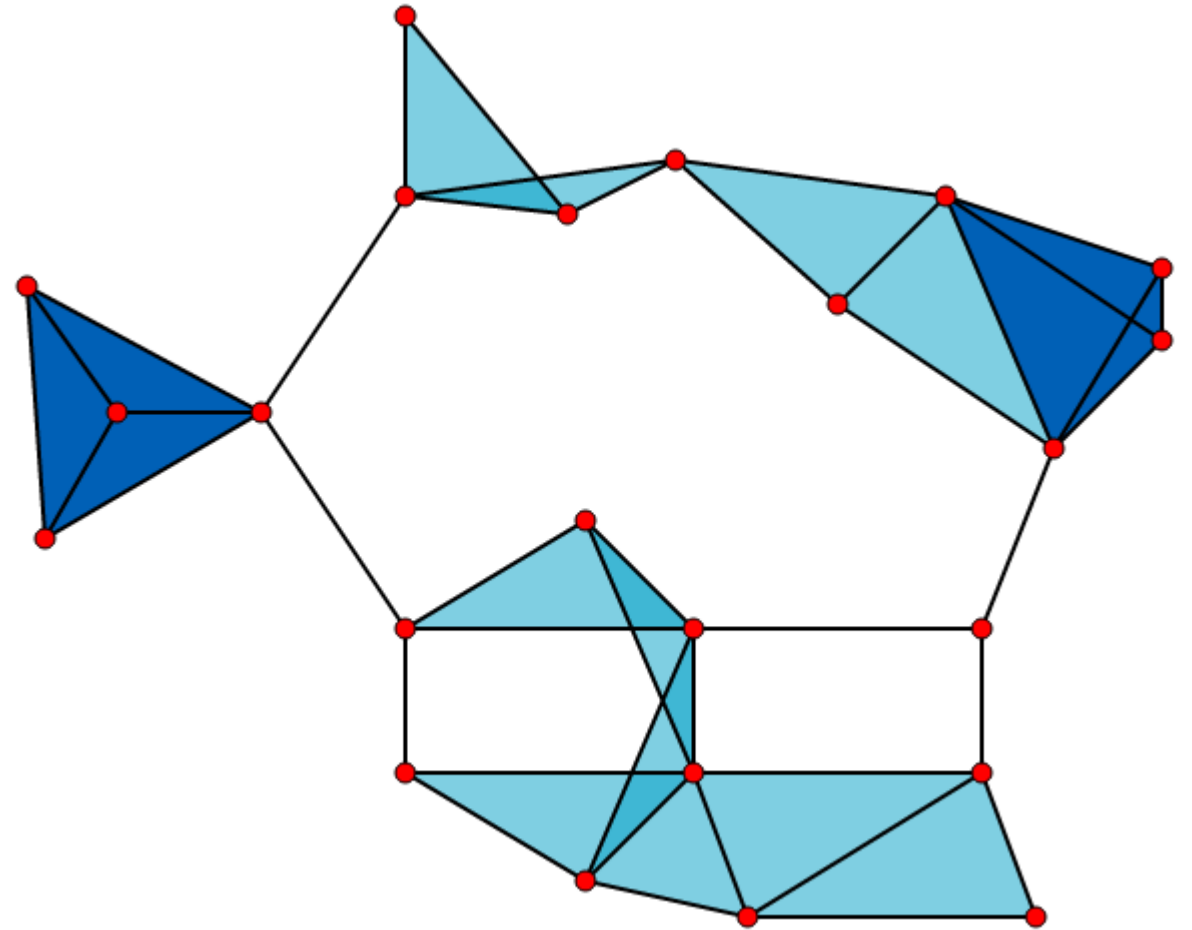


Problema do clique

Antonio Luiz Rosa Teixeira – 13103521

Gustavo Zambonin – 13104307

INE5415 – Teoria da Computação
(2015/1)



Sobre o problema

- “clique” – sub-grafo completo (conjunto de vértices tal que cada par está conectado por uma aresta)
- algoritmo de força bruta, e especializações, levam tempo exponencial
- diversos problemas do tipo “clique”
 - clique máximo
 - clique de maior peso em grafo ponderado
 - clique maximal
 - k-clique (ou problema de decisão)
- um dos 21 problemas NP-completos de Karp

Redução

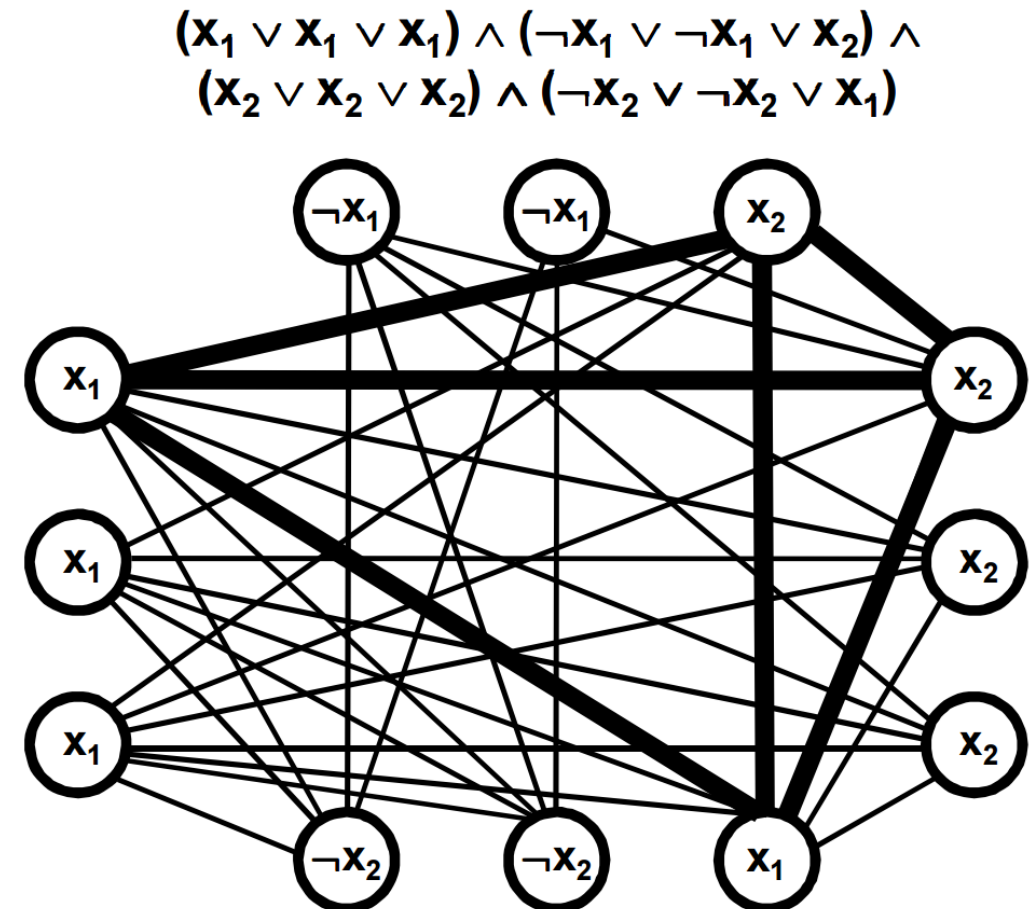
- $C = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ é um grafo não-direcionado com um clique de tamanho } k \}$
- Teorema de Cook-Levin prova que SAT e 3-SAT são NP-completos
- Karp (1976) prova que Clique \in NP e Clique é NP-completo
- $3\text{-SAT} \leq_p \text{Clique}$
 - $\phi \in 3\text{-SAT} \iff \langle G, k \rangle \in \text{Clique}$
- Ideia: transformar uma forma normal conjuntiva (CNF) em um grafo seguindo algumas restrições

$3\text{-SAT} \leq_p \text{Clique}$

- k = número de cláusulas de ϕ
- Construir um grafo com k sub-conjuntos de até 3 nodos cada
 - Cada nodo corresponde a um literal da CNF
- Construir arestas entre nodos
 - Exceto entre nodos da forma $\{x, \neg x\}$
 - E nodos no mesmo sub-conjunto
- Sempre existirá pelo menos um conjunto de literais que satisfará a CNF, por conta das restrições acima
 - O clique sempre conterá apenas um nodo de cada sub-conjunto

3-SAT \leq_p Clique

- Neste exemplo, se o valor verdade de x_1 e x_2 for V, o clique será formado
- A CNF não será inválida pois não existem arestas que ligam um literal a seu complemento
- Todas as cláusulas são utilizadas pois não existem arestas que ligam seus literais



Referências

- <http://theory.stanford.edu/~trevisan/cs154-12/np-reductions.pdf>
- <http://euclid.nmu.edu/~mkowalcz/cs422w09/36/lecNotes.pdf>
- [http://algoviz.org/OpenDSA/Books/CS5114S15/html/threeSAT to clique.html](http://algoviz.org/OpenDSA/Books/CS5114S15/html/threeSAT%20to%20clique.html)
- [http://www.cc.gatech.edu/classes/AY2012/cs6505 spring/lectures/Week7.pdf](http://www.cc.gatech.edu/classes/AY2012/cs6505_spring/lectures/Week7.pdf)
- <http://www.cs.uky.edu/~lewis/cs-heuristic/text/class/more-np.html>