Sprawozdanie - Metody numeryczne i optymailzacja

Jakub Andryszczak 259519,
Jakub Żak 244255,
Maciej Cierpisz 249163

Spis treści

1 Zadanie nr. 1

Znajdź liczby x1 i x2, które maksymalizują sumę x1 + x2 przy ograniczeniach:

$$\begin{cases} x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0 \\ x_1 + 2x_2 \leqslant 2 \\ 4x_1 + 2x_2 \leqslant 12 \\ -x_1 + x_2 \leqslant 1, \end{cases} . \tag{1}$$

Narysować zbiór dopuszczalnych rozwiązań na $\Re^2$ i znaleźć rozwiązanie w ujęciu geometrycznym, formułując zadanie programowania liniowego.

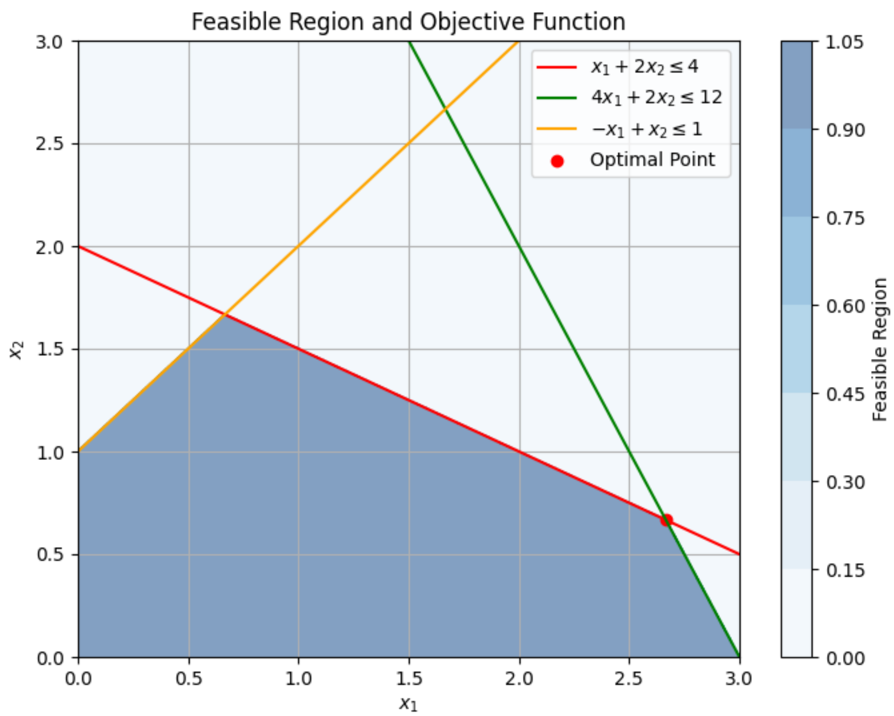
Początkowo zapisano wszystkie nierówności w formie równań z dodatkową niewiadomą,

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_4 = 12 \\ -x_1 + x_2 + x_5 = 1, \end{cases} \tag{2}$$

Zapisano zadanie w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 4 & 2 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Następnie wyświetlono wszystkie proste na jednym wykresie.



Wykres.2.1. Zależność n-tej iteracji metody do błędu residualnego

Obszar zamalowany jest zbiorem dopuszczalnych rozwiązań dla podanych warunków zadania. Liczby x_1 i x_2, które maksymalizują ich sumę przy podanych ograniczeniach są:

$$\begin{cases} x_1 = 2.6667 \\ x_2 = 0.6667 \\ f(x_1, x_2) = 3.3333 \end{cases} \tag{4}$$

Kolejno zweryfikowano czy znalezione rozwiązanie jest poprawne. Do tego wykorzystano funkcję linprog(.). Zauważono, że wyniki są spójne. Wykonano obliczenia również na samodzielnie wykonanej funkcji, aby porównać czas i dokładność względem funkcji linprog.
Czas w jakim została wykonana ręcznie wykonana funkcja bez wykorzystania linprog: 0.0004387 [s]
Czas w jakim została wykonana funkcja z wykorzystania linprog: 0.0020085 [s]

W każdym przypadku wychodzi ten sam spójny wynik.

2 Zadanie nr. 2

3 Zadanie nr. 3

4 Zadanie nr. 4

W pewnej rafinerii proces rafinacji wymaga wyprodukowania co najmniej dwóch litrów benzyny na każdy litr oleju opałowego. Aby sprostać przewidywanemu zapotrzebowaniu w okresie zimowym, trzeba będzie produkować co najmniej trzy miliony litrów oleju opałowego dziennie. Z kolei, zapotrzebowanie na benzynę wynosi nie więcej niż 6,4 miliona litrów dziennie. Jeśli benzynę sprzedaje się po 1,90 dolara za litr, a olej opałowy po 1,50 dolara za litr, to ile należy wyprodukować każdego z tych produktów, aby zmaksymalizować przychody?

Aby rozwiązać zadania, sformułowano funkcję celu, którą chcemy zmaksymalizować. Dla x_1 oznaczamy litry oleju opałowego, a x_2 litry benzyny, które należy wyprodukować. Przychody można obliczyć jako iloczyn ilości litrów każdego produktu i odpowiadających im cen:

$$f(x_1, x_2) = 1.5x_1 + 1.9x_2 \tag{5}$$

Należy wyprodukować co najmniej trzy miliony litrów oleju opałowego, a proces rafinacji wymaga wyprodukowania co najmniej dwóch litrów benzyny na każdy litr oleju opałowego, a ograniczenie zapotrzebowania na benzynę wynosi nie więcej niż 6,4 miliona litrów dziennie, więc

$$\begin{cases} x_1 \geqslant 3 \\ x_2 \leqslant 6.4 \\ -2x_1 + x_2 \geqslant 0 \end{cases} \tag{6}$$

Nastepnie przekształcono nierówności na równania z dodatkową niewiadomą i zapisano w postaci macierzowej

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 6.4 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1.9 & 1.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Wykorzystano algorytmy z wcześniejszych zadań do rozwiązania tego zadania a następnie porównano wyniki.
Dla funkcji bez linprog:

$$\begin{cases} x_1 = 3.2 \\ x_2 = 6.4 \\ f(x_1, x_2) = 16.96 \\ Czas : 0.0004787[s] \end{cases} \tag{8}$$

Dla funkcji z linprog:

$$\begin{cases} x_1 = 3.2 \\ x_2 = 6.4 \\ f(x_1, x_2) = 16.96 \\ Czas : 0.0016223[s] \end{cases} \tag{9}$$

Można zauważyć, że tak samo jak w zadaniu 1 czas wykonanywania się funkcji z linprog jest dłuższy. Może to być związane z poziomem rozbudowania tej metody.

5 Zadanie nr. 5

6 Zadanie nr. 6