Solutions 1

1. A round-robin tournament is being held with n tennis players; this means that every player will play against every other player exactly once.
   (a) How many possible outcomes are there for the tournament (the outcome lists out who won and who lost for each game)?

   Solution: Քանի որ ամեն խաղացող մնացած խաղացողներից յուրաքանչյուրի հետ մրցում է ճիշտ մեկ անգամ, խաղերի քանակը հավասար է n հոգուց զույգեր ընտրելու քանակին՝ C(n,2)= $\frac{n(n-1)}{2}$:Յուրաքանչյուր խաղ ունի 2 ելք՝ առաջին խաղացողը հաղթում է իսկ երկրորդը՝ պարտվում կամ հակառակը: Հետևաբար մրցույթը ունի $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$ ելք:

   (b) How many games are played in total?
   Solution: C(n,2)= $\frac{n(n-1)}{2}$

2. (a) How many ways are there to split a dozen people into 3 teams, where one team has 2 people, and the other two teams have 5 people each?

   Solution: Սկզբից կընտրենք 2 հոգանոց թիմ 12 հոգուց C(12,2) ձևով: Մնացած 10 հոգուց մեզ անհրաժեշտ է ընտրել 5 հոգանոց 2 թիմ, որը արվում է $\frac{C(10,5)}{2}$ ձևով:

   Ստացվում է որ նման ձևով 3 թիմի բաժանելու $\frac{C(12,2)* C(10,5)}{2}$ տարբերակ կա:

   (b) How many ways are there to split a dozen people into 3 teams, where each team has 4 people?

   Solution: Նախ ընտրենք 4 հոգանոց թիմ 12 հոգուց, որը արվում է C(12,4) եղանակով, ապա մնացած 8 հոգուց երկրորդ 4 հոգանոց թիմը C(8,4) ձևով, արդյունքում երրորդ թիմը կլինի ընտրված:Քանի որ 3 թիմերի դասավորության 3! տարբերակ կա բաժանումների քանակը կլինի $\frac{C(12,4)* C(8,4)}{3!}$:

3. How many paths are there from (0, 0) to (210, 211), where each step consists of going one unit up or one unit to the right, and the path has to go through (110, 111)?

   Solution: Յուրաքանչյուր ճանապարհ կարող ենք դիտարկել որպես վերև և աջ գնացող միավոր ճանապարհների հաջորդականություն, հետևաբար միայն աջերի կամ միայն վերևների դասավորվածությամբ ճանապարհը որոշվում է : Ճանապարհը մտովի բաժանենք 2 մասի: (0, 0)-ից (110, 111) տանող ճանապարհների քանակը կլինի C(110+111,110) = C(111+110,111):Իսկ (110, 111)-ից (210, 211) կունենանք C(200,100) ճանապարհ: Պահանջված ճանապարհների քանակը կլինի C(221,110) * C(200,100):

4. To fulfill the requirements for a certain degree, a student can choose to take any 7 out of a list of 20 courses, with the constraint that at least 1 of the 7 courses must be a statistics course. Suppose that 5 of the 20 courses are statistics courses. How many choices are there for which 7 courses to take?

Solution: Այս խնդրում ավելի հարմար է հաշվենք պայմանին չբավարարողների քանակը և հանենք ընդհանուրից: Ընդհանուր դեպքերի քանակը C(20,7) է: Պայմանին չբավարարողների քանակը հավասար է մնացած 15-ից 7-յակներ ընտրելու քանակին՝ C(15,7): Արդյունքում կունենանք այդպիսի ընտրության C(20,7)- C(15,7) տարբերակ:

5. A certain casino uses 10 standard decks of cards mixed together into one big deck, which we will call a superdeck. Thus, the superdeck has 52 * 10 = 520 cards, with 10 copiesof each card. How many different 10-card hands can be dealt from the superdeck? The order of the cards does not matter, nor does it matter which of the original 10 decks the cards came from. Express your answer as a binomial coefficient.

Solution: Քանի որ կապոցից 10 քարտ ենք վերցնելու և յուրաքանչյուր քարտից 10 հատ ունենք կարող ենք խնդիրը բերել հետևյալ դեպքին. ունենք 52 տարբեր քարտեր և 10 անգամ քարտ ենք վերցնում, մտապահում ու էլի հետ դնում կապոցի մեջ: Ունենք որ հերթականությունը կարևոր չի: Ըստ բանաձևի (Bose-Eimstein.with replacement and order doesn't metter) նկարագրված հաջորդականությունների քանակը կլինի C(52+10-1,10):

6. Four cards are face down on a table. You are told that two are red and two are black, and you need to guess which two are red and which two are black. You do this by pointing to the two cards you're guessing are red (and then implicitly you're guessing that the other two are black). Assume that all configurations are equally likely, and that you do not have psychic powers. Find the probability that exactly j of your guesses are correct, for j = 0, 1, 2, 3, 4.

Solution:Նշանակենք՝ կարմիր քարտ-R, սև քարտ-B: Կա այդպիսի C(4,2)=6 քարտերի կոմբինացիա՝ RRBB, BBRR, RBRB, BRBR, RBBR, BRRB: Ենթադրենք սեղանին դրված է RRBB կոմբինացիան: 0 համընկնում կլինի միայն երբ գուշակենք BBRR, այսինքն սևերը մատնացույց անենք որպես կարմիր, հետևաբար հավանականությունը $\frac{1}{6}$ է: 4 համընկնման համար նույնն է: Մեր վերցրած օրինակի համար 2 համընկնում կլինի RBRB, BRBR, RBBR, BRRB գուշակությունների դեպքում: 2 համընկնում լինելու հավանականությունը $\frac{2}{3}$ է: Պարզ է որ կենտ համընկնում չի կարող լինել: 1,3 համընկնում լինելու հավանականությունը $1-\frac{1}{6}-\frac{1}{6}-\frac{2}{3}=0$ է:

7. An organization with 2n people consists of n married couples. A committee of size k is selected, with all possibilities equally likely. Find the probability that there are exactly j married couples within the committee.

Solution: 2n հոգուց կամայական k հոգի կարող ենք ընտրել C(2n,k) ձևով: Սկզբից C(n,j) եղանակով կընտրենք j ամուսնացած զույգ: Ապա մնացած 2(n-j) հոգուց k-2j հոգի այնպես որ ամուսնացած զույգեր չլինեն: Դա արվում է C(2(n-j),k-2j) = C(n-j,k-2j)* 2^{k-2j} եղանակով: Յավանականությունը կլինի $\frac{C(n,j)C(n-j,k-2j)2^{k-2j}}{C(2n,k)}$:

8. There are n balls in a jar, labeled with the numbers 1, 2,…,n. A total of k balls are drawn, one by one with replacement, to obtain a sequence of numbers.
   (a) What is the probability that the sequence obtained is strictly increasing?

   Solution: Ընդհանուր ընտրությունների քանակը n^k է: n հատ պիտակավորված տարրից k տարանոց աճող ենթահաջորդականություն ընտրելը նույնն է, թե տրված k տարանոց ենթահաջորդականություններից դիտարկենք միայն մեկը: Յետևաբար աճող ենթահաջորդականությունների քանակը C(n,k) է: Պահանջվողի հավանականությունը կլինի $\frac{C(n,k)}{n^k}$:

   (b) What is the probability that the sequence obtained is increasing (but not necessarily strictly increasing, i.e., there can be repetitions)?

   Solution: Ոչ խիստ աճող (չնվազող) հաջորդականությունների քանակը հավասար է ընդհանուրից հանած նվազողների քանակին:Յետևաբար բավական է հաշվենք նվազող լինելու հավանականությունը և հանենք 1-ից:
   Նախորդի նմանությամբ այդպիսինների քանակը C(n,k)   է: Ստացվում է չնվազող լինելու հավանականությունը 1- $\frac{C(n,k)}{n^k}$ –ի է հավասար: