

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Recordar:

- Una **ecuación** es una igualdad algebraica en la que aparecen letras (incógnitas) con valor desconocido.
- El **grado de una ecuación** viene dado por el exponente mayor de la incógnita. En este tema trabajamos con ecuaciones lineales (de grado 1) con una incógnita.
- **Solucionar** una ecuación es encontrar el valor o valores de las incógnitas que transforman la ecuación en una identidad.
- Dos ecuaciones son **equivalentes** si tienen las mismas soluciones.
- Para conseguir ecuaciones equivalentes, sólo se puede aplicar alguna de las siguientes propiedades:

Propiedad 1: Sumar o restar a las dos partes de la igualdad una misma expresión.

Propiedad 2: Multiplicar o dividir las dos partes de la igualdad por un número diferente de cero.

Ejercicios de autoaprendizaje:

1. Resolvemos algunas ecuaciones:

Procedimiento para resolver una ecuación de 1º grado:

- Eliminar denominadores: multiplicando ambas partes de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores. (Propiedad 2)
- Eliminar paréntesis. (Propiedad distributiva)
- Transposición de términos. Conseguir una ecuación de la forma $a \cdot x = b$. (Propiedad 1).
- Despejar la incógnita. (Propiedad 2).
- Comprobar la solución.

a) $3(2x + 5) - 2(4 + 4x) = 7$ lo primero que hacemos será las operaciones de los paréntesis
 $6x + 15 - 8 - 8x = 7$ sumamos los términos en x y los términos independientes
 $-2x + 7 = 7$ transponemos los términos
 $-2x = 7 - 7 \Rightarrow -2x = 0$ despejamos la incógnita $\Rightarrow \boxed{x = 0}$

Comprobación:

Al sustituir en la ecuación $x = 0$, transforma la ecuación en identidad:

$$3(2 \cdot 0 + 5) - 2(4 + 4 \cdot 0) = 7 \Rightarrow 3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 = 7$$

b) $4 - \frac{x+3}{6} = 2 + \frac{9-2x}{3} \Rightarrow$ Multiplicamos ambas partes de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores

$$6 \cdot \left(4 - \frac{x+3}{6} \right) = 6 \cdot \left(2 + \frac{9-2x}{3} \right) \Rightarrow$$

$$24 - (x+3) = 12 + 2(9-2x) \text{ eliminamos los paréntesis}$$

$$24 - x - 3 = 12 + 18 - 4x \Rightarrow 21 - x = 30 - 4x \text{ transponemos los términos}$$

$$4x - x = 30 - 21 \Rightarrow 3x = 9 \text{ despejamos la incógnita } \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

Comprobación:

$$4 - \frac{3+3}{6} = 2 + \frac{9-2 \cdot 3}{3} \Rightarrow 4 - \frac{6}{6} = 2 + \frac{3}{3}$$

2. ¿Son equivalentes las siguientes ecuaciones?

a) $x + 5 = 8$ y $7x + 1 = 22$

Tenemos que resolver cada una de ellas y mirar si tienen la misma solución.

Resolvemos la primera: $x = 3$

Resolvemos la segunda: $7x = 21 \Rightarrow x = 3$

Como tienen la misma solución son ecuaciones equivalentes.

b) $x + 3 = 4$ y $8x + 8 = 8$.

Resolvemos la primera: $x = 1$

Resolvemos la segunda: $8x = 0 \Rightarrow x = 0$

Como **no** tienen la misma solución **no son** ecuaciones equivalentes.

3. Problemas resueltos:

Procedimiento para resolver problemas de ecuaciones:

- Definición de la incógnita
- Traducir al lenguaje algebraico el enunciado.
- Planteamiento de la ecuación.
- Resolución de la ecuación.
- Ver si el resultado de la ecuación es coherente con el enunciado

a) Un número y su quinta parte suman 18. ¿Cuál es el número?

x = el número buscado. (definición de la incógnita)

Su quinta parte es $\frac{x}{5}$ (transformación al lenguaje algebraico).

$$x + \frac{x}{5} = 18 \quad (\text{es el planteamiento de la ecuación}).$$

$$\text{Resolvemos la ecuación: } 5x + x = 90 \Rightarrow 6x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{6} \Rightarrow$$

Entonces, $x = 15$

Notamos que al volver a leer el problema $x = 15$ es coherente con el enunciado, 15 más 3 (su quinta parte) son 18.

b) Perdí un tercio de las ovejas y llegué con 24. ¿Cuántas ovejas tenía?

y = número de ovejas que tenía.

Un tercio de las que tenía es $\frac{y}{3}$

El planteamiento será una resta: $y - \frac{y}{3} = 24$

$$\text{Resolvemos la ecuación: } 3y - y = 72 \Rightarrow 2y = 72 \Rightarrow y = \frac{72}{2} \Rightarrow \boxed{y = 36 \text{ ovejas}}.$$

Notamos que el resultado es un número natural coherente con el enunciado.

- c) En una tienda, de un producto me rebajaron el 15% y pagué 51 €. ¿Cuánto costaba el producto?

a = precio en € del producto.

El 15% de a es $\frac{15}{100}a$

Lo que costaba el producto menos la rebaja es lo que pagué:

$$a - \frac{15}{100}a = 51$$

$$\text{Resolvemos: } \frac{85}{100}a = 51 \Rightarrow a = \frac{51 \cdot 100}{85} \Rightarrow a = 60 \text{ €}.$$

El resultado es coherente con el enunciado el 15% de 60€ son 9€, entonces pagué 51€

- d) Regala 8 cromos y se queda con la mitad. ¿Cuántos cromos tenía?

x = número de cromos que tenía.

Si regala 8 tendrá $x - 8$, y dice que esta cantidad coincide con la mitad de los que tenía, es decir, $\frac{x}{2}$.

El planteamiento es: $x - 8 = \frac{x}{2}$.

$$\text{Resolvemos: } 2x - 16 = x \Rightarrow 2x - x = 16 \Rightarrow \boxed{x = 16 \text{ cromos.}}$$

Notamos que el resultado es un número natural coherente con el enunciado.

- e) Hace 15 años la edad de Luisa era $\frac{2}{5}$ de la edad que tendrá dentro de 15 años. ¿Qué edad tiene ahora?

x = edad actual de Luisa.

Fa 15 años tenía $x - 15$ años y d'ací 15 años tendrá $x + 15$.

El planteamiento es: $x - 15 = \frac{2}{5}(x + 15)$

$$\text{Resolvemos: } 5x - 75 = 2(x + 15) \Rightarrow 5x - 75 = 2x + 30 \Rightarrow 3x = 105 \Rightarrow$$

$$x = \frac{105}{3} \Rightarrow \boxed{x = 35 \text{ años es la edad actual de Luisa.}}$$

El resultado es coherente con el enunciado. Si ahora Luisa tiene 35 años, dentro de 15 años Luisa tendrá 50 años, hace 15 años tenía 20 años que son dos quintas partes de 50.

Ejercicios propuestos:

1. ¿Son equivalentes las siguientes ecuaciones?

a) $2x = 8$ y $3x - 2 = 10$

b) $2x = 8$ y $4x - 6 = 16$

c) $\frac{x}{3} + 1 = 4$ y $x - 1 = 8$

d) $\frac{x-2}{5} = \frac{1}{2}$ i $\frac{x+1}{2} = 5$

2. Resolver las ecuaciones siguientes:

a) $3x + 5 = 5x - 13$

b) $5(7 - x) = 31 - x$

c) $4(2 - 3x) = -2x - 27$

d) $6x - 8 = 4(-2x + 5)$

e) $3(2x - 2) = 2(3x + 9)$

f) $3(4x + 7) = 4x - 25$

g) $7x + 15 = 3(3x - 7)$

h) $\frac{4x+1}{3} = \frac{12x-3}{7}$

i) $\frac{2x-5}{12} = \frac{-x}{4} - \frac{5}{3}$

j) $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{2}$

k) $\frac{2x+4}{3} = \frac{x}{6} - 3$

l) $\frac{x+11}{2} - \frac{2x+3}{5} = 5$

m) $\frac{5x+1}{6} + \frac{2x+1}{3} = 2$

n) $\frac{6x+1}{5} = -10 + \frac{2x+1}{3}$

o) $x - \frac{x}{5} = 30$

p) $\frac{4x}{33+x} = \frac{1}{3}$

q) $\frac{4x}{15} - \frac{6x+28}{5} = 0$

r) $\frac{2x}{3} = \frac{5x}{12} - 2$

s) $3x - \frac{2x}{5} = \frac{3x}{10} + 14$

t) $\frac{4x-3}{5} - \frac{4x}{3} = \frac{2(x-13)}{15}$

u) $\frac{3x+5}{2} - \frac{4x-5}{3} = \frac{7x+1}{6} - 5$

v) $\frac{9x-1}{13} - \frac{5x-8}{4} = x + 6$

w) $5x - \frac{2x+1}{2} = 3x + \frac{15x-2}{4}$

x) $\frac{4(3x+6)}{5} + 3 = \frac{2(2x+5)}{3} - 3x$

y) $2x - 6 - \frac{2(2x+8)}{3} = 4x - 1$

z) $\frac{7x-6}{3} - (x+2) = 4x + 2$

3. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $9 - 2(x + 4) - 10(25 - x + 4) = 5 - 3x - 4(x + 1)$

b) $\frac{7x}{3} + \frac{13}{2} - \frac{7x}{6} = \frac{17}{12} - \frac{3x}{4}$

c) $\frac{23x}{20} + 4x - \frac{13}{15} = \frac{7x}{5} + \frac{4x-5}{20}$

d) $\frac{x-4}{4} - \frac{5x+3}{32} = \frac{7}{16} - \frac{5x}{8}$

e) $\frac{6x+1}{12} - \frac{x-13}{9} = \frac{5x-3}{2} + \frac{x}{30}$

f) $\frac{3x+8}{10} - \frac{9x-9}{14} = \frac{31x-4}{14} + \frac{4x-1}{35}$

g) $\frac{8-4x}{3} - 2(5x+8) = \frac{2(4x+6)}{9} + 2(10x+1)$

h) $\frac{6x-19}{6x+1} = 5$

i) $\frac{121-2x}{x} = \frac{5}{3}$

j) $(x + 4)^2 = x(x - 14) + 5$

k) $x^2 + 4 = (x + 1)(x + 3)$

l) $(x + 3)(x - 1) = x^2 + 5$

m) $x^2 + (x + 1)^2 = (2x - 1)(x + 4)$

Problemas:

1. Transformar en lenguaje algebraico las siguientes proposiciones:
 - a) La mitad de un número más 3.
 - b) Tres números pares consecutivos.
 - c) La cuarta parte más la quinta parte de un número.
 - d) El triple del cuadrado de un número.
 - e) La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos.
 - f) La raíz cuadrada de un número.
 - g) El doble de un número más 3 es igual a 15.
 - h) El cubo de un número es igual a 27.
 - i) El doble del cubo de un número.
 - j) El cubo del doble de un número.
2. Juana tiene 5 años más que Amparo. Si entre los dos suman 73 años, ¿qué edad tiene cada una?
3. Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?
4. Determinar tres números consecutivos que suman 444.
5. Tengo $\frac{2}{3}$ de lo que vale un ordenador. ¿Cuánto vale el ordenador si me faltan sólo 318€ para comprarlo?
6. Después de caminar 1500 m me queda para llegar al colegio $\frac{3}{5}$ del camino. ¿Cuántos metros tiene el trayecto?
7. Un pastor vende $\frac{5}{7}$ de las ovejas que tiene. Después compra 60 y así tendrá el doble de las que tenía antes de la venta. ¿Cuántas ovejas tenía en un principio?
8. Determinar un número que sumado con su mitad y su tercera parte de 55.
9. Tres socios tienen que repartirse 3.000€ de beneficios. ¿Cuánto le tocará a cada uno, si el primero tiene que recibir 3 veces más que el segundo y el tercero dos veces más que el primero?

10. Mi padre tiene 6 años más que mi madre. ¿Qué edad tiene cada uno, si dentro de 9 años la suma de sus edades será 84 años?
11. Una bicicleta sale de una ciudad con una velocidad de 25 km/h. 3 horas más tarde sale un coche a la velocidad de 120 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el coche en alcanzar a la bicicleta?
12. ¿Qué número tengo que sumar a los dos términos de la fracción $\frac{15}{135}$ para que se convierta en $\frac{2}{7}$?
13. La diferencia entre dos números es 656. Dividiendo el mayor entre el menor, resulta 4 de cociente y 71 de resto. Determinar los números.
14. La suma de tres números impares consecutivos es igual al doble del menor más 1. Determinar los números.
15. Determinar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las cifras es 6 y que la diferencia entre este número y el que resulta de invertir el orden de las cifras es 18.
16. Dos obreros hacen un trabajo en 3 horas. Uno de ellos solo lo haría en 4 horas. Determinar el tiempo que tardaría el otro solo.
17. De los tres conductos que afluyen en una balsa, uno la llena en 36 horas, otro en 30 horas, y el tercero en 20 horas. Calcular el tiempo que tardarán en llenarla juntos.
18. Un día compre 5 libretas y 8 bolígrafos y pagué 24€. Al día siguiente compré 8 libretas y 5 bolígrafos y pagué 20,85€. ¿Cuánto pagaré otro día por 2 libretas y 3 bolígrafos?
19. Un padre tiene 42 años y sus hijos 7 y 5. ¿Cuántos años tienen que pasar para que la edad del padre sea igual que la suma de las edades de los hijos?
20. Encuentra dos números de forma que su diferencia sea 120 y el menor sea la quinta parte del mayor.
21. Si de los tres quintos de los libros que tiene Juan le quitamos la mitad de los mismos, nos quedan todavía 50. ¿Cuántos libros tiene Juan?
22. Ernesto tiene 3 años más que Mercedes y esta tiene 5 más que Luis. Calcula la edad de cada uno si entre los tres suman 58 años.
23. Necesitamos repartir 27 naranjas en dos cajas de forma que en la primera haya 3 más que en la segunda. ¿Cuántas naranjas habrá en cada caja?
24. Después de gastar las $\frac{4}{7}$ partes de un depósito quedan 78 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?
25. Al comprar una camisa he pagado 27,59€. Si me han rebajado un 15%. ¿Cuánto costaba la camisa antes de las rebajas?

26. Juan tiene 400€ y Rosa tiene 350€. Después de comprar las dos el mismo libro a Rosa le queda las $\frac{5}{6}$ partes de lo que le queda a Juan. ¿Cuál es el precio del libro?