iF(u2_temp);
end

```