

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра програмних систем і технологій

Дисципліна
«Ймовірнісні основи програмної інженерії»

Лабораторна робота №5
Дискретні розподіли ймовірностей

Виконав:	Зарожевський Євген Сергійович	Перевірила:	Марцафей А.С.
Група	ІПЗ-22	Дата перевірки	
Форма навчання	денна	Оцінка	
Спеціальність	121		
2022			

Мета роботи:

Навчитись використовувати на практиці набуті знання про центральні тенденції та міри.

Завдання:

1. Ймовірність знаходження в кожному прибулому потязі вагонів на дане призначення 0,2. Визначити

ймовірність того, що в трьох із п'яти потягів, які прибувають протягом однієї години, будуть вагони на дане призначення.

2. Знайти ймовірність того, що в п'яти незалежних випробуваннях подія A відбудеться: а) рівно 4 рази; б) не

менше 4 разів, якщо в кожному випробуванні ймовірність появи події становить 0,8.

3. На кондитерській фабриці 20% всіх цукерок складають льодяники. Знайти ймовірність того, що серед 400

вибраних навмання цукерок буде рівно 80 льодяників.

4. На автомобільному заводі у звичному режимі роботи з конвеєра сходять 100000 автомобілів. Ймовірність

бракованого автомобіля дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що з конвеєра зійшло 5 бракованих автомобілів.

5. Ймовірність того, що пара взуття, яка взята навмання з виготовленої партії виявиться вищого ґатунку

дорівнює 0,4. Чому дорівнює ймовірність того, що серед 600 пар, які поступили на контроль, виявиться від

228 до 252 пар взуття вищого ґатунку?

6. Банк обслуговує 100 клієнтів, від кожного з яких може надійти вимога на проведення фінансової операції

на наступний день з ймовірністю 0,4. Знайти найімовірніше число вимог клієнтів кожного дня, та його

ймовірність.

7. Завод випускає в середньому 4% нестандартних виробів. Яка ймовірність того, що число нестандартних

виробів у партії з 4000 штук не більше 170?.

8. Яка ймовірність того, що при 10000 незалежних киданнях монети герб випаде 5000 разів?

9. Фірма відправила на базу 1000 якісних виробів. Ймовірність того, що вироби в дорозі пошкодяться

дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що на базу прибуде 5 пошкоджених виробів.

10. Нехай ймовірність того, що грошовий приймальник автомату при опусканні монети скидає неправильно

дорівнює 0,03. Знайти найімовірніше число випадків правильної роботи автомату, якщо буде кинута 150

монет.

Побудова математичної моделі:

Для вирішення завдань використовувалось:

Формула Бернуллі

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m},$$

де p - ймовірність появи події A в кожному випробуванні,

n – кількість випробувань,

m – кількість сприятливих випадків,

$q = 1 - p$ - ймовірність не появи події A в кожному випробуванні

Формула Муавра-Лапласа:

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x_m),$$

де n – кількість випробувань,

m – кількість сприятливих випадків,

p - ймовірність появи події A в кожному випробуванні,

$q = 1 - p$ - ймовірність не появи події А в кожному випробуванні,

$$x_m = \frac{m - np}{\sqrt{npq}},$$

$$\varphi(x_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} - \text{функція Гауса}$$

Найімовірніше число появ випадкової події:

$$np - q \leq m_0 \leq np + p \text{ або } (n+1)p - 1 \leq m_0 \leq (n+1)p$$

Код алгоритму:

```
import math

def gauss(x):
    return (1 / math.sqrt(2 * math.pi)) * (math.e ** (-(x ** 2) / 2))

def laplas(p, n, m):
    q = 1 - p
    np = n * p
    npq = np * q
    sqrtnpq = math.sqrt(npq)
    x = (m - np) / sqrtnpq
    return gauss(x) / sqrtnpq

def bernulli(p, n, m):
    q = 1 - p
    return math.comb(n, m) * (p ** m) * (q ** (n - m))

def task1():
    p = 0.2
    n = 5
    m = 3
    answer = bernulli(p, n, m)
    print("Task 1:\nЙмовірність знаходження в кожному прибулому потязі вагонів  
на дане призначення 0,2.\nВизначити ймовірність того, що в трьох із п'яти  
потягів, які прибувають протягом однієї години, будуть вагони на дане  
призначення.\n")
    print(f'Answer: {answer * 100}%\n')

def task2():
    p = 0.8
    n = 5
    m = 4

    answerA = bernulli(p, n, m)
    answerB = 0
```

```

    for i in range(0, 5):
        answerB += bernulli(p, n, i)

    print("Task 2:\nЗнайти ймовірність того, що в п'яти незалежних випробуваннях
подія A відбудеться:\na) рівно 4 рази; б) не менше 4 разів, якщо в кожному
випробуванні ймовірність появи події становить 0,8.\n")
    print(f'Answer:\na) {answerA * 100}%\nb) {answerB * 100}%\n')

def task3():
    p = 0.2
    n = 400
    m = 80
    answer = laplas(p, n, m)
    print("Task 3:\nНа кондитерській фабриці 20% всіх цукерок складають
льодяники.\nЗнайти ймовірність того, що серед 400 вибраних намання цукерок буде
рівно 80 льодяників.\n")
    print(f"Answer: {answer * 100}%\n")

def task4():
    p = 0.0001
    n = 100000
    m = 5
    answer = laplas(p, n, m)
    print("Task 4:\nНа автомобільному заводі у звичному режимі роботи з конвеєра
сходить 100000 автомобілів.\nЙмовірність бракованого автомобіля дорівнює
0,0001.\nЗнайти ймовірність того, що з конвеєра зішло 5 бракованих
автомобілів.\n")
    print(f"Answer: {answer * 100}%\n")

def task5():
    p = 0.4
    n = 600
    answer = 0
    for m in range(228, 252):
        answer += laplas(p, n, m)
    print("Task 5:\nЙмовірність того, що пара взуття, яка взята намання з
виготовленої партії виявиться вищого ґатунку дорівнює 0,4.\nЧому дорівнює
ймовірність того, що серед 600 пар, які поступили на контроль, виявиться від 228
до 252 пар взуття вищого ґатунку?\n")
    print(f"Answer: {answer * 100}%\n")

def task6():
    p = 0.04
    q = 1 - p
    n = 100
    low = p * n - q
    high = p * n + p
    answer = math.floor(high)
    print("Task 6:\nБанк обслуговує 100 клієнтів, від кожного з яких може
надійти вимога на проведення фінансової операції на наступний день з ймовірністю
0,4.\nЗнайти найімовірніше число вимог клієнтів кожного дня.\n")
    print(f"Answer: {answer}\n")

def task7():

```

```

p = 0.04
n = 4000
m = 170
answer = 0
for i in range(m):
    answer += laplas(p, n, i)
print("Task 7:\nЗавод випускає в середньому 4% нестандартних виробів.\nЯка ймовірність того, що число нестандартних виробів у партії з 4000 штук не більше 170?\n")
print(f"Answer: {answer * 100}%\n")

def task8():
    p = 0.5
    n = 10000
    m = 5000
    answer = laplas(p, n, m)
    print("Task 8:\nЯка ймовірність того, що при 10000 незалежних киданнях монети герб випаде 5000 разів?\n")
    print(f"Answer: {answer * 100}%\n")

def task9():
    p = 0.002
    n = 1000
    m = 5
    answer = bernulli(p, n, m)
    print("Task 9:\nФірма відправила на базу 1000 якісних виробів. Ймовірність того, що вироби в дорозі пошкодяться дорівнює 0,002.\nЗнайти ймовірність того, що на базу прибуде 5 пошкоджених виробів.\n")
    print(f"Answer: {answer * 100}%\n")

def task10():
    p = 0.03
    q = 1 - p
    n = 150
    low = p * n - q
    high = p * n + p
    answer = math.floor(high)
    print("Task 10:\nНехай ймовірність того, що грошовий приймальник автомату при опусканні монети скидає неправильно дорівнює 0,03.\nЗнайти найімовірніше число випадків правильної роботи автомату, якщо буде кинута 150 монет.\n")
    print(f"Answer: {answer}\n")

task1()
task2()
task3()
task4()
task5()
task6()
task7()
task8()
task9()
task10()

```

Випробування алгоритму:

Завдання 1:

Task 1:

Ймовірність знаходження в кожному прибулому потязі вагонів на дане призначення 0,2.

Визначити ймовірність того, що в трьох із п'яти потягів, які прибувають протягом однієї години, будуть вагони на дане призначення.

Answer: 5.120000000000003%

Завдання 2:

Task 2:

Знайти ймовірність того, що в п'яти незалежних випробуваннях подія A відбудеться:

а) рівно 4 рази; б) не менше 4 разів, якщо в кожному випробуванні ймовірність появи події становить 0,8.

Answer:

а) 40.96%

б) 67.23199999999999%

Завдання 3:

Task 3:

На кондитерській фабриці 20% всіх цукерок складають льодяники.

Знайти ймовірність того, що серед 400 вибраних навмання цукерок буде рівно 80 льодяників.

Answer: 4.9867785050179085%

Завдання 4:

Task 4:

На автомобільному заводі у звичному режимі роботи з конвеєра сходять 100000 автомобілів.

Ймовірність бракованого автомобіля дорівнює 0,0001.

Знайти ймовірність того, що з конвеєра зійшло 5 бракованих автомобілів.

Answer: 3.6141767437943213%

Завдання 5:

Task 5:

Ймовірність того, що пара взуття, яка взята навмання з виготовленої партії виявиться вищого ґатунку дорівнює 0,4.

Чому дорівнює ймовірність того, що серед 600 пар, які поступили на контроль, виявиться від 228 до 252 пар взуття вищого ґатунку?

Answer: 68.24093685675713%

Завдання 6:

Task 6:

Банк обслуговує 100 клієнтів, від кожного з яких може надійти вимога на проведення фінансової операції на наступний день з ймовірністю 0,4. Знайти найімовірніше число вимог клієнтів кожного дня.

Answer: 4

Завдання 7:

Task 7:

Завод випускає в середньому 4% нестандартних виробів.

Яка ймовірність того, що число нестандартних виробів у партії з 4000 штук не більше 170?

Answer: 77.8380752502656%

Завдання 8:

Task 8:

Яка ймовірність того, що при 10000 незалежних киданнях монети герб випаде 5000 разів?

Answer: 0.7978845608028653%

Завдання 9:

Task 9:

Фірма відправила на базу 1000 якісних виробів. Ймовірність того, що вироби в дорозі пошкодяться дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що на базу прибуде 5 пошкоджених виробів.

Answer: 3.601702517738661%

Завдання 10:

Task 10:

Нехай ймовірність того, що грошовий приймальник автомату при опусканні монети скидає неправильно дорівнює 0,03. Знайти найімовірніше число випадків правильної роботи автомату, якщо буде кинута 150 монет.

Answer: 4

Висновок:

Виконано завдання п'ятої лабораторної роботи. Опановані навички використання на практиці набутих знання про центральні тенденції та міри. Розроблена програма, що вирішує 10 завдань з теорії ймовірності. Програма коректно працює для виконання всіх завдань.