

2025-2026 学年高等代数与解析几何 2-1 第一次月考

回忆：凜素子

2025 年 11 月 13 日

- 已知 $f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 + ax + b$, $g(x) = x^2 - 1$, $g(x) | f(x)$, 求 a, b 的值。
- 已知行列式 $d = |a_{ij}|$, 其中 $a_{ij} \in \mathbb{C}$ 且 $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$, 求证 d 是实数。
- 已知 P 是一个数域, 且

$$g(x) = ax + b \in P[x], f(x) \in P[x]$$

求证 $g(x) | f(x)$ 等价于 $g(x) | f(x)^2$ 。

- 已知 $f(x), g(x)$ 是有理系数多项式, $f(x)$ 不可约, 且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 有一个共同的复根, 求证 $f(x)$ 的所有根都是 $g(x)$ 的根。
- 求 n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2-x & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & n-1-x \end{vmatrix} = 0$$

的所有解。

- 求证 n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} x+y & y & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ x & x+y & y & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & x+y & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x+y & y \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & x+y \end{vmatrix} = \frac{x^{n+1} - y^{n+1}}{x-y}$$

- 已知 n 阶行列式 D 的所有元素都是 ± 1 , 求证当 $n \geq 3$ 时, $D \leq \frac{2}{3}n!$ 。