

# Sprawozdanie - Metody numeryczne i optymalizacja

Jakub Andryszczak 259519,  
Jakub Żak 244255,  
Maciej Cierpisz 249163

## Spis treści

1	Wstęp	2
2	Zadanie nr. 1	2
3	Zadanie nr. 2	4
4	Zadanie nr. 3	5
5	Zadanie nr. 4	6
6	Zadanie nr. 5	6
7	Zadanie nr. 6	12
8	Zadanie nr. 7	12
9	Zadanie nr. 8	13
10	Zadanie nr. 9	13
11	Wnioski	15

# 1 Wstęp

Mieliśmy do rozwiązania problem, który polegał na tym, że po otrzymaniu sygnału z anten sieci komórkowej musieliśmy zlokalizować dany telefon w budynku wydziału MiNI. Do określenia były współrzędne  $x$ ,  $y$  oraz piętro w budynku.

Projekt ten wykonywaliśmy w ośmioosobowej grupie. Co tydzień spotykaliśmy się na zajęciach, gdzie omawialiśmy postępy w zadaniu i stawialiśmy sobie nowe cele, zadania, a także rozpatrywaliśmy potencjalne problemy. Stworzyliśmy także grupę dyskusyjną, gdzie omawialiśmy rezultaty działań i zawieraliśmy istotne spostrzeżenia nt. projektu. Powstała również wspólna przestrzeń dyskowa, gdzie udostępnialiśmy sobie nawzajem różne dane, skrypty, wyniki, informacje, dokumenty, poradniki, wykresy i statystyki.

Do próby rozwiązania problemu wykorzystaliśmy uczenie maszynowe. Użyliśmy oprogramowania RapidMiner.

Pomocny również okazał się program MATLAB, w którym pisaliśmy pomocne skrypty takie jak:

- Generator trójwymiarowych map, które pokazywały rozkładanie się błędu na współrzędnych  $x$  i  $y$
- Generator dwójwymiarowych map siły sygnału z anteny
- ‘Wycięcie’ prostopadłościanu danych
- Wartościowanie anten

Dokładniejszy opis powyższych skryptów został zamieszczony w rozdziale trzecim.

## 2 Zadanie nr. 1

Rozwiązać ręcznie i komputerowo metodą eliminacji Gaussa poniższy układ równań liniowych. Znaleźć elementy podstawowe (pivots).

$$\begin{cases} 2u - v = 0 \\ -u + 2v - w = 0 \\ -v + 2w - z = 0 \\ -w + 2z = 5 \end{cases} \quad (1)$$

Do wykonania tego zadania rozpisano lewą stronę jako macierz 4x4 oraz wektor wynikowy 1x4

$$\begin{aligned}
 & \left[ \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \right\} \cdot \frac{1}{2} \\ \leftarrow + \end{array} \\
 & \left[ \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \right\} \cdot \frac{2}{3} \\ \leftarrow + \end{array} \\
 & \left[ \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \right\} \cdot \frac{3}{4} \\ \leftarrow + \end{array} \\
 & \left[ \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} & 5 \end{array} \right] \begin{array}{l} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ | \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \leftarrow + \end{array} \\
 & \left[ \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

### 3 Zadanie nr. 2

Tiruriru Tireeee

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{cc} \leftarrow^{-1} & \leftarrow^{-1} \end{array} \\ \leftarrow_{+} \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow + \\ \leftarrow -1 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ -1 \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow -1 \\ \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

#### 4 Zadanie nr. 3

Tere fere fiku miku

$$\left[ \begin{array}{cc|c} -10^{-4} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow 10^4 \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{cc|c} -10^{-4} & 1 & 1 \\ 0 & 10^4 & 10^4 \end{array} \right] \begin{array}{l} | \cdot (-10^4) \leftarrow + \\ | \cdot (10^{-4}) \leftarrow -1 \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

piki miki szubi dubi

$$\left[ \begin{array}{cc|c} -10^{-4} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ -10^{-4} & 1 & 1 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

EOS

## 5 Zadanie nr. 4

place your code here ;]

## 6 Zadanie nr. 5

Zadanie nr. 5 polegało na zaimplementowaniu dowolnego algorytmu do faktoryzacji LU i zastosowaniu do zadanej macierzy. Zdecydowano się na algorytm Crout. Poniżej implementacja algorytmu na zadanej macierzy.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = [L]^* [U]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & U_{12} & U_{13} & U_{14} \\ 0 & 1 & U_{23} & U_{24} \\ 0 & 0 & 1 & U_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 1 = [L_{11} \ 0 \ 0 \ 0]^* \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad L_{11} = 1 \\ 2 = [L_{11} \ 0 \ 0 \ 0]^* \begin{bmatrix} U_{12} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad U_{12} = 2 \\ 3 = [L_{11} \ 0 \ 0 \ 0]^* \begin{bmatrix} U_{13} \\ U_{23} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad U_{13} = 3 \\ 4 = [L_{11} \ 0 \ 0 \ 0]^* \begin{bmatrix} U_{14} \\ U_{24} \\ U_{34} \\ 1 \end{bmatrix} \quad U_{14} = 4 \end{array}$$

$$3 = U_{13} = 0 + 0 + 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & U_{23} & U_{24} \\ 0 & 0 & 1 & U_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-1 = [L_{21} \ L_{22} \ 0 \ 0] * \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad L_{21} = -1$$

$$1 = [-1 \quad L_{22} \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 1 = -2 + L_{22} + 0 + 0$$

$$L_{22} = 3$$

$$2 = [-1 \quad 3 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 3 \\ u_{23} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 2 = -3 + 3u_{23} + 0 + 0$$

$$5 = 3u_{23}$$

$$u_{23} = \frac{5}{3}$$

$$1 = [-1 \quad 3 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 4 \\ u_{24} \\ u_{34} \\ 1 \end{bmatrix} \quad 1 = -4 + 3u_{24} + 0 + 0$$

$$5 = 3u_{24}$$

$$u_{24} = \frac{5}{3}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5/3 & 5/3 \\ 0 & 0 & 1 & 4/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$0 = \begin{bmatrix} L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad L_{31} = 0$$

$$2 = \begin{bmatrix} 0 & L_{32} & L_{33} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad L_{32} = 2$$

$$1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & L_{33} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 5/3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 1 = \frac{10}{3} = L_{33}$$

$$L_{33} = -\frac{4}{3}$$

$$3 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -\frac{7}{3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ \frac{5}{3} \\ u_{34} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$\frac{7}{3} u_{34} = -3 + \frac{10}{3} \quad \frac{7}{3} u_{34} = \frac{1}{3}$$

$$u_{34} = \frac{1}{7}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -\frac{7}{3} & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$0 = \begin{bmatrix} L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad L_{41} = 0$$

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad L_{42} = 0$$

$$I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ \frac{5}{3} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad L_{43} = 1$$

$$I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ \frac{5}{3} \\ \frac{1}{7} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$I = \frac{1}{7} + L_{44} \quad L_{44} = \frac{6}{7}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -\frac{7}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{6}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 7 Zadanie nr. 6

fiki miki maka paka

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & 6 & 6 & 9 & 6 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow -2 \quad \leftarrow -3 \quad \leftarrow -1 \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} | \cdot (\frac{1}{2}) \\ | \cdot (\frac{1}{3}) \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow + \quad \leftarrow + \\ \leftarrow -2 \\ \leftarrow -1 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

cimicirimci

## 8 Zadanie nr. 7

place your code here

## 9 Zadanie nr. 8

place your code here

## 10 Zadanie nr. 9

równania mpo

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & R & 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & -R & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R & -R \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[ \begin{array}{cccccc|c} 0 & 0 & 20 & 0 & 20 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & -20 & 20 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & -20 & 10 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{cccccc|c} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 20 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & -20 & 20 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & -20 & 10 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \begin{array}{l} -1 \\ + \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{cccccc|c} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 20 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & -20 & 20 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & -20 & 10 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \leftarrow 20 \\ \leftarrow + \end{array} \right\} -20 \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{cccccc|c} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & 40 & 20 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 40 & -20 & -20 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & -20 & 10 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \leftarrow 2 \right\} + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{cccccc|c} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & 40 & 20 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 60 & 20 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & -20 & 10 \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \leftarrow -\frac{1}{3} \right\} + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\left[ \begin{array}{cccccc|c} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & 40 & 20 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 60 & 20 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{80}{3} & -\frac{20}{3} \end{array} \right]$$

tego typu benc benc

## 11 Wnioski

Zgodnie z obliczeniami wyniki obliczeń zostały wykonane prawidłowo