PageRank

Antonio Luiz Rosa Teixeira Gustavo Zambonin

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Informática e Estatística
INE5413 - Grafos

Introdução

- Desenvolvido por Page e Brin em 1996
  - Parte do motor de busca da Google desde 1998
- Classificação de uma página na web, independente do seu conteúdo
- Entretanto, depende do número de links que apontam para ela
- Abrange diversas áreas da matemática
  - Teoria de grafos
  - Probabilidade e estatística
  - Álgebra linear
- Definições genéricas e aplicáveis a qualquer grafo

Motivação

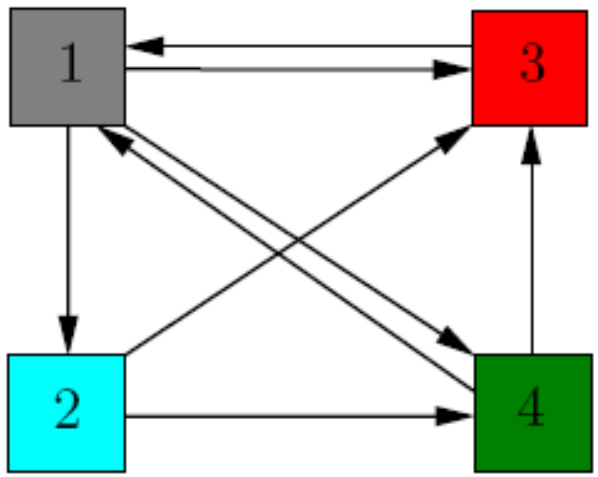
- Motores de busca prévios utilizavam heurísticas facilmente manipuláveis
  - Tamanho do URL
  - Conteúdo bruto da página
  - Título da página
- Método mais eficiente de relevar páginas de acordo com as palavras-chave da pesquisa
- Evitar meios artificiais de inflação de popularidade

Modelagem

- Possível representar relações entre páginas como um grafo direcionado
- Seja um grafo $G(V, A)$, então:

$$V = \{p \mid p \text{ é uma página da web}\}$$
$$A = \{(r_1, r_2) \mid r_1, r_2 \in V \text{ e } r_2 \text{ referencia } r_1 \text{ por um } \textit{hyperlink}\}$$

- Assume-se um 'navegador' de páginas, que clicará em links aleatoriamente, até que isto seja impossível



Supondo uma rede com apenas quatro páginas e referências entre estas, tem-se o grafo acima.

Resolução

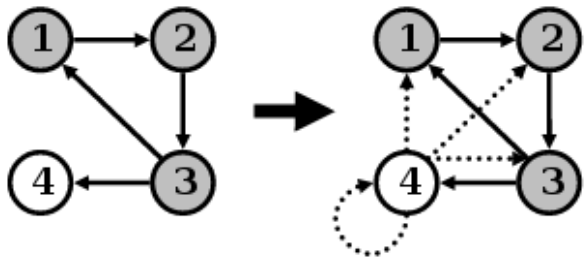
- Cada página deve transferir sua 'importância' $\frac{1}{k}$ para seus sucessores
  - k = grau de emissão do vértice
  - Processo de valoração de arestas
- Tem-se uma matriz de transições do grafo
- Para o exemplo anterior (cada coluna representa uma página):

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{Av=\lambda v} 1 \cdot \begin{bmatrix} 0.7210 \\ 0.2403 \\ 0.5408 \\ 0.3605 \end{bmatrix}$$

- O autovetor denota a probabilidade das páginas serem visitadas

Problemas

- Se $k = 0$ para uma página qualquer, então a página não afetaria outras, no modelo acima



A página '4', um sumidouro, deve possibilitar a navegação para o resto do grafo

- Se o grafo é desconexo, como mover entre componentes?
  - Considerar que o 'navegador' aleatório pode se cansar de clicar e querer trocar de página de outro modo
- Adicionar um fator probabilístico que lida com estes cenários

Aplicações

- Métrica para profundidade e extensão de *web crawling*
- Funções mais importantes no kernel Linux
- Recomendação de seguidores no Twitter, produtos na Amazon e filmes no Netflix
- Impacto científico de pesquisadores e artigos
- Sistema de ranking entre times ou atletas em esportes
- Encontrar genes correlacionados de acordo com um certo critério
- Predição de fluxo de tráfego e pessoas em um sistema urbano
- Ranking de isomorfismos de grafos

Referências

- Gleich, D. F. (2015).
  PageRank Beyond the Web.
  SIAM Review, 57(3):321–363.
- Page, L., Brin, S., Motwani, R., and Winograd, T. (1999).
  The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web.
  Technical Report 1999-66, Stanford InfoLab.
- Tanase, R. and Radu, R. (2009).
  PageRank Algorithm - The Mathematics of Google Search.
  Lecture 3.
- Wills, R. S. (2006).
  Google's PageRank: The Math Behind the Search Engine.
  The Mathematical Intelligencer, 28(4):6–11.