

```

Atleta atletaProdigio(const JJOO & j) {
    int i= j.competenciasFinalizadasConOroEnPodio().longitud()-1;
    // Estado e1;
    // vale  $i@e1 == |competenciasConOroEnPodio(j)|-1$ ;

    Atleta a = j.competenciasFinalizadasConOroEnPodio().iesimo(i).ranking().iesimo(0);
    // Estado e2;
    // vale  $a@e2 == \text{campeon}(competenciasConOroEnPodio(j)[i@e1])$ ;
    // implica
 $a@e2 == \text{campeon}(competenciasConOroEnPodio(j)[|competenciasConOroEnPodio(j)|-1])$ ;

    //vale  $P_c: i == |competenciasConOroEnPodio(j)|-1 \wedge i \geq 0 \wedge a == a@e2$ ;
    //Bc:  $i > 0$ ;
    while (i>0){
        //invariante  $I: 0 \leq i \leq |competenciasConOroEnPodio(j)|-1 \wedge$ 
        //  $((\forall k \in [i..|competenciasConOroEnPodio(j)|-1])$ 
 $\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(competenciasConOroEnPodio(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a)) \wedge$ 
        //esCampeon(a,j);

        //Estado eC;
        //vale  $B_c \wedge I$ ;
        i--;
        //estado pif;
        //vale  $i@pif == i@eC-1$ ;
        //implica  $P_{if}: (\forall k \in (i@pif..|competenciasConOroEnPodio(j)|-1))$ 
 $\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(competenciasConOroEnPodio(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a@pif) \wedge$ 
        esCampeon(a@pif,,j)

        //B :  $\text{anioNacimiento}(a@pif) \leq$ 
 $\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(competenciasFinalizadasConOroEnPodio(j)[i@pif]))$ ;
        if (a.anioNacimiento() <=
j.competenciasFinalizadasConOroEnPodio().iesimo(i).ranking().iesimo(0).anioNacimiento
() ){
            //estado iif; vale  $P_{if} \ \&\& \ B$ ;
            a = j.competenciasFinalizadasConOroEnPodio().iesimo(i).ranking().iesimo(0);
            //estado if1;
            //vale  $H: a@if1 == \text{campeon}(competenciasFinalizadasConOroEnPodio(j)[i@pif]) \wedge$ 
 $\text{anioNacimiento}(a@pif) \leq \text{anioNacimiento}(a@if1)$ ;

```

```

}
//estado qif;

//implica i@qif==i@pif;
//vale (B -> a@qif == a@if1)  $\wedge$  ( $\neg B \rightarrow a@qif==a@pif$ );
//implica Qif: ( $\forall k \in [i @qif..|competenciasConOroEnPodio(j)|-1]$ )
anioNacimiento(campeon(competenciasConOroEnPodio(j)[k]))  $\leq$  anioNacimiento(a@qif)  $\wedge$ 
esCampeon(a@qif,j);

} //v: i ; c == 0;

```

```

//Qc: i == 0  $\wedge$  ( $\forall k \in [i..|competenciasConOroEnPodio(j)|-1]$ )
anioNacimiento(campeon(competenciasConOroEnPodio(j)[k]))  $\leq$  anioNacimiento(a))  $\wedge$ 
esCampeon(a,j);

```

```

//estado fc; vale Qc;

```

```

return a;

```

```

//estado fin: vale a == a@fc  $\wedge$  result == a;
//implica Q;
}

```

1. $P_c \rightarrow I$

```

Pc:=|competenciasConOroEnPodio(j)|-1  $\wedge$  i >=0  $\wedge$  a == a@e2
-> i:=|competenciasConOroEnPodio(j)|-1  $\wedge$  i  $\geq$  0  $\wedge$ 
a==campeon(competenciasConOroEnPodio(j)[|competenciasConOroEnPodio(j)|-1])

```

Pc implica:

a) $0 \leq i \leq |competenciasConOroEnPodio(j)|-1$

b) como

```

a==campeon(competenciasConOroEnPodio(j)[|competenciasConOroEnPodio(j)|-1]:

```

```

( $\exists c \in$  competenciasConOroEnPodio(j) ) a==campeon(c)

```

implica:

```

esCampeon(a,j);

```

c)

```

anioNacimiento(campeon(competenciasConOroEnPodio(j)[|competenciasConOroEnPodio(j)|-1])

```

$) \leq \text{anioNacimiento}(a)$

implica:

$(\forall k \in [i..i]) \text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasConOroEnPodio}(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a),$

por a:

$(\forall k \in [i..|\text{competenciasConOroEnPodio}(j)|-1])$
 $\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasConOroEnPodio}(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a))$

Por lo tanto, $P_c \rightarrow I = a \wedge b \wedge c.$

2. $(I \wedge \neg B_c) \rightarrow Q_c$

a. $\neg B_c: i \leq 0;$

b. $I \rightarrow 0 \leq i \leq |\text{competenciasConOroEnPodio}(j)|-1$

c. Por a y b, $i=0;$

Por I por c, vale $Q_c.$

3. El invariante se mantiene. $I@eC \rightarrow I@qif;$

Asumiendo la correctitud del if (ver demostración posterior):

a. Por B_c , en el estado eC , vale $I: 0 < i@eC,$

b. Por I , en el estado eC , vale $0 \leq i@eC \leq |\text{competenciasConOroEnPodio}(j)|-1$

y por otro lado:

$(\forall k \in [i@ec..|\text{competenciasConOroEnPodio}(j)|-1])$

$\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasConOroEnPodio}(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a@eC)$

$\wedge \text{esCampeon}(a@eC, j)$

c. en el estado pif :

$i@pif = i@ec-1,$

$i@pif + 1 = i@ec,$

$0 < i@pif + 1$

d. Por I , implica, $0 \leq i@pif+1 \leq |\text{competenciasConOroEnPodio}(j)|-1$

e. Luego,

$(\forall k \in [(i@pif+1)..|\text{competenciasConOroEnPodio}(j)|-1])$

$\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasConOroEnPodio}(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a)$

$\wedge \text{esCampeon}(a@pif, j);$

f. Luego,

$(\forall k \in (i@pif..|competenciasConOroEnPodio(j)|-1])$
 $\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasConOroEnPodio}(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a)$
 $\wedge \text{esCampeon}(a@pif, j);$

Por, d y f, vale $I@pif$

g. Luego del if, vale Qif .

$(\forall k \in [i@qif..|competenciasConOroEnPodio(j)|-1])$
 $\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasConOroEnPodio}(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a)$
 $\wedge \text{esCampeon}(a@qif, j);$

Lo cual implica $I@qif$.

4. La función variante disminuye.

La función variante es $v : i$.

La cota es $c == 0$,

En el estado qif : $i@qif = i@pif$,

En el estado pif : $i@pif = i@eC - 1$,

Luego, $v@pif < v@eC$,

Por ende, la función variante disminuye.

5. $(I \wedge v \leq c) \rightarrow \neg B$ (El ciclo termina)

Por $v \leq c$, vale $i \leq 0$, implica $\neg B$.

Correctitud del If

a. estado pif , implica:

a1. $i@pif == i@eC - 1$

a2. $(\forall k \in (i@pif..|competenciasConOroEnPodio(j)|-1])$

$\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasConOroEnPodio}(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a@pif) \wedge$
 $\text{esCampeon}(a@pif, j)$

b. En el estado iif, B implica $\text{anioNacimiento}(a@pif) \leq \text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasFinalizadasConOroEnPodio}(j)[i@pif]))$

c. B implica $a@if1 == \text{campeon}(\text{competenciasFinalizadasConOroEnPodio}(j)[i@pif]) \wedge \text{anioNacimiento}(a@pif) \leq \text{anioNacimiento}(a@if1)$.

Por b y c: $B \rightarrow a@qif == a@if1$

d. Ahora, $\neg B$, implica:
 $\text{anioNacimiento}(a@pif) \geq \text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasFinalizadasConOroEnPodio}(j)[i@pif]))$

e. $\neg B$ implica: $a@qif == \text{Campeon}(\text{competenciasFinalizadasConOroEnPodio}(j)[i@pif]) \wedge \text{anioNacimiento}(a@pif) \geq \text{anioNacimiento}(a@if1)$.

Por d y e, $\neg B \rightarrow a@qif == a@pif$

f. Dado que $(\exists c \in \text{competenciasConOroEnPodio}(j)) a@qif == \text{campeon}(c)$
implica:
 $\text{esCampeon}(a@qif, j);$

De Pif y lo anterior, el estado qif (donde $i@qif == i@pif$) implica:

$(\forall k \in [i@qif..|\text{competenciasConOroEnPodio}(j)|-1])$
 $\text{anioNacimiento}(\text{campeon}(\text{competenciasConOroEnPodio}(j)[k])) \leq \text{anioNacimiento}(a@qif) \wedge \text{esCampeon}(a@qif, j);$

Hemos demostrado, aplicando el teorema del invariante, la correctitud y terminación del ciclo, y la correctitud del If, por lo tanto, hemos demostrado la correctitud y terminación del algoritmo.