Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Компьютерных сетей и систем

Обработка больших объемов информации

ОТЧЕТ

ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

по предмету «Системы компьютерной алгебры»

Студент
гр. 758601
Лимонтов А. С.

Проверила
Калугина М. А.

Лабораторная работа 1

1. Упростите алгебраическое выражение

$$f(x) := \frac{\left(7x^4 - 126x^2 + 567\right)}{x^5 - 8x^4 - 27x^2 + 216x} :$$
$$g(x) := \frac{\left(x^3 + 3x^2 - 9x - 27\right)}{x^3 - 5x^2 - 15x - 72} :$$
$$simplify\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right);$$

$$\frac{7}{x}$$

   `simplify` отвечает за упрощение выражений

2. Приведите выражение к многочлену стандартного вида

$$f := (2x - 5) \cdot \left(3x^2 + 2\right) \cdot (4x + 3) :$$
$$expand(f);$$

$$24x^4 - 42x^3 - 29x^2 - 28x - 30$$

   `expand` - приводит к стандартному виду

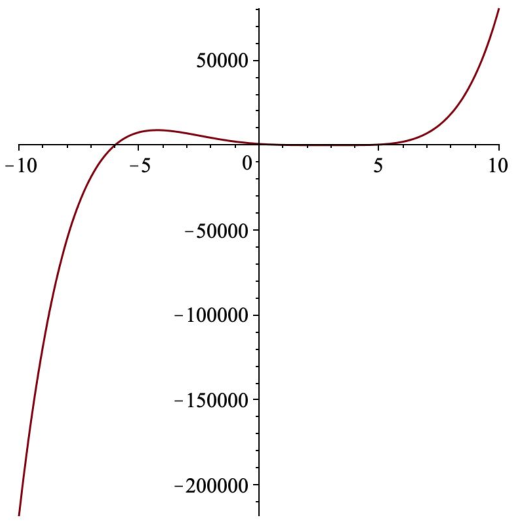
3. Разложите многочлен на множители

$$f := \left(x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4\right) :$$
$$factor(f);$$

$$(x + 4)\,(x - 1)^3$$

4. Постройте график многочлена $P_5(x)$ и найдите все его корни

$$p(x) := 2x^5 - 11x^4 - 41x^3 + 404x^2 - 948x + 720 :$$
$$plot(p);$$
$$solve(p(x) = 0);$$



$$2, 3, 4, -6, \frac{5}{2}$$

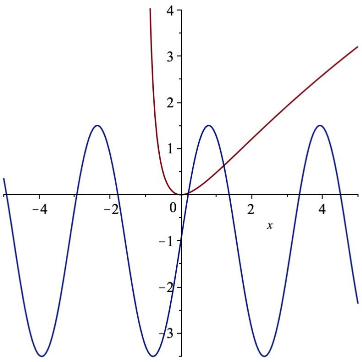
5. Разложите рациональную дробь на сумму простейших дробей

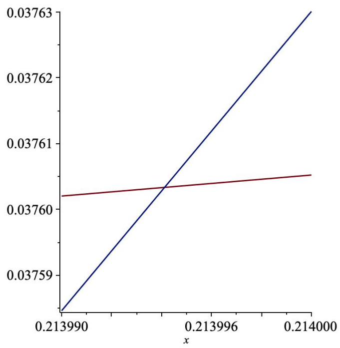
$$f := \frac{\left(2x^4 + 3x^3 + 5x - 4\right)}{\left(x^2 + 1\right) \cdot (x - 3)^2 \cdot \left(x^2 - 4\right)} :$$
$$convert(f, parfrac);$$

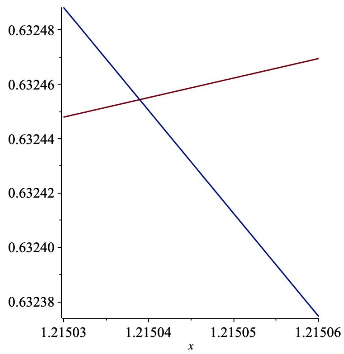
$$\frac{3}{250\,(x + 2)} + \frac{31}{10\,(x - 2)} - \frac{388}{125\,(x - 3)} + \frac{127}{25\,(x - 3)^2} + \frac{-x + 7}{125\,\left(x^2 + 1\right)}$$

6. Решите графически уравнение и найдите его приближенные корни с точностью 10^{-5}

$f := \ln(x+1)^2$:
$h := 2.5 \cdot \sin(2x) - 1$:
$plot([f, h], x = -5 ..5)$;
$plot([f, h], x = 0.21399 ..0.214)$;
$plot([f, h], x = 1.21503 ..1.21506)$;



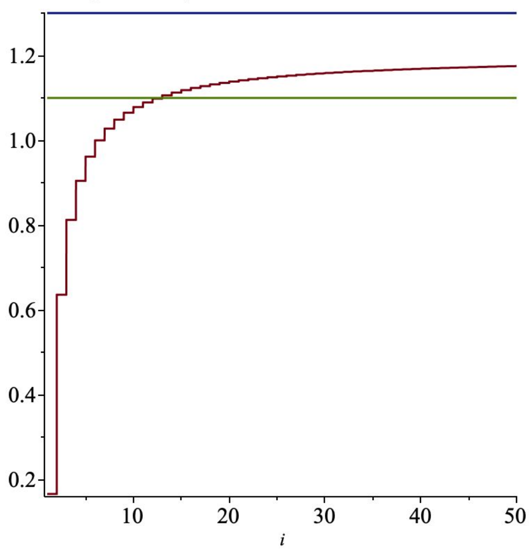




Алгоритм простой: сужали границы для корней до нужной точности

7. Докажите, что $\lim_{n\to\infty} a_n = a$, определив номер n_ε, начиная с которого все члены последовательности попадут в ε-окрестность a. Проиллюстрируйте полученный результат с помощью чертежа в Maple, положив $\varepsilon = 0.1$

$ai := i \to \frac{(6i-5)}{5i+1}$:
$a0 := \frac{6}{5}$:
$EPS := 0.1$:
$plot([ai(\mathrm{floor}(i)), a0 + EPS, a0 - EPS], i = 1 ..50)$



Из графика видно, что искомое $n_\varepsilon \approx 14$

8. Вычислите пределы числовых последовательностей

$a := \mathrm{sqrt}(n) \cdot (\mathrm{sqrt}(n+2) - \mathrm{sqrt}(n-3))$:
$limit(a, n = \mathrm{infinity})$;
$$b := \left(\frac{(3n^2 + 4n - 1)}{3n^2 + 2n + 7}\right)^{2n+5} :$$
$limit(b, n = \mathrm{infinity})$;

$$\frac{5}{2}$$

$$e^{\frac{4}{3}}$$

9. Для заданной кусочно-непрерывной функции выполните следующие действия
   a. Определите ее через функциональный оператор и постройте график.

$f := piecewise(x < -\mathrm{Pi}, 5\cos(2x), x \geq -\mathrm{Pi}, 7\cdot\exp(-0.5x)):$
$limit(f, x=-\mathrm{infinity});$
$limit(f, x=\mathrm{infinity});$
$limit(f, x=-\mathrm{Pi}, right);$
$limit(f, x=-\mathrm{Pi}, left);$
$df := diff(f, x);$
$integral := int(f, x, x);$
$plot(\{f, df, integral\}, x=-2\,\mathrm{Pi}..1.5\,\mathrm{Pi}, color=[red, green, blue]);$
$int(f(x), x=1..5) - int(0, x=1..5);$

$$-5. .. 5.$$

$$0.$$

$$33.67334167$$

$$5.$$

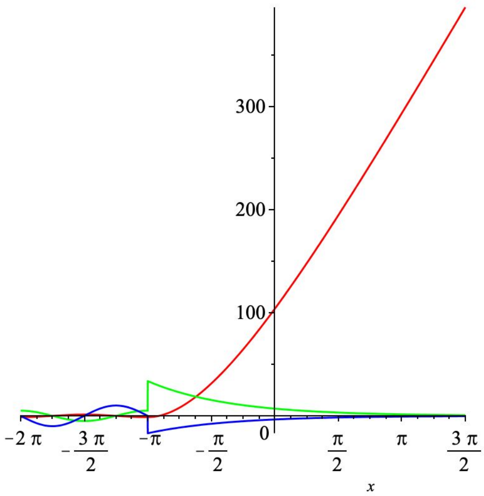
$$df := \begin{cases} -10.\sin(2.x) & x < -3.141592654 \\ \mathrm{Float(undefined)} & x = -3.141592654 \\ -3.500000000\,e^{-0.5000000000\,x} & -3.141592654 < x \end{cases}$$

$$integral := \begin{cases} -1.250000000\cos(2.x) & x \leq -3.141592654 \\ 67.34668333x + 28.\,e^{-0.5000000000\,x} + 75.63247893 & -3.141592654 < x \end{cases}$$

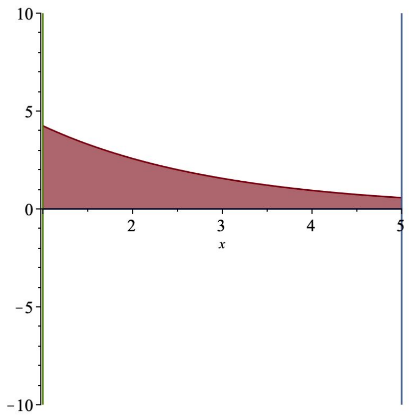
b. В точке разрыва и на бесконечности найдите односторонние пределы.
С помощью `limit(f, x=+-infinity)`, `limit(f, x=-Pi, left/right)`

c. Найдите производную и неопределенный интеграл на каждом из промежутков непрерывности.
С помощью `diff(f, x)`, `int(f, x, x)`

d. Постройте в одной системе координат графики функции, производной и какой-нибудь первообразной.



e. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции и прямыми $x = 1$, $x = 5$, $y = 0$. Сделайте чертеж.

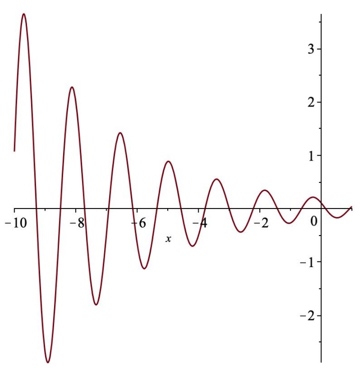


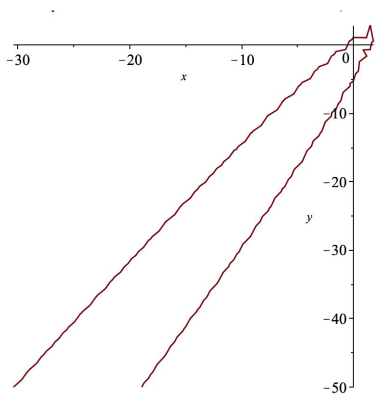
$with(plots):$
$with(plottools):$
$plot([f, 0, [[1,-10],[1,10]], [[5,-10],[5,10]]], x=1..5, filled=true);$

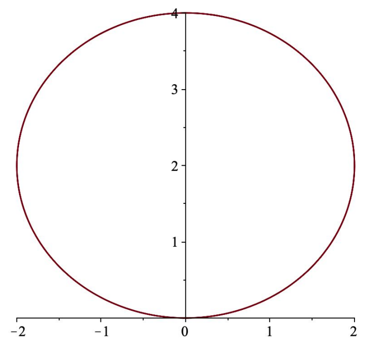
Площадь подсчитана пунктом выше

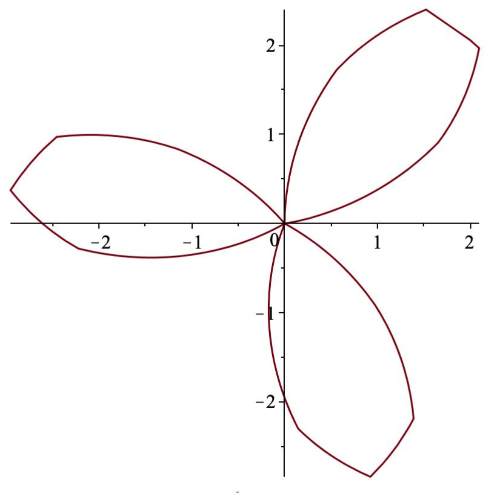
10. Постройте кривые на плоскости. Для кривой второго порядка (пункт 2) найдите каноническое уравнение с помощью ортонормированного ба- зиса из собственных векторов квадратичной формы

$plot(0.2 \cdot \exp(-0.3 \cdot x) \cdot \cos(4x + 1), x = -10..1);$
$implicitplot(4x^2 - 4x \cdot y + y^2 - 3x + 4y - 7 = 0, x = -50..5, y = -50..5);$
$plot([2\sin(2t), 4\cos^2(t), t = 0..2\pi]);$
$implicitplot\left(r = 1 - 2\cos\left(3 \cdot \theta + \frac{\pi}{6}\right), r = 0..4, \theta = 0..2\pi, coords = \text{polar}\right);$







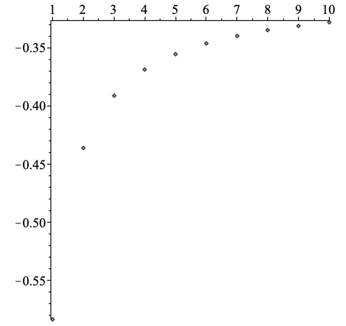


Лабораторная работа 2

1. Постройте в прямоугольной системе координат 10 первых членов ряда и убедитесь в том, что для него выполняется необходимый признах сходимости. Найдите сумму ряда и сравните с результатом, полученным в Maple. Определите минимальный порядок частичной суммы ряда, приближающей сумму ряда с точностью, не превышающей 0,1. Проиллюстрируйте свой результат с помощью графических средств системы Maple.

$a := k \to sum\left(\frac{14}{49n^2 - 28n - 45}, n = 1..k\right):$
$values := seq(a(k), k = 1..10);$
$plots[pointplot](\{seq([k, a(k)], k = 1..10)\});$
$final := a(\text{infinity});$
$ans := 1:$
$\textbf{for } i \textbf{ from } 1 \textbf{ while } \text{abs}(final - a(i)) \geq 0.1 \textbf{ do } ans := i \textbf{ end do}:$
$ans := ans + 1;$
$final - a(ans) - 0.1;$
$a(ans);$

$values := -\frac{7}{12}, -\frac{497}{1140}, -\frac{483}{1235}, -\frac{791}{2145}, -\frac{469}{1320}, -\frac{651}{1880}, -\frac{2156}{6345}, -\frac{2758}{8235}, -\frac{6867}{20740},$
$-\frac{1673}{5100}$



$final := -\frac{3}{10}$

$ans := 3$

-0.00890688259

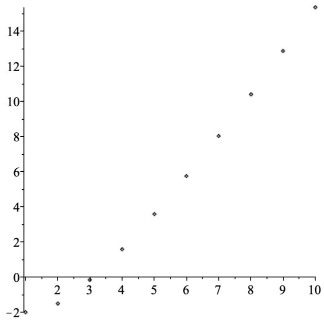
$-\frac{483}{1235}$

С помощью процедуры `for i from 1 while abs(final-a(i)) >= 0.1 do ans := i end do:` находится `i` частичная сумма ряда, отклоняющаяся на 0.1 от предела

2. Докажите, что ряд удовлетворяет условиям теоремы Лейбница. Найдите минимальный порядок частичной суммы ряда, приближающей его сумму с точностью α , и сравните с результатом, полученным в СКА. Проиллюстрируйте свой результат с помощью графических средств Maple.

$$a := k \to sum\left(\frac{3n-5}{n(n^2-1)}, n=1..k\right):$$
$$values := seq(a(k), k=1..10);$$
$$plots[pointplot](\{seq([k, a(k)], k=1..10)\});$$
$$final := a(\text{infinity});$$

$$values := -2, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{6}, \frac{19}{12}, \frac{43}{12}, \frac{23}{4}, \frac{225}{28}, \frac{583}{56}, \frac{6479}{504}, \frac{7739}{504}$$



$$final := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-5}{n(n^2-1)}$$

`limit(a(n), n=infinity)=0`, значит ряд сходится. Порядок находится аналогично предыдущему заданию

3. Докажите справедливость равенства, убедившись в сходимости соответствующего числового ряда с помощью предельных признаков Даламбера или Коши. Проведите контрольные расчеты в системе Maple.

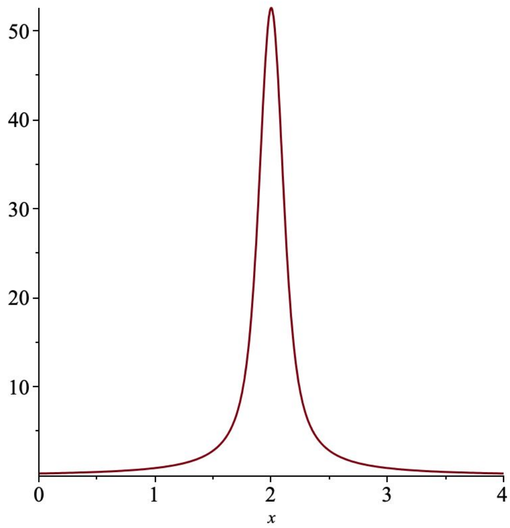
$$a := n \to \frac{n^n}{(n!)^2}:$$
$$limit\left(\frac{a(n+1)}{a(n)}, n=\text{infinity}\right);$$
$$limit\left(a^{\left(\frac{1}{n}\right)}, n=\text{infinity}\right);$$

$$0$$
$$1$$

1) по Даламберу
2) по Коши
4. Найдите область сходимости функционального ряда, постройте график его суммы и сравните с полученным результатом

$$a := n \to \frac{(n+1)}{2 \cdot n} \cdot \frac{1}{(x^2 - 4\cdot x + 5)^n}:$$
$$simplify\left(limit\left(\frac{a(t+1)}{a(t)}, t=\text{infinity}\right)\right);$$
$$solve(x^2 - 4\cdot x + 5 > 1) \text{ assuming } x :: float;$$
$$plot(sum(a(n), n=1..100), x=0..4);$$

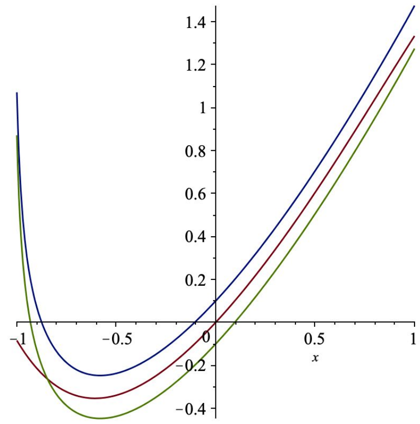
$$\frac{1}{x^2-4x+5}$$
$$(-\infty, 2), (2, \infty)$$



Для нахождения областей сходимость, необходимо найти $R = \frac{1}{\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|}$.

5. Докажите равномерную сходимость функционального ряда на отрезке $[0,\ 1]$. Для контроля результата выполните расчеты в системе Maple и найдите наименьшее значение n_{min} , при котором $|r_{n_{min}}(x)| < 0.1\ \forall x \in [0,\ 1]$. Убедитесь, что график

частичной суммы $S_{n_{min}}$ ряда не выходит на отрезке $[0,\ 1]$ за пределы 0.2-полосы, центрированной относительно графика суммы ряда.



$$a := k \rightarrow sum\left(\frac{(-1)^n \cdot x^n}{3 \cdot n - 4}, n = 1..k\right):$$
$$solve\left(\frac{1}{3 \cdot n - 4} < 0.1\right) \text{ assuming } n :: posint;$$
$$f := x \rightarrow subs(x = x, a(100)):$$
$$plot([subs(x = x, a(5)), f(x) + 0.1, f(x) - 0.1], x = -1..1);$$
$$(-\infty, 1.333333333), (4.666666667, \infty)$$

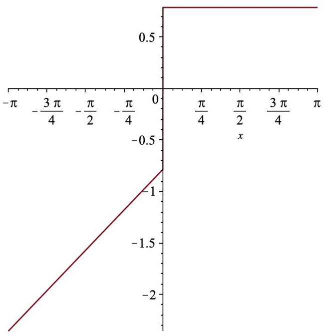
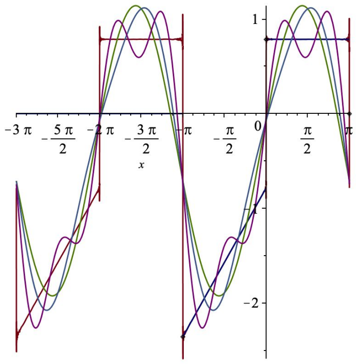
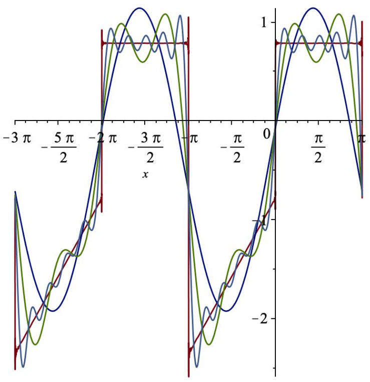
6. Вычислите интеграл с точностью до 0,001 и проконтролируйте результат с помощью расчетов в системе Maple. Обоснуйте свое решение.

$$f := x \rightarrow \frac{\ln\left(1 + \frac{x}{5}\right)}{x}:$$
$$g := x \rightarrow taylor\left(\ln\left(1 + \frac{x}{5}\right), x\right);$$
$$trans := x \rightarrow \frac{1}{5}x - \frac{1}{50}x^2 + \frac{1}{375}x^3 - \frac{1}{2500}x^4 + \frac{1}{15625}x^5:$$
$$final\_val := int\left(\frac{trans(x)}{x}, x = 0..1\right);$$
$$g := (a, x) \rightarrow taylor\left(\ln\left(1 + \frac{x}{5}\right), x = a\right):$$
$$ans := 0.0:$$
$$d\_x := 0.001:$$
$$\textbf{for } i \textbf{ from } d\_x \textbf{ by } d\_x \textbf{ to } 1 \textbf{ do } ans := ans + f(i) \cdot d\_x \textbf{ end do}:$$
$$ans;$$
$$final\_val - ans;$$

$$g := x \mapsto taylor\left(\ln\left(1 + \frac{x}{5}\right), x\right)$$
$$final\_val := \frac{2146519}{11250000}$$
$$0.1907912988$$
$$0.0000103901$$

7. Для 2π-периодической кусочно-непрерывной функции $f(x)$ по ее аналитическому определению на главном периоде получите разложение в тригонометрический ряд Фурье. Убедитесь в правильности результата, проведя расчеты в системе Maple. Создайте пользовательскую процедуру-функцию, осуществляющую построение тригонометрического ряда Фурье для произвольной функции, удовлетворяющей теореме Дирихле. Постройте в одной системе координат на промежутке $[-\pi,\ \pi]$ график заданной функции $f(x)$, графики частичных сумм $S_1(x),\ S_2(x),\ S_3(x)$ ряда и его суммы $S(x)$. Постройте графики частичных сумм $S_1(x),\ S_2(x),\ S_{10}(x)$ ряда и график его суммы $S(x)$ на промежутке $[-3\pi,\ 3\pi]$. Сравните полученные чертежи. Анимируйте процесс построения графиков сумм ряда, взяв в качестве параметра порядковый номер частичной суммы.

$$f := x \rightarrow piecewise\left(-\mathrm{Pi} \le x < 0, \frac{x}{2} - \frac{\mathrm{Pi}}{4}, 0 \le x < \mathrm{Pi}, \frac{\mathrm{Pi}}{4}\right):$$
$$plot(f(x), x = -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi});$$
$$a0 := \frac{1}{\mathrm{Pi}} \cdot int(f(x), x = -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}):$$
$$an := \frac{1}{\mathrm{Pi}} \cdot int(f(x) \cdot \cos(n \cdot x), x = -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}) \text{ assuming } n :: posint:$$
$$bn := \frac{1}{\mathrm{Pi}} \cdot int(f(x) \cdot \sin(n \cdot x), x = -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}) \text{ assuming } n :: posint:$$
$$Sk := (k, x) \rightarrow \frac{a0}{2} + sum(an \cdot \cos(n \cdot x) + bn \cdot \sin(n \cdot x), n = 1..k):$$
$$plot([Sk(1000, x), f(x), Sk(1, x), Sk(2, x), Sk(3, x)], x = -3\,\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}, discont = true);$$
$$plot([Sk(1000, x), Sk(1, x), Sk(3, x), Sk(10, x)], x = -3\,\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}, discont = true);$$

(Без анимации)

8. Разложите в ряд Фурье периодическую функцию $y = f(x)$, заданную на промежутке $(0,\ x_1)$ формулой $y\ =\ ax + b$, а на $[x_1,\ x_2]$ $y = c$. Убедитесь в правильности результата, проведя расчеты в системе Maple. Воспользуйтесь созданной ранее процедурой (задание 1). Постройте в одной системе координат график заданной функции $f(x)$, графики частичных сумм $S_1(x),\ S_2(x),\ S_3(x)$ ряда и его суммы $S(x)$ на промежутке $[0,\ x_2]$. Постройте график суммы ряда $S(x)$ на промежутке $[-2x_2,\ 2x_2]$. Сравните полученные чертежи.
9. Для графически заданной на промежутке функции как комбинации квадратичной и линейной постройте три разложения в тригонометрический ряд Фурье, считая, что функция определена:
    - на полном периоде,
    - на полупериоде (является четной),
    - на полупериоде (является нечетной).

Убедитесь в правильности результата, проведя расчеты в системе Maple. Постройте для каждого ряда график его суммы на промежутках, превышающих длину заданного в 3-5 раз. Сравните с графиками порождающих их функций.

$$f := x \rightarrow \mathit{piecewise}\left(0 \le x \le 2,\ -x^2 + 2x - 1,\ 2 < x \le 5,\ \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}\right):$$

$\mathit{plot}(f(x), x = 0..5, \mathit{discont} = \mathit{true});$

$\mathit{right} := 5:$

$\mathit{left} := 2:$

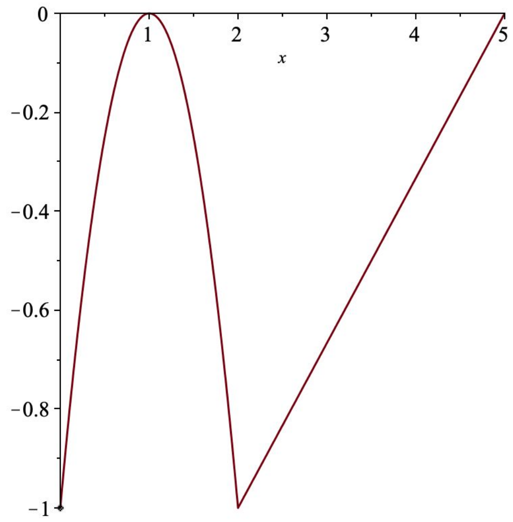
$$a0 := \frac{1}{\mathit{left}}\int_0^{\mathit{right}} f(x)\,\mathrm{d}x:$$

$$an := \frac{1}{\mathit{left}}\int_0^{\mathit{right}} f(x)\cos\left(\frac{n\cdot \mathrm{Pi}\cdot x}{\mathit{left}}\right)\mathrm{d}x:$$

$$bn := \frac{1}{\mathit{left}}\int_0^{\mathit{right}} f(x)\sin\left(\frac{n\cdot \mathrm{Pi}\cdot x}{\mathit{left}}\right)\mathrm{d}x:$$

$$Sn := (k, x) \rightarrow \frac{a0}{2} + \mathit{sum}\left(an\cdot\cos\left(\frac{n\cdot \mathrm{Pi}\cdot x}{\mathit{left}}\right) + bn\cdot\sin\left(\frac{n\cdot \mathrm{Pi}\cdot x}{\mathit{left}}\right), n = 1..k\right):$$

$\mathit{plot}([f(x), Sn(3, x), Sn(20, x)], x = -10..10, \mathit{discont} = \mathit{true});$



С помощью `piecewise` задаем кусочно-непрерывную функцию.
Определим вспомогательную функцию и затем зададим формулы для ряда Фурье и отрисуем итоговую сумму::

$$f := x \to piecewise\left(0 \le x \le 2, -x^2 + 2\,x - 1, 2 < x \le 5, \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}\right):$$

$try\_fourier(f, -10, 10);$

$try\_fourier := \mathbf{proc}\ (f, x1, x2)$
$\mathbf{local}\ a0, an, bn, Sk, T;$

$$T := \frac{\mathrm{abs}(x1 - x2)}{2};$$

$$a0 := \frac{1}{T} \cdot int(f(x), x = x1\ ..x2);$$

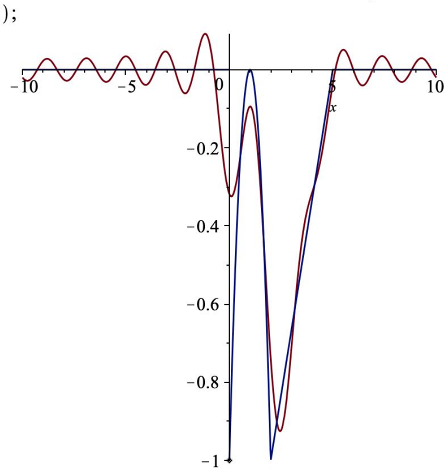
$$an := \frac{1}{T} \cdot int\left(f(x) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \mathrm{Pi}}{T} \cdot x\right), x = x1\ ..x2\right);$$

$$bn := \frac{1}{T} \cdot int\left(f(x) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \mathrm{Pi}}{T} \cdot x\right), x = x1\ ..x2\right);$$

$$Sk := (k, x) \to \frac{a0}{2} + sum\left(an \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \mathrm{Pi}}{T} \cdot x\right) + bn \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \mathrm{Pi}}{T} \cdot x\right), n = 1\ ..k\right);$$

$plot([Sk(10, x), f(x)], x = (x1)\ ..(x2), discont = true)$

$\mathbf{end}$

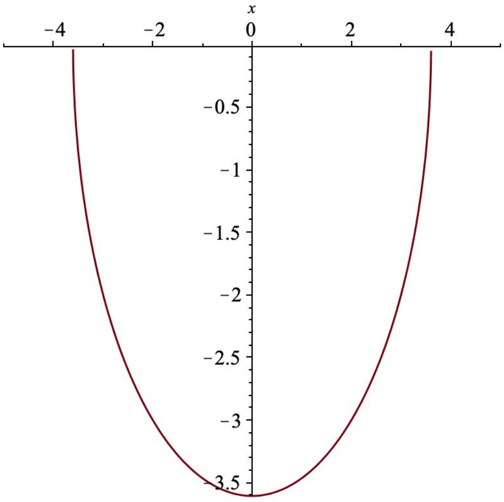


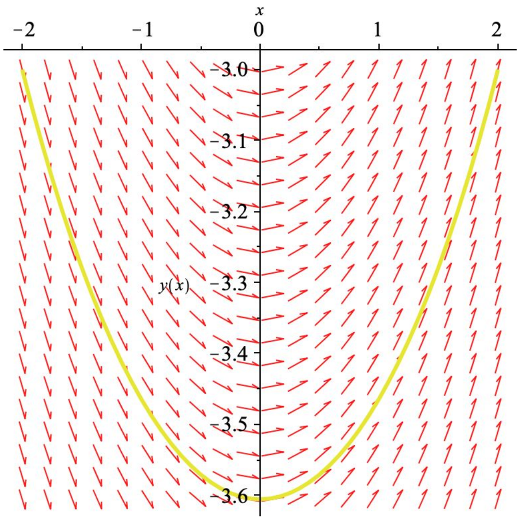
Лабораторная работа 3

1. Для данного дифференциального уравнения методом изоклин постройте интегральную кривую, проходящую через точку М

$ode := y(x) \cdot (diff(y(x), x)) = -x:$
$solution := dsolve(\{ode, y(-2) = -3\});$
$plot(-\mathrm{sqrt}(-x\hat{}2 + 13), x = -5\ ..\ 5);$
$DEplot(ode, y(x), x = -2\ ..\ 2, [y(-2) = -3]);$

$$solution := y(x) = -\sqrt{-x^2 + 13}$$





2.

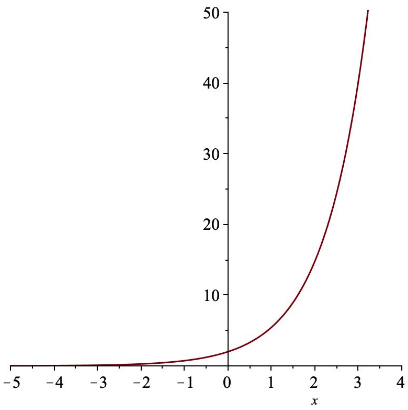
   a. Найдите линию, проходящую через точку M_0, и обладаю- щую тем свойством, что в любой ее точке M нормальный вектор MN с концом на оси Oy имеет длину, равную a, и образует острый угол с положительным направлением оси Oy. Сделайте чертеж.

   b. Найдите линию, проходящую через точку M_0, и обладающую тем свойством, что в любой ее точке M касательный вектор MN с концом на оси Ox имеет проекцию на ось Ox, обратно пропорциональную абсциссе точки M. Коэффициент пропорциональности равен a. Сделайте чертеж.

3. Найдите общий интеграл уравнения. Постройте на одном чертеже вблизи особой точки уравнения поле направлений и какую-либо интегральную кривую. Сделайте вывод о типе особой точки
4. Найдите решение задачи Коши. Сделайте чертеж интегральной кривой

```
ode := 2·( diff(y(x), x) + x·y(x) ) = (1 + x)·exp(−x)·y(x)^2 :
res := dsolve( {ode, y(0) = 2} );
plot(2/exp(−x), x = −5 .. 5);
```

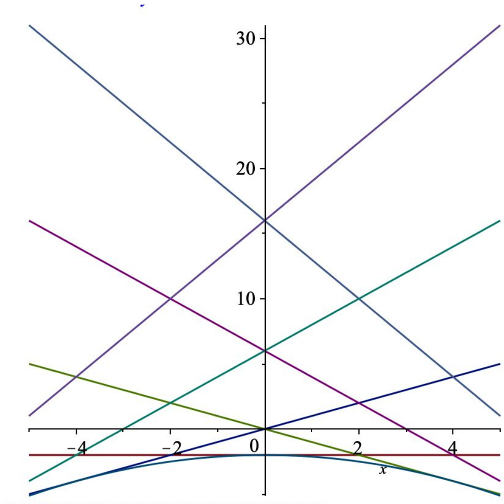
$$res := y(x) = \frac{2}{e^{-x}}$$



5. -
6. Найдите все решения уравнения. Постройте в одной системе координат график особого решения и интегральных кривых при целых значениях произвольной постоянной от -3 до 3

```
ode := y(x) = x·(diff(y(x), x)) + 2·(diff(y(x), x))^2 − 2 :
res := dsolve(ode);
y1(x) := −(1/8)·x^2 − 2 :
y2(x) := 2·C1^2 + C1·x − 2 :
plot( {seq(subs(C1 = n, y2(x)), n = −3 .. 3), y1(x)}, x = −5 .. 5);
```

$$res := y(x) = -\frac{x^2}{8} - 2,\ y(x) = 2\_C1^2 + x\_C1 - 2$$



7. -
8. Найдите общее решение уравнения и сравните с результатом, полученным в системе Maple

$restart;$

$ode := x^2 \cdot diff(diff(y(x), x), x) + x \cdot diff(y(x), x) = 1;$

$dsolve(ode);$

$$ode := x^2 \left(\frac{d^2}{dx^2}\, y(x) \right) + x \left(\frac{d}{dx}\, y(x) \right) = 1$$

$$y(x) = \frac{\ln(x)^2}{2} + \_C1 \ln(x) + \_C2$$

9. Найдите общее решение дифференциального уравнения.

$restart;$

$ode := diff(diff(y(x), x), x) - 4\, diff(y(x), x) + 8\, y(x) = e^x (5 \sin(x) - 3 \cos(x)) :$

$solution := dsolve(ode, y(x));$

$Order := 2 :$

$solution := dsolve(ode, y(x), type = series) :$

$cond := y(0) = 1, D(y)(0) = 1 :$

$solution := dsolve(\{ode, cond\}, y(x)) :$

$y1 := rhs(\%);$

$dsolve(\{ode, cond\}, y(x), series);$

$convert(\%, polynom);$

$y2 := rhs(\%);$

$$solution := y(x) = e^{2x} \sin(2x)\, \_C2 + e^{2x} \cos(2x)\, \_C1 + \frac{1}{2} \left(e^{2x} \left(\left(\int \cos(2x)\, e(5 \sin(x) - 3 \cos(x))^x e^{-2x}\, dx \right) \sin(2x) - \left(\int \sin(2x)\, e(5 \sin(x) - 3 \cos(x))^x e^{-2x}\, dx \right) \cos(2x) \right) \right)$$

$$y1 := -\frac{e^{2x} \sin(2x)}{2} + e^{2x} \cos(2x) + \frac{1}{2} \left(e^{2x} \left(\left(\int_0^x \cos(2\,\_z1)\, e(5 \sin(\_z1) - 3 \cos(\_z1))^{\_z1} e^{-2\,\_z1}\, d\_z1 \right) \sin(2x) - \left(\int_0^x \sin(2\,\_z1)\, e(5 \sin(\_z1) - 3 \cos(\_z1))^{\_z1} e^{-2\,\_z1}\, d\_z1 \right) \cos(2x) \right) \right)$$

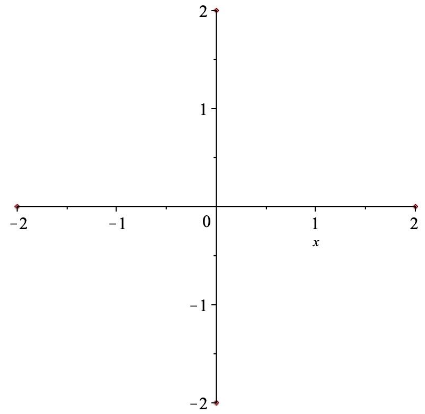
$$y(x) = 1 + x + O(x^2)$$

$$y(x) = 1 + x$$

$$y2 := 1 + x$$

Лабораторная работа 4

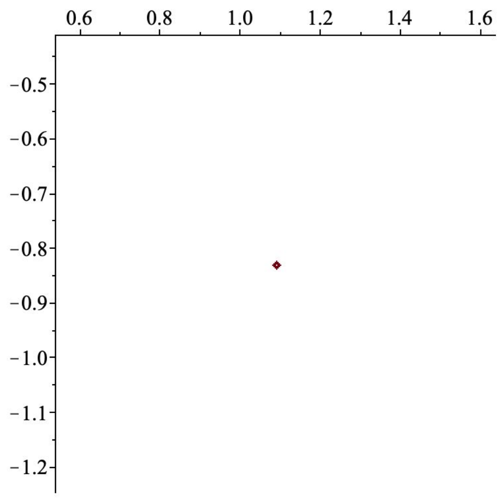
1. Найдите все значения корня «вручную», в Maple и постройте соответствующие им точки в комплексной плоскости.



$restart : with(plots) :$
$z := x^4 - 16 :$
$t := fsolve(z, x, complex);$
$complexplot([t], x = -2 .. 2, style = point);$

$t := -2.00000000000000, \ -2.000000000\, I, \ 2.000000000\, I, \ 2.00000000000000$

2. Представьте выражение в алгебраической форме. Изобразите точки, соответствующие аргументу и значению функции, в одной системе координат.



$s := \cos\left(\frac{\text{Pi}}{4} + I\right) :$
$evalc(s);$
$with(plots) :$
$complexplot(s, -\text{Pi} .. \text{Pi}, style = point);$

$$\frac{\sqrt{2}\,\cosh(1)}{2} - \frac{I\sqrt{2}\,\sinh(1)}{2}$$

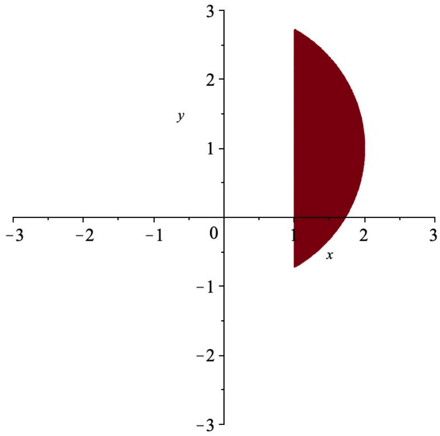
3. Представьте выражение в алгебраической форме и получите результат в Maple. Найдите его главное значение.

$s := \arcsin\left(\frac{17}{8}\right) :$
$evalc(s);$
$im := \text{Im}(s);$
$re := \text{Re}(s);$
$\text{phi} := simplify(\arctan(im/re));$
$evalf(\%);$

$$\frac{\pi}{2} - 2\, I \ln(2)$$
$$im := -2\ln(2)$$
$$re := \frac{\pi}{2}$$
$$\phi := -\arctan\left(\frac{4\ln(2)}{\pi}\right)$$
$$-0.7230858681$$

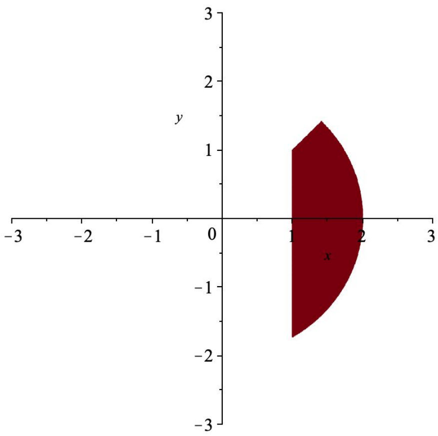
4. Изобразите области, заданные неравенствами.
   a.

```
restart;
z := x + I·y;
plots:-implicitplot( piecewise( (abs(z - I) ≤ 2) and (Re(z) > 1),
                     false, true),
            x=-3 ..3, y=-3 ..3,
            gridrefine=3, view= [ -3 ..3, -3 ..3 ] );
```



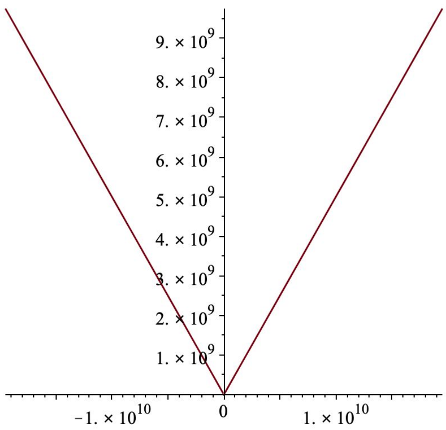
b.

```
restart;
z := x + I·y;
plots:-implicitplot( piecewise( (abs(z) < 2) and (Re(z) ≥ 1) and ( argument(z) < Pi/4 ),
            false, true ),
        x=-3 ..3, y=-3 ..3,
        gridrefine=3, view= [ -3 ..3, -3 ..3 ] );
```



5. Определите вид кривой. Сделайте чертеж.

```
restart;
with(plots) :
z := -4 tan - I·2·sec :
complexplot( z, -Pi/2 .. Pi/2 )
```



6. -
7. -
8. Найдите все лорановские разложения заданной функции по степеням z. Получите ответ в системе Maple

```
restart;
with(numapprox) :
s := (7 z - 196)/(z^4 + 7 z^3 - 98 z^2) :
laurent(s, z);
```

$$2\,z^{-2}+\frac{1}{14}\,z^{-1}+\frac{5}{196}+\frac{1}{392}\,z+\frac{17}{38416}\,z^{2}+\frac{31}{537824}\,z^{3}+\mathrm{O}\left(z^{4}\right)$$

9. Найдите все лорановские разложения данной функции по степеням $z - z_0$

```
restart;
with(numapprox) :
s := (z-1)/(z(z + 1)) :
z0 := 2 - I:
subs(z - 2 + I=z - z0, laurent(s, z=2 - I, 3));
Error, (in numapprox:-laurent) unable to compute Laurent series
```

По каким-то причинам, данный ряд не захотел разложиться

10. Заданную функцию разложите в ряд Лорана в окрестности точки z_0

```
restart;
with(numapprox) :
s := sin(5 z/ (z - 2 I));
laurent(s, z=2 I)
```

$$s := \sin\left(\frac{5\,z}{z - 2\,\mathrm{I}}\right)$$

```
Error, (in numapprox:-laurent) unable to compute Laurent series
```