

# 2025 - 2026 动力系统导论 I (A 卷)

命题人：李明，周麒

1. 设  $f$  是保向同胚圆周映射,  $f$  的旋转数是什么?
2. 动力系统中游荡点是什么?
3. 单边符号系统是什么?
4. 叙述 Denjoy 对圆周映射研究的贡献。

注： $zq$  老师在一位学长提前大约一小时交卷后，说这题答两点给满分，答一点扣一半分，然后问那位学长要改吗？学长说不改，毅然离开了考场。 $zq$  老师说那我就扣你一半分了。

5. (1) 叙述 Poincaré 域的定义  
(2) Poincaré 域的主要性质。
6. 设  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  同胚,  $f(0) = 1, f(1) = 0$ , 问  $f$  的非游荡点是否均为周期点?  
证明你的结论。
7.  $f(x) = 6x(1-x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , 问  $f$  的周期点集是否在  $f$  的非游荡点集中稠密? 证明你的结论。
8.  $\dot{x} = Ax + v(x)$ , 设  $A$  有两个特征值

$$\lambda_1 = \gamma\alpha, \quad \lambda_2 = -\alpha$$

其中  $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ,  $0 < \gamma < 1$ 。

请你分析  $A$  的共振关系, 并写出共振单多项式。

9.  $A = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ 。考虑映射  $z \mapsto Az + f(z)$ , 其中  $f$  在  $|z| < r$  解析。  
设  $\lambda(A) \in DC(\gamma, \tau)$ , 即满足 Diophantine 条件:

$$|\lambda_1^{m_1} \lambda_2^{m_2} \cdots \lambda_n^{m_n} - \lambda_s| \geq \frac{\gamma}{|m|^\tau}$$

其中  $m \in \mathbb{N}^n$ ,  $|m| = \sum_{i=1}^n m_i \geq 2$ ,  $\tau > n$ ,  $\gamma > 0$ 。

证明方程  $h(Az) - Ah(z) = f(z)$  有解析解, 并给出估计。

回忆人：洛水天依