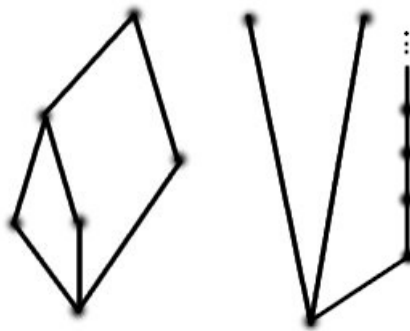


Wstęp do matematyki, 2023/2024
zadania domowe, seria 10.

17 stycznia 2024

1. Zaproponuj taki podzbiór zbioru liczb naturalnych, dla których poniższy diagram jest diagramem Hassego porządku podzielności. Wskaż elementy minimalne, maksymalne, największe i najmniejsze – o ile istnieją. Zaproponuj taki podzbiór, który ma kres dolny, ale nie ma kresu górnego.



2. Niech \sqsubseteq będzie relacją zadaną na $\mathcal{P}(\mathbb{N})$, w taki sposób, że $A \sqsubseteq B$, jeśli $A \subseteq B$ oraz $B \setminus A$ jest skończonym zbiorem o parzystej liczbie elementów.
- a) Udowodnij, że \sqsubseteq jest porządkiem częściowym na $\mathcal{P}(\mathbb{N})$.
- b) Narysuj diagram Hassego porządku $\mathcal{P}(\{0, 1, 2, 3\}), \sqsubseteq$. Znajdź elementy minimalne, maksymalne, największe i najmniejsze (o ile istnieją).
- c) Znajdź (o ile istnieją) \sup oraz \inf zbioru $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2, 3\}\}$ w powyższym porządku.
3. Czy porządek \sqsubseteq na $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ rozpatrywany w poprzednim zadaniu jest liniowy? Czy jest gęsty? Czy jest dobrze ufundowany? Czy jest kratą zupełną (każdy podzbiór ma kres dolny)? Czy jest porządkiem zupełnym (każdy niepusty ograniczony z dołu podzbiór ma kres dolny)?