Sprawozdanie - Metody numeryczne i optymailzacja

Jakub Andryszczak 259519,
Jakub Żak 244255,
Maciej Cierpisz 249163

Spis treści

1 Zadanie nr. 1

Znajdź liczby x1 i x2, które maksymalizują sumę x1 + x2 przy ograniczeniach:

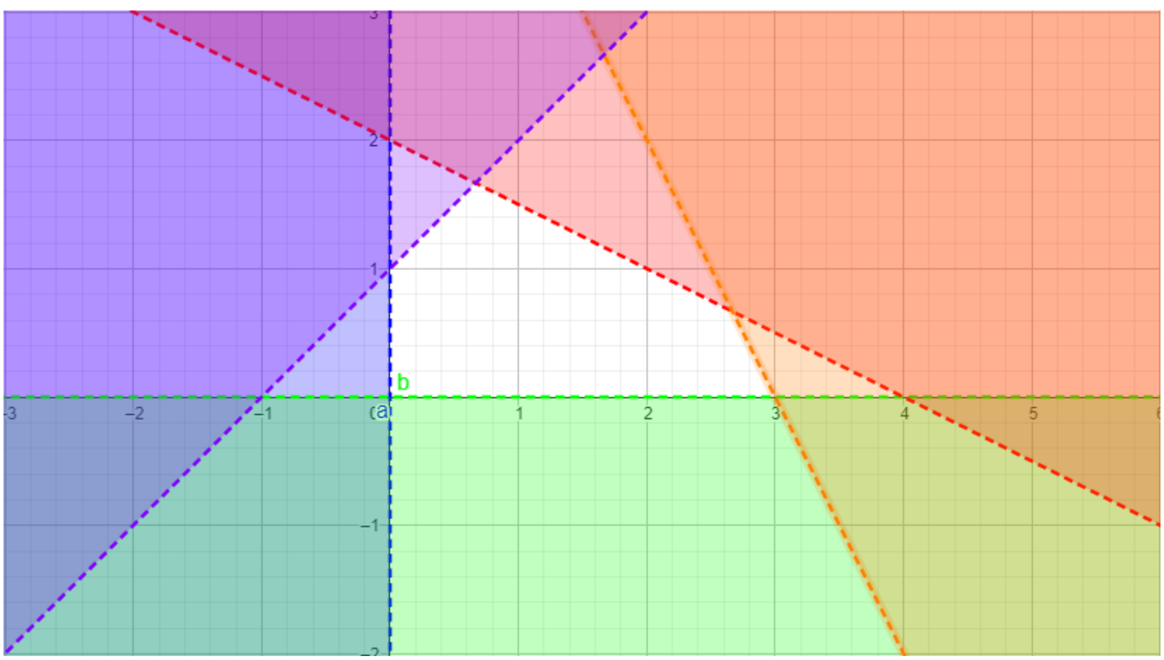
$$\begin{cases} x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0 \\ x_1 + 2x_2 \leqslant 2 \\ 4x_1 + 2x_2 \leqslant 12 \\ -x_1 + x_2 \leqslant 1, \end{cases} . \tag{1}$$

Narysować zbiór dopuszczalnych rozwiązań na $\Re^2$ i znaleźć rozwiązanie w ujęciu geometrycznym, formułując zadanie programowania liniowego.

Początkowo zapisano wszystkie nierówności w formie równań z dodatkową niewiadomą,

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_4 = 12 \\ -x_1 + x_2 + x_5 = 1, \end{cases} \tag{2}$$

Następnie wyświetlono wszystkie proste na jednym wykresie.



Wykres.2.1. Zależność n-tej iteracji metody do błędu residualnego

2 Zadanie nr. 2

Zrównoważona normalna dieta zakłada, że codziennie powinniśmy spożywać co najmniej 60 gramów białka i co najmniej 120 gramów węglowodanów. Zakładamy, że 100 gram sera zawiera 20 gramy białka i 20 gramy węglowodanów, natomiast taka sama ilość chleba zawiera 10 gram białka i 30 gramy węglowodanów. Proszę wyznaczyć najbardziej ekonomiczną dietę przy założeniu, że cena sera wynosi 30 zł/kg, a chleba 20 zł/kg.

Kod realizujący zadanie:

```
from pulp import *

# Definicja problemu
problem = LpProblem("Zrównoważona normalna dieta")

# Zmienne decyzyjne
x = LpVariable("x", lowBound=0)
y = LpVariable("y", lowBound=0)

# Funkcja celu
problem += 30 * x + 20 * y, LpMinimize

# Ograniczenia
problem += 20 * x + 10 * y >= 60
problem += 20 * x + 30 * y >= 120

# Rozwiązanie problemu
problem.solve()

# śWywietlenie wyników
print("śćIlo sera:", x.value())
print("śćIlo chleba:", y.value())
print("Koszt diety:", problem.objective.value())
```

Wyniki obliczeń przedstawiono w formie tabeli:

Ilość sera	1,5 kg
Ilość chleba	3 kg
Koszt diety	105 zł

3 Zadanie nr. 3

4 Zadanie nr. 4

W pewnej rafinerii proces rafinacji wymaga wyprodukowania co najmniej dwóch litrów benzyny na każdy litr oleju opałowego. Aby sprostać przewidywanemu zapotrzebowaniu w okresie zimowym, trzeba będzie produkować co najmniej trzy miliony litrów oleju opałowego dziennie. Z kolei, zapotrzebowanie na benzynę wynosi nie więcej niż 6,4 miliona litrów dziennie. Jeśli benzynę sprzedaje się po 1,90 dolara za litr, a olej opałowy po 1,50 dolara za litr, to ile należy wyprodukować każdego z tych produktów, aby zmaksymalizować przychody?

Aby rozwiązać zadania, sformułowano funkcję celu, którą chcemy zmaksymalizować. Dla x_1 oznaczamy litry oleju opałowego, a x_2 litry benzyny, które należy wyprodukować. Przychody można obliczyć jako iloczyn ilości litrów każdego produktu i odpowiadających im cen:

$$f(x_1, x_2) = 1.5x_1 + 1.9x_2 \tag{3}$$

Należy wyprodukować co najmniej trzy miliony litrów oleju opałowego, a proces rafinacji wymaga wyprodukowania co najmniej dwóch litrów benzyny na każdy litr oleju opałowego, a ograniczenie zapotrzebowania na benzynę wynosi nie więcej niż 6,4 miliona litrów dziennie, więc

$$\begin{cases} x_1 \geqslant 3000000 \\ x_2 \leqslant 6400000 \\ -2x_1 + x_2 \geqslant 0 \end{cases} \tag{4}$$

5 Zadanie nr. 5

Załóżmy, że mamy do zainwestowania 12 000 USD i trzy różne fundusze do wyboru. Fundusz obligacji komunalnych ma stopę zwrotu 7%, lokata bankowa ma stopę zwrotu 8%, a konto wysokiego ryzyka ma oczekiwaną (spodziewaną) stopę zwrotu 12%. Aby zminimalizować ryzyko, postanawiasz nie inwestować więcej niż 2000 USD na koncie wysokiego ryzyka. Ze względów podatkowych musisz zainwestować co najmniej trzy razy więcej w obligacje komunalne niż w lokatę bankową. Zakładając, że zyski na koniec roku będą zgodne z oczekiwaniami, jakie są optymalne kwoty inwestycji?

Kod realizujący zadanie:

```
 import pulp

# Inicjalizacja problemu
prob = pulp.LpProblem("Maximize Returns", pulp.LpMaximize)

# Zmienne decyzyjne
x1 = pulp.LpVariable("Obligacje", lowBound=0) # Inwestycja w fundusz
    obligacji
x2 = pulp.LpVariable("Depozyt", lowBound=0) # Inwestycja w ęlokat bankową
x3 = pulp.LpVariable("Wysokie ryzyko", lowBound=0, upBound=2000) #
    Inwestycja w konto wysokiego ryzyka

# Funkcja celu - maksymalizacja zwrotów
```

```
prob += 0.07 * x1 + 0.08 * x2 + 0.12 * x3, "Total_Returns"

# Ograniczenia
prob += x1 >= 3 * x2 # Inwestycja w obligacje komunalne musi ćby co
    najmniej trzy razy ęwiksza niż w ęlokat bankową
prob += x1 + x2 + x3 <= 12000 # Suma inwestycji nie może ćprzekroczy
    12000 USD

# Rozwiązanie problemu
prob.solve()

# śWywietlenie wyników
print("Optymalne kwoty:")
for v in prob.variables():
    print(v.name, "=", "${:,.2f}".format(v.varValue))

print("Szacowana stopa zwrotu =
    ${:,.2f}".format(pulp.value(prob.objective)))
```

Wyniki obliczeń przedstawiono w formie tabeli:

Depozyt	2500 $
Obligacje	7500 $
Wysokie ryzyko	2000 $
Szacowana stopa zwrotu	965 $

6 Zadanie nr. 6