

2025 秋动力系统导论 1 期末考试

回忆：鳩喙

一、(8 分) 什么是保向同胚圆周映射的旋转数?

二、(8 分) 什么是动力系统的游荡点?

三、(8 分) 什么是单边符号系统?

四、(8 分) 简述 Denjoy 对圆周映射的贡献. (老师提醒: 一共两点, 只答一点扣一半)

五、(8 分) (a) 什么是 Poincaré 域?

(b) Poincaré 域的主要性质?

六、(15 分) 设 $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ 是一个同胚, $f(0) = 1, f(1) = 0$, f 的非游荡点是否都是周期点? 证明你的结论.

七、(15 分) 设 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 定义为 $f(x) = 6x(1 - x)$, f 的周期点是否在非游荡集中稠密? 证明你的结论.

八、(15 分) 设微分方程 $\dot{x} = Ax + v(x)$, $v(x) = O(|x|^2)$. 设 A 有两个特征值 $\lambda_1 = \gamma\alpha, \lambda_2 = -\alpha$, 其中 $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \{0\}, 0 < \gamma < 1$. 求 A 的共振关系及对应的共振单多项式.

九、(15 分) 设 $A = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}, \lambda_i \in \mathbb{C}, i = 1, \dots, n$, 满足 $|\lambda_i - \lambda^m| \geq \frac{\gamma}{|m|^\tau}$, $\forall m \in \mathbb{N}^n, |m| \geq 2$, 其中 $\gamma > 0, \tau > n$ 为常数. $f(z) = O(|z|^2)$ 为 $|z_i| < r$ 上的解析函数. 证明: $h(Az) - Ah(z) = f(z)$ 有解析解, 并对解做出估计.