

2025 南开大学点集拓扑期末考试 (回忆版)

1. X 可分, $f: X \rightarrow Y$ 是连续满射, 证明 Y 可分
2. 证明正规是闭遗传性质
3. A 是 R^2 上的无限可数子集, 证明 A 不连通
4. ξ 是 X 上收敛到 x 的网, 证明 ξ 的所有子网都收敛到 x
5. 证明第二可数是可数可乘的
6. 证明 R 上有限补拓扑是局部紧空间但不是 Hausdorff 空间
7. X 是正则空间, A 是 X 的闭子集, 设拓扑 $\tau = \{U \cup (V \cap A) | U, V \text{ 是 } X \text{ 的开集}\}$, 证明 (X, τ) 是正则空间
8. 设 A, B 分别是 X, Y 的紧子集, 存在 $X \times Y$ 的开集 W 使得 $A \times B \subseteq W$, 证明存在 X 的开集 U 和 Y 的开集 V 使得 $A \times B \subseteq U \times V \subseteq W$
9. X 是拓扑开集, D 是 X 的一个稠子集, F 是 X 的闭子集, F 赋予子空间拓扑得到的是离散拓扑, $|F| \geq |\mathcal{P}(D)|$, 证明 X 不是正规空间
10. 第二可数空间 X 中, \mathcal{B} 是 X 的一个基, 证明可存在 $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}$ 使得 \mathcal{A} 是 X 的可数基