

### Question 1

设  $\alpha, \beta, \gamma$  是序数, 判断并说明下面命题的正确性:

$$(1) \alpha + \beta = \beta + \alpha$$

$$(2) \alpha + \beta > \beta$$

$$(3) \alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$$

$$(4) (\alpha + \beta)\gamma = \alpha\gamma + \beta\gamma$$

### Question 2

设  $f: X \rightarrow Y$  是连续开映射, 令  $\varphi(F) = f^{-1}(F)$

证明:  $\varphi: F(Y) \rightarrow F(X)$  是 Borel 的

### Question 3

设  $T$  是有穷分叉树, 证明:  $[T] \neq \emptyset \iff T$  是无穷集

### Question 4

证明: 强 Choquet 空间的  $G_\delta$  子集是强 Choquet 空间

### Question 5

设  $F \subseteq \mathcal{N} \times \mathcal{N}$  是闭集, 证明:  $\varphi(x) = F_x$  不是 Borel 的

### Question 6

设  $X, \mathbb{R} \setminus X$  在  $\mathbb{R}$  中稠密, 并且  $X$  是  $\mathbb{R}$  中  $G_\delta$  集

证明:  $X$  同胚于  $\mathcal{N}$

### Question 7

证明:  $K(\mathcal{C}) \setminus \{\emptyset\}$  同胚于  $\mathcal{C}$

### Question 8

设  $A, \mathbb{R}^2 \setminus A$  不包含非空无孤立点的闭子集, 证明:  $A$  连通