

Составление уравнений состояния цепи второго порядка

Метод узловых напряжений

```
syms u0 i0 il uc p;  
syms r1 r2 r3 c l rn
```

Параметры в условии

```
% r1 = 500;  
% r2 = 12000;  
% r3 = 500;  
% rn = 1000;  
% c = 0.05*10^(-6);  
% l = 0.1;
```

Нормированные параметры

```
r1 = 1;  
r2 = 24;  
r3 = 1;  
rn = 2;  
c = 1;  
l = 8;
```

Матрица коэффициентов A

```
m11 = -(r1+r2)/(c*((r3+rn)*(r1+r2)+r1*r2))
```

```
m11 = -0.2525
```

```
m12 = (r3*(r1+r2)+r1*r2)/(((rn+r3)*(r1+r2)+r1*r2)*c)
```

```
m12 = 0.4949
```

```
m21 = -(r3*(r1+r2)+r1*r2)/(l*((r3+rn)*(r1+r2)+r1*r2))
```

```
m21 = -0.0619
```

```
m22 = -(r3*rn*(r1+r2)+rn*r1*r2)/(l*((r3+rn)*(r1+r2)+r1*r2))
```

```
m22 = -0.1237
```

```
M = [m11, m12; m21, m22]
```

```
M = 2x2  
-0.2525    0.4949  
-0.0619   -0.1237
```

```
M-eye(2, 2)*p
```

```
ans =
```

$$\begin{pmatrix} -p - \frac{25}{99} & \frac{49}{99} \\ -\frac{49}{792} & -p - \frac{49}{396} \end{pmatrix}$$

```
eqn = det(M-eye(2, 2)*p)
```

```
eqn =
```

$$p^2 + \frac{149}{396}p + \frac{49}{792}$$

Нормированный ответ

```
p12 = solve(eqn == 0, p)
```

```
p12 =
```

$$\begin{pmatrix} -\frac{149}{792} - \frac{\sqrt{16607}i}{792} \\ -\frac{149}{792} + \frac{\sqrt{16607}i}{792} \end{pmatrix}$$

Ненормированный ответ

```
solve(eqn == 0, p)/25/10^(-6)
```

```
ans =
```

$$\begin{pmatrix} -\frac{745000}{99} - \frac{5000\sqrt{16607}i}{99} \\ -\frac{745000}{99} + \frac{5000\sqrt{16607}i}{99} \end{pmatrix}$$

```
% M = [-3/11-p, 5/11; -5/(11*8), -10/(11*8)-p]
%eqn = det(M)
```

```
% A1 = [-3/11, 5/11; -5/(11*8), -10/(11*8)]
% A2 = [uc; il]
% A1*A2
```

Определение коэффициентов общего решения уравнений состояния

```
syms ut it t alpha beta
alpha = real(p12(2))
```

```
alpha =
```

$$-\frac{149}{792}$$

```
beta = imag(p12(2))
```

```
beta =
```

$$\frac{\sqrt{16607}}{792}$$

```
du0_c = 56/99;
di0_l = 86/(99*8);
ui_c = 2;
ii_l = 144/49;
u0_c = 0;
i0_l = 144/49;
A1 = -2
```

```
A1 = -2
```

```
A2 = 1/beta*(du0_c-alpha*A1)
```

```
A2 =
```

$$\frac{150 \sqrt{16607}}{16607}$$

```
ut = exp(alpha*t)*(A1*cos(beta*t)+A2*sin(beta*t))+ui_c;
vpa(ut, 6)
```

```
ans = 2.0 - 1.0 e-0.188131 t (2.0 cos(0.162712 t) - 1.16398 sin(0.162712 t))
```

```
B1 = 0
```

```
B1 = 0
```

```
B2 = 1/beta*(di0_l-alpha*B1);
vpa(B2, 4)
```

```
ans = 0.6673
```

```
it = exp(alpha*t)*(B1*cos(beta*t)+B2*sin(beta*t))+ii_l;
vpa(it, 4)
```

```
ans = 0.6673 e-0.1881 t sin(0.1627 t) + 2.939
```

```
tau = -1/real(p12(1))
```

```
tau =
```

$$\frac{792}{149}$$

```
% fplot([ut it])
% xlim([0, 50])
% grid on
% hold off
```

Построение решений уравнений состояния методом Эйлера

```
syms fu fi u_c i_l
%Шаг численного метода
dt = 0.1;
```

```
%Правый край исследуемого интервала
T = 25;
%Значения тока ИТ и напряжения ИН
u_0 = 6;
i_0 = 1;
%Предначальные условия
u0_c = 0;
i0_l = 144/49;
%Уравнение состояния напряжения C-элемента
fu = -25/99*u_c+49/99*i_l-24/99*u_0+50/99*i_0
```

```
fu =

$$\frac{49}{99} i_l - \frac{25}{99} u_c - \frac{94}{99}$$

```

```
%Уравнение состояния напряжения L-элемента
fi = -49/(99*8)*u_c-98/(99*8)*i_l+48/(99*8)*u_0+98/(99*8)*i_0
```

```
fi =

$$\frac{193}{396} - \frac{49}{792} u_c - \frac{49}{396} i_l$$

```

```
%Реализация метода Эйлера
ut_e = zeros(1, floor(T/dt)+1);
it_e = zeros(1, floor(T/dt)+1);
ut_e(1) = u0_c;
it_e(1) = i0_l;
i = 2;
%subs(выражение, заменяемая переменная, подставляемое значение)
while (i <= length(it_e))
    ut_e(i) = ut_e(i-1)+dt*subs(fu, [u_c i_l], [ut_e(i-1) it_e(i-1)]);
    it_e(i) = it_e(i-1)+dt*subs(fi, [u_c i_l], [ut_e(i-1) it_e(i-1)]);
    i = i+1;
end
ut_e
```

```
ut_e = 1x251
    0    0.0505    0.1003    0.1495    0.1980    0.2458    0.2930    0.3394 ...
```

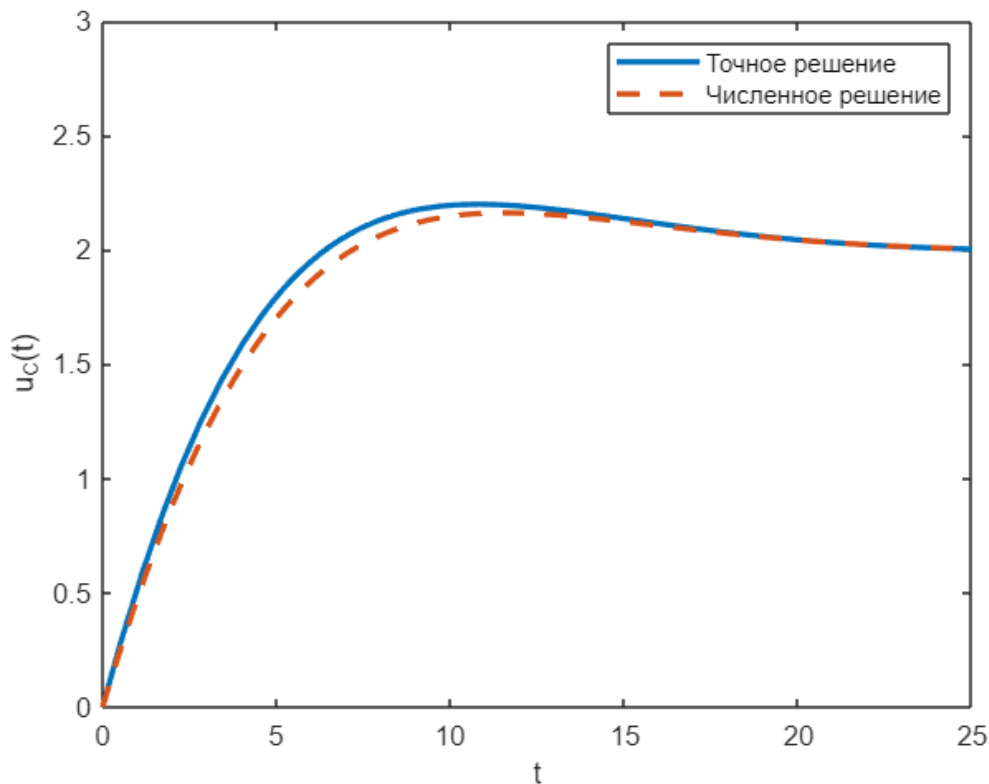
```
it_e
```

```
it_e = 1x251
    2.9388    2.9511    2.9631    2.9745    2.9855    2.9961    3.0062    3.0160 ...
```

Графики точного и численного решения уравнений состояния

```
xs = 0:dt:T;
fplot(ut, 'linewidth', 2)
hold on
plot(xs, ut_e, '--', 'linewidth', 2)
xlim([0, 25])
ylim([0, 3])
legend("Точное решение", "Численное решение")
%title("Решение уравнения состояния для C-элемента")
```

```
xlabel('t')
ylabel('u_C(t)')
hold off
```



```
ut = vpa(ut, 4)
```

```
ut = 2.0 - 1.0 e-0.1881 t (2.0 cos(0.1627 t) - 1.164 sin(0.1627 t))
```

```
ut_e
```

```
ut_e = 1×251
      0      0.0505      0.1003      0.1495      0.1980      0.2458      0.2930      0.3394 ...
```

```
it = vpa(it, 4)
```

```
it = 0.6673 e-0.1881 t sin(0.1627 t) + 2.939
```

```
it_e
```

```
it_e = 1×251
      2.9388      2.9511      2.9631      2.9745      2.9855      2.9961      3.0062      3.0160 ...
```

```
fplot(it, 'linewidth', 2)
```

Warning: Graphics timeout occurred. To share details of this issue with MathWorks technical support, please include that this is an unresponsive graphics client with your service request.

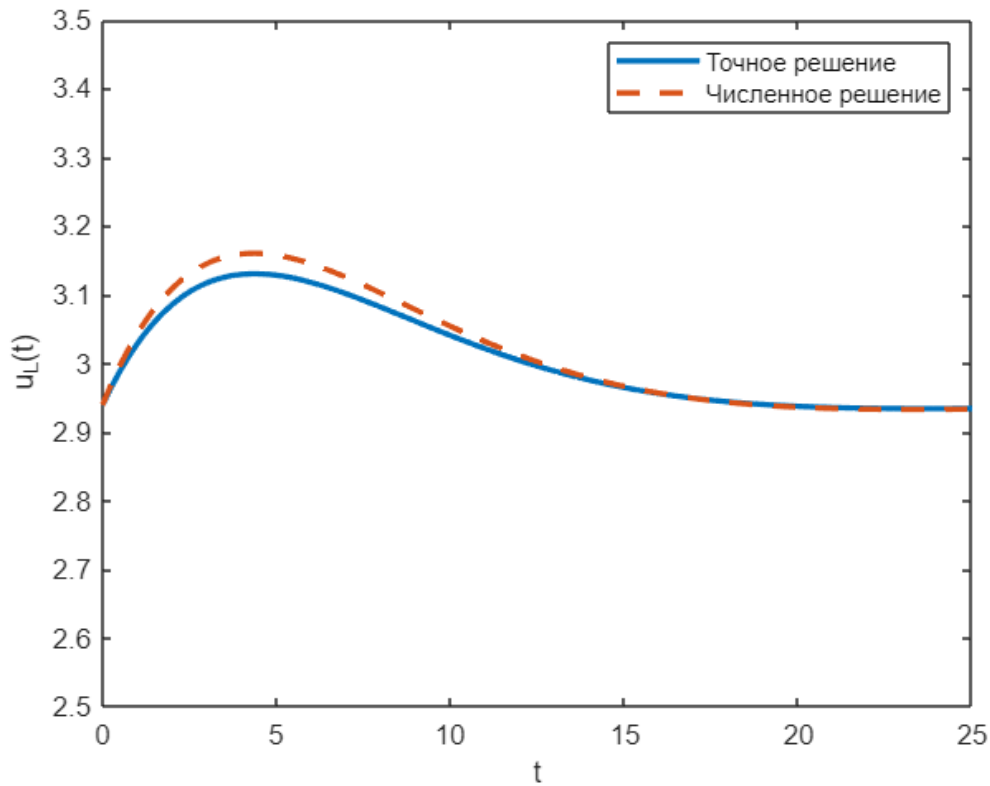
Warning: Graphics timeout occurred. To share details of this issue with MathWorks technical support, please include that this is an unresponsive graphics client with your service request.

```
hold on
plot(xs, it_e, '--', 'linewidth', 2)
```

```

xlim([0, 25])
ylim([2.5, 3.5])
legend("Точное решение", "Численное решение")
%title("Решение уравнения состояния для L-элемента")
xlabel('t')
ylabel('u_L(t)')
hold off

```



Опкраторный метод

П 2. Дано

```

syms s U0
%Параметры сигнала
t_i = 4; %Время импульса
T = 4*t_i; %Период сигнала
%Параметры цепи
Z1 = 1;
Z2 = 24;
Z3 = 1;
Zn = 2;
Zl = 8*s;
Zc = 1/s;
I0 = 0;
I1 = 0;
Uc = 0;
% U0 = 8/s-8/s*exp(-t_i*s);%Изображение входного сигнала

```

МКТ

$$A = [Z1+Z2, -Z2, 0; -Z2, Z2+Z3+Z1, -Z1; 0, -Z1, Z1+Zc+Zn]$$

A =

$$\begin{pmatrix} 25 & -24 & 0 \\ -24 & 8s + 25 & -8s \\ 0 & -8s & 8s + \frac{1}{s} + 2 \end{pmatrix}$$

$$B = [U0; -I1*Z1; -I0*Zn+I1*Z1+Uc]$$

B =

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

`Ik = linsolve(A, B); %Контурные токи`
`simplify(Ik)`

ans =

$$\begin{pmatrix} \frac{U_0 (216 s^2 + 58 s + 25)}{792 s^2 + 298 s + 49} \\ \frac{24 U_0 (8 s^2 + 2 s + 1)}{792 s^2 + 298 s + 49} \\ \frac{192 U_0 s^2}{792 s^2 + 298 s + 49} \end{pmatrix}$$

`In = Ik(3)+I0 %Ток через нагрузку`

In =

$$\frac{192 U_0 s^2}{792 s^2 + 298 s + 49}$$

`Un = simplify(In*Zn) %Напряжение нагрузки`

Un =

$$\frac{384 U_0 s^2}{792 s^2 + 298 s + 49}$$

`H = simplify(Un/U0) %Передаточная функция`

H =

$$\frac{384 s^2}{792 s^2 + 298 s + 49}$$

Нули и полюсы передаточной функции

`zs = solve(384*s^2 == 0); %Нули передаточной функции`

```
ps = solve(792*s^2+298*s+49 == 0); %Полюсы передаточной функции
vpa(zs, 4)
```

```
ans =
```

```

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

```

```
vpa(ps, 4)
```

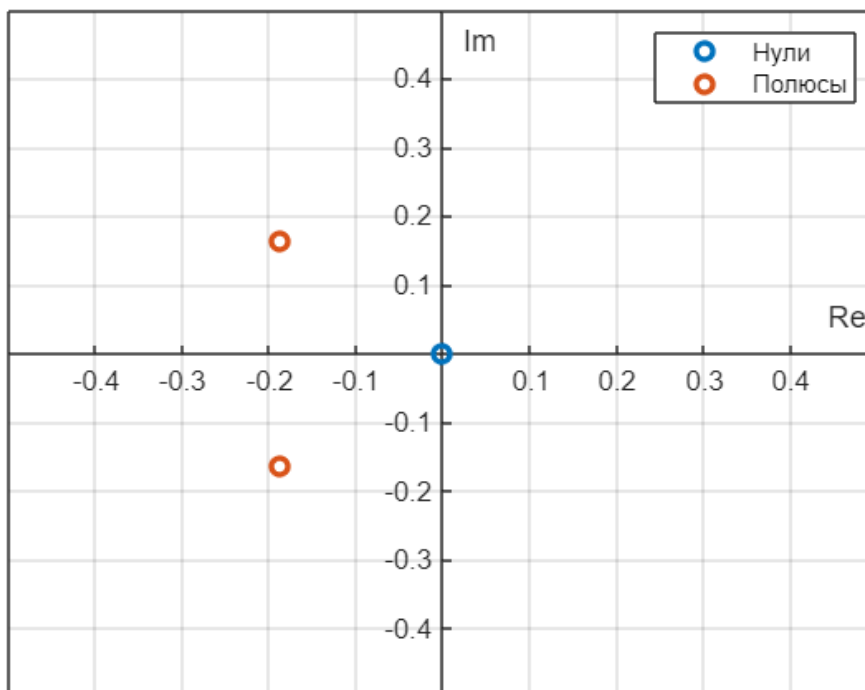
```
ans =
```

```

$$\begin{pmatrix} -0.1881 - 0.1627i \\ -0.1881 + 0.1627i \end{pmatrix}$$

```

```
plot(real(zs), imag(zs), 'o', 'LineWidth', 2)
hold on
plot(real(ps), imag(ps), 'o', 'LineWidth', 2)
xlabel('Re')
ylabel('Im')
hold off
xlim([-0.5 0.5])
ylim([-0.5 0.5])
grid on
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
legend('Нули', 'Полюсы');
ax.XTick = [-0.5000 -0.4000 -0.3000 -0.2000 -0.1000 0 0.1000 0.2000 0.3000 0.4000 0.5000];
```



Переходная и импульсные характеристики

```
ht = ilaplace(H);  
ht = vpa(simplify(ht), 4)
```

$$ht = 0.4848 \delta(t) - 0.1824 e^{-0.1881 t} (\cos(0.1627 t) - 0.1457 \sin(0.1627 t))$$

```
ht_1 = ilaplace(H/s);  
ht_1 = vpa(simplify(ht_1), 4)
```

$$ht_1 = 0.4848 e^{-0.1881 t} (\cos(0.1627 t) - 1.156 \sin(0.1627 t))$$

```
u0 = 8*heaviside(t)-8*heaviside(t-4); %Оригинал входного сигнала  
U0 = laplace(u0) %Изображение входного сигнала
```

$$U0 = \frac{8}{s} - \frac{8 e^{-4s}}{s}$$

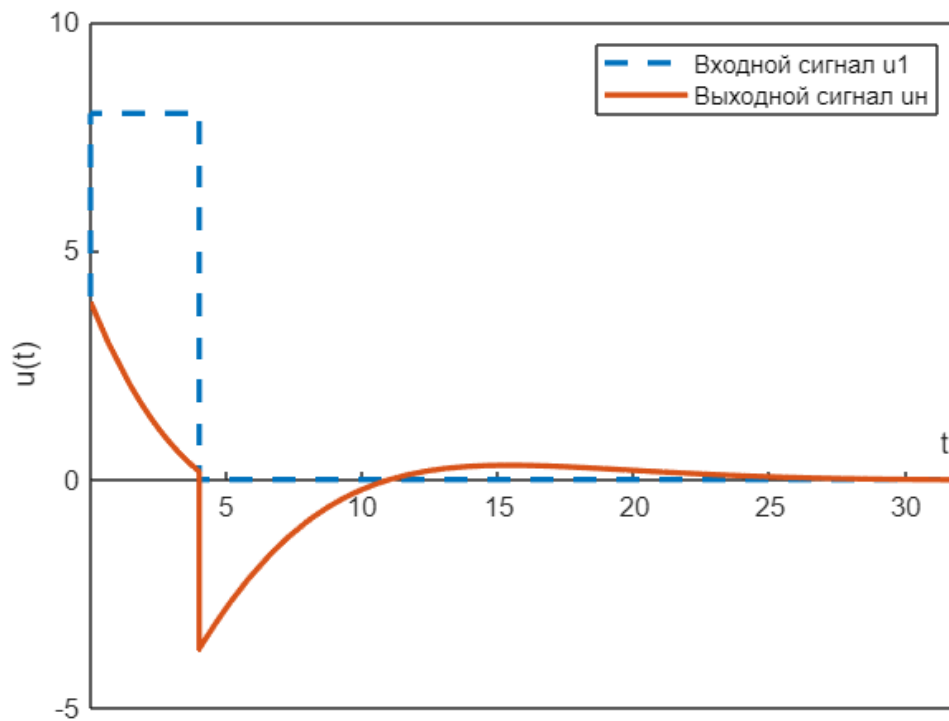
```
Un1 = simplify(H*U0) %Изображение напряжения нагрузки
```

$$Un1 = -\frac{384 s (8 e^{-4s} - 8)}{792 s^2 + 298 s + 49}$$

```
un = ilaplace(Un1); %Оригинал напряжения нагрузки  
un = vpa(un, 4)
```

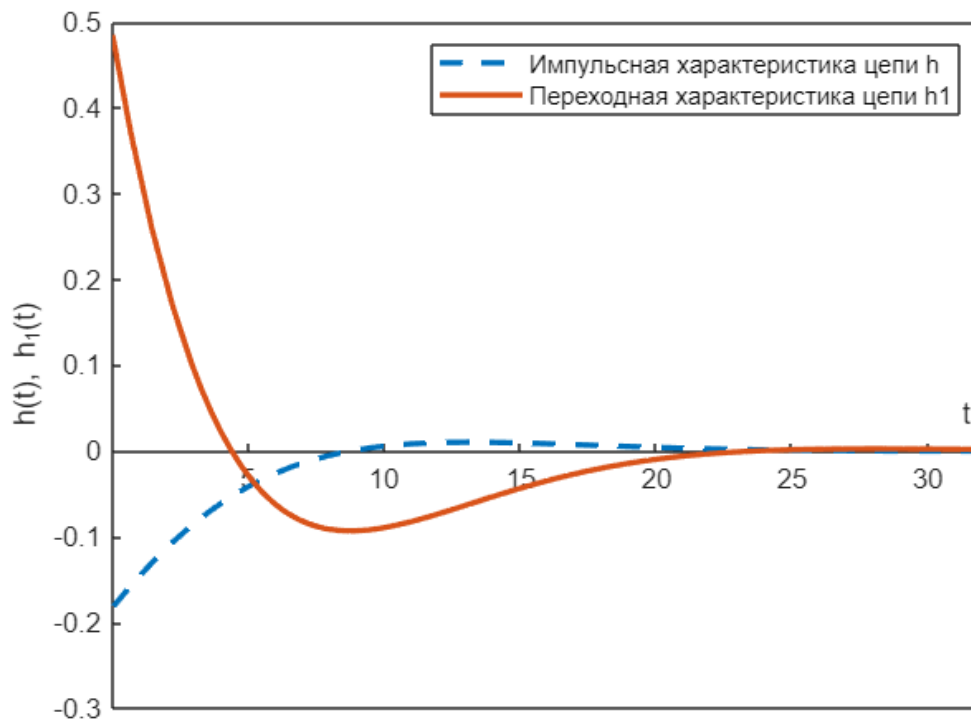
$$un = 3.879 e^{-0.1881 t} (\cos(0.1627 t) - 1.156 \sin(0.1627 t)) - 3.879 \operatorname{heaviside}(1.0 t - 4.0) e^{0.7525 - 0.1881 t} (\cos(0.1627 t) - 1.156 \sin(0.1627 t))$$

```
fplot(u0, '--', 'linewidth', 2)  
hold on  
fplot(un, '-', 'linewidth', 2)  
hold off  
legend('Входной сигнал u1', 'Выходной сигнал un')  
%title('Графики входного и выходного сигнала')  
xlim([0 32])  
ylim([-5 10])  
xlabel('t')  
ylabel('u(t)')  
ax = gca;  
ax.XAxisLocation = 'origin';
```



```
fplot(ht, '--', 'linewidth', 2)

hold on
fplot(ht_1, '-', 'linewidth', 2)
hold off
legend('Импульсная характеристика цепи h', 'Переходная характеристика цепи h1')
%title('Характеристики цепи')
xlim([0 32])
ylim([-0.3 0.5])
xlabel('t')
ylabel('h(t), h_1(t)')
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
```



3) Качественный анализ цепи частотным методом при апериодическом воздействии

3.1) АФХ, АЧХ, ФЧХ функций передачи цепи

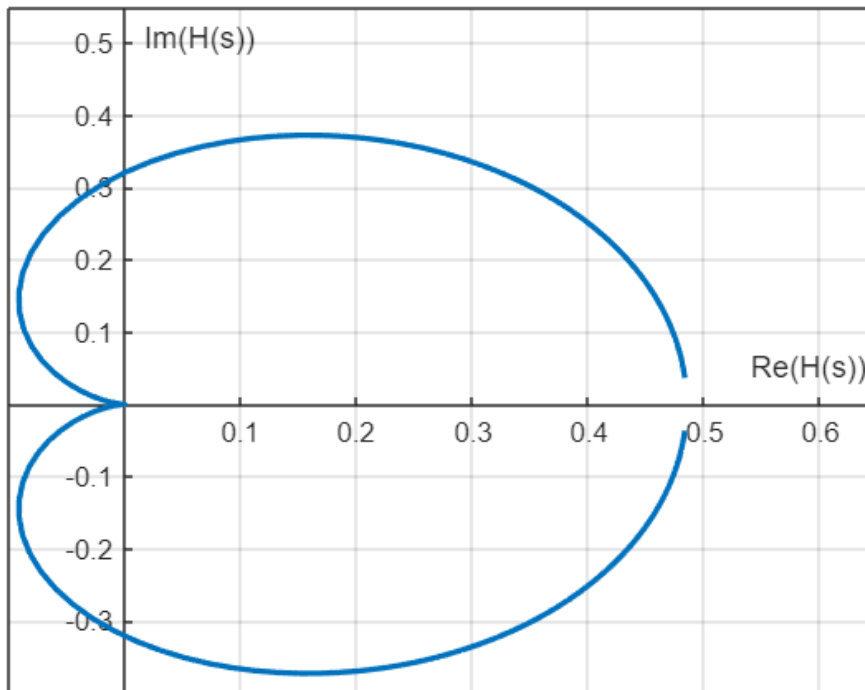
$$Hs_U = H$$

$$Hs_U =$$

$$\frac{384 s^2}{792 s^2 + 298 s + 49}$$

Переход в частотную область

```
syms omega
Hjw_U = subs(Hs_U, s, 1i*omega);
fplot(real(Hjw_U), imag(Hjw_U), 'linewidth', 2)
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
grid on
ylabel('Im(H(s))')
xlabel('Re(H(s))')
xlim([-0.1 0.65])
ylim([-0.4 0.55])
```

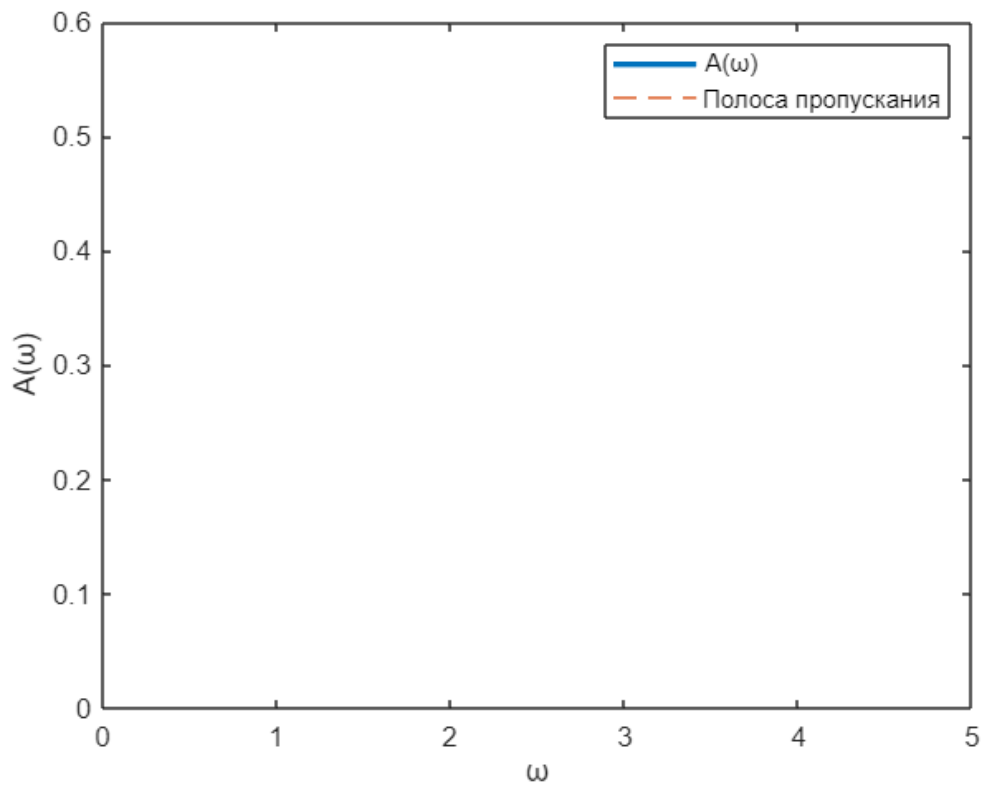


Hjw_U

Hjw_U =

$$-\frac{384 \omega^2}{-792 \omega^2 + 298 \omega i + 49}$$

```
Re_Hjw_U = real(Hjw_U);
Im_Hjw_U = imag(Hjw_U);
A_U = sqrt(((304128*omega^4-18816*omega^2)^2+(114432*omega^3)^2)/((-792*omega^2+49)^2+(298*ome
A_U1 = sqrt(Re_Hjw_U^2+Im_Hjw_U^2);
A_U = abs(384*omega^2/sqrt((792*omega^2)^2+11188*omega^2+49^2));
pp = 0.707*384/792;
fplot(A_U, 'linewidth', 2)
hold on
fplot(pp, [0 5], '--')
xlim([0 5])
ylim([0 0.6])
legend('A(\omega)', 'Полоса пропускания')
ylabel('A(\omega)')
xlabel('\omega')
hold off
```



A_U

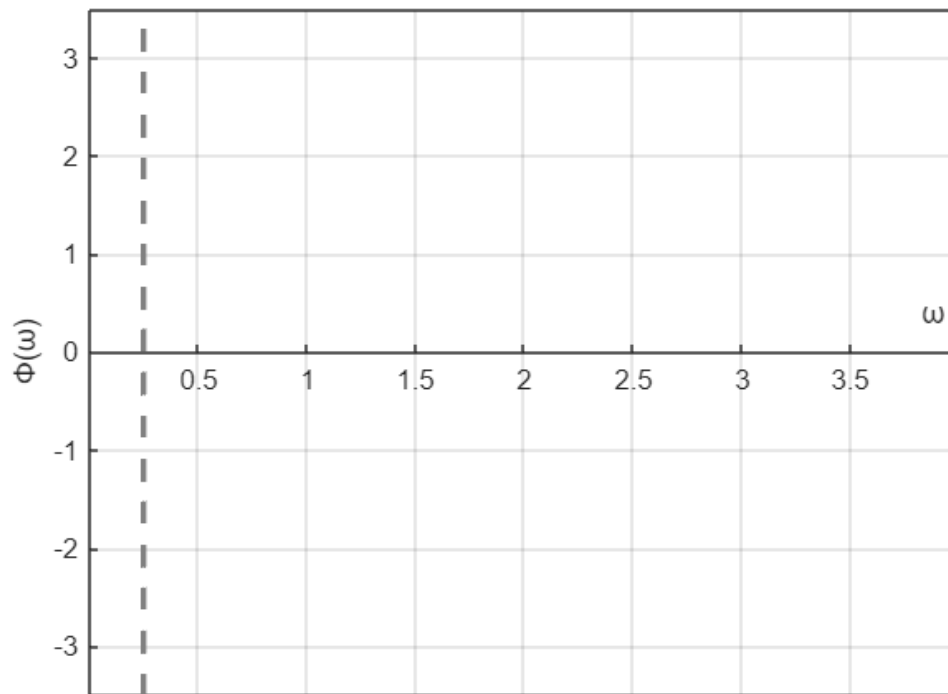
A_U =

$$\frac{384 |\omega|^2}{\sqrt{627264 \omega^4 + 11188 \omega^2 + 2401}}$$

```

Fi_U = - atan(298*omega/(49-792*omega^2));
Fi_U1 = atan(298*omega/(49-792*omega^2));
Fi_U2 = pi + atan(298*omega/(49-792*omega^2));
fplot(Fi_U1, [0 0.248734], 'b-', 'linewidth', 2)
hold on
fplot(Fi_U2, [0.248734 4], 'b-', 'linewidth', 2)
xlim([0 4])
ylim([-3.5 3.5])
grid on
ylabel('\Phi(\omega)')
xlabel('\omega')
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
hold off

```



Fi_U1

Fi_U1 =

$$-\text{atan}\left(\frac{298 \omega}{792 \omega^2 - 49}\right)$$

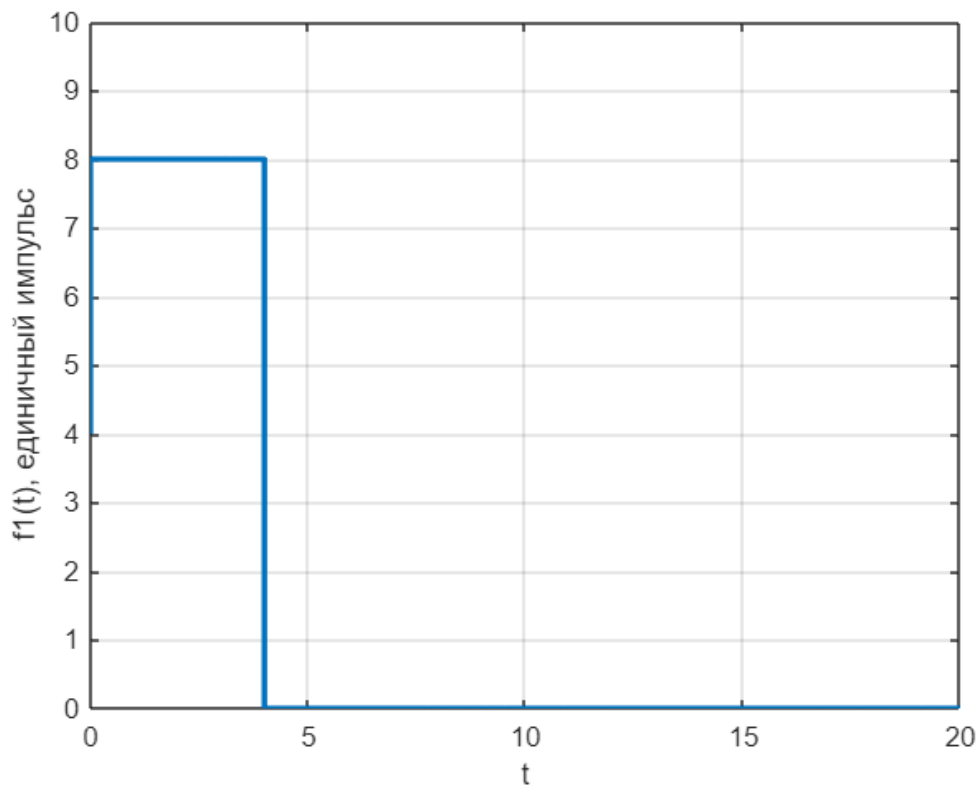
Fi_U2

Fi_U2 =

$$\pi - \text{atan}\left(\frac{298 \omega}{792 \omega^2 - 49}\right)$$

3.3 Спектры входного сигнала

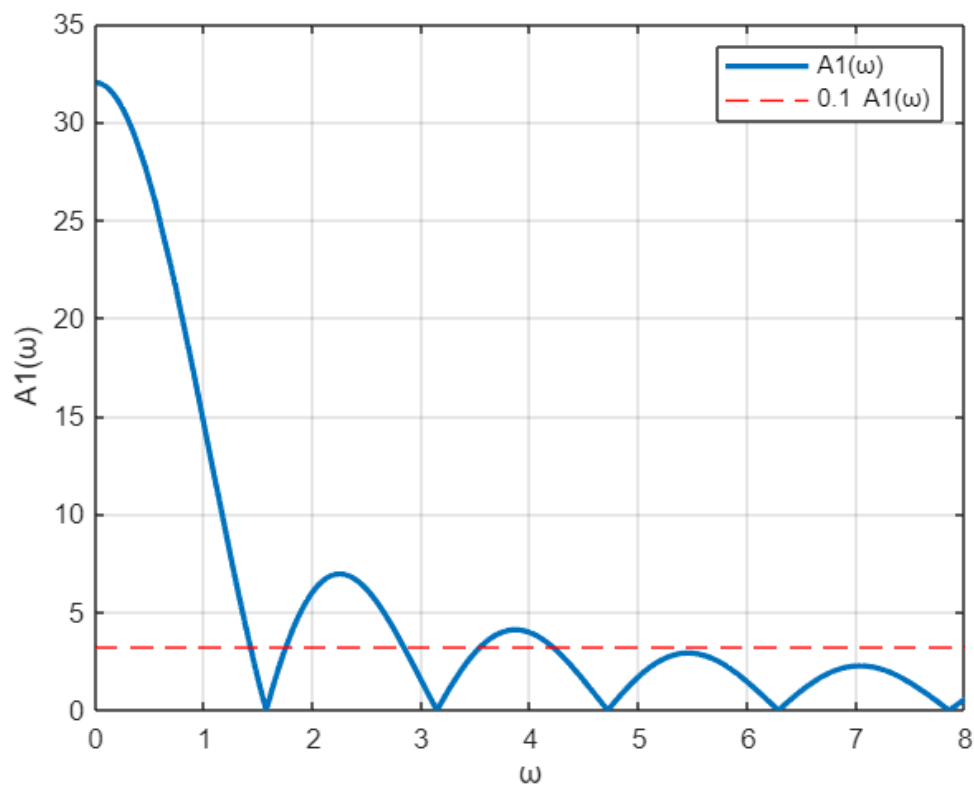
```
ft_1 = 8*heaviside(t) - 8*heaviside(t-4);
fplot(ft_1, 'LineWidth', 2)
xlim([0 20])
ylim([0 10])
ylabel('f1(t), единичный импульс')
xlabel('t')
grid on
```



ft_1

```
ft_1 = 8 heaviside(t) - 8 heaviside(t - 4)
```

```
A1 = abs(16*sin(2*omega)/omega);
sw = 32*0.1;
fplot(A1, 'LineWidth', 2)
hold on
fplot(sw, 'r--')
xlim([0 8])
ylim([0 35])
legend('A1(\omega)', '0.1 A1(\omega)')
ylabel('A1(\omega)')
xlabel('\omega')
grid on
hold off
```

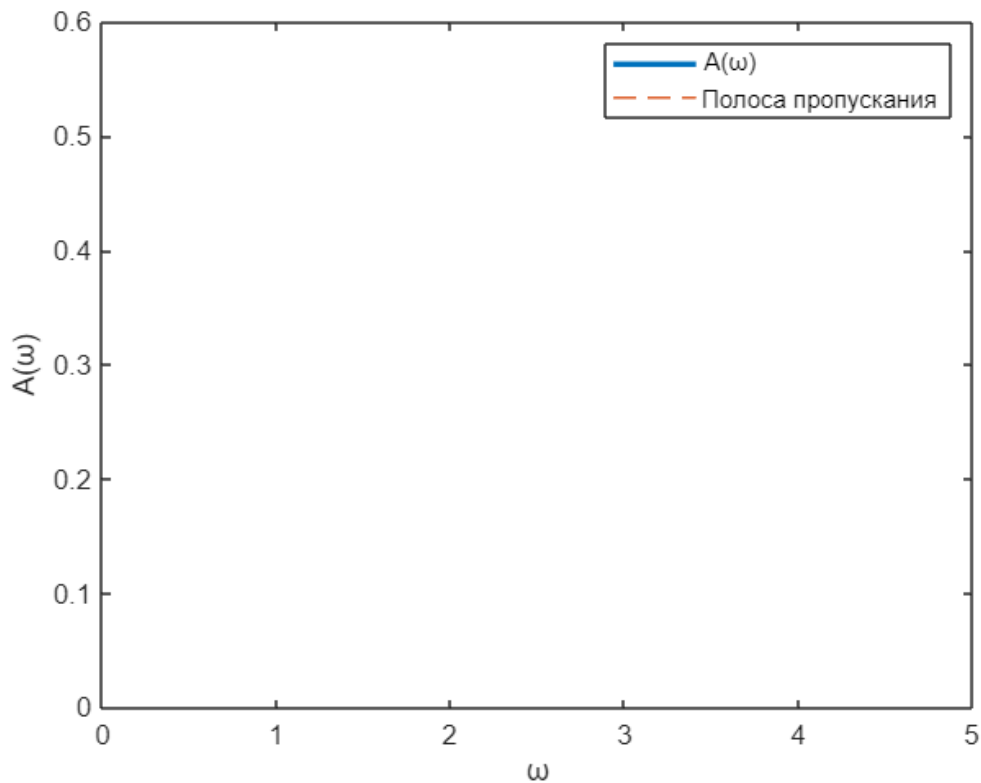


A1

A1 =

$$\frac{16 |\sin(2\omega)|}{|\omega|}$$

```
F1 = -2*omega;
t_trip = -10:0.1:10;
t_p = 0:0.01:50;
d_p = 0:10:50;
trip = -tripuls(t_p-5, 10, 1)*20;
y = pulstran(t_p, d_p, trip, 100);
plot(t_p, y, 'LineWidth', 2)
%fplot(F1, 'LineWidth', 2)
xlim([0 25])
ylim([-20 0])
ylabel('Ф1(t), единичный импульс')
xlabel('\omega')
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
grid on
```

F1

$$F1 = -2\omega$$

4. Анализ цепи частотным методом при периодическом воздействии

4.1 Дискретные спектры и ряд Фурье входного сигнала

Амплитудный спектр

```

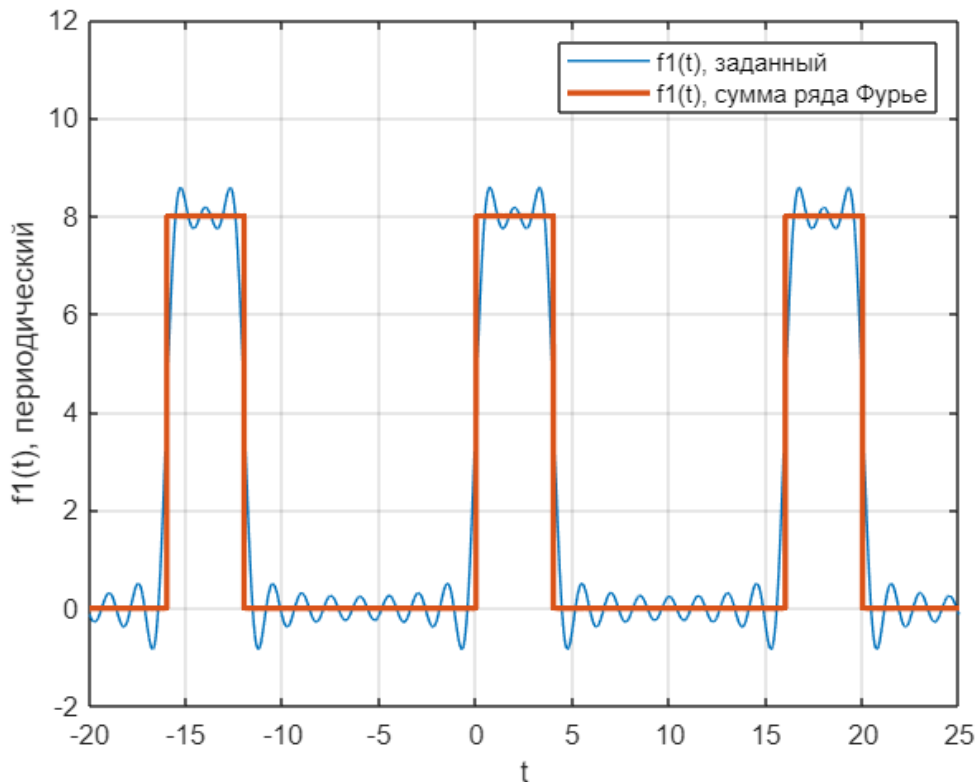
omg = 2*pi/T;
ks = 0:10;
omega_ks = omg.*ks;
A1_ks = [];
F1_ks = [];
A1_k = 32*2/T;
F1_k = 0;
k = 1;
f1_series = 0;
while (omg*(k-1) <= 4.3)
    % Дискретный амплитудный спектр
    A1_ks(k) = A1_k;
    % Дискретный фазовый спектр
    F1_ks(k) = F1_k;
    if k == 1
        f1_series = A1_k/2;
    else

```

```

    f1_series = f1_series + A1_ks(k)*cos(omg*(k-1)*t+F1_ks(k));
end
k = k+1;
A1_k = subs(2/T*A1, omega, omg*(k-1));
if subs(16*sin(2*omega)/omega, omg*(k-1)) >= 0
    F1_k = subs(F1, omega, omg*(k-1));
else
    F1_k = subs(F1, omega, omg*(k-1))+pi;
end
A1_k = abs(subs(2/T*A1, omega, omg*(k-1)));
end
fplot(f1_series)
hold on
ft_1_series = 8*heaviside(t) - 8*heaviside(t-4) + 8*heaviside(t-16) - 8*heaviside(t-20) + 8*heaviside(t-24);
fplot(ft_1_series, 'LineWidth', 2)
xlim([-20 25])
ylim([-2 12])
legend('f1(t), заданный', 'f1(t), сумма ряда Фурье')
ylabel('f1(t), периодический')
xlabel('t')
grid on
hold off

```

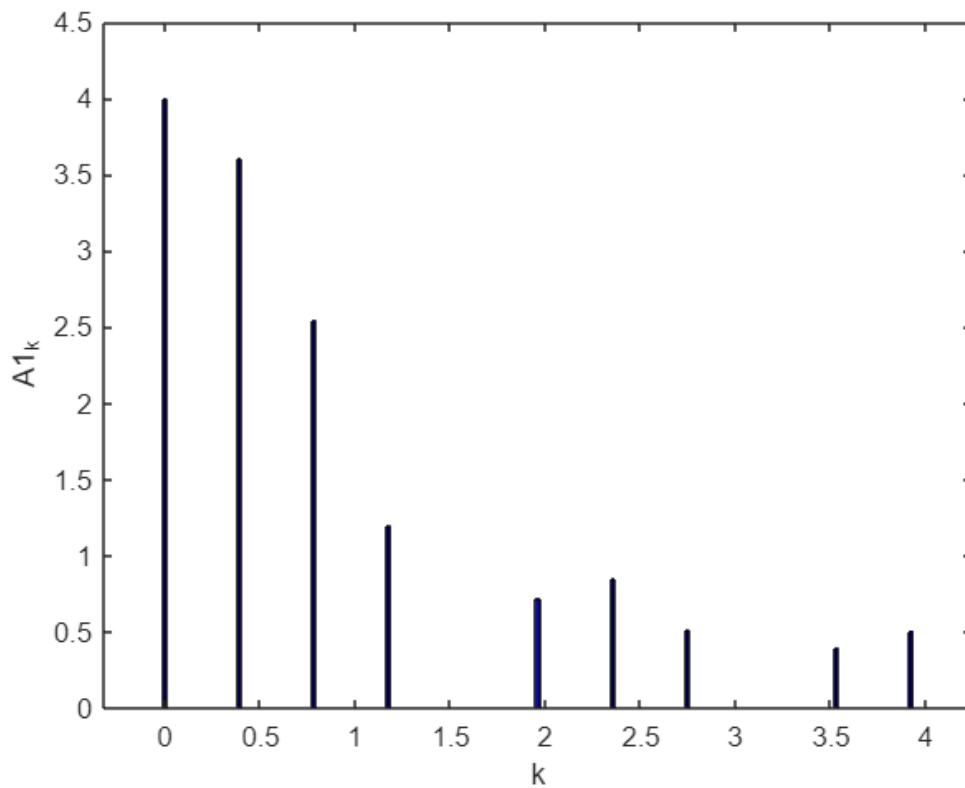


```
vpa(f1_series, 4)
```

```
ans = 1.2 cos(2.356 - 1.178 t) + 0.5145 cos(2.356 - 2.749 t) + 0.8488 cos(1.571 - 2.356 t) + 3.601 cos(0.7854
```

```
bar(omega_ks, A1_ks, 0.05, 'b')
ylabel('A1_k')
```

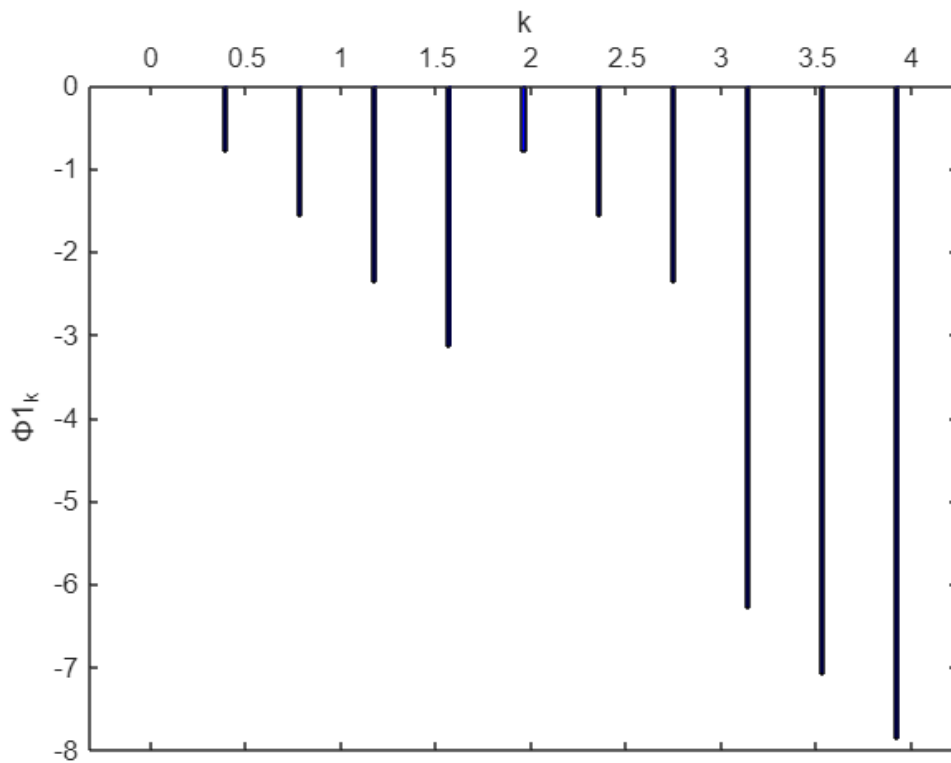
```
xlabel('k')
ylim([0 4.5])
```



A1_ks

```
A1_ks = 1×11
    4.0000    3.6013    2.5465    1.2004         0    0.7203    0.8488    0.5145 ...
```

```
bar(omega_ks, F1_ks, 0.05, 'b')
ylabel('ϕ1_k')
xlabel('k')
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
```



F1_ks

```
F1_ks = 1×11
        0   -0.7854   -1.5708   -2.3562   -3.1416   -0.7854   -1.5708   -2.3562 ...
```

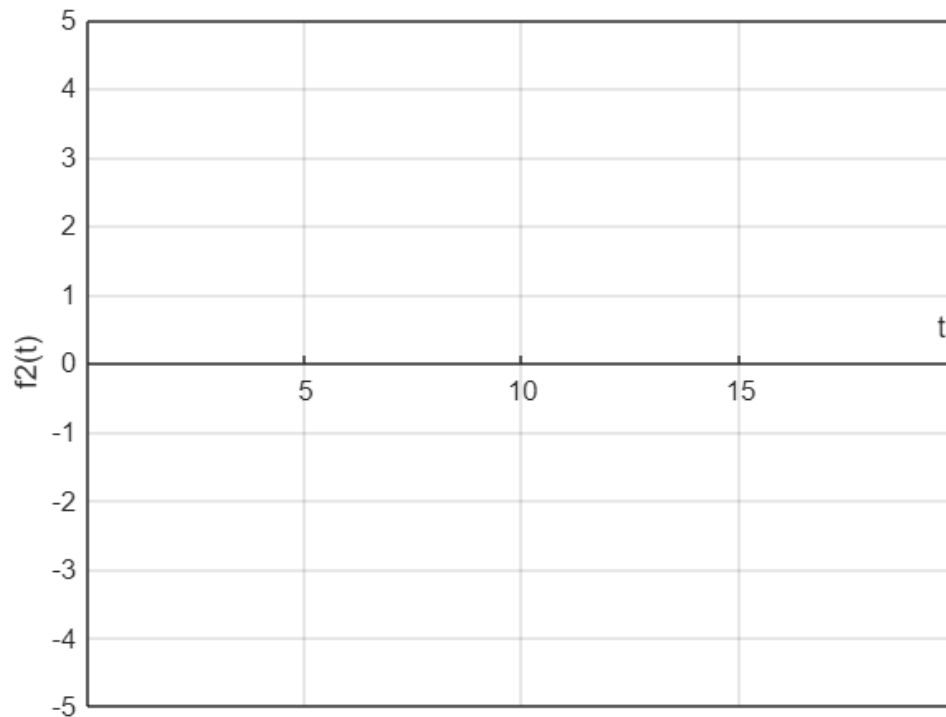
4.3) Построение выходного сигнала

```
omg = 2*pi/T;
A2_ks = [];
F2_ks = [];
A2_k = 0;
F2_k = 0;
k = 1;
f2_series = 0;
while (k <= 11)
    % Дискретный амплитудный спектр
    A2_ks(k) = A2_k;
    % Дискретный фазовый спектр
    F2_ks(k) = F2_k;
    if k == 1
        f2_series = A2_ks(1)/2;
    else
        f2_series = f2_series + A2_ks(k)*cos(omg*(k-1)*t+F2_ks(k));
    end
    k = k+1;
    if k == 12
        break
    end
end
```

```

end
A2_k = subs(A1_ks(k)*A_U, omega, omg*(k-1));
% if A2_k > 0
    F2_k = F1_ks(k)+subs(Fi_U2, omega, omg*(k-1));
% else
    F2_k = subs(F1_ks(k-1)+Fi_U2, omega, omg*(k-1));
% end
A2_k = abs(subs(A1_ks(k)*A_U, omega, omg*(k-1)));
end
fplot(f2_series, 'linewidth', 2)
xlim([0 20])
ylim([-5 5])
grid on
ylabel('f2(t)')
xlabel('t')
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';

```



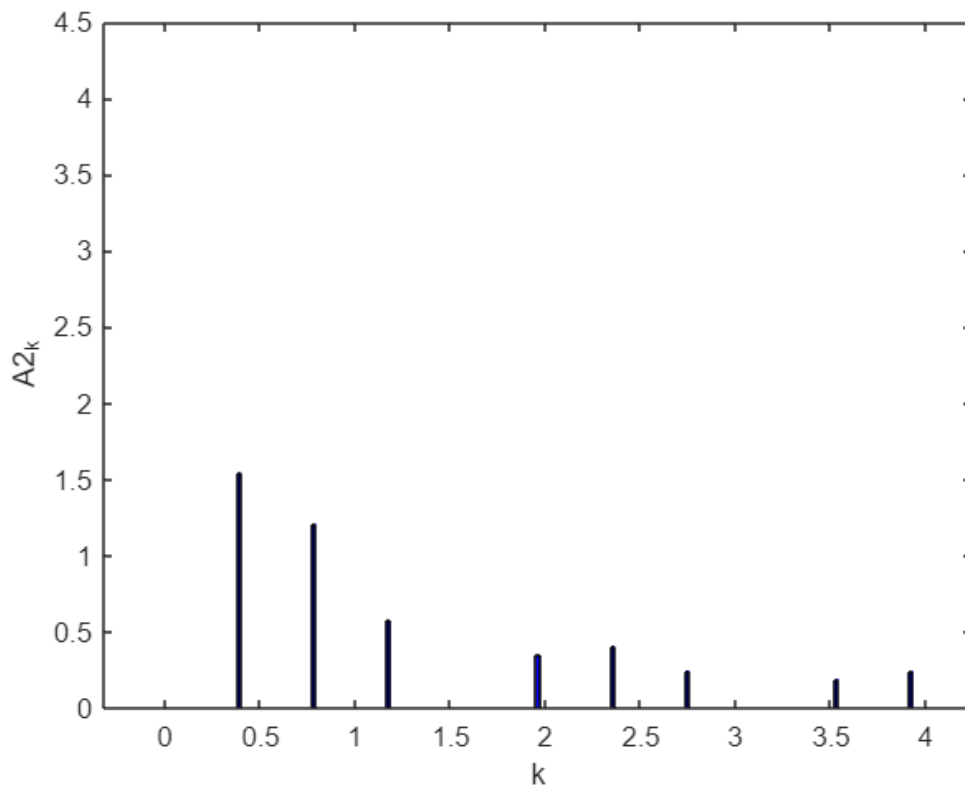
```
vpa(f2_series, 4)
```

```
ans = 0.4109 cos(2.356 t + 1.411) + 1.211 cos(0.7854 t + 1.082) + 0.2491 cos(2.749 t + 0.6483) + 0.1939 cos(3
```

```

bar(omega_ks, A2_ks, 0.05, 'b')
ylabel('A2_k')
xlabel('k')
ylim([0 4.5])

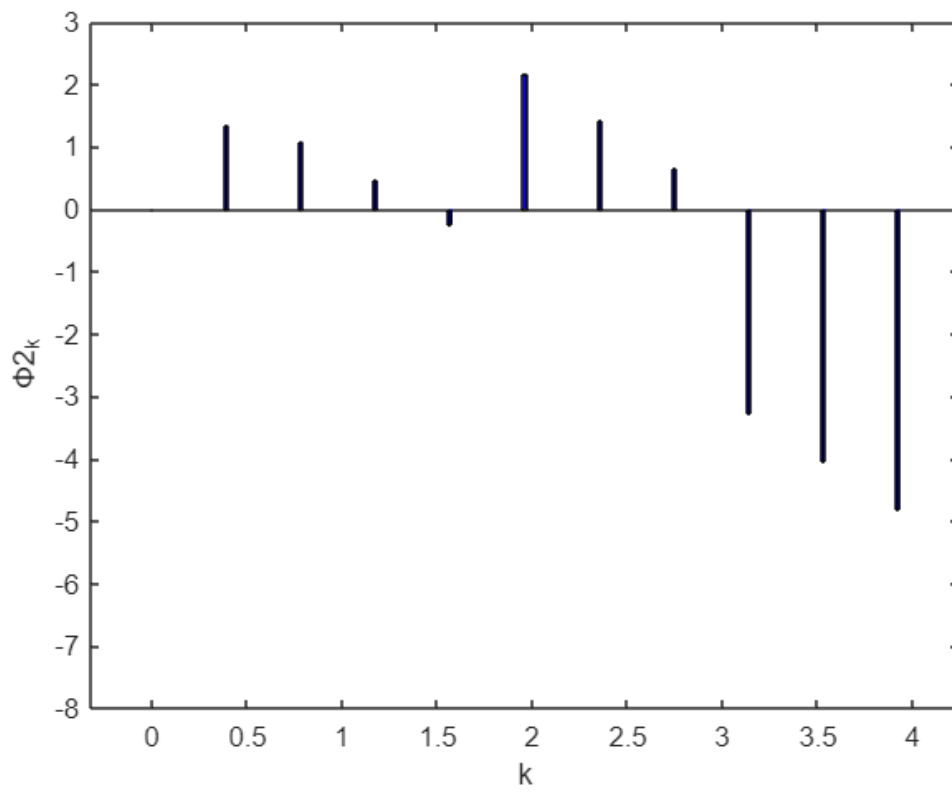
```



A2_ks

```
A2_ks = 1×11
      0      1.5454      1.2113      0.5778      0      0.3484      0.4109      0.2491 ...
```

```
bar(omega_ks, F2_ks, 0.05, 'b')
ylabel('Φ2_k')
xlabel('k')
ylim([-8 3])
```



F2_ks

F2_ks = 1×11
 0 1.3440 1.0815 0.4628 -0.2409 2.1638 1.4107 0.6483 ...