

2024-2025 学年第二学期点集拓扑学期末考试

回忆：鸢喙

1. 证明：可分拓扑空间的连续像可分.
2. 证明：正规是闭遗传性质.
3. 证明： \mathbb{R}^2 上的可数子集 A 一定不连通.
4. 若网 ξ 收敛于 x , 求证 ξ 的任一子网均收敛于 x .
5. 证明：第二可数是可数可乘的.
6. 证明：余有限拓扑空间是局部紧的但不是 Hausdorff 的.
7. 设拓扑空间 (X, \mathcal{O}) 正则, A 是闭集, $\tau = \{U \cup (V \cap A) : U, V \in \mathcal{O}\}$. 求证拓扑空间 (X, τ) 正则.
8. X, Y 是拓扑空间, $A \times B$ 是 $X \times Y$ 的紧子集, W 是 $X \times Y$ 的开子集, $A \times B \subseteq W$. 求证: 有 X 上的开集 U 以及 Y 上的开集 V , 使得 $A \times B \subseteq U \times V \subseteq W$.
9. 设 S 是拓扑空间 X 的闭子集, S 赋予子空间拓扑是离散拓扑, D 是 X 的稠子集, 且 $|S| \geq |\mathcal{P}(D)|$. 求证: X 不正规.
10. 拓扑空间 X 有可数拓扑基. 若 \mathcal{B} 是 X 的一个基, 求证有 \mathcal{B} 的一个可数子族是 X 的一个基.