

# 运筹学2024-2025期末测试卷

## 注意事项：

- 命题人：胡威
- 考试限时：100 分钟
- 考试时间：2025 年 6 月 23 日
- 数据难以记起，部分数字系人为捏造，因此算不出莫较真；记不得题面的也用类似的代替了。
- 最后有一些温馨提示。

## 一、解答题（共 80 分）

### 1. (10 分)

(产销平衡运输问题的表上作业法) 某公司有三个生产基地 (A、B、C) 负责生产某种产品，产品需运输至四个销售点 (I、II、III、IV)。已知各生产基地的产量、各销售点的销量以及各生产基地到各销售点的单位运输成本，试求总运输成本最小的调运方案。

表 1: 运输成本与供需量表 (单位: 元/吨)

	销售点 I	销售点 II	销售点 III	销售点 IV	产量 (吨)
生产基地 A	3	11	3	10	7
生产基地 B	1	9	2	8	4
生产基地 C	7	4	10	5	9
销量 (吨)	3	6	5	6	

### 2. (10 分)

(矩阵对策) 对 A 和 B 两个人，他们都有一个硬币，二者同时出示其中一面，如果均为正面，则 A 从 B 手上获得 0.7 元；如果均为反面，则 A 从 B 手上获得 0.3 元；如果是一正一反，则 B 从 A 手上获得 0.5 元，请列出 A 的赢得矩阵并说明该游戏是否公平。

### 3. (10 分)

(目标规划) 某公司生产甲、乙两种产品，需使用 A、B、C 三种原材料。已知生产单位产品所需原材料数量、原材料每日供应限额、单位产品利润以及市场需求等数据。公司在制定生产计划时，需综合考虑多个目标，试建立该问题的目标规划模型。

表 2: 产品生产消耗与资源限制

	产品甲	产品乙	资源限额
原材料 A (kg/件)	3	2	120
原材料 B (kg/件)	2	4	160
原材料 C (kg/件)	1	1	50
单位利润 (元/件)	50	60	-

- (1) 第一优先级 ( $P_1$ ): 避免加班，即原材料 C 的使用量不超过 40kg。
- (2) 第二优先级 ( $P_2$ ): 实现利润目标 5000 元。
- (3) 第三优先级 ( $P_3$ ): 满足市场需求，产品甲至少生产 30 件，产品乙至少生产 20 件。

### 4. (10 分)

(匈牙利法求解最大化收益问题) 某商业集团计划在室内四个点投资四个专业超市，考虑的商品有电器、服装、食品、家具及计算机等 5 个类别，通过评估，电器超市不等放在第一个点，不同类别的商品投资到各点的年利润预测值见下表，该商业集团如何做出投资决策使年利润最大？并求最大年利润。

商品/地点	1	2	3	4
电器	-	300	360	400
服装	80	350	420	260
食品	150	160	380	300
家具	90	200	200	180
计算机	220	260	270	230

### 5. (5 分)

(参数规划) 给定如下的线性规划问题：

$$\min z = x_1 + \beta x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \end{cases}$$

说明  $\beta$  取值范围如何时：

- (1) 有唯一最优解；
- (2) 有无穷多最优解；
- (3) 有无界解。

6. (5 分)

(整数规划化简) 将如下的非线性整数规划化简为线性的 0-1 整数规划问题:

$$\min \quad x_1^2 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 = 0 \text{ or } 1. \end{cases}$$

7. (10 分)

(决策分析) 假设一个公司需要考虑根据市场需求量来建设大厂或者小厂, 建设大厂的成本为 250 万元, 建设小厂的成本为 150 万元。市场需求分为高、中、低需求, 建设一个厂的使用寿命为 10 年, 有如下的条件收益:

(1) 大厂: 在高需求条件下每年赚 80 万元, 中需求下每年赚 50 万元, 低需求下每年倒亏 30 万元;

(2) 小厂: 由于供需关系, 在高需求下, 每年赚 25 万元, 中需求下每年赚 40 万元, 低需求下每年赚 20 万元。

试建立并绘制决策树, 并给出最优决策方案。

8. (20 分)

(对偶单纯形及其灵敏度分析) 假设一个线性规划问题如下所示:

$$\min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \geq b_2 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

利用对偶单纯形进行迭代, 得到最后如下所示的最终单纯形表:

$c_i \rightarrow$		$-c_1$	$-c_2$	0	0
$-c_1$	$x_1$	$\frac{1}{2}$	1	0	$-\frac{1}{2}$
$-c_2$	$x_2$	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{1}{2}$
$\sigma$		0	0	-2	-2

- (1) 试计算出  $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2, c_1, c_2$  的值;
- (2) 写出其对偶问题, 并用最简单的方式解出对偶问题的最优解;
- (3) 如果  $c_1$  变为 3, 原最优解是否还是最优? 如果不是最优请解出新的最优解。

## 二、填空与判断题（共 20 分）

9. 设线性规划问题  $\{\max cx \mid AX = b, X \geq 0\}$  有最优解  $X^*$  和影子价格  $Y^*$ ，则线性规划  $\{\max 3cx \mid AX = b, X \geq 0\}$  的最优解为 \_\_\_\_\_，影子价格为 \_\_\_\_\_.
10. 对于如下的 0-1 整数规划问题：

$$\max 6x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 \geq 2 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 \leq -1 \\ x_i = 0 \text{ or } 1. \end{cases}$$

其最大值为 \_\_\_\_\_，最优解  $(x_1^*, x_2^*, x_3^*)$  为 \_\_\_\_\_.

11. 给定如下的线性规划问题：

$$\max x_1 + x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} x_1 \leq 3 \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

试写出其对偶问题，并判断原问题和对偶问题解的情况。请写出与之相关的定理及其内容。

12. 在线性规划当中，是否一定有原问题的目标函数小于等于对偶问题的目标函数？试说明理由。
13. 一般的运输问题是否一定有最优解？如果是请说明理由，不是请举出反例。

## 备考提示环节

1. 作为最后一门必修课，运筹学以题量大，计算量大为特点，但是考试的时候稳扎稳打才是最关键的，我运输问题用的最小元素法，在考试的时候要迭代两次，足足做了 20 分钟，但是最后还是勉强做完了；
2. 老师在考场说：写不完也要尽量把空都填了（大意自己领会）；
3. 为了时间，放弃 5 分的大题可能是很有必要的，比如本次考试的参数规划就可以放在最后一题写了；
4. 胡老师考前会说题型，而且非常详细，一定要多问，并且一定要注意卷子的每一面是不是都印有题目！我们考试就有人没看见最后的填空判断题，因为最后一题多出了一面白纸覆盖住了（一面白纸不一定是最后一面，也有可能只是怕你嫌空间小而已）；
5. 推荐参考书：胡运权的《运筹学习题集》，这里面都是很模棱两可的判断选择与大题，我怀疑这就是胡威老师取材的题库（）