

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

---

Кафедра «Информационная безопасность систем и технологий»

**СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ**

Пояснительная записка к курсовой работе  
по дисциплине «Теория электрической связи»

ПГУ 3.090106.001 ПЗ

Руководитель КР,  
д.т.н., профессор

\_\_\_\_\_ Б. В. Султанов

Исполнитель КР,  
студент

\_\_\_\_\_ М. А. Захаров

Пенза 2009

«УТВЕРЖДАЮ»

Зав. кафедрой ИБСТ

\_\_\_\_\_ С. Л. Зефилов

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2009 г.

## ЗАДАНИЕ

### на курсовую работу

по теме: «Синтез цифровых фильтров»

1 Дисциплина \_\_\_\_\_ Теория электрической связи

2 Вариант задания \_\_\_\_\_ 7

3 Студент \_\_\_\_\_ Захаров М. А. \_\_\_\_\_ группа \_\_\_\_\_ 06УИ1

4 Исходные данные на курсовую работу

4.1 Рассчитать цифровой фильтр со строго линейной ФЧХ, к АЧХ которого предъявляются следующие требования:

- тип фильтра — ФВЧ;
- затухания в полосе задержания  $a_0 = 45$  дБ;
- характерные частоты фильтра  $f_1 = 3000$  Гц;
- ширина переходной полосы  $\Delta f = 900$  Гц;
- частота дискретизации  $f_{\partial} = 8000$  Гц;
- мощность выходного шума квантования  $\sigma_{BbX}^2 = 5 \cdot 10^{-6}$ .

4.2 Рассчитать АЧХ синтезированного фильтра.

4.3 Рассчитать цифровой фильтр, к ФЧХ которого не предъявляется жестких требований, а параметры АЧХ являются следующими:

- тип фильтра, характер аппроксимации — ППФ, Чебышева;
- затухание в полосе задержания  $a_0 = 40$  дБ;
- верхняя граница затухания в полосе пропускания  $\Delta a = 0,8$  дБ;
- характерные частоты фильтра  $f_{11} = 900$  Гц,  $f_{12} = 1800$  Гц,  $f_{21} = 500$  Гц,  $f_{22} = 2200$  Гц;

- частота дискретизации  $f_{\partial} = 4800$  Гц;
- мощность выходного шума квантования  $\sigma_{вклx}^2 = 10^{-5}$ .

4.4 Рассчитать АЧХ синтезированного фильтра.

## 5 Структура работы

5.1 Пояснительная записка (содержание работы):

- расчётно-пояснительная записка объёмом 15–20 страниц содержит 4 раздела (в соответствии с пунктами задания).

5.2 Графическая часть

- 4 листа формата А4, на которых представлены схемы рассчитываемых фильтров и их частотные характеристики.

5.3 Экспериментальная часть

- не предусмотрена.

6 Календарный план выполнения работы

6.1 Сроки выполнения работ по разделам:

- раздел первый к 25.09.2009 г.
- раздел второй к 20.10.2009 г.
- раздел третий к 10.11.2009 г.
- раздел четвёртый к 25.11.2009 г.
- оформление пояснительной записки к 06.12.2009 г.

Дата защиты работы 6 декабря 2009 г.

Руководитель работы Султанов Б. В.

Задание получил 7 сентября 2009 г.

Студент Захаров М. А.

Нормоконтролёр Султанов Б. В.

# РЕФЕРАТ

Отчёт 28 с., 7 рис., 1 табл., 3 источника, 1 прил.

ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТР, НЕРЕКУРСИВНЫЙ ФИЛЬТР, РЕКУРСИВНЫЙ ФИЛЬТР, МЕТОД ВЗВЕШИВАНИЯ, МЕТОД БИЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Объектом исследования являются являются нерекурсивные и рекурсивные фильтры и методы из расчёта.

Цель работы — расчёт нерекурсивного цифрового фильтра верхних частот, расчёт рекурсивного цифрового полосового пропускающего фильтра, расчёт и построение амплитудно-частотной характеристики и структурных схем фильтров.

В результате исследования были рассчитаны нерекурсивный и рекурсивный цифровые фильтры, построены их амплитудно-частотные характеристики и структурные схемы.

					ПГУ 3.090106.001							
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Расчёт цифровых фильтров Пояснительная записка				Лит.	Лист	Листов	
Разраб.	Захаров М. А.										4	28
Пров.	Султанов Б. В											
Н. контр.	Султанов Б. В											
Утв.									Гр. 06УИ1			

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b>	<b>6</b>
<b>1 Нерекурсивный фильтр</b>	<b>8</b>
1.1 Расчёт фильтра . . . . .	8
1.2 АЧХ фильтра . . . . .	11
1.3 Структурная схема фильтра . . . . .	14
<b>2 Рекурсивный фильтр</b>	<b>15</b>
2.1 Расчёт фильтра . . . . .	15
2.2 АЧХ фильтра . . . . .	22
2.3 Структурная схема фильтра . . . . .	24
<b>Заключение</b>	<b>26</b>
<b>Приложение А Результат расчёта ФВЧ</b>	<b>27</b>
<b>Список использованных источников</b>	<b>28</b>

# ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время практически вся электронная техника включает в себя такие частотноизбирательные цепи, как электрические фильтры. Расчётные требования, предъявляемые к электрическим фильтрам, стали достаточно сложными и строгими [3].

Под синтезом цифрового фильтра понимается построение фильтра с характеристиками, удовлетворяющими заданным параметрам [2]. В качестве таких параметров могут фигурировать требования, предъявляемые к частотным характеристикам фильтра — его АЧХ и ФЧХ.

Нерекурсивный фильтр обеспечивает строгую линейность ФЧХ при заданной форме АЧХ, рекурсивный фильтр обеспечивает лишь заданную форму АЧХ. Методы проектирования этих фильтров различаются.

Курсовая работа посвящена проектированию нерекурсивных и рекурсивных цифровых фильтров [1]. Для этого предусмотрен расчёт нерекурсивного фильтра верхних частот (ФВЧ) и рекурсивного полосового фильтра (ППФ) с аппроксимацией Чебышева.

Задача синтеза цифровых фильтров включает в себя расчёт относительных значений характерных частот фильтра, порядка фильтра, оценку АЧХ, а также построение по результатам расчётов графиков АЧХ, частотной характеристики затухания и разработка структурной схемы синтезированного фильтра.

Курсовая работа состоит из 2 разделов и приложения.

В первом разделе рассчитывается нерекурсивный фильтр верхних частот методом взвешивания: определяется его порядок, оценивается АЧХ, частотная характеристика затухания. Разрабатывается структурная схема синтезированного ФВЧ.

Во втором разделе рассчитывается рекурсивный полосовой фильтр с аппроксимацией Чебышева методом билинейного преобразования: определяется его порядок, оценивается АЧХ, частотная

характеристика затухания. Разрабатывается структурная схема синтезированного ППФ.

В приложении содержится результат расчёта ФВЧ, сведённый в таблицу.

# 1 НЕРЕКУРСИВНЫЙ ФИЛЬТР

## 1.1 Расчёт фильтра

1.1.1 Расчёт цифрового фильтра высоких частот (ФВЧ) со строго линейной ФЧХ выполняется *методом взвешивания*. Данный метод не позволяет синтезировать оптимальные фильтры, но гораздо более удобен для расчётов и даёт вполне приемлемые для практики результаты [1].

1.1.2 Исходные данные:

- тип фильтра — ФВЧ;
- затухания в полосе задержания  $a_0 = 45$  дБ;
- характерные частоты фильтра  $f_1 = 3000$  Гц;
- ширина переходной полосы  $\Delta f = 900$  Гц;
- частота дискретизации  $f_d = 8000$  Гц;
- мощность выходного шума квантования  $\sigma_{\text{вых}}^2 = 5 \cdot 10^{-6}$ .

1.1.3 Для упрощения обозначений удобно использовать нормализованную шкалу относительных (или нормированных) частот:

$$f_0 = \frac{f}{f_d}, \quad (1)$$

где  $f_d$  — частота дискретизации;

$f_0$  — относительное значение частоты;

$f$  — абсолютное значение частоты.

Таким образом, по формуле (1):



$$\begin{aligned} f_{01} &= \frac{f_1}{f_d} = \frac{3000}{8000} = 0,375; \\ \Delta f_0 &= \frac{\Delta f}{f_d} = \frac{900}{8000} = 0,113. \end{aligned}$$

1.1.4 В соответствии с заданной величиной затухания в полосе задерживания  $a_0 = 45$  и графиками для окна Ланцоша, определяется положительная постоянная  $L$  (см. формулу (3)) и *порядок фильтра*  $N$ :

$$\begin{aligned} (N - 1)\Delta f_0 &= 3; \\ N &= 27; \\ L &= 1,5. \end{aligned}$$

1.1.5 *Коэффициенты разложения в ряд Фурье идеальной АЧХ фильтра верхних частот:*

$$\begin{aligned} h(0) &= 1 - 2f_{01}; \\ h(k) &= -\frac{\sin(2\pi k f_{01})}{k\pi}. \end{aligned} \tag{2}$$

$$k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} = -13, \dots, 13.$$

Результаты вычислений занесены в таблицу [А.1](#) приложения [А](#).

1.1.6 Для уменьшения амплитуды пульсаций усечение импульсной реакции производят с использованием весовой последовательности конечной длины  $w(k)$ , называемой временным окном. *Весовые множители*  $w(k)$  вычисляются из следующего выражения:

$$\omega(k) = \left[ \frac{\sin\left(\frac{2\pi k}{N-1}\right)}{\frac{2\pi k}{N-1}} \right]^L, \quad (3)$$

$$k = -13, \dots, 13,$$

$$L = 1,5.$$

Результаты вычислений занесены в таблицу [A.1](#) приложения [A](#).

1.1.7 На следующем этапе необходимо вычислить *коэффициенты фильтра*. Процедура взвешивания сводится к умножению отсчётов  $h(k)$  на соответствующие отсчёты  $\omega(k)$  временного окна. Поэтому коэффициенты ФВЧ вычисляются по формуле:

$$\hat{h}(k) = h(k) \cdot \omega(k).$$

Вычисленные значения коэффициентов фильтра представлены в таблице [A.1](#) приложения [A](#).

1.1.8 Далее рассчитывается *разрядность коэффициентов фильтра*. Коэффициенты каузального (физически реализуемого) фильтра должны быть представимы конечным числом двоичных разрядов  $N_k$ . Значение  $N_K$  можно рассчитать по формуле:

$$N_K = \left\lceil \log_2 \left( \frac{10 \cdot \frac{a_0}{20} \cdot \sqrt{\frac{2N-1}{3}}}{2} \right) \right\rceil_{ц.ч.} + 1 =$$

$$= \left\lceil \log_2 \left( \frac{10 \cdot \frac{45}{20} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 27 - 1}{3}}}{2} \right) \right\rceil_{ц.ч.} + 1 = 7.$$

1.1.9 Далее по формуле (4) вычисляются *округлённые значения коэффициентов фильтра*. Результаты округления значений фильтра сведены в таблицу А.1 приложения А.

$$h_{\text{окр}} = 2^{-N_K} \cdot [h \cdot 2^{N_K}]_{\text{ц.ч.}} \quad (4)$$

1.1.10 Для практической реализации фильтра необходимо также оценить *разрядность входного  $S_{\text{вх}}$  и выходного  $S_{\text{вых}}$  регистров фильтра*. Эти величины определяют параметры шума квантования. Для определения величин  $S_{\text{вх}}$  и  $S_{\text{вых}}$  можно пользоваться формулами:

$$\begin{aligned} S_{\text{вх}} &= \left[ 0,5 \cdot \log_2 \left( \frac{1,1 \sum_{l=0}^{N-1} \hat{h}^2(l)}{12\sigma_{\text{вых}}^2} \right) \right]_{\text{ц.ч.}} + 1; \\ S_{\text{вых.д}} &= \left[ 0,5 \cdot \log_2 \left( \frac{12N}{12\sigma_{\text{вых}}^2 - 2^{-2S_{\text{вх}}} \sum_{l=0}^{N-1} \hat{h}^2(l)} \right) \right]_{\text{ц.ч.}} + 1; \\ S_{\text{вых.ц.}} &= \left[ 0,5 \log_2 \sum_{l=0}^{N-1} |\hat{h}(l)| \right]_{\text{ц.ч.}}; \\ S_{\text{вых}} &= S_{\text{вых.д}} + S_{\text{вых.ц.}} \end{aligned}$$

Выполнив необходимые вычисления, получаем:

$$\begin{aligned} S_{\text{вх}} &= 7, \quad S_{\text{вых.д}} = 12, \quad S_{\text{вых.ц.}} = 0; \\ S_{\text{вых}} &= 12 + 0 = 12. \end{aligned}$$

## 1.2 АЧХ фильтра

Комплексную частотную характеристику (КЧХ) нерекурсивного цифрового фильтра можно определить из следующего соотно-

шения:

$$H(e^{j\omega_0}) = \sum_{K=0}^{N-1} h(k) \cdot e^{-j\omega_0 k},$$

$$\omega_0 = 2\pi \frac{f}{f_d}.$$

где  $\omega_0$  — круговая нормированная частота;

$N$  — порядок фильтра.

АЧХ представляет собой абсолютное значение от КЧХ.

Для вычисления АЧХ нерекурсивного фильтра, необходимо оценить её на главном значении периода. Для этого вычисляется дискретное преобразование Фурье (ДПФ) этой функции.

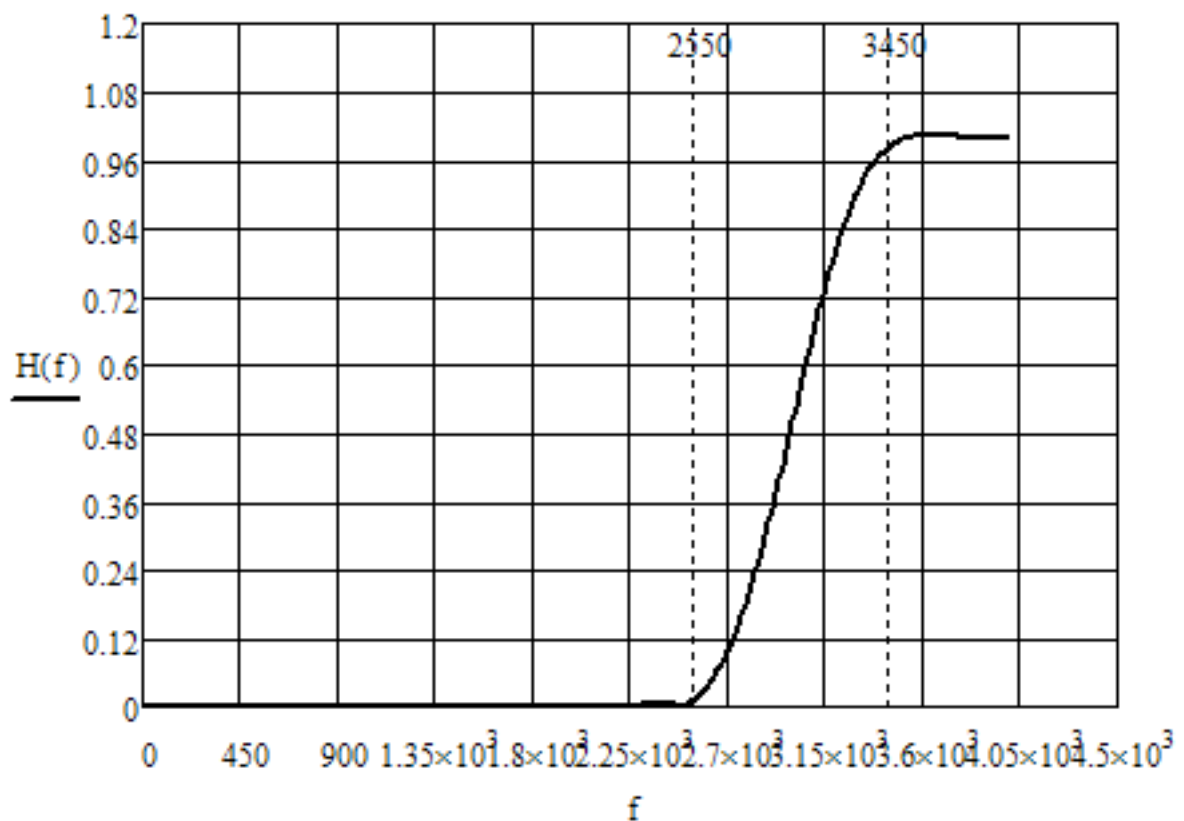


Рисунок 1.1 – АЧХ синтезированного нерекурсивного фильтра верхних частот

Для более удобного сопоставления полученных частотных характеристик с требованиями технического задания, целесообразно значения АЧХ выразить в логарифмических единицах:

$$a_0 = -20 \lg |H(e^{j\omega_0})|.$$

Для получения требуемой характеристики величина  $N$  была увеличена до 14.

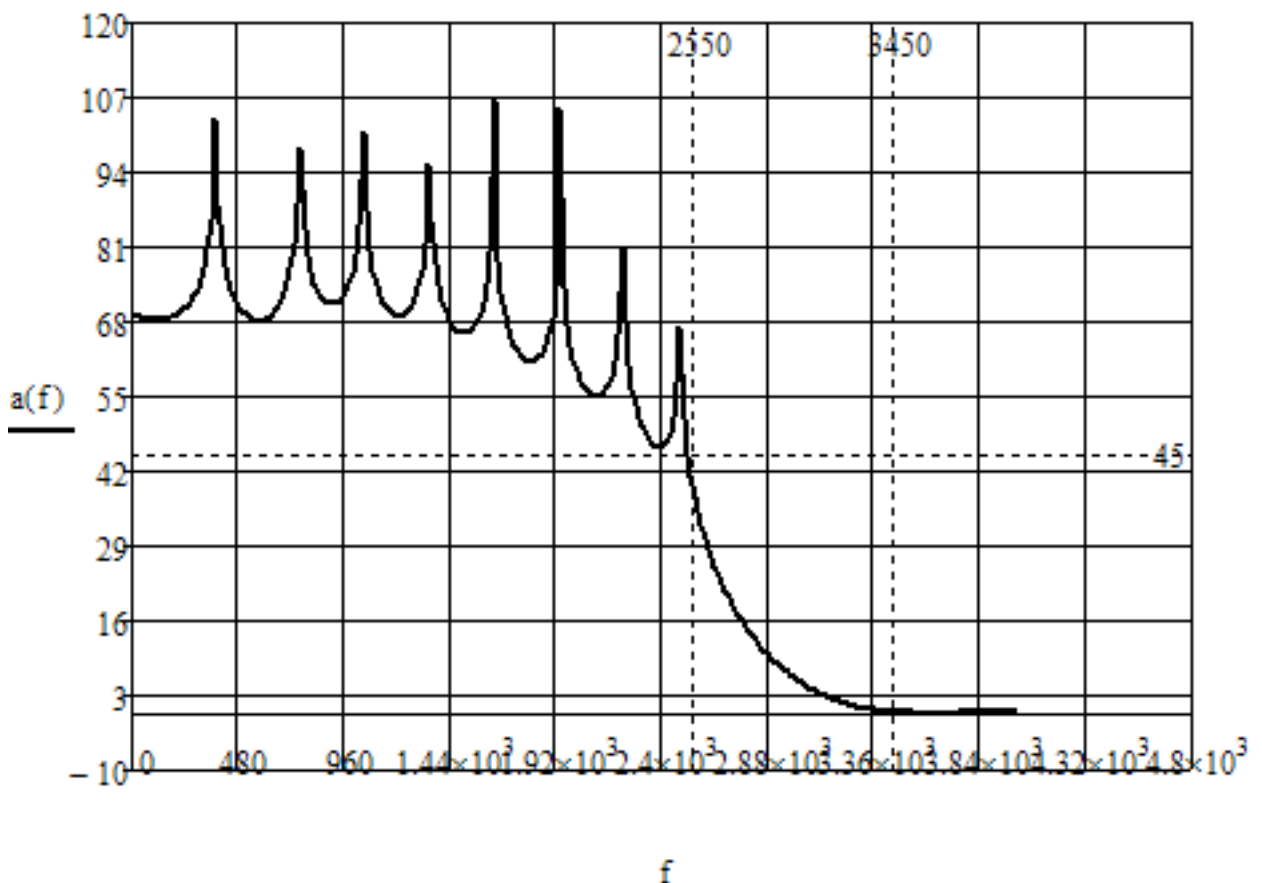


Рисунок 1.2 – ЛАЧХ синтезированного фильтра

Из графика представленного на рисунке 1.2 видно, что АЧХ синтезируемого фильтра удовлетворяет требованиям технического задания. Это следует из того, что на частоте 2550 Гц затухание соответствует 45 дБ.

### 1.3 Структурная схема фильтра

Структурная схема нерекурсивного цифрового фильтра приведена на рисунке 2.3.

Построение структуры прямым способом базируется на основе выражения:

$$H(Z) = \sum_{n=0}^N b_n z^{-n},$$

отражающего связь между  $H(z)$  и коэффициентами разностного уравнения, значения которых совпадают с соответствующими отсчетами импульсной реакции.

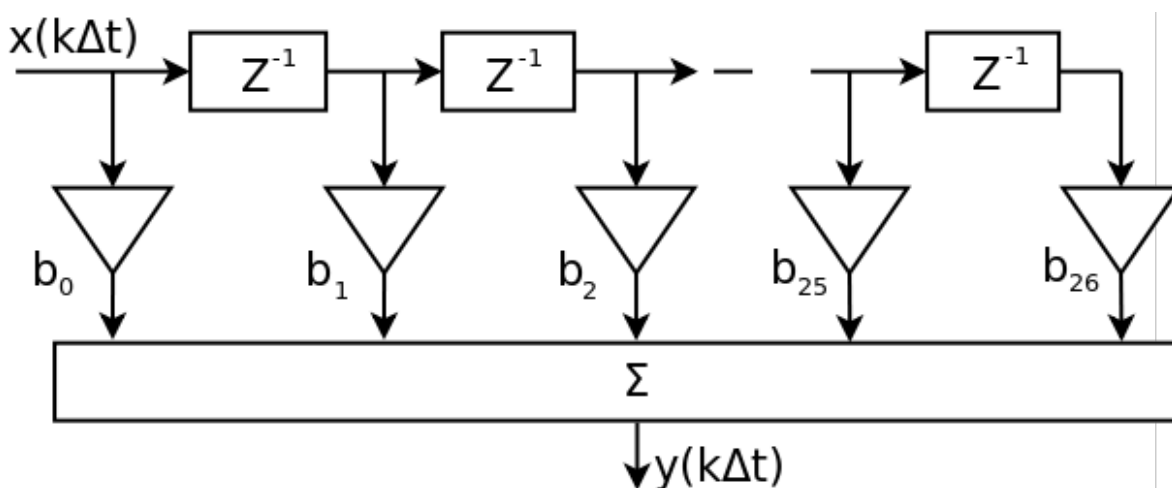


Рисунок 1.3 – Структурная схема нерекурсивного фильтра

## 2 РЕКУРСИВНЫЙ ФИЛЬТР

### 2.1 Расчёт фильтра

2.1.1 Наиболее распространённым и простым методом синтеза для стандартных частотно-избирательных фильтров является *метод билинейного преобразования* передаточной функции  $K(P)$  аналогового фильтра-прототипа (АФ) в соответствующую передаточную функцию  $H(z)$  цифрового рекурсивного фильтра (ЦРФ) [1].

2.1.2 Исходные данные:

- тип фильтра, характер аппроксимации — ППФ, Чебышева;
- затухание в полосе задержания  $a_0 = 40$  дБ;
- верхняя граница затухания в полосе пропускания  $\Delta a = 0,8$  дБ;
- характерные частоты фильтра  $f_{11} = 900$  Гц,  $f_{12} = 1800$  Гц,  $f_{21} = 500$  Гц,  $f_{22} = 2200$  Гц;
- частота дискретизации  $f_d = 4800$  Гц;
- мощность выходного шума квантования  $\sigma_{\text{вых}}^2 = 10^{-5}$ .

2.1.3 Согласно формуле (1) *относительные значения характерных частот* фильтра:

$$f_{011} = 0,1875;$$

$$f_{012} = 0,3750;$$

$$f_{021} = 0,1042;$$

$$f_{022} = 0,4583.$$

2.1.4 По формулам, описывающим обобщённое билинейное преобразование, определяются значения параметров  $\gamma$  и  $\alpha$ , а так-

же *границная частота*  $\Omega_k$  нормированного аналогового фильтра-прототипа:

$$\begin{aligned}\gamma &= \operatorname{ctg} [\pi(f_{012} - f_{011})] = 1,947; \\ \alpha &= \frac{\cos [\pi(f_{012} + f_{011})]}{\cos [\pi(f_{012} - f_{011})]} = -0,235; \\ \Omega'_k &= \gamma \frac{\alpha - \cos(2\pi f_{021})}{\sin(2\pi f_{021})} = -2,527; \\ \Omega''_k &= \gamma \frac{\alpha - \cos(2\pi f_{022})}{\sin(2\pi f_{022})} = 4,229; \\ \Omega_k &= \min(|\Omega'_k|, |\Omega''_k|) = 2,527.\end{aligned}$$

2.1.5 Следующим этапом является определение *передаточной функции* аналогового фильтра-прототипа для полосового фильтра с аппроксимацией Чебышева по справочнику [3]. С помощью справочника определяем:

- модуль коэффициента отражения  $|P| = 25\%$ ;
- вспомогательный параметр  $L = 0,05$ ;
- *порядок фильтра*  $n = 5$ .

В соответствии с данными параметрами *функция фильтрации* для фильтра-прототипа ППФ с характеристиками Чебышева выглядит следующим образом:

$$S(p) = C(p - a_0) \prod_1^2 (p^2 - 2a_i s + a_i^2 + b_i^2).$$

где  $C = 4,1311822$ ;

$$a_0 = 0,4245017665;$$

$$a_1 = 0,3434291432;$$

$$a_2 = 0,1311782600;$$

$$b_1 = 0,6385527983;$$



$$b_2 = 1,0332001312.$$

Передаточная функция:

$$K(p) = \frac{1}{S(p)} = \frac{1}{C(p - a_0) \prod_1^2 (p^2 - 2a_i s + a_i^2 + b_i^2)}. \quad (5)$$

2.1.6 Чтобы избежать трудоёмкого расчёта уравнения 4-го порядка, разложили передаточную функцию фильтра-прототипа в виде произведений полиномов 1-го порядка по степеням  $P$  [2]:

$$P^2 + a_1 P + a_2 = (P - P_1)(P - P_2). \quad (6)$$

Осуществляя подстановку соответствующих  $a$  и  $b$ , в знаменателе (5) сформируются два квадратных уравнения:

$$P^2 - 2a_1 P + a_1 + b_1 = 0;$$

$$P^2 - 2a_2 P + a_2 + b_2 = 0.$$

В результате решения квадратных уравнений были получены следующие корни:

$$p_1 = 0,343 - 0,639i;$$

$$p_2 = 0,343 + 0,639i;$$

$$p_3 = 0,131 - 1,033i;$$

$$p_4 = 0,131 + 1,003i.$$

$$p_5 = 0,4245.$$

Используя (6), (5) преобразуется в вид:

$$K(p) = \frac{A}{\prod_{i=0}^{n-1} (p - p_i)}, \quad (7)$$

где  $A = \frac{1}{C} = 0,2421$ ;  
 $n = 5$ .

2.1.7 Следующим этапом является определение *передаточной функции цифрового фильтра*. Для перехода от передаточной функции АФ к передаточной функции ЦФ необходимо использовать функцию замены для ППФ:

$$P \rightarrow \gamma \frac{1 - 2\alpha z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-2}}. \quad (8)$$

Умножая числитель и знаменатель дроби (8) на  $z^2$  и подставляя полученное выражение в формулу (7), получаем выражение для *передаточной функции*:

$$H(z) = \frac{A(z^2 - 1)^n}{\prod_{i=0}^{n-1} [(\gamma - p_i)z^2 - 2\alpha\gamma z + (\gamma + p_i)]}.$$

2.1.8 Значения полюсов:

$$z_1 = -0,712 - 0,956i;$$

$$z_2 = 0,246 + 1,215i;$$

$$z_3 = -0,712 + 0,956i;$$

$$z_4 = 0,246 - 1,215i;$$

$$z_5 = -0,756 - 0,733i;$$

$$z_6 = 0,429 + 0,980i;$$

$$z_7 = -0,756 + 0,733i;$$

$$z_8 = 0,429 - 0,980i;$$

$$z_9 = 0,328 + 1,298i;$$

$$z_{10} = -0,328 - 1,298i$$

2.1.9 Для того чтобы избавиться от комплексных коэффи-

циентов, нужно представить каждый из полиномов в виде:

$$az^2 + A_2z + A_3 = a(z - z_i)(z - z_j),$$

где  $z_i, z_j$  — комплексные корни квадратных уравнений вида:  $az^2 +$

$$A_2z + A_3 = 0;$$

$$a = (\gamma - p_i);$$

$$A_2 = -2\alpha\gamma;$$

$$A_3 = (\gamma + p_i).$$

Затем, перемножив сомножители вида  $(z - z_i)$  и  $(z - z_j^*)$ , где  $z_j^*$  — комплексно-сопряженное с  $z_j$ , получаются полиномы второго порядка относительно  $z$  с действительными коэффициентами.

$$\prod_{i=1}^5 a_i = \prod_{i=1}^5 (\gamma - p_i) = k = 5,462.$$

$$(z - z_1)(z - z_3) = z^2 + 1,424z + 1,422;$$

$$(z - z_2)(z - z_4) = z^2 - 0,492z + 1,536;$$

$$(z - z_3)(z - z_5) = z^2 + 1,512z + 1,108;$$

$$(z - z_6)(z - z_8) = z^2 - 0,857z + 1,144;$$

$$(z - z_9)(z - z_{10}) = z^2 + 0,655z + 1,792.$$

$$v = \frac{A}{k} = 0,044.$$

*Коэффициенты фильтра* имеют вид:

$a_1 = 1,424;$	$b_1 = 1,422;$
$a_2 = -0,492;$	$b_2 = 1,536;$
$a_3 = 1,512;$	$b_3 = 1,108;$
$a_4 = -0,857;$	$b_4 = 1,144;$
$a_5 = 0,655;$	$b_5 = 1,792.$

2.1.10 Для того, чтобы получить выражение для *передаточной функции* синтезируемого фильтра в каноническом виде (содержащем в числителе и знаменателе полиномы по отрицательным степеням  $z$ ), необходимо разделить числитель и знаменатель дроби на  $z^2$ . Искомая передаточная функция:

$$H(z) = \frac{v(1 - z^{-2})^5}{\prod_{i=1}^5 (1 + a_i z^{-1} + b_i z^{-2})}. \quad (9)$$

2.1.11 Далее необходимо оценить *разрядность входного регистра* фильтра с помощью формулы:

$$S_{\text{BX}} = \left[ 0,5 \log_2 \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (h(n))^2}{12\sigma_{\text{ВЫХ}}^2} \right]_{\text{ц.ч.}} + 1, \quad (10)$$

где  $\sigma_{\text{ВЫХ}}^2$  — допустимая мощность шума квантования;

$h(n)$  —  $n$ -ый отсчёт импульсной реакции РЦФ.

Необходимое значение  $\sum_{n=0}^{\infty} (h(n))^2$  можно вычислить с помощью равенства Парсеваля:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (h(n))^2 = \frac{1}{2\pi j} \oint_C H(z)H(z^{-1})z^{-1} dz, \quad (11)$$

где  $H(z)$  — передаточная функция синтезированного фильтра.

Контурный интеграл в выражении (11) может быть вычислен с помощью теоремы и вычетах [1], которая звучит так:

*Интеграл по замкнутому контуру от функции  $f(z)$  равен сумме вычетов в полюсах  $f(z)$ , схваченных этим контуром, умноженной на  $2\pi i$ , то есть:*

$$\oint_C f(z) dz = 2\pi i \sum_{i=1}^L \text{Res}(f(z)) \Big|_{z=P_i \in C}, \quad (12)$$

где  $L$  — число полюсов комплексного переменного;

$P_i$  — полюс кратности  $m$ ;

а вычет от функции  $f(z)$  в точке  $z = P_i$  определяется по формуле:

$$\text{Res}(f(z)) \Big|_{z=P_i} = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z \rightarrow P_i} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} ((z - P_i)^m f(z))$$

(для кратных полюсов).

$$\text{Res}(f(z), z_0) = \lim_{z \rightarrow z_0} f(z)(z - z_0)$$

(для простых полюсов).

После проведения всех вычислений, находим  $S_{\text{вх}} = 10$ . Полученное значение даёт представление о необходимой разрядности регистров в реализуемом рекурсивном цифровом фильтре. Точное вычисление количества разрядов выходного регистра ещё более сложно и не всегда необходимо, поскольку для реализации цифровых фильтров обычно используют либо микропроцессоры, либо оперативно-запоминающее устройство с фиксированной длиной кодового слова [1].

## 2.2 АЧХ фильтра

Для рекурсивного фильтра комплексная частотная характеристика (КЧХ) получается путем подстановки  $z = e^{j\omega_0}$  в выражение для  $H(z)$  (9).

Осуществляем подстановку с учётом того, что

$$\omega_0 = 2\pi \frac{f}{f_d}.$$

$$H(z) = \frac{v(1 - [e^{j\omega_0}]^{-2})^5}{\prod_{i=1}^5 (1 + a_i [e^{j\omega_0}]^{-1} + b_i [e^{j\omega_0}]^{-2})}.$$

Суммарная АЧХ определяется как модуль КЧХ. График АЧХ представлен на рисунке 2.1. Построение АЧХ производится на главном значении периода функции  $H(e^{j\omega_0})$ , т. е. на интервале от 0 до  $\frac{f_d}{2}$ .

Для более удобного сопоставления полученных частотных характеристик с требованиями технического задания целесообразно значения АЧХ выразить в логарифмических единицах, то есть определить характеристику затухания по формуле:

$$a_o = -20 \lg |H(e^{j\omega_0})|.$$

График зависимости затухания от частоты изображён на рисунках 2.2, 2.3.

Согласно требованиям задания, в полосе задержания затухание должно быть не менее 40 дБ, из графика видно, что это требование выполнено. Верхняя граница затухания в полосе пропускания не превышает 0,8 дБ.

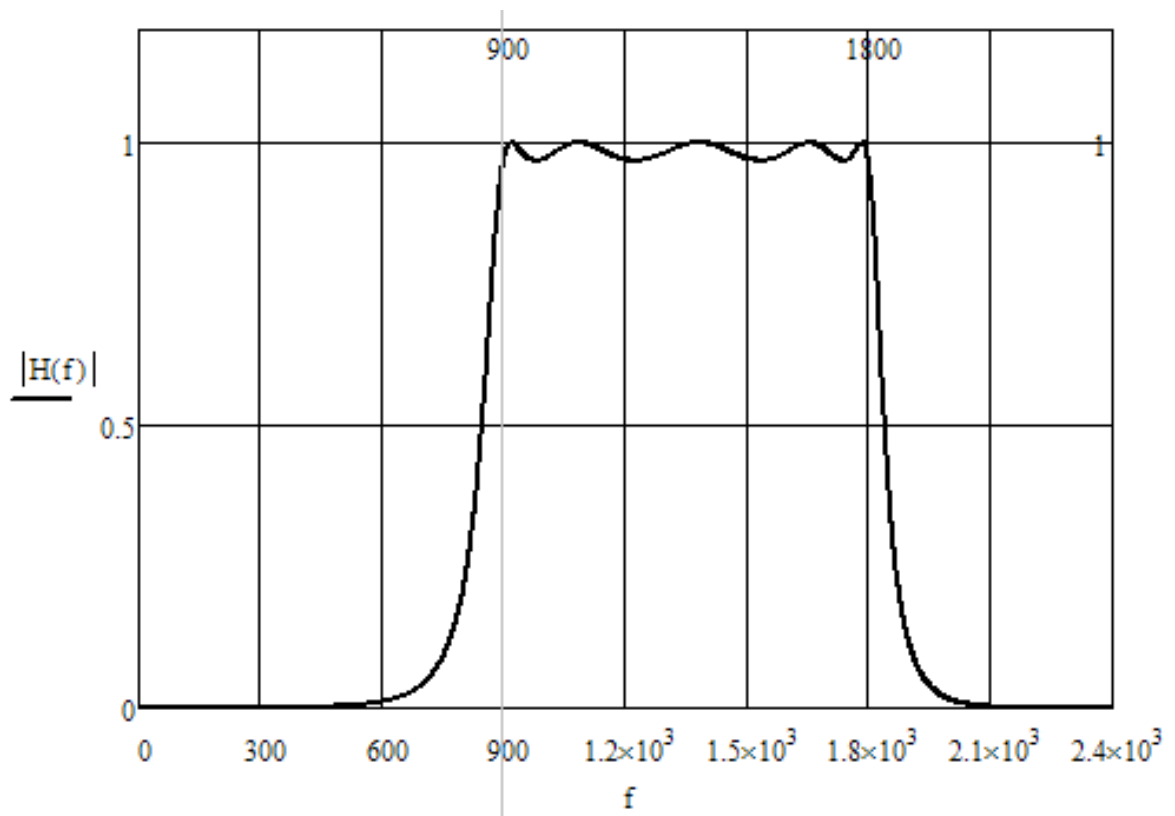


Рисунок 2.1 – АЧХ синтезированного рекурсивного фильтра

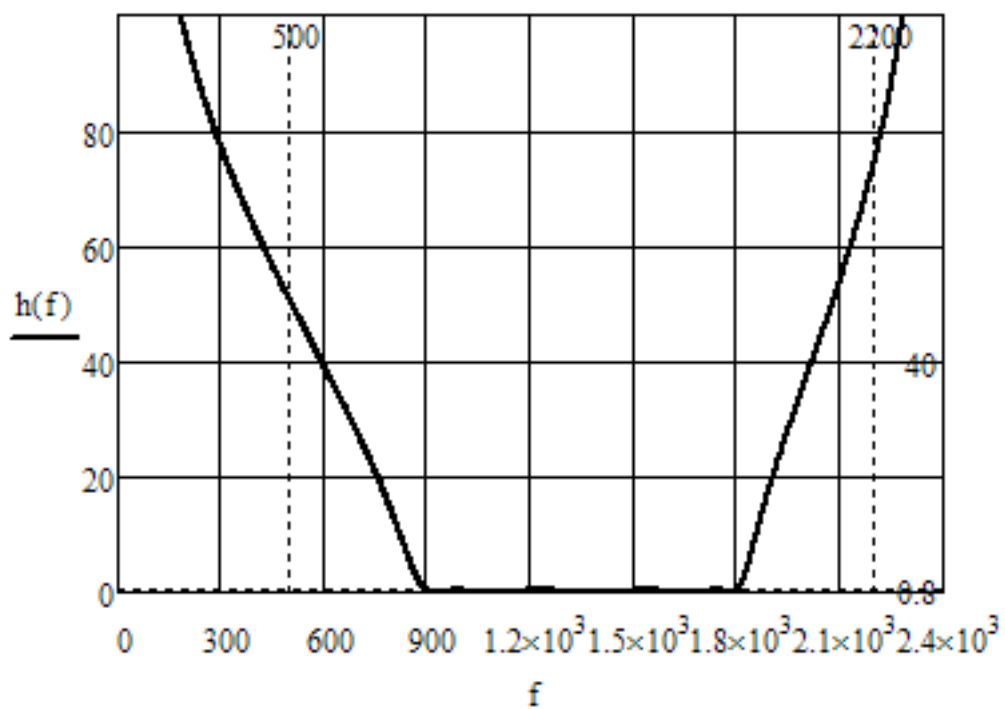


Рисунок 2.2 – Зависимость затухания от частоты ( $a(f) = 0 \dots 100$ )

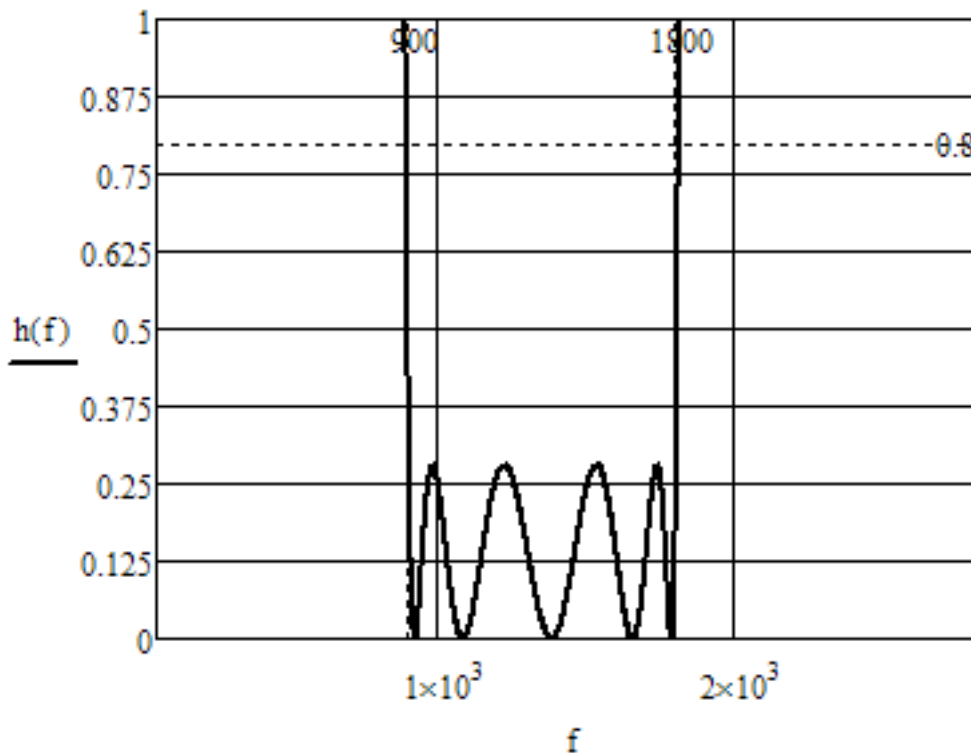


Рисунок 2.3 – Зависимость затухания от частоты ( $a(f) = 0 \dots 1$ )

## 2.3 Структурная схема фильтра

Структурная схема строится следующим образом. Каждый каскад передаточной функции  $H(z)$  синтезируемого фильтра в каноническом виде имеет вид:

$$H(z) = \frac{b_2 z^{-2} + b_1 z^{-1} + b_0}{1 - a_2 z^{-2} - a_1 z^{-1}}.$$

Каждый элемент задержки имеет соответствующий коэффициент. Для синтезируемого фильтра коэффициенты  $b_1$  равны нулю, а количество звеньев равно пяти.

Структурная схема рекурсивного ППФ (каскадная форма) представлена на рисунке 2.4.



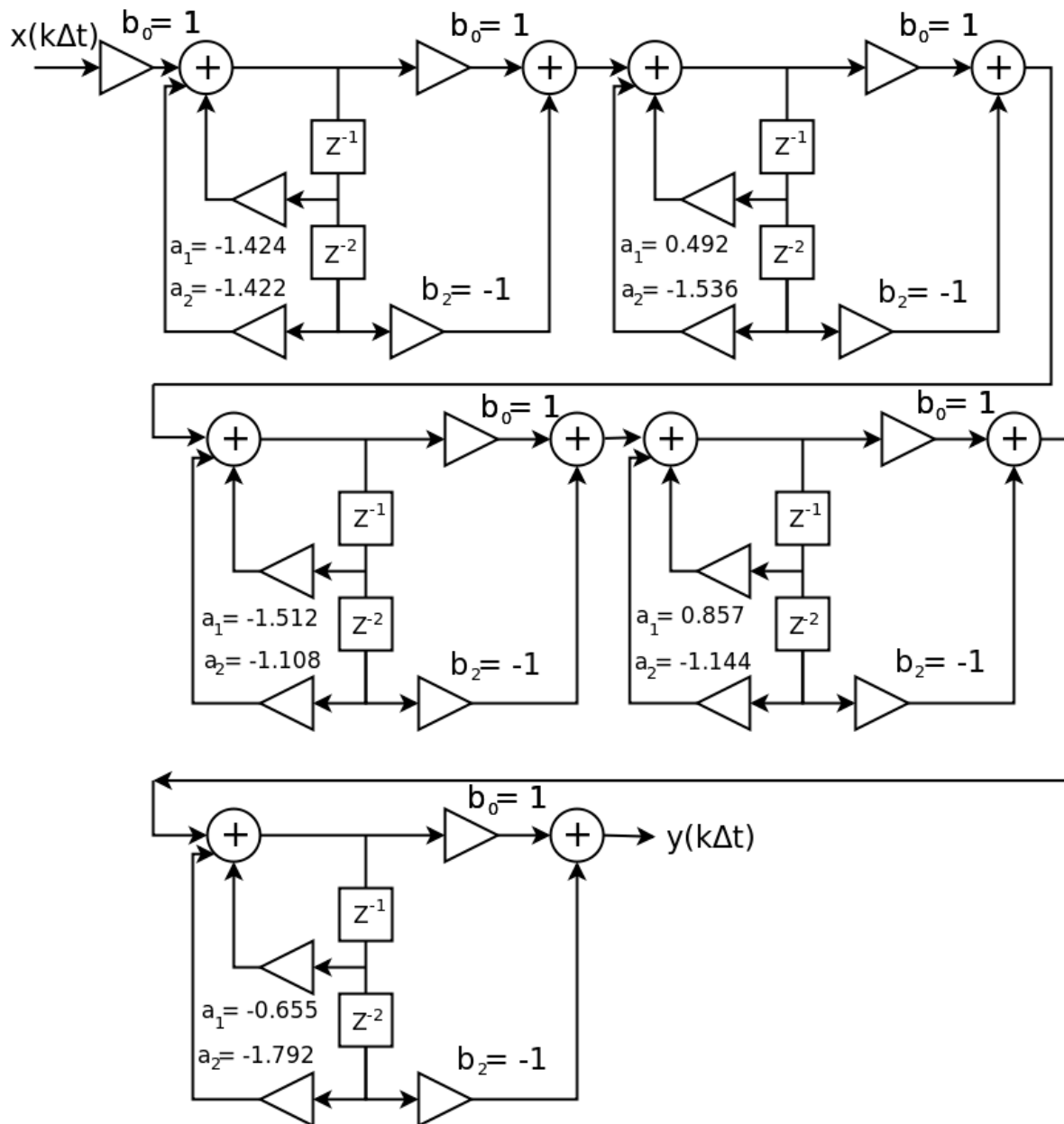


Рисунок 2.4 – Структурная схема нерекурсивного фильтра

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения курсовой работы были получены навыки расчёта рекурсивных и нерекурсивных фильтров. Были синтезированы фильтры:

- нерекурсивный ФВЧ со строго линейной ФЧХ;
- рекурсивный ППФ с аппроксимацией Чебышева, к линейности ФЧХ которого не предъявляется жёстких требований.

Рассчитаны амплитудно-частотные характеристики обоих фильтров, построены графики АЧХ и зависимости затухания от частоты.

Разработаны структурные схемы фильтров.

Таким образом, задание на курсовое проектирование выполнено полностью.

Приложение А  
(обязательное)  
**Результат расчёта ФВЧ**

Таблица А.1 – Нерекурсивный фильтр

$b$	$k$	$h(k)$	$w(k)$	$\hat{h}(k)$	$h_{\text{окр}}(k)$
$b_0$	-13	0.017	0	0	0
$b_1$	-12	0	0.024	0	0
$b_2$	-11	-0.02	0.073	$-1.496 \cdot 10^{-3}$	$-1.465 \cdot 10^{-3}$
$b_3$	-10	0.032	0.144	$4.575 \cdot 10^{-3}$	$4.578 \cdot 10^{-3}$
$b_4$	-9	-0.025	0.233	$-5.821 \cdot 10^{-3}$	$-5.798 \cdot 10^{-3}$
$b_5$	-8	0	0.336	0	6.104
$b_6$	-7	0.032	0.45	0.014	0.014
$b_7$	-6	-0.053	0.566	-0.03	-0.03
$b_8$	-5	0.045	0.681	0.031	0.031
$b_9$	-4	0	0.786	0	0
$b_{10}$	-3	-0.075	0.875	-0.066	-0.066
$b_{11}$	-2	0.159	0.943	0.15	0.15
$b_{12}$	-1	-0.225	0.985	-0.222	-0.222
$b_{13}$	0	0.25	1	0.25	0.25
$b_{14}$	1	-0.255	0.985	-0.222	-0.222
$b_{15}$	2	0.159	0.943	0.15	0.15
$b_{16}$	3	-0.075	0.875	-0.066	-0.066
$b_{17}$	4	0	0.786	0	0
$b_{18}$	5	0.045	0.681	0.031	0.31
$b_{19}$	6	-0.053	0.566	-0.03	-0.03
$b_{20}$	7	0.032	0.45	0.014	0.014
$b_{21}$	8	0	0.336	0	6.104
$b_{22}$	9	-0.025	0.233	$-5.821 \cdot 10^{-3}$	$-5.798 \cdot 10^{-3}$
$b_{23}$	10	0.032	0.144	$4.575 \cdot 10^{-3}$	$4.578 \cdot 10^{-3}$
$b_{24}$	11	-0.02	0.073	$-1.496 \cdot 10^{-3}$	$-1.465 \cdot 10^{-3}$
$b_{25}$	12	0	0.024	0	0
$b_{26}$	13	0.017	0	0	0

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Султанов Б. В. Синтез цифровых фильтров. Методические указания к курсовой работе. Пенза, Издательство ПГТУ, 1996г., — 51с.
2. Султанов Б. В. Основы цифровой обработки сигналов. Учебное пособие. Пенза, Издательство ППИ, 1991
3. Христиан Э., Эйзенман Е. Таблицы и графики по расчёту фильтров. Справочник. М., «Связь», 1975.